



هم کلاسی
Hamkelasi.ir

۱. اگر $\{x + 2, 2y - 5\} = \{1\}$ باشد، حاصل $x + y$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲. مجموعه $A = \left\{ \frac{x+5}{2x^2+1} \mid x \in \mathbb{N}, -2 < x < 2 \right\}$ چند عضو دارد؟

- (۱) بی شمار (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

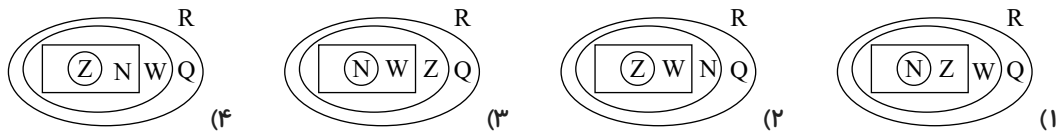
۳. نمودار مجموعه $[-2, 1] - [-4, 2]$ کدام است؟



۴. حاصل $[-3, 7] - (-1, 9]$ کدام است؟

- (۱) \emptyset (۲) $[-3, -1]$ (۳) $[-3, -1)$ (۴) $(-3, -1]$

۵. کدام گزینه صحیح است؟



۶. اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ مجموعه مرجع، $A = \{1, 2, 4\}$ ، $B = \{1, 3\}$ و $C = \{1\}$ باشند، $A' \cup B'$ کدام است؟

- (۱) C' (۲) $A' \cap C$ (۳) $(B - C)'$ (۴) $(A - C)'$

۷. اگر مجموعه مرجع $U = \{-3, -1, 0, 1, 4, 7, 8, 9, 10\}$ باشد و $A = \{-3, 4\}$ ، $B = \{-1, 0, 1, 9, 10\}$ و

$C = \{-3, -1, 1, 7, 9\}$ باشد، حاصل $(C - A)' \cap B$ کدام است؟

- (۱) $\{-1, 0, 10\}$ (۲) $\{-1, 1, 7, 9\}$ (۳) $\{0, 10\}$ (۴) $\{-1, 7, 10\}$

۸. از میان ۲۰ دانش آموز یک کلاس، ۷ نفر فقط فوتبال و ۴ نفر فقط والیبال بازی می کنند، اگر ۳ دانش آموز در هیچ کدام از دو رشته

بازی نکنند، چند دانش آموز فوتبال بازی می کنند؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۷ (۳) ۱۰ (۴) ۱۶

۹. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1\}$ باشد، آن گاه $A' \cap B'$ کدام است؟

- (۱) $[-1, 1)$ (۲) $(-1, 1)$ (۳) $(-1, 1]$ (۴) $[-1, 1]$

۱۰. اگر $A \subset B \subset N$ و U مجموعه مرجع باشد، کدام رابطه همواره برقرار است؟

- (۱) $B' \subset A'$ (۲) $B' \subset A$ (۳) $A' \subset B'$ (۴) $B \subset A'$

۱۱. اگر $A = \mathbb{R} - [-2, 3]$ و $B = (-4, 6)$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $A - B = \mathbb{R} - [-2, 3]$ (۲) $B - A = (-2, 3)$

- (۳) $A \cap B = (-4, 6) - [-2, 3]$ (۴) $A \cup B = (-9, 6)$

۱۲. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x < 6\}$ و $B = A \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$ ، نمایش $(B-A) \cap (A \cup B)$ به صورت بازه کدام است؟
 (۱) $(-\infty, 3)$ (۲) $(-\infty, -4)$ (۳) $(-\infty, -4]$ (۴) $(-4, 6)$

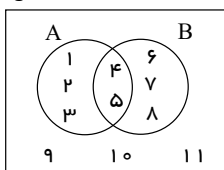
۱۳. اگر $A = (2, +\infty)$ ، $B = [-5, 5)$ و $C = (-\infty, 6]$ باشند، آنگاه حاصل $C - (B \cap A)$ برابر کدام گزینه می‌باشد؟
 (۱) $(-\infty, 2)$ (۲) $(-\infty, 2] \cup (5, 6]$ (۳) $(-\infty, 2]$ (۴) $(-\infty, 2] \cup [5, 6]$

۱۴. اگر A و B دو مجموعه باشند، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) $A \cap A' = \emptyset$ (۲) $(A \cup B)' = A' \cap B'$
 (۳) $(A')' = A$ (۴) $A \cup A' = \emptyset$

۱۵. مجموعه‌ی $A \cap B$ دارای ۴ عضو، $A - B$ دارای ۲ عضو و $B - A$ دارای ۷ عضو است. $A \cup B$ چند عضو دارد؟
 (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵

U



۱۶. در نمودار ون مقابل، اعضای هر مجموعه درون آن نوشته شده است. مجموعه‌ی $A - B'$ کدام است؟

- (۱) $\{1, 2, 3\}$
 (۲) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
 (۳) $\{4, 5\}$
 (۴) $\{4, 5, 6, 7, 8\}$

۱۷. اگر مجموعه $A = \{x \mid -3 < x \leq 2\}$ باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱) اگر مجموعه مرجع را اعداد طبیعی در نظر بگیریم، مجموعه A متناهی خواهد شد.
 (۲) اگر مجموعه مرجع را اعداد گویا در نظر بگیریم، مجموعه A نامتناهی خواهد شد.
 (۳) اگر مجموعه مرجع را اعداد گنگ در نظر بگیریم، مجموعه A متناهی خواهد شد.
 (۴) اگر مجموعه مرجع را اعداد صحیح کوچک تر از -3 در نظر بگیریم، مجموعه A متناهی خواهد شد.

۱۸. مجموعه جواب نامعادله $-1 \leq 3x - 2 < 1$ در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

(۱) $\left[\frac{1}{3}, 1\right)$ (۲) $[-1, 1]$ (۳) $\left[-1, \frac{1}{3}\right]$ (۴) $[-2, 1]$

۱۹. با فرض $A = \{a, \{7, 11\}, \{1, 6\}\}$ کدام گزاره درست است؟

(۱) $\{1, 6\} \subseteq A$ (۲) $\{\{7, 11\}\} \in A$ (۳) $7 \in A$ (۴) $\{a\} \subseteq A$

۲۰. مجموعه‌ی $\{\{اعداد طبیعی زوج\} \cap \{x \in \mathbb{Z}, x \leq 11\}\}$ چند عضو دارد؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) بی‌شمار

۲۱. اگر $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 30\}$ و $B = \{x \mid x = 3n + 1, n \in \mathbb{N}\}$ ، مجموعه‌ی $A \cap B$ چند عضو دارد؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۳۰ (۴) ۳۱

۲۲. بازه‌ی $\left(-\infty, \frac{a}{2}\right] \cap \left[\frac{2a-1}{3}, +\infty\right)$ فقط شامل یک عضو است. a کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۳. اگر دو بازه $(2a - 2, 6)$ و $(-2, a + 1)$ هیچ عضو مشترکی نداشته باشند، محدوده a کدام است؟

- (۱) $-2 < a < 4$ (۲) $-2 < a \leq 4$
 (۳) $3 \leq a \leq 4$ (۴) $3 < a \leq 4$

۲۴. کدام گزینه به عدد خاصی اشاره می‌کند؟

- (۱) بزرگ‌ترین عدد گنگ کوچک‌تر از ۲ (۲) بزرگ‌ترین عدد گویای کوچک‌تر از ۲
 (۳) بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از ۲ (۴) کوچک‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از ۲

۲۵. اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد، آن‌گاه A کدام است؟

- (۱) نامتناهی (۲) متناهی (۳) تهی (۴) B

۲۶. در یک کلاس ۲۵ نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال کلاس هستند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هیچ یک از این دو تیم نباشند، چند نفر از آن‌ها عضو هر دو تیم هستند؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۷. اگر $n(A - B) = 2$ ، $n(B - A) = 8$ و $n(B) = 3n(A)$ باشد، $n(A \cup B)$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۲۸. در یک کلاس ۳۰ نفره، ۱۴ نفر در آزمون درس فیزیک و ۹ نفر در آزمون درس ریاضی شرکت کرده‌اند. اگر ۵ نفر در هر دو آزمون شرکت کرده باشند، چند نفر حداکثر در یکی از این دو آزمون شرکت کرده‌اند؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۳ (۴) ۲۵

