مسأله

۴

سراسری خارج تجربی ۹۵

عنصر A دارای سه ایزوتوپ ^{84}A، ^{86}A و ^{88}A است. اگر درصد فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ آن ۲۰٪ و جرم اتمی میانگین A برابر ۸۶/۴ باشد، درصد فراوانی دو ایزوتوپ دیگر به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (عدد جرمی را به تقریب معادل جرم یک مول از هر ایزوتوپ در نظر بگیرید.)

۱) ۲۰، ۶۰

۲) ۴۰، ۴۰

۳) ۵۰، ۳۰

۴) ۶۰، ۲۰

پاسخ گزینهٔ ۲:

ایزوتوپ	^{84}A	^{86}A	^{88}A
درصد فراوانی	۲۰	x	$100-(20+x)=80-x$

$$86/4=\frac{20(84)+x(86)+(80-x)(88)}{100}\Rightarrow x=40$$

روش فرمول طلایی

$$86/4=84+\frac{x}{100}(2)+\frac{100-(20+x)}{100}(4)$$

$$\Rightarrow 240=2x+320-4x\Rightarrow x=40$$

قسمت ۲

رابطهٔ جرم و انرژی در واکنش‌های هسته‌ای

$E = m \cdot c^2$ ← انرژی برحسب ژول
m ← جرم برحسب kg
c^2 ← سرعت نور ($۳\times۱۰^{۸}\ m.s^{-۱}$)

با توجه به این رابطه می‌توان نوشت: $۱J = ۱kg.m^{۲}.s^{-۲}$

مسألـه ۵ تألیفی

برای تأمین انرژی لازم جهت تبخیر ۳۰۰ متر مکعب آب، چند گرم ماده طی انجام واکنش هسته‌ای، لازم است بـه انرژی تبدیل شود؟ (انرژی لازم برای تبخیر هر لیتـر آب را ۱۲۰۰kJ در نظر بگیرید.)

۱) ۴ ۲) ۰/۰۰۴ ۳) ۰/۰۲ ۴) ۲×۱۰^{-۶}

پاسخ گزینهٔ ۲: استراتژی حل با توجه به مشخص‌بودن انرژی لازم برای تبخیر هر لیتر آب، حساب می‌کنیم برای تبخیر ۳۰۰ متر مکعب آب، چند ژول انرژی لازم است. آن‌گاه با قرار دادن انرژی محاسبه‌شده به جای E در رابطهٔ $E = m.c^{۲}$، جرم ماده‌ای را که لازم است به انرژی تبدیل شود، به‌دست می‌آوریم:

$$۳۰۰m^{۳} \times \frac{۱۰^{۳}L}{۱m^{۳}} \times \frac{۱۲۰۰kJ}{۱L} \times \frac{۱۰۰۰J}{۱kJ} = ۳/۶\times۱۰^{۱۱}J$$

اکنون انرژی محاسبه‌شده را به جای E جایگزین می‌کنیم:

$$E = m.c^{۲} \Rightarrow ۳/۶\times۱۰^{۱۱} = m\times۹\times۱۰^{۱۶}$$

$$\Rightarrow m = ۴\times۱۰^{-۶}kg \Rightarrow m = ۴\times۱۰^{-۳}g = ۰/۰۰۴g$$

مسأله ۶ تألیفی

اگر سوختن هر یک گرم بنزین با تولید ۴۸ کیلوژول انرژی همراه باشد، چند لیتر بنزین با چگالی ۰/۸ گرم بر میلی‌لیتر باید بسوزد تا انرژی حاصل از آن، به اندازهٔ انرژی حاصل از تبدیل ۶/۴ گرم ماده به انرژی در یک واکنش هسته‌ای باشد؟

۱) $2/5\times10^{5}$ ۲) $2/5\times10^{7}$

۳) $1/5\times10^{7}$ ۴) $1/5\times10^{5}$

پاسخ گزینهٔ ۳: **استراتژی حل** با استفاده از رابطهٔ $E = m.c^{2}$ انرژی حاصل از تبدیل ۶/۴ گرم ماده به انرژی را محاسبه و از آن‌جا، ابتدا جرم بنزین موردنظر و سپس، با توجه به چگالی بنزین، حجم آن را به‌دست می‌آوریم و تمام!

