

اگر دامنه و برد تابع  $y = f(x)$  به ترتیب  $[1, 2]$  و  $[0, 4]$  باشد، آن گاه دامنه و برد تابع  $y = 2f(1-x)$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱)  $[0, 1]$  و  $[0, 8]$  (۲)  $[-1, 1]$  و  $[0, 2]$  (۳)  $[-1, 0]$  و  $[0, 2]$  (۴)  $[-1, 0]$  و  $[0, 8]$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای محاسبه‌ی دامنه‌ی  $2f(1-x)$  به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$1 \leq 1-x \leq 2 \xrightarrow{-1} 0 \leq -x \leq 1 \xrightarrow{\times (-1)} -1 \leq x \leq 0 \Rightarrow D_{2f(1-x)} = [-1, 0]$$

$$R_{2f(1-x)} = R_{2f(x)} = 2R_{f(x)} = [0 \times 2, 4 \times 2] = [0, 8]$$

اگر  $f(x) = \sqrt{x-2}$  و  $g(x) = \frac{1}{x-1}$  باشد، دامنه‌ی تابع  $g \circ f$  شامل چند عدد طبیعی نمی‌باشد؟

۳ (۴)

صفر (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای محاسبه‌ی دامنه‌ی  $g \circ f(x)$  ابتدا دامنه‌های  $f(x)$  و  $g(x)$  را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

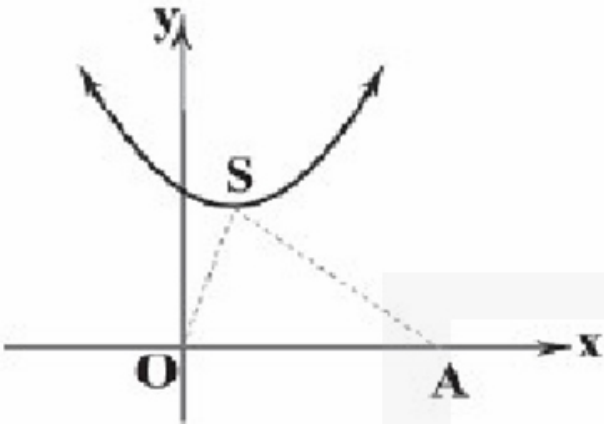
$$D_f = \{x \mid x - 2 \geq 2\} = [2, +\infty) , D_g = \mathbb{R} - \{1\}$$

حال دامنه‌ی  $g \circ f(x)$  را از روی فرمول آن محاسبه می‌کنیم:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \geq 2 \mid \sqrt{x-2} \neq 1\}$$

$$\sqrt{x-2} \neq 1 \Rightarrow x-2 \neq 1 \Rightarrow x \neq 3 \Rightarrow D_{g \circ f} = \{x \geq 2 \mid x \neq 3\} = [2, +\infty) - \{3\}$$

ملاحظه می‌کنید که دامنه‌ی تابع  $g \circ f$  شامل دو عدد طبیعی ۱ و ۲ نمی‌باشد.



نمودار زیر مربوط به سهمی  $y = x^2 - 2x + 4$  است. اگر رأس سهمی و طول نقطه‌ی A برابر ۵ باشد، مساحت مثلث OSA چه قدر است؟

۵ (۱)

۳ (۲)

۷/۵ (۳)

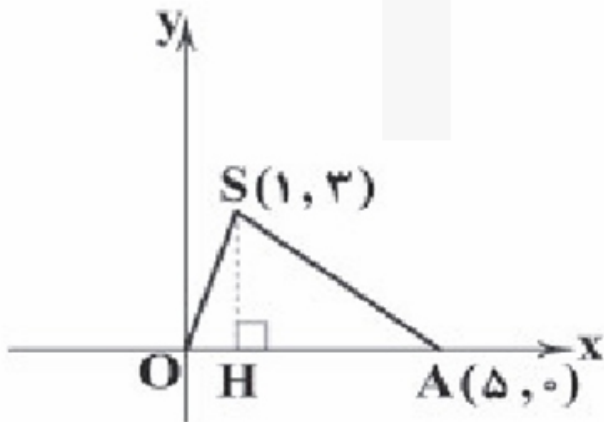
۴/۵ (۴)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا رأس سهمی را محاسبه می‌کنیم.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(1)} = 1 \Rightarrow y = 1 - 2 + 4 = 3 \Rightarrow S(1, 3)$$