۲۹. در یک کلاس ۴۵ نفری همه‌ی دانش‌آموزان کفش مشکی یا کت قهوه‌ای پوشیده‌اند. اگر ۳۰ نفر کفش مشکی و ۲۵ نفر کت قهوه‌ای پوشیده باشند، معین کنید چند نفر هم کفش مشکی و هم کت قهوه‌ای پوشیده‌اند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۵ (۴) ۱۳

۳۰. اگر مجموعه A متناهی و مجموعه‌های B و C نامتناهی باشند، در مورد هر یک از مجموعه‌های $A \cap (B \cup C)$ و $B - (A \cap C)$ ، به ترتیب از راست به چپ، از نظر متناهی بودن یا نبودن چه می‌توان گفت؟

- (۱) متناهی - متناهی (۲) نامتناهی - نامتناهی (۳) متناهی - نامتناهی (۴) نامتناهی - متناهی

۳۱. اگر $n(A) = 20$ و $n(B) = 10$ و $2n(A \cap B) = n(B)$ باشد، حاصل $n(A' \cap B)$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۵ (۴) ۳۰

۳۲. اگر $A \subseteq B$ باشد، آن‌گاه $B - A'$ کدام است؟

- (۱) B' (۲) A' (۳) A (۴) B

۳۳. چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟

(الف) اجتماع دو مجموعه‌ی متناهی، مجموعه‌ای متناهی است.

(ب) اشتراک یک مجموعه‌ی متناهی با یک مجموعه‌ی نامتناهی، مجموعه‌ای نامتناهی است.

(پ) اشتراک مجموعه مضارب عدد ۵ با مجموعه مضارع عدد ۷، مجموعه‌ای متناهی است.

(ت) اگر A مجموعه‌ای متناهی و B مجموعه‌ای نامتناهی باشد مجموعه $A - B$ مجموعه‌ای نامتناهی است.

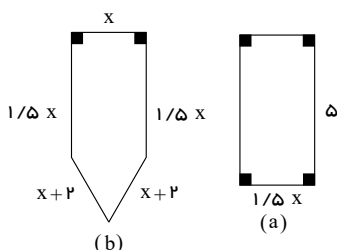
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۴. اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای متناهی باشند، چه تعداد از مجموعه‌های زیر متناهی است؟
 $A - B$, $B - A$, $A \cup B$, $A \cap B$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۵. اگر ۶۰٪ دانش‌آموزان کلاس عضو تیم فوتبال، ۵۰٪ دانش‌آموزان کلاس عضو تیم والیبال باشند و ۵٪ آن‌ها عضو هیچ تیمی نباشند، در این صورت چند درصد دانش‌آموزان هر دو تیم هستند؟

(۱) ۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) ۵



۳۶. مجموعه مقادیر x کدام بازه زیر باشد تا محیط شکل (a) از محیط شکل (b) بیشتر باشد؟
 (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید)

- (۱) $(-\infty, 2)$ (۲) $(2, 4)$
 (۳) $(0, 2)$ (۴) $(0, 1)$

۳۷. مجموعه $(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A'$ برابر کدام است؟

(۱) $B - A$ (۲) B (۳) \emptyset (۴) A'

۳۸. متمم مجموعه $(B - A)' - A$ نسبت به مجموعه جهانی کدام است؟

(۱) $A \cup B$ (۲) $A \cap B$ (۳) A (۴) B

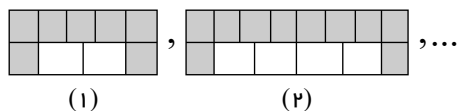
۳۹. اگر $A = \{x | x = \frac{1}{K}, x \in \mathbb{N}, K \in \mathbb{Z}\}$ ، آن گاه A چند عضو دارد؟

(۱) بی‌شمار (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۰. $\frac{1}{3}$ از تعداد اعضای مجموعه A با مجموعه B و $\frac{2}{5}$ از تعداد اعضای A با B مشترک هستند. اگر $n(A \cup B) = 45$ باشد، در این صورت $n(A \cap B)$ کدام است؟

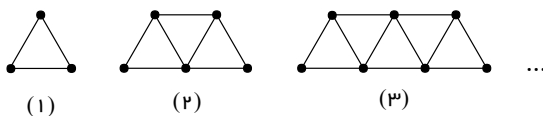
(۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۴۱. با توجه به الگوی زیر، برای داشتن ۵۲ کاشی سفید چند کاشی تیره لازم است؟



- (۱) ۱۶۰ (۲) ۷۸ (۳) ۸۲ (۴) ۱۸۲

۴۲. با توجه به الگوی زیر، تعداد پاره‌خط‌ها در شکل چندم برابر ۸۷ است؟



- (۱) ۲۱ (۲) ۲۲ (۳) ۲۳ (۴) ۲۴

۴۳. مجموع سه جمله اول یک دنباله حسابی برابر ۳ می باشد. جمله دوم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۴. بین دو عدد ۴ و ۳۲۴، سه واسطه هندسی درج کرده ایم. جمله سوم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۵ (۳) ۵۴ (۴) ۶۳

۴۵. در یک الگوی خطی، هر جمله از رابطه $t_n = 2n + 5$ به دست می آید. فاصله دو جمله متوالی در این الگو چقدر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) نمی توان تعیین کرد.

۴۶. واسطه حسابی بین دو عدد $\frac{1-2\sqrt{2}}{2}$ و $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۴۷. در یک الگوی خطی، جمله اول ۲ و جمله چهارم ۷- است. جمله بیست و دوم این الگو کدام است؟

- (۱) -۶۱ (۲) -۵۱ (۳) -۴۱ (۴) -۳۱

۴۸. جمله عمومی دنباله حسابی $11, -6, -1, 4, \dots$ کدام است؟

- (۱) $t_n = -n - 11$ (۲) $t_n = 2n - 13$ (۳) $t_n = n - 12$ (۴) $t_n = 5n - 16$

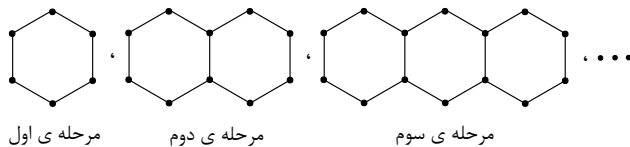
۴۹. جمله n ام حسابی $a_1 = 5, d = 3$ چقدر از جمله n ام دنباله حسابی $a'_1 = 4, d' = 3$ بزرگتر است؟

- (۱) ۱ (۲) $n+1$ (۳) n (۴) $n-1$

۵۰. اگر A مجموعه ای دلخواه و $Z - A$ متناهی و ناتهی باشد، کدام مجموعه زیر حتماً متناهی است؟

- (۱) $A - N$ (۲) $Q - (Z - A)$ (۳) $Z - (A - N)$ (۴) $(N - A) \cup (Z - A)$

۵۱. باتوجه به الگوی زیر، تعداد پاره خطها در مرحله دهم کدام است؟



- (۱) ۵۰ (۲) ۵۱ (۳) ۶۰ (۴) ۶۱

۵۲. اگر c_n جمله عمومی یک الگوی خطی، $c_4 = 17$ و $c_{10} = 41$ باشد، c_n کدام است؟

- (۱) $c_n = 5n - 3$ (۲) $c_n = 4n + 1$ (۳) $c_n = 5n - 9$ (۴) $c_n = 4n$

۵۳. در یک دنباله هندسی جمله هفتم ۲۷ برابر جمله چهارم است. اگر جمله دوم ۶ باشد، اختلاف جمله پنجم از جمله ششم کدام است؟

- (۱) ۳۲۴ (۲) ۱۶۲ (۳) ۲۷ (۴) ۱۲۶

۵۴. در دنباله‌ی حسابی $3x - 4, 2x + 1, 7, \dots$ واسطه‌ی هندسی جملات دوم و بیستم کدام است؟

(۱) $5\sqrt{3}$ (۲) $5\sqrt{7}$ (۳) ۱۵ (۴) ۲۱

۵۵. اگر جملات اول، دوم و ششم از یک دنباله‌ی حسابی با جملات متمایز، به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند، قدر نسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) $\sqrt{2}$

۵۶. جمله بیستم دنباله حسابی $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{19}$ (۲) $\frac{1}{20}$ (۳) $-\frac{8}{3}$ (۴) $-\frac{17}{3}$

۵۷. حاصل ضرب ۱۰ جمله‌ی اول دنباله با جمله‌ی عمومی $a_n = (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $-\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{1}{11}$ (۴) $-\frac{1}{11}$

۵۸. در یک دنباله‌ی خطی با جمله‌ی عمومی a_n ، $\frac{1}{3}a_3 = \frac{1}{2}a_2$ و جمله‌ی پنجم، دو واحد بیش‌تر از قرینه‌ی نصف جمله‌ی اول است.