$$E = m.c^{2} = 6/4\times10^{-3}\times9\times10^{16} = 6/4\times9\times10^{13}\,kJ$$

$$\Rightarrow 6/4\times9\times10^{13}\,kJ\times\frac{1g\ \text{بنزین}}{48kJ}\times\frac{1mL\ \text{بنزین}}{0/8g\ \text{بنزین}}\times\frac{1L\ \text{بنزین}}{1000mL\ \text{بنزین}}$$

$$= 1/5\times10^{7}\,L\ \text{بنزین}$$

روش خطی‌تستی با طی سه مرحله از مقدار مادهٔ معلوم به مقدار مادهٔ مجهول می‌رسیم:

مقدار مادهٔ معلوم (غیرمول) $\xrightarrow{(۱)}$ مقدار مادهٔ معلوم (مول) $\xrightarrow{(۲)}$

مقدار مادهٔ مجهول (با واحد خواسته‌شده) $\xrightarrow{(۳)}$ مقدار مادهٔ مجهول (مول)

- برای انجام مرحلهٔ (۱) لازم است تبدیلات زیر را بلد باشید:

$$\text{تعداد مول ماده} = \frac{\text{جرم ماده (گرم)}}{\text{جرم مولی}}$$

$$\text{تعداد مول ماده} = \frac{\text{حجم گاز (لیتر) در شرایط STP}}{۲۲/۴}$$

$$\text{تعداد مول ماده} = \frac{\text{حجم گاز (میلی‌لیتر) در شرایط STP}}{۲۲۴۰۰}$$

$$\text{تعداد مول ماده} = \frac{\text{چگالی گاز (گرم برلیتر)} \times \text{حجم گاز (لیتر)}}{\text{جرم مولی}}$$

$$\text{تعداد مول ماده} = \frac{\text{تعداد مولکول مادهٔ مولکولی}}{N_A}$$

$$(N_A = ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳})$$

- برای انجام مرحلهٔ (۲)، کافی است تعداد مول مادهٔ معلوم را در کسر تبدیل مناسب ضرب کنید:

$$\text{تعداد مول مادهٔ مجهول} = \frac{\text{ضریب مولی مادهٔ مجهول}}{\text{ضریب مولی مادهٔ معلوم}} \times \text{تعداد مول مادهٔ معلوم}$$

- برای انجام مرحلهٔ (۳)، عکس تبدیلات مرحلهٔ (۱) را دنبال می‌کنیم:

$$\text{جرم ماده}(g) = \text{جرم مولی} \times \text{تعداد مول ماده}$$

$$\text{حجم گاز (لیتر) در شرایط STP} = ۲۲/۴ \times \text{تعداد مول گاز}$$

$$\text{حجم گاز (میلی‌لیتر) در شرایط STP} = ۲۲۴۰۰ \times \text{تعداد مول گاز}$$

$$\text{حجم گاز (لیتر)} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{چگالی گاز (گرم بر لیتر)}} \times \text{تعداد مول گاز}$$

$$\text{تعداد مولکول گاز} = N_A \times \text{تعداد مول گاز} \quad (N_A = ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳})$$

روش کسرهای پیش‌ساخته (یا برابری مول به ضریب مواد)

اگر تعداد مول ماده را با n، جرم ماده برحسب گرم را با m، حجم گاز در شرایط STP برحسب لیتر را با v و برحسب میلی‌لیتر را با v'، چگالی گاز را با d گرم بر لیتر و تعداد مولکول ماده را با n' نشان دهیم، در این‌صورت:

$$\frac{m}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب مولی}} = \frac{v}{۲۲/۴ \times \text{ضریب مولی}} = \frac{v \times d}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب مولی}} = \frac{v'}{۲۲۴۰۰ \times \text{ضریب مولی}} = \frac{n'}{N_A \times \text{ضریب مولی}}$$