$$SH = 3, OA = 5$$

$$S(\triangle OSA) = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = 7/5$$



اگر  $f(x) = 3^{-x}$  باشد، جواب نامعادله  $x(1 - f(x)) \leq 0$  کدام است؟

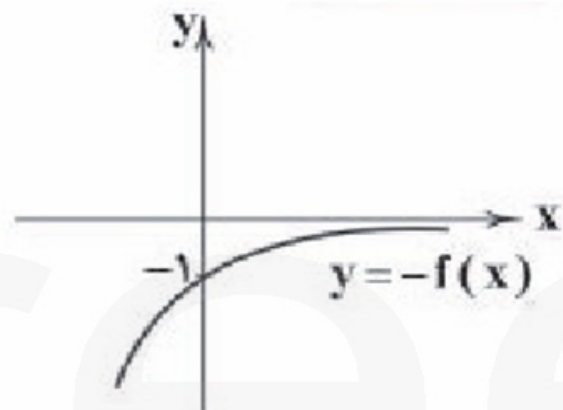
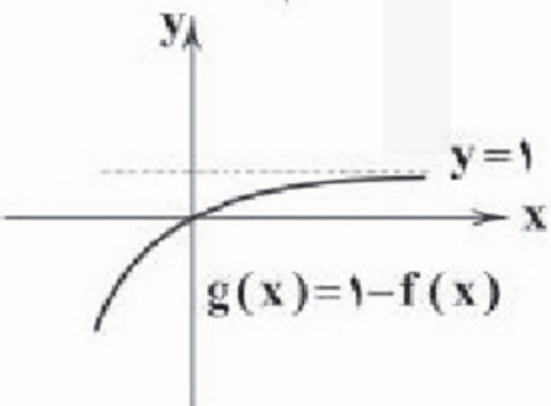
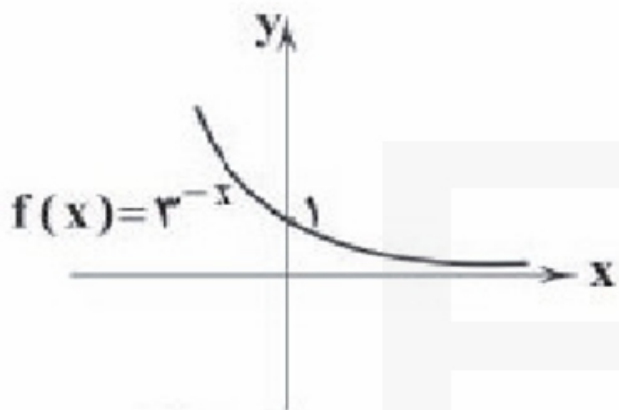
$x \leq 0$  (۴)

$x = 0$  (۳)

$\emptyset$  (۲)

$x \in \mathbb{R}$  (۱)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



مفهوم نامعادله  $xg(x) \leq 0$  این است که  $x$  و  $g(x)$  مختلف‌العلامت یا یکی از آنها صفر شود که با توجه به نمودار  $g(x)$ ، فقط  $x = 0$  جواب است.