جمله‌ی یازدهم کدام است؟

(۱) -۶ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۶

۵۹. حاصل عبارت $A = \frac{1 + \tan^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ}{\cot 45^\circ + \cos^2 30^\circ}$ کدام است؟

(۱) $\frac{19}{7}$ (۲) $\frac{1 + 2\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{3 + 2\sqrt{3}}{4}$ (۴) $\frac{7}{4}$

۶۰. بین دو عدد ۱۷ و ۹۳، هجده واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم. واسطه‌ی یازدهم کدام است؟ (جملات دنباله را به صورت افزایشی در نظر بگیرید.)

(۱) ۵۷ (۲) ۶۱ (۳) ۶۵ (۴) ۵۳

۶۱. در یک دنباله‌ی حسابی $a_m = n$ و $a_n = m$ می‌باشد. حاصل $a_{m+1} + a_{n+1}$ کدام است؟ ($m \neq n$)

(۱) $m + n$ (۲) $m + n + 2$ (۳) $m + n - 2$ (۴) $m + n - 1$

۶۲. مجموع سه جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی، چهار برابر مجموع سه جمله‌ی بعدی آن است. جمله‌ی چندم این دنباله برابر صفر است؟

(۱) پنجم (۲) ششم (۳) هفتم (۴) چهارم

۶۳. ۳۰۰ قرص نان را بین ۵ نفر چنان تقسیم کرده‌ایم که سهم‌های دریافت شده، دنباله‌ی حسابی تشکیل دهند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگتر، مساوی مجموع دو سهم کوچکتر است. بیشترین سهم دریافتی نان‌ها چند قرص است؟

(۱) ۳۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۲۰

۶۴. جمله ی هشتم از دنباله ی حسابی $1, 3, \dots$ با جمله ی چندم یک دنباله ی هندسی با جمله ی عمومی $t_n = \frac{1}{3} \times 9^{n-1}$ برابر است؟

- (۱) سوم (۲) پنجم (۳) ششم (۴) هشتم

۶۵. در یک دنباله ی حسابی، $a_3 + a_5 = 16$ و $a_3^2 - a_5^2 = -160$ است، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۵ (۴) -۵

۶۶. واسطه ی هندسی بین جمله ی هفتم و هجدهم دنباله ی حسابی $10, 2, 6, \dots$ کدام است؟

- (۱) $\pm 22\sqrt{3}$ (۲) ± 24 (۳) $\pm 14\sqrt{2}$ (۴) $\pm \frac{6\sqrt{2}}{5}$

۶۷. در دنباله ی هندسی t_n که همه ی جملات آن مثبت اند، روابط $t_1 t_7 = 75$ و $\frac{t_4}{t_6} = \frac{1}{3}$ برقرار است. مقدار جمله سوم کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۱۲ (۴) ۱۷

۶۸. در دنباله ای که از یک الگوی خطی پیروی می کند، اگر جمله ی سوم برابر ۷ و جمله ی هفتم برابر ۳ باشد، چند جمله ی این دنباله مثبت است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۶۹. در یک دنباله حسابی، مجموع ۵ جمله اول آن، $\frac{1}{3}$ مجموع پنج جمله بعدی است. جمله دوم چند برابر جمله اول است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۰. اگر جمله سوم و پنجم یک دنباله حسابی به ترتیب از راست به چپ برابر ۳۳ و ۱۹ باشد، چند جمله این دنباله مثبت است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۷ (۴) ۱۳

۷۱. جمله های چهارم، هفتم و چهاردهم یک دنباله ی حسابی غیر ثابت، سه جمله ی متوالی از یک دنباله ی هندسی هستند. نسبت جمله ی چهاردهم به جمله ی چهارم دنباله ی حسابی، کدام است؟

- (۱) $\frac{49}{9}$ (۲) $\frac{41}{9}$ (۳) $\frac{14}{3}$ (۴) $\frac{11}{3}$

۷۲. در الگوی عددی $3, 5, 8, 12, 17, \dots$ مجموع جملات نهم و دهم کدام است؟

- (۱) ۷۴ (۲) ۸۴ (۳) ۹۴ (۴) ۱۰۴

۷۳. چندمین جمله از دنباله ی $t_n = \frac{2^{2n-7} - 1}{n+3}$ برابر با صفر است؟

- (۱) دوم (۲) چهارم (۳) فاقد جمله صفر است (۴) هیچ کدام



۷۴. دنباله‌ی $t_n = \frac{n-2}{3n+1}$ چند جمله‌ی منفی دارد؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار

۷۵. در یک دنباله‌ی حسابی $a_1 + a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15} = 75$ ، حاصل $a_7 + a_8$ کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۲۶ (۴) ۲۷

۱. گزینه ۳ یادآوری: عضو تکراری یک مجموعه را، بیش از یک بار نمی نویسیم:

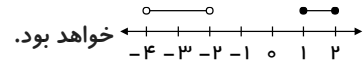
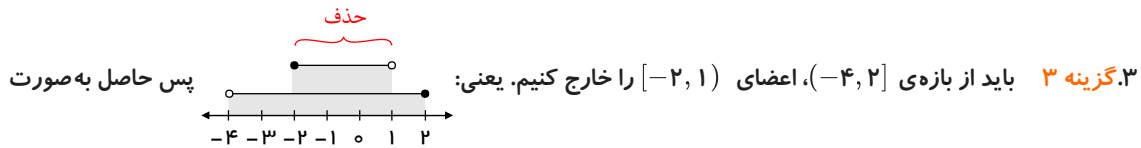
$$\{1, 1, 1, 2, 3, 3, 3\} = \{1, 2, 3\}$$

اگر $x + 2$, $2y - 5$ هر دو برابر با ۱ باشند، مجموعه‌ی ۲ عضو $\{x + 2, 2y - 5\}$ به یک مجموعه‌ی تک عضوی با تنها عضو ۱ مبدل می‌شود. بنابراین:

$$\begin{cases} x + 2 = 1 \Rightarrow x = 1 - 2 = -1 \\ 2y - 5 = 1 \Rightarrow 2y = 1 + 5 = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow x + y = -1 + 3 = 2 \end{cases}$$

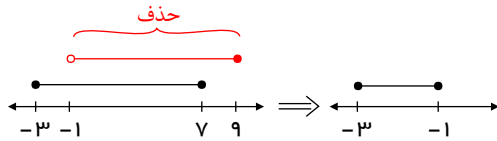
۲. گزینه ۲ از آن جا که x عددی طبیعی است و از طرفی بین ۲، ۲- واقع است، پس $x = 1$ است و مجموعه‌ی A فقط شامل عضو

$$A = \{2\} \text{ خواهد بود. یعنی: } \frac{1+5}{2+1} = 2$$



دقت: عضو $x = -2$ از بازه‌ی فوق خارج شده و جای خالی آن باقی می‌ماند (توخالی).
عضو $x = 1$ از بازه خارج نمی‌شود، $x = 1$ نقطه‌ای توپر است.

۴. گزینه ۲



۵. گزینه ۳ می‌دانیم: $NCWCZCQCR$

با توجه به نکته‌ی فوق، گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۶. گزینه ۱

$$\left. \begin{matrix} A' = \{3, 5\} \\ B' = \{2, 4, 5\} \end{matrix} \right\} \Rightarrow A' \cup B' = \{2, 3, 4, 5\} = C'$$

۷. گزینه ۳

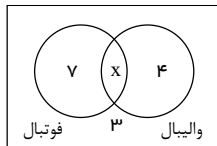
$$C - A = \{-1, 1, 7, 9\}$$

$$(C - A)' = \{-3, 0, 4, 8, 10\}$$

$$(C - A)' \cap B = \{0, 10\}$$

۸. گزینه ۱

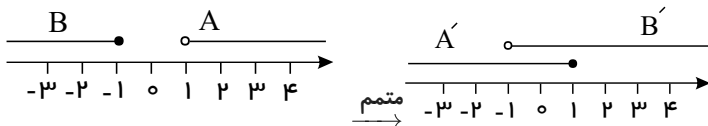
اطلاعات مسئله را روی شکل روبرو نشان می‌دهیم:



$$20 = 7 + 4 + 3 + x \Rightarrow x = 6$$

$$13 = 7 + 6 = \text{تعداد دانش‌آموزانی که فوتبال بازی می‌کنند}$$

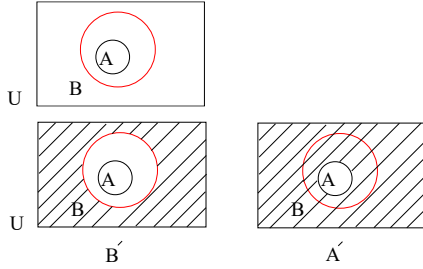
۹. گزینه ۳ چون R مجموعه‌ی مرجع است، بهتر است بازه‌ها را روی محور ببینیم:



$$\Rightarrow A' \cap B = (-1, 1]$$

۱۰. گزینه ۱

$A \subseteq B \subseteq U$ را روی نمودار ون ببینید:

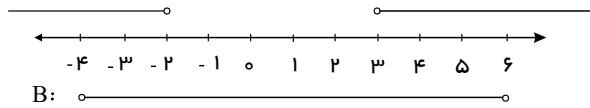


نمودار A' و B' عبارتست از:

A' همه ی B' را در بر گرفته است. پس $B' \subseteq A'$

۱۱. گزینه ۳ بازه های A و B را روی محور نمایش می دهیم و حاصل گزینه ها را محاسبه می کنیم:

A:



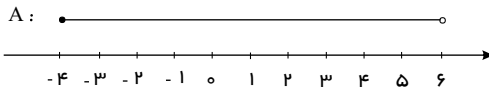
$$A - B = \mathbb{R} - (-4, 6) \quad (1)$$

$$B - A = [-2, 3] \quad (2)$$

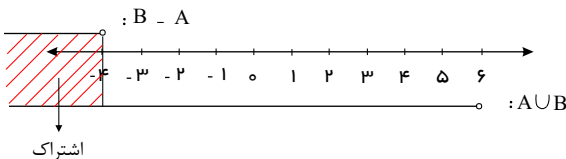
$$A \cap B = (-4, 6) - [-2, 3] \quad (3)$$

$$A \cup B = \mathbb{R} \quad (4)$$

۱۲. گزینه ۲ بازه های A و B را روی محور نمایش می دهیم:



B:



حال این دو بازه را روی محور نشان می دهیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} B - A = (-\infty, -4) \\ A \cup B = (-\infty, 6) \end{cases}$$

۱۳. گزینه ۲ با استفاده از محور داریم:



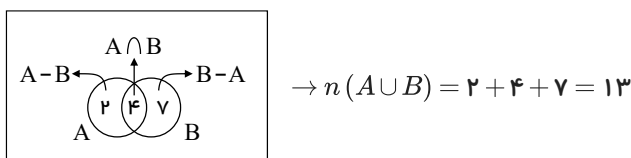
$$\Rightarrow B \cap A = (2, 5)$$

یعنی:

$$C - (B \cap A) = (-\infty, 6) - (2, 5) = (-\infty, 2] \cup [5, 6]$$

۱۴. گزینه ۴ گزینه های ۱ و ۲ و ۳، خواص بدیهی متمم را بیان می کنند اما گزینه ی ۴ نادرست است؛ چون اجتماع هر مجموعه با متمم آن، مجموعه ی مرجع را تشکیل می دهد و تهی نیست.

۱۵. گزینه ۳ با توجه به نمودار ون:



۱۶. گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ B &= \{4, 5, 6, 7, 8\} \Rightarrow B' = \{1, 2, 3, 9, 10, 11\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A - B' = \{4, 5\}$$

می‌دانیم: متمم مجموعه‌ی A مجموعه‌ایست شامل همه‌ی اعضای مجموعه‌ی مرجع که در A نیستند.

۱۷. گزینه ۳ را بررسی می‌کنیم:

۱) درست \Rightarrow متناهی $\Rightarrow A = \{1, 2\} \Rightarrow N = \text{مرجع}$

۲) درست \Rightarrow نامتناهی \Rightarrow اعداد گویای بین $-3, -2 \Rightarrow A = \text{مرجع}$

۳) نادرست \Rightarrow نامتناهی \Rightarrow اعداد گنگ $-3, -2 \Rightarrow A = Q'$

۴) درست \Rightarrow متناهی \Rightarrow اعداد کوچکتر از $-3 \Rightarrow A = \emptyset$

۱۸. گزینه ۱ در نامعادله $-1 \leq 3x - 2 < 1$ ، محدوده x را بدست می‌آوریم (x را تنها می‌کنیم)

$$-1 \leq 3x - 2 < 1 \xrightarrow{+2} 2 - 1 \leq 3x < 1 + 2 \Rightarrow 1 \leq 3x < 3$$

$$\xrightarrow{\div 3} \frac{1}{3} \leq x < 1 \Rightarrow x \in \left[\frac{1}{3}, 1 \right)$$

دقت: در نامعادلاتی به فرم بالا (که در آن x فقط در وسط حضور دارد و در طرفین x وجود ندارد) می‌توانیم از روش فوق استفاده کنیم. در غیر اینصورت باید دو نامعادله را حل کنیم و از جواب‌ها اشتراک بگیریم.

*دقت کنید با توجه به گزینه‌ها تنها محدوده‌ای که شامل $\frac{1}{3} \leq x < 1$ می‌شود، گزینه ۱ است.

۱۹. گزینه ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مجموعه‌ی A شامل عضو $\{1, 6\}$ است، و این عضویت را باید با $\{1, 6\} \in A$ نشان داد نه با $\{1, 6\} \subseteq A$ (نماد \subseteq به معنای زیرمجموعه بودن است).

۲) با توجه به آن چه که در گزینه ۱ گفتیم، مجموعه‌ی $\{\{7, 11\}\}$ زیرمجموعه‌ی A است و برای بیان آن باید از نماد \subseteq استفاده کرد.

۳) عدد ۷ به تنهایی در مجموعه‌ی A حضور ندارد، بلکه به همراه عدد $\{7, 11\}$ یک از عضو از A را تشکیل می‌دهند.

۲۰. گزینه ۲

مجموعه‌ی A را با اعضایش می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq 11\} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 11\} \\ \{\text{اعداد طبیعی زوج}\} = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \end{cases}$$

اشتراک دو مجموعه عبارت است از $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ که ۵ عضو دارد.

۲۱. گزینه ۱ مجموعه‌ی B را با اعضایش می‌نویسیم:

$$B = \{4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, \dots\}$$

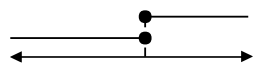
$A \cap B$ را تشکیل می‌دهیم:

$$A \cap B = \{4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28\}$$

۹ عضو دارد.