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 2x - 1 = 0$  باشند، کدام معادله ریشه‌هایش  $\alpha + \beta$  و  $\alpha\beta$  است؟

$$(1) \quad x^2 + x - 2 = 0 \quad (2) \quad x^2 - x - 2 = 0 \quad (3) \quad x^2 - 2x - 1 = 0 \quad (4) \quad x^2 - x - 1 = 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 2x - 1 = 0$  هستند، پس:

$$\alpha + \beta = 2, \quad \alpha\beta = -1$$

برای ساختن معادله‌ی جدید، مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$x_1 + x_2 = (\alpha + \beta) + (\alpha\beta) = 2 + (-1) = 1$$

$$x_1 x_2 = (\alpha + \beta)(\alpha\beta) = 2(-1) = -2$$

حال با داشتن مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها معادله‌ی جدید را می‌نویسیم:

$$x^2 - x - 2 = 0$$

جواب معادله ی  $\text{tg} \frac{\pi}{7} + \text{Sin} \frac{3\pi}{2} + \text{Cos } x + \text{tg} \frac{6\pi}{7} = 0$  کدام است؟

$$(2k+1)\pi \quad (4)$$

$$\frac{k\pi}{2} \quad (3)$$

$$2k\pi \quad (2)$$

$$k\pi \quad (1)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون  $\frac{6\pi}{7}$  و  $\frac{\pi}{7}$  مکمل یکدیگرند، پس  $\text{tg} \frac{\pi}{7} + \text{tg} \frac{6\pi}{7} = 0$  از طرفی  $\text{Sin} \frac{3\pi}{2} = -1$

$$-1 + \text{Cos } x = 0 \Rightarrow \text{Cos } x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi$$

است، پس معادله به صورت زیر خواهد بود:

در مثلث  $ABC$  نقطه‌ی  $M$  وسط  $AB$  و هم‌چنین  $CN = 2AN$  است. مساحت مثلث  $ABC$  چند برابر مساحت

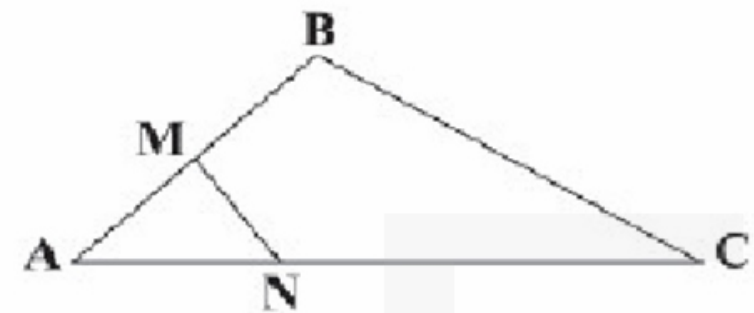
مثلث  $AMN$  است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

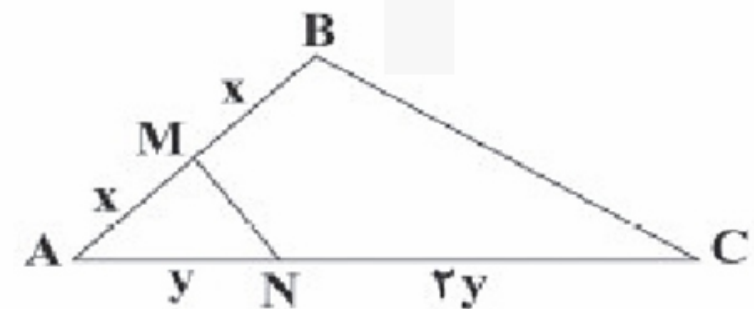
۶ (۴)



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم  $AM = MB = x$ ،  $CN = 2y$  و  $AN = y$ . حال نسبت مساحت‌های مثلث‌های  $AMN$  و  $ABC$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle AMN)} = \frac{\frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin A}{\frac{1}{2} \times AM \times AN \times \sin A}$$

$$= \frac{AB \times AC}{AM \times AN} = \frac{2x \times 3y}{x \times y} = 6$$



مقدار  $A = \frac{1}{\sqrt{3}-2} + 2 + \sqrt{3} + \frac{1}{1-\sqrt{2}} + \sqrt{2}$  چه قدر است؟