۲۲. گزینه ۳

برای تک عضو شدن اشتراک دو بازه، بازه‌ها باید به این شکل باشند:

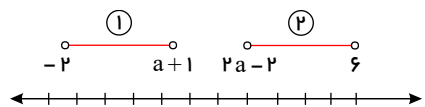


یعنی پایان بازه‌ی اول، آغاز بازه‌ی دوم باشد:

$$\frac{a}{2} = \frac{2a-1}{3} \Rightarrow 3a = 4a - 2 \Rightarrow a = 2$$

۲۳. گزینه ۳

بازه‌ها به این شکل باشند تا عضو مشترکی نداشته باشند:



۱) بازه سمت راست از جایی که بازه اول و پایان می‌پذیرد (به بعد) آغاز شود. یعنی:

$$a + 1 \leq 2a - 2 \Rightarrow 1 + 2 \leq 2a - a \Rightarrow 3 \leq a$$

۲) در بازه دوم، شروع بازه از پایان آن کوچک تر باشد یا حداکثر با آن مساوی باشد:

$$2a - 2 \leq 6 \Rightarrow 2a \leq 8 \Rightarrow a \leq 4$$

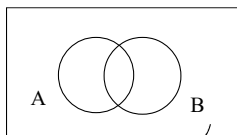
$$\xrightarrow{1, 2} 3 \leq a \leq 4$$

۲۴. گزینه ۳ از میان چهار گزینه فقط بزرگ ترین عدد صحیح کوچک تر از ۲ وجود دارد که آن هم ۱ است. در بقیه ی گزینه ها، عدد خواسته شده قابل تعیین نیست.

۲۵. گزینه ۲ مجموعه ای متناهی است و A قسمتی از آن است؛ بنابراین در بزرگ ترین حالت برابر با خود B است و در کوچک ترین حالت تهی است. مجموعه هایی که در حد فاصل تهی تا B قرار می گیرند نیز جواب مسئله هستند؛ اما خاصیت مشترک همه این مجموعه ها، متناهی بودن آن ها است یعنی گزینه ی ۲.

دقت کنید که چون A بخشی از یک مجموعه ی متناهی است، خودش نمی تواند نامتناهی باشد و گزینه ی ۱ صحیح نیست.

۲۶. گزینه ۳



۵ نفر: عضو هیچ تیم

$$\begin{aligned} A &: \text{فوتبال} & B &: \text{بسکتبال} \\ n(A) &= 11 & n(B) &= 15 \\ n(A \cup B) &= \text{کل کلاس} - 5 = 25 - 5 = 20 \end{aligned}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - \underbrace{n(A \cap B)}_{\text{تعداد اعضای هر دو تیم}} \Rightarrow 20 = 15 + 11 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 15 + 11 - 20 = 6$$

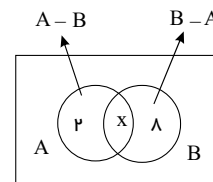
۲۷. گزینه ۴

نمودار زیر را رسم می کنیم و تعداد اعضای $A \cap B$ را x می نامیم.

$$\left. \begin{aligned} n(A) &= 2 + x \\ n(B) &= 8 + x \\ n(B) &= 3n(A) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 8 + x = 3(2 + x) \Rightarrow 8 + x = 6 + 3x \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 1, \quad n(A) = 3, \quad n(B) = 9$$

$$\text{از طرفی: } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 3 + 9 - 1 = 11$$

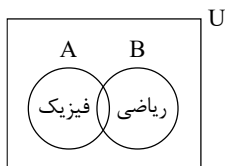


۲۸. گزینه ۴

مجموعه های A و B را به صورت زیر تعریف می کنیم.

شرکت کنندگان در آزمون فیزیک: A شرکت کنندگان در آزمون ریاضی: B

و شکل زیر را رسم می کنیم:



حداکثر در یکی از دو آزمون شرکت کنند، یعنی یا در یکی از دو آزمون شرکت کنند و یا در هیچ یک از آزمون ها شرکت نکنند، یعنی:

$$\begin{aligned} &n(A - B) + n(B - A) + (n(u) - n(A \cup B)) \\ &= \underbrace{n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B)}_{n(A \cup B)} + n(u) - n(A \cup B) \\ &= n(u) - n(A \cap B) = 30 - 5 = 25 \end{aligned}$$

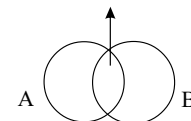
۲۹. گزینه ۱

هم کفش مشکی هم کت قهوه ای

$$\left\{ \begin{aligned} A &: \text{کفش مشکی} \\ B &: \text{کت قهوه ای} \end{aligned} \right.$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

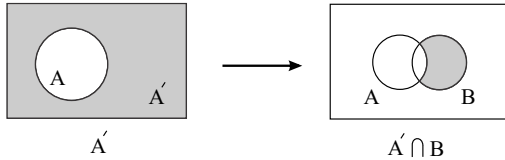
$$\Rightarrow 45 = 30 + 25 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 30 + 25 - 45 = 10$$



۳۰. گزینه ۳ از متناهی بودن مجموعه A نتیجه می گیریم که تعداد اعضای آن قابل شمارش و محدود است؛ پس تعداد اعضای اشتراک A با مجموعه $B \cup C$ نمی تواند نامحدود باشد (یعنی از تعداد اعضای A بیشتر باشد)؛ پس مجموعه $A \cap (B \cup C)$ متناهی است.

A متناهی و C نامتناهی است، پس $A \cap C$ متناهی است (اشترک هر مجموعه متناهی و نامتناهی، خودش متناهی است). از طرفی برای تعیین $B - (A \cap C)$ باید اعضای $A \cap C$ را از B خارج کنیم؛ یعنی تعداد قابل شمارشی عضو را از B که نامتناهی است، خارج کرده ایم؛ در نتیجه تعداد اعضای باقیمانده در B نامحدود است و $B - (A \cap C)$ نامتناهی خواهد بود.

۳۱. گزینه ۳ مسئله $n(A' \cap B)$ یعنی تعداد اعضای $A' \cap B$ را خواسته است. آن را روی نمودار ون نمایش می دهیم:



پس تعداد اعضای $A' \cap B$ عبارتست از:

$$n(A' \cap B) = n(B) - n(A \cap B)$$

فرض های مسئله را ببینید:

$$\left. \begin{aligned} n(B) &= 10 \\ 2n(A \cap B) &= 10 \Rightarrow n(A \cap B) = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n(A' \cap B) = 10 - 5 = 5$$

۳۲. گزینه ۳

$$B - A' = B \cap A'$$

$$A \subseteq B \Rightarrow \begin{cases} A \cup B = B \\ A \cap B = A \end{cases}$$

$$B - A' = B \cap (A')' = B \cap A = A$$

۳۳. گزینه ۱ گزینه ها را ببینید: الف) دو مجموعه ی متناهی، تعداد اعضای قابل شمارش دارند. پس تعداد اعضای اجتماع آنها نیز قابل شمارش است و متناهی است.

ب) اشتراک یک مجموعه ی متناهی با یک مجموعه ی نامتناهی، حداکثر می تواند به اندازه ی تمام مجموعه ی متناهی باشد. پس متناهی است و این گزینه نادرست است.

پ) این جمله به مضارب مشترک ۵ و ۷ اشاره دارد؛ یعنی مضارب ۳۵ و مجموعه مضارب ۳۵ نامتناهی است. پس این گزینه نیز نادرست است.

ت) اگر از مجموعه ای متناهی مثل A ، مجموعه ای نامتناهی مثل B را کم کنیم، حاصل این کار مجموعه ای است که زیرمجموعه A است و نمی تواند نامتناهی باشد. پس این گزینه نیز نادرست است.

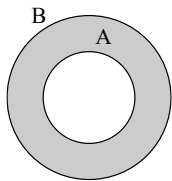
۳۴. گزینه ۴ می دانیم: همه ی زیر مجموعه های یک مجموعه متناهی، متناهی هستند.

اگر مجموعه A زیر مجموعه B باشد، هر عضوی از مجموعه A عضو مجموعه B است. پس در صورت متناهی بودن مجموعه B ، مجموعه A هم متناهی است. داریم:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A \rightarrow \text{متناهی است } A \cap B$$

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B \rightarrow \text{متناهی است } A \cup B$$

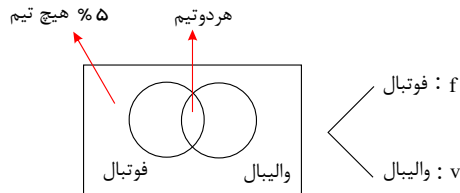
مطابق نمودار زیر، $B - A$ متناهی است:



$$A \subseteq B \Leftrightarrow A - B = \phi \rightarrow \text{متناهی است } A - B$$

۳۵. گزینه ۴

به نمودار ون توجه کنید:



$$\begin{aligned} n(f \cup v) &= \%100 - \%5 = \%95 \\ \Rightarrow n(f) + n(v) - n(f \cap v) &= \%95 \Rightarrow \%60 + \%50 - n(f \cap v) = \%95 \\ \Rightarrow n(f \cap v) &= \%60 + \%50 - \%95 = \%15 \end{aligned}$$

۳۶. گزینه ۳

(a) دقت کنید که شکل مستطیل است) $2 \times 5 + 2 \times 1,5x = 10 + 3x$ محیط شکل

(b) محیط شکل $= 1,5x + (x+2) + (x+2) + 1,5x + x = 6x + 4$

محکم مسئله $(b) > (a)$ محیط شکل $\Rightarrow 10 + 3x > 6x + 4 \Rightarrow 10 - 4 > 6x - 3x$

$$\Rightarrow 3x < 6 \xrightarrow{\div 3} x < 2$$

اما: x ها باید مثبت باشند که طول ضلع منفی تولید نکنند. پس: $0 < x < 2$

۳۷. گزینه ۱

$$\begin{aligned} (A - B)' \cap (A \cup B) \cap A' &= (A \cap B')' \cap (A \cup B) \cap A' \\ &= (A' \cup B) \cap (A \cup B) \cap A' = \underbrace{(B \cup \emptyset)}_B \cap A' = B \cap A' = B - A \end{aligned}$$

۳۸. گزینه ۱

$$\begin{aligned} \text{متمم} &= ((B - A)' - A)' = ((B \cap A')' \cap A')' = ((B \cap A')')' \cup (A')' = (B \cap A') \cup A \\ &= (B \cup A) \cap \underbrace{(A' \cup A)}_{\mathbb{R}} = B \cup A = A \cup B \end{aligned}$$

۳۹. گزینه ۲ A را این گونه ترجمه می کنیم: اعضای A باید اعداد طبیعی باشند و از طرفی، هر یک از آن ها می بایست برابر با معکوس یک عدد صحیح نیز باشند. تنها عدد صحیح که معکوس آن یک عدد طبیعی است، $K = 1$ است که معکوسش نیز ۱ می شود و عددی طبیعی است. پس: $A = \{1\}$ و یک عضو دارد.

۴۰. گزینه ۲ طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} \frac{1}{3}n(A) = n(A \cap B) \xrightarrow{\times 3} n(A) = 3n(A \cap B) \\ \frac{2}{5}n(B) = n(A \cap B) \xrightarrow{\times \frac{5}{2}} n(B) = \frac{5}{2}n(A \cap B) \\ n(A \cup B) = 45 \Rightarrow n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 45 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3n(A \cap B) + \frac{5}{2}n(A \cap B) - n(A \cap B) = 45$$

$$\Rightarrow (3 + \frac{5}{2} - 1) \times n(A \cap B) = 45 \Rightarrow \frac{9}{2}n(A \cap B) = 45 \xrightarrow{\times \frac{2}{9}} n(A \cap B) = \frac{2}{9} \times 45 = 10$$

۴۱. گزینه ۳ تعداد کاشی های سیاه و سفید در الگوی فوق به صورت زیر است:

۲ سفید	۴ سفید	, ...
۷ سیاه	۱۰ سیاه	

بنابراین:

$$\begin{cases} 2n = \text{جمله ی عمومی سفیدها} \\ 3n + 4 = \text{جمله ی عمومی سیاهها} \end{cases}$$

با معلوم بودن تعداد کاشی های سفید داریم :

$$2n = 52 \Rightarrow n = 26$$

و در مرحله ۲۶م، تعداد کاشی های سیاه برابر است با:

$$3n + 4 = 3 \times 26 + 4 = 82$$

۴۲.گزینه ۲ جمله ی اول الگوی فوق ۳ است و در هر مرحله ۴ پاره خط به آن اضافه می شود.

پس یک الگوی خطی با جمله عمومی $t_n = 4n - 1$ داریم:

$$t_n = 87 \Rightarrow 87 = 4n - 1 \Rightarrow 4n = 88 \Rightarrow n = 22$$

۴۳.گزینه ۱ می دانیم:

$$t_n = t_1 + (n-1) \times d \text{ باشد عبارتست از:}$$

$$t_1 + t_2 + t_3 = 3 \Rightarrow t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) = 3 \Rightarrow 3t_1 + 3d = 3 \xrightarrow{\div 3} t_1 + d = 1 \Rightarrow t_2 = 1$$

راه دوم: در جملات متوالی دنباله های حسابی با تعداد فرد، می توانیم جملات را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$x-d, x, x+d \Rightarrow (x-d) + x + (x+d) = 3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1 = \text{جمله دوم}$$

$$44.گزینه ۱ \text{ در هر دنباله هندسی: } t_n = t_1 q^{n-1}$$

دنباله ی هندسی حاصل عبارتست از:

$$\underbrace{\times q}_{3}, \underbrace{\times q}_{\dots}, \underbrace{\times q}_{\dots}, \underbrace{\times q}_{324}$$

$$\Rightarrow 324 = 4 \times q^4 \Rightarrow q^4 = \frac{324}{4} = 81 \xrightarrow{\sqrt[4]{}} q = \pm \sqrt[4]{81} = \pm 3$$

$$t_3 = t_1 q^2 = 4 \times (\pm 3)^2 = 36$$

۴۵.گزینه ۳ روش اول: دو جمله ی دلخواه از این الگو را می یابیم و فاصله آن ها را تعیین می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= 2 \times 1 + 5 = 7 \\ t_2 &= 2 \times 2 + 5 = 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{فاصله} = 9 - 7 = 2$$

روش دوم: در جمله ی عمومی یک الگوی خطی، ضریب n برابر با مقداری است که باید با هر جمله جمع شود تا جمله ی بعدی به دست آید:

$$t_n = 2n + 5 \Rightarrow \text{ضریب } n = \text{فاصله ی دو جمله ی متوالی} = 2$$

۴۶.گزینه ۲ واسطه ی حسابی یعنی عددی که بین دو عدد $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ و $\frac{1-2\sqrt{2}}{2}$ قرار گیرد و با آنها یک دنباله ی حسابی تشکیل

دهد؛ و می دانیم که در هر دنباله ی حسابی، جمله ی وسط میانگین جملات طرفین خود است:

$$\text{واسطه ی حسابی} = x = \frac{\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1-2\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2+1-2\sqrt{2}+\sqrt{2}-4}{2(1+\sqrt{2})} = \frac{-1-\sqrt{2}}{2(1+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{-(1+\sqrt{2})}{2(1+\sqrt{2})} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

۴۷. گزینه ۱

$$tn = an + b : \text{جمله‌ی عمومی دنباله‌ی خطی}$$

$$tn = an + b \Rightarrow \begin{cases} t_1 = a \times 1 + b = 2 \Rightarrow a + b = 2 \\ t_4 = a \times 4 + b = -7 \Rightarrow 4a + b = -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a - b = -2 \\ 4a + b = -7 \end{cases}$$

$$3a = -9 \Rightarrow a = -3$$

$$a + b = 2 \xrightarrow{a = -3} -3 + b = 2 \Rightarrow b = 2 + 3 = 5 \rightarrow tn = -3n + 5$$

$$t_{22} = -3 \times 22 + 5 = -66 + 5 = -61$$

۴۸. گزینه ۴ جمله‌ی اول ۱۱- است و قدر نسبت دنباله برابر با اختلاف دو جمله‌ی متوالی یعنی ۵+ است:

$$tn = t_1 + (n-1)d = -11 + (n-1) \times 5 = -11 + 5n - 5 \Rightarrow an = 5n - 16$$

راه دوم: جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی به صورت $tn = an - b$ است که در آن a برابر با قدر نسبت دنباله است. بنابراین:

$$tn = 5n + b$$

برای یافتن b ، جمله‌ی اول را در tn قرار می‌دهیم:

$$t_1 = 5 \times 1 + b = -11 \Rightarrow b = -11 - 5 = -16 \Rightarrow tn = 5n - 16$$

۴۹. گزینه ۱

$$an = a_1 + (n-1)d = 5 + (n-1) \times 3 = 5 + 3n - 3 = 3n + 2$$

$$a'_n = a'_1 + (n-1)d' = 4 + (n-1) \times 3 = 4 + 3n - 3 = 3n + 1$$

$$a'_n, an \text{ اختلاف} = (3n + 2) - (3n + 1) = 1$$

۵۰. گزینه ۴ مجموعه‌ی $Z - A$ متناهی است، پس A نامتناهی است و ممکن است زیرمجموعه‌ی Z باشد یا نباشد. گزینه‌ها را

بررسی می‌کنیم:

(۱) $A - N$ نامتناهی است.