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \quad (۴)$$

$$2\sqrt{3} \quad (۳)$$

$$-1 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} + 2 + \sqrt{3} + \frac{1-\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} + \sqrt{2}$$

$$A = \frac{\sqrt{3}+2}{3-4} + 2 + \sqrt{3} + \frac{1+\sqrt{2}}{1-2} + \sqrt{2} = -\sqrt{3} - 2 + 2 + \sqrt{3} - 1 - \sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow A = -1$$



جمله‌ی صدم دنباله‌ی ... ، -۳۵ ، -۴۲ ، -۴۷ ، -۵۰ کدام است؟

۹۹۴ (۱)

۹۹۹۴ (۲)

۹۹۴۹ (۳)

۹۴۹ (۴)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون تفاضل دو به دو ی جملات، دنباله‌ی حسابی تشکیل می‌دهند، پس دنباله، درجه دوم است. دنباله را به صورت  $a_n = An^2 + Bn + C$  در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} a_1 = A + B + C = -50 \\ a_2 = 4A + 2B + C = -47 \\ a_3 = 9A + 3B + C = -42 \end{cases} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} 3A + B = 3 \\ 5A + B = 5 \end{cases} \rightarrow 2A = 2 \Rightarrow A = 1$$

$$B = 3 - 3A = 0, C = -50 - 1 - 0 = -51 \Rightarrow a_n = n^2 - 51$$

پس جمله‌ی صدم  $100^2 - 51$  است که برابر ۹۹۴۹ خواهد بود.

اگر  $\text{Log}_a^x = \frac{2}{3}$  و  $\text{Log}_b^x = \frac{1}{2}$ ، آنگاه  $\text{Log}_{ab}^x$  کدام است؟

$$\text{Log}_{ab}^x = \frac{1}{\text{Log}_x ab} = \frac{1}{\text{Log}_x a + \text{Log}_x b} = \frac{1}{\frac{3}{2} + 2} = \frac{2}{7}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$\frac{5}{6}$  (۴)

$\frac{4}{5}$  (۳)

$\frac{3}{7}$  (۲)

$\frac{2}{7}$  (۱)

اگر  $\text{Log } 2 = 0.301$  باشد،  $\text{Log } \frac{125}{16}$  کدام است؟

(۱)  $0.693$

(۲)  $0.115$

(۳)  $0.193$

(۴)  $0.931$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } \frac{125}{16} = \text{Log } \frac{1000}{16 \times 8} = \text{Log } 1000 - \text{Log } 16 - \text{Log } 8 = 3 - 1.204 - 0.903 = 0.893$$

حاصل  $\text{Log}_{81} \sqrt[3]{3}$  برابر کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{6}$

(۲)  $\frac{1}{4}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{81} \sqrt[3]{3} = \frac{\text{Log } \sqrt[3]{3}}{\text{Log } 81} = \frac{\frac{1}{3} \text{Log } 3}{4 \text{Log } 3} = \frac{1}{12}$$

نمودار تابع  $y = 5(2^x)$  با کدام طول، خط افقی  $y = 0.625$  را قطع می‌کند؟

(۱) -۴

(۲) -۳

(۳)  $-\frac{3}{2}$

(۴)  $-\frac{2}{4}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$5(2^x) = \frac{625}{1000} \Rightarrow 2^x = \frac{1}{8} \Rightarrow x = -3$$

تعداد نقاط مشترک نمودارهای دو تابع

$$y = 2^{3x+2} \text{ و } y = 4 \left( \frac{1}{8} \right)^{-x}$$

کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) بیشمار

(۴) صفر

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y_2 = 4 \left( \frac{1}{8} \right)^{-x}$$

$$y_1 = 2^2 \left( 2^3 \right)^x = 4 \left( 8 \right)^x$$

دو منحنی بر هم منطبق‌اند بیشمار نقطه مشترک دارند.