(۲) $Q - (Z - A)$ نامتناهی است؛ چون اعضای محدود $Z - A$ از Q حذف شده‌اند.

(۳) $A - N$ مجموعه‌ای است شامل اعضای A که در N نیستند؛ پس $Z - (A - N)$ شامل تمام اعضای N است؛ پس نامتناهی است.

(۴) $N - A$ متناهی و $Z - A$ نیز متناهی است. پس اجتماع آن دو نیز متناهی است.

$$\begin{matrix} +5 & +5 \\ \curvearrowright & \curvearrowright \end{matrix}$$

۵۱. گزینه ۲ دنباله‌ی تعداد پاره‌خط‌های هر مرحله را می‌نویسیم: ۶, ۱۱, ۱۶, ۰۰۰

این یک الگوی خطی (دنباله حسابی) با قدر نسبت ۵ است و می‌دانیم که جمله عمومی دنباله حسابی عبارتست از:

$$tn = 5n + b \text{ یعنی } tn = an + b$$

$$t_1 = 5 \times 1 + b = 6 \text{ برای محاسبه } b, \text{ جمله اول را در } tn \text{ قرار می‌دهیم:}$$

$$\Rightarrow b = 6 - 5 = 1 \Rightarrow tn = 5n + 1$$

و مرحله‌ی دهم عبارتست از:

$$t_{10} = 5 \times 10 + 1 = 51$$

۵۲. گزینه ۲ جمله‌ی عمومی یک الگوی خطی بصورت $cn = an + b$ است:

$$c_4 = 17 \Rightarrow 4a + b = 17 \Rightarrow \begin{cases} -4a - b = -17 \\ 10a + b = 41 \end{cases}$$

$$6a = 24 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow cn = 4n + 1$$

۵۳. گزینه ۱

$$\text{جمله‌ی عمومی دنباله‌ی هندسی از رابطه‌ی } tn = t_1 q^{n-1} \text{ بدست می‌آید.}$$

$$\frac{t_7}{t_4} = 27 \Rightarrow \frac{t_1 q^6}{t_1 q^3} = 27 \Rightarrow q^3 = 27 \Rightarrow q = 3$$

$$t_2 = 6 \Rightarrow t_1 q = 6 \xrightarrow{q=3} t_1 \times 3 = 6 \Rightarrow t_1 = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_6 = t_1 q^5 = 2 \times 3^5 = 486 \\ t_5 = t_1 q^4 = 2 \times 3^4 = 162 \end{cases} \Rightarrow t_6 - t_5 = 486 - 162 = 324$$

۵۴. گزینه ۳ در دنباله‌ی حسابی $3x - 4, 2x + 1, 7, \dots$ جمله‌ی وسط میانگین جملات طرفین خود است؛ یعنی:

$$2x + 1 = \frac{(3x - 4) + 7}{2} \Rightarrow 4x + 2 = 3x + 3 \Rightarrow x = 1$$

پس جملات دنباله عبارتند از:

$$3 \times 1 - 4, 2 \times 1 + 1, 7, \dots \Rightarrow -1, 3, 7, \dots$$

و این یعنی جمله‌ی اول $t_1 = -1$ و قدر نسبت $d = 4$ است. جمله‌ی بیستم این دنباله چنین محاسبه می‌شود:

$$t_n = t_1 + (n - 1)d \Rightarrow t_{20} = t_1 + 19d = (-1) + 19 \times 4 = -1 + 76 = 75$$

واسطه‌ی هندسی بین $t_2 = 3$ و $t_5 = 75$ عبارتست از:

$$\sqrt{3 \times 75} = \sqrt{3 \times 3 \times 5^2} = 3 \times 5 = 15$$

۵۵. گزینه ۲

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \quad \text{جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی عبارتست از:}$$

جملات اول و دوم و ششم دنباله‌ی حسابی به ترتیب $a_1 + d$ و $a_1 + 5d$ و a_1 هستند. اگر این جملات بخواهند دنباله‌ی هندسی تشکیل دهند، باید مربع جمله‌ی وسط با حاصل ضرب جملات طرفین برابر باشد:

$$(a_1 + d)^2 = a_1(a_1 + 5d) \Rightarrow a_1^2 + 2a_1d + d^2 = a_1^2 + 5a_1d$$

$$\Rightarrow d^2 = 3a_1d \xrightarrow{\div d} d = 3a_1$$

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + d}{a_1} = \frac{a_1 + 3a_1}{a_1} = \frac{4a_1}{a_1} = 4$$

۵۶. گزینه ۳ اگر دنباله‌ی $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$ حسابی باشد (مطابق اشاره سوال)، تفاضل جمله دوم و اول، قدر نسبت آن را تشکیل خواهد داد:

$$d = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2 - 3}{6} = \frac{-1}{6}$$

می‌دانیم جمله عمومی دنباله حسابی بصورت $t_n = t_1 + (n - 1)d$ است؛ مقادیر $d = \frac{-1}{6}$ و $t_1 = \frac{1}{2}$ را در آن قرار می‌دهیم:

$$t_n = \frac{1}{2} + (n - 1)\left(\frac{-1}{6}\right)$$

و جمله بیستم عبارتست از:

$$t_{20} = \frac{1}{2} + (20 - 1)\left(\frac{-1}{6}\right) = \frac{1}{2} - \frac{19}{6} = \frac{3 - 19}{6} = -\frac{16}{6} = \frac{-8}{3}$$

۵۷. گزینه ۴

جملات دنباله عبارتند از:

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = -\frac{2}{3}, a_3 = \frac{3}{4}, \dots, a_{10} = \frac{-10}{11}$$

و حاصل ضرب آن‌ها:

$$a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{10} = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{4} \times \dots \times \left(\frac{-10}{11}\right) = \frac{1}{11}$$

دقت: در این جملات، ۵ جمله‌ی منفی داریم، یعنی ۵ منفی در این حاصل ضرب وجود دارد. پس حاصل منفی است. همچنین، در هر کسر، صورت با مخرج کسر قبل ساده می‌شود و در آخر صورت کسر اول و مخرج کسر آخر باقی می‌ماند.

$$t_1 t_7 = 75 \Rightarrow t_1 \times t_1 q^6 = 75 \Rightarrow t_1^2 (\sqrt{3})^6 = 75 \Rightarrow t_1^2 \times 27 = 75$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{75}{27} = \frac{25}{9} \xrightarrow{\text{جذر}} t_1 = \pm \frac{5}{3}$$

و باز چون همه جملات مثبت هستند، فقط $t_1 = \frac{5}{3}$ قابل قبول است. پس:

$$t_3 = t_1 r^2 = \frac{5}{3} \times (\sqrt{3})^2 = \frac{5}{3} \times 3 = 5$$

۶۸. گزینه ۲ جمله‌ی عمومی یک الگوی خطی به صورت $t_n = a_n + b$ است:

$$t_3 = 7 \Rightarrow a \times 3 + b = 7 \Rightarrow 3a + b = 7$$

$$t_7 = 3 \Rightarrow a \times 7 + b = 3 \Rightarrow 7a + b = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3a - b = -7 \\ 7a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{4a = -4}{4a = -4} \Rightarrow a = -1$$

$$3a + b = 7 \xrightarrow{a=-1} -3 + b = 7 \Rightarrow b = 10$$

پس t_n به صورت زیر به دست می‌آید:

$$t_n = -n + 10$$

حال نامعادله $t_n > 0$ را حل می‌کنیم:

$$t_n > 0 \Rightarrow -n + 10 > 0 \Rightarrow n < 10 \Rightarrow n \in \{1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$$

۶۹. گزینه ۳

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = \frac{1}{3}(t_6 + t_7 + t_8 + t_9 + t_{10})$$

$$t_6 + t_{10} = 2t_8, t_7 + t_9 = 2t_8$$

$$\frac{2t_6 + 2t_7 + 2t_8 + 2t_9 + 2t_{10}}{t_1 + t_5 = 2t_3, t_2 + t_4 = 2t_3} \Rightarrow 2t_3 + 2t_3 + t_3 = \frac{1}{3}(2t_8 + 2t_8 + t_8) = 5t_3 = \frac{1}{3} \times 5t_8$$

$$\Rightarrow t_8 = 3t_3 \Rightarrow a_1 + 7d = 3(a_1 + 2d) \Rightarrow a_1 + 7d = 3a_1 + 6d \Rightarrow d = 2a_1$$

$$\text{خواسته مسئله: } \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + d}{a_1} = \frac{a_1 + 2a_1}{a_1} = \frac{3a_1}{a_1} = 3$$

۷۰. گزینه ۳ جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است؛ داریم:

$$t_3 = 33 \Rightarrow t_1 + 2d = 33 \Rightarrow \begin{cases} -t_1 - 2d = -33 \\ t_1 + 4d = 19 \end{cases}$$

$$t_5 = 19 \Rightarrow t_1 + 4d = 19$$

$$2d = -14 \Rightarrow d = -7$$

d را در یکی از معادله‌های فوق قرار می‌دهیم:

$$t_1 + 2d = 33 \xrightarrow{d=-7} t_1 + 2(-7) = 33 \Rightarrow t_1 = 33 + 14 = 47$$

جمله عمومی دنباله را تعیین می‌کنیم و بزرگتر از صفر قرار می‌دهیم تا تعداد جملات مثبت بدست آید:

$$t_n = 47 + (n-1)(-7) = -7n + 54$$

$$-7n + 54 > 0 \Rightarrow 7n < 54 \Rightarrow n < \frac{54}{7} \Rightarrow n < 7, \dots \Rightarrow n \leq 7$$

یعنی دنباله ۷ جمله مثبت دارد.

۷۱. گزینه ۱

در هر دنباله‌ی هندسی با جملات مساوی، جمله‌ی وسط واسطه‌ی هندسی بین جملات طرفین خود است :
 $a, b, c, \dots \Rightarrow b^2 = ac$

هندسی دنباله‌ی $t_4, t_7, t_{14} \Rightarrow t_7^2 = t_4 \times t_{14}$

$$\text{حسابی: } \frac{t_n = t_1 + (n-1)d}{(t_1 + 6d)^2 = (t_1 + 3d) \times (t_1 + 13d)}$$

$$\Rightarrow t_1^2 + 12dt_1 + 36d^2 = t_1^2 + 16dt_1 + 39d^2 \Rightarrow 12dt_1 - 16dt_1 = 39d^2 - 36d^2$$

$$\Rightarrow -4dt_1 = 3d^2 \xrightarrow{\div d} -4t_1 = 3d \Rightarrow d = -\frac{4}{3}t_1$$

$$\frac{t_{14}}{t_4} = \frac{t_1 + 13d}{t_1 + 3d} = \frac{t_1 + 13(-\frac{4}{3}t_1)}{t_1 + 3(-\frac{4}{3}t_1)} = \frac{t_1(1 - \frac{52}{3})}{t_1(1 - 4)} = \frac{3 - 52}{-3}$$

$$= \frac{-49}{-3} = \frac{49}{9}$$

۷۲. گزینه ۴

$$\begin{array}{cccccccccccc} +2 & +3 & +4 & +5 & +6 & +7 & +8 & +9 & +10 & & & \\ 3 & , 5 & , 8 & , 12 & , 17 & , 23 & , 30 & , 38 & , 47 & , 57 & & \\ & & & & & & & & \uparrow & \uparrow & & \\ & & & & & & & & \text{نهم} & \text{دهم} & & \end{array}$$

$$\text{مجموع جملات نهم و دهم} = 47 + 57 = 104$$

۷۳. گزینه ۳

$$t_n = \frac{2^{2n-7} - 1}{n+3} = 0 \Rightarrow 2^{2n-7} - 1 = 0 \Rightarrow 2^{2n-7} = 1$$

$$\Rightarrow 2^{2n-7} = 2^0 \Rightarrow 2n-7 = 0 \Rightarrow 2n = 7 \Rightarrow n = \frac{7}{2}$$

این جواب قابل قبول نیست؛ چرا که n شماره‌ی جمله است و باید عددی طبیعی باشد. بنابراین این دنباله فاقد جمله‌ی صفر است.
 نکته: هر گاه صورت کسری صفر شود، حاصل آن صفر می‌شود.

۷۴. گزینه ۲ چند جمله از این دنباله را به دست می‌آوریم:

$$t_1 = \frac{1-2}{3+1} = \frac{-1}{4}$$

$$t_2 = \frac{2-2}{3 \times 2 + 1} = 0$$

و از $n = 3$ به بعد صورت، عددی مثبت می‌شود.

$$t_3 = \frac{3-2}{3 \times 3 + 1} = \frac{1}{10}$$

و حاصل تقسیم آن بر مخرج (که آن هم عددی مثبت است) مثبت خواهد شد. پس این دنباله فقط یک جمله منفی دارد.

۷۵. گزینه ۲

$$m + n = p + q \Rightarrow am + an = ap + aq$$

بنابراین:

$$a_4 + a_5 + a_6 + a_9 + a_{10} + a_{11} = 75$$

$$(a_7 + a_8) + (a_7 + a_8) + (a_7 + a_8) = (a_4 + a_{11}) + (a_5 + a_{10}) + (a_6 + a_9) = 75 \Rightarrow 3(a_7 + a_8) = 75$$

$$\Rightarrow a_7 + a_8 = \frac{75}{3} = 25$$

پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۲۲۴۸۸۹

۳ -۵	۲ -۴	۳ -۳	۲ -۲	۳ -۱
۱ -۱۰	۳ -۹	۱ -۸	۳ -۷	۱ -۶
۳ -۱۵	۴ -۱۴	۲ -۱۳	۲ -۱۲	۳ -۱۱
۲ -۲۰	۴ -۱۹	۱ -۱۸	۳ -۱۷	۳ -۱۶
۲ -۲۵	۳ -۲۴	۳ -۲۳	۳ -۲۲	۱ -۲۱
۳ -۳۰	۱ -۲۹	۴ -۲۸	۴ -۲۷	۳ -۲۶
۴ -۳۵	۴ -۳۴	۱ -۳۳	۳ -۳۲	۳ -۳۱
۲ -۴۰	۲ -۳۹	۱ -۳۸	۱ -۳۷	۳ -۳۶
۳ -۴۵	۱ -۴۴	۱ -۴۳	۲ -۴۲	۳ -۴۱
۴ -۵۰	۱ -۴۹	۴ -۴۸	۱ -۴۷	۲ -۴۶
۲ -۵۵	۳ -۵۴	۱ -۵۳	۲ -۵۲	۲ -۵۱
۲ -۶۰	۱ -۵۹	۱ -۵۸	۴ -۵۷	۳ -۵۶
۳ -۶۵	۱ -۶۴	۲ -۶۳	۲ -۶۲	۳ -۶۱
۳ -۷۰	۳ -۶۹	۲ -۶۸	۲ -۶۷	۱ -۶۶
۲ -۷۵	۲ -۷۴	۳ -۷۳	۴ -۷۲	۱ -۷۱