برد تابع  $f(x) = 2^{1 - \sin x}$ ، کدام است؟

(۱)  $[1, 2]$

(۲)  $[0, 4]$

(۳)  $[\frac{1}{2}, 4]$

(۴)  $[1, 4]$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تابع نمایی در پایه ۲ حالت صعودی دارد می دانیم  $0 \leq 1 - \sin x \leq 2$  پس  $2^0 \leq f(x) \leq 2^2$  لذا برد تابع  $[1, 4]$  می باشد.

نمودار تابع  $y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1$  در بازه  $[-2\pi, 2\pi]$  در چند نقطه محور X ها را قطع می کند؟

۵ (۴

۴ (۳

۳ (۲

۲ (۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در حالت  $y = 0$  مقدار  $\cos x = \frac{1}{2}$  است.  $y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 2 \cos x + 1$

در روی دایره مثلثاتی یعنی بازه  $[0, 2\pi]$  در دو نقطه  $\cos x = \frac{1}{2}$  تابع مفروض متناوب است پس در بازه  $[-2\pi, 0]$

همین حالت را دارد لذا در ۴ نقطه



اگر  $[X] = 2$  باشد، حاصل

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

کدام است؟

(۱)

(۲)

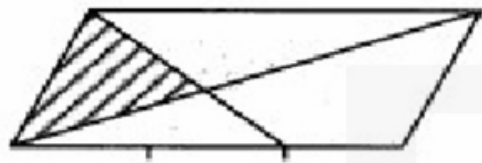
(۳)

(۴) ۱/۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$[X] = 2 \Rightarrow 2 \leq X < 3 \Rightarrow |X - 3| + |X - 2| = 3 - X + X - 2 = 1$$

در شکل زیر ضلع بزرگ‌تر متوازی‌الاضلاع به ۳ قسمت مساوی تقسیم شده است. مساحت مثلث سایه‌زده چند درصد مساحت متوازی‌الاضلاع است؟

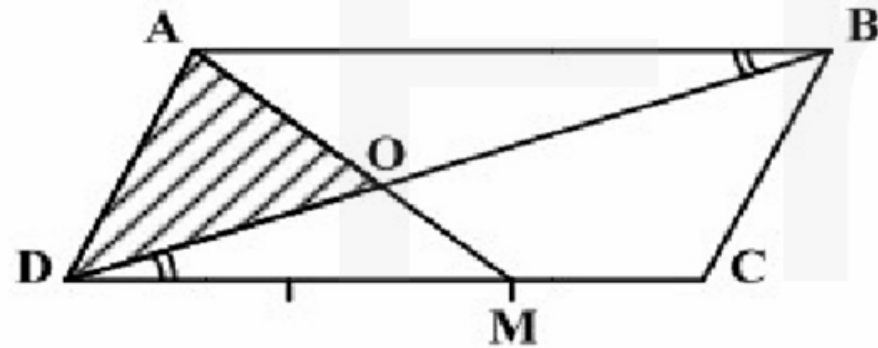


(۲) ۱۸

(۱) ۱۶

(۴) ۲۴

(۳) ۲۰



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

دو مثلث OAB و OMD با نسبت  $\frac{۲}{۳}$  متشابه‌اند.

پس  $\frac{DO}{DB} = \frac{۲}{۵}$  مساحت مثلث سایه‌زده  $\frac{۲}{۵}$  نصف مساحت

متوازی‌الاضلاع است یا مساحت آن  $\frac{۱}{۵}$  مساحت متوازی‌الاضلاع است. در نتیجه ۲۰ درصد

مساحت مثلثی با سه رأس  $(1, 5)$  و  $(4, -1)$  و  $(0, 3)$ ، کدام است؟

(۱)  $4/5$

(۲) ۶

(۳)  $7/5$

(۴) ۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A(1, 5), B(4, -1), C(0, 3) \Rightarrow BC = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$$

$$BC: y - 3 = -(x - 0) \Rightarrow y + x - 3 = 0 \Rightarrow AH = \frac{1 + 5 - 3}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$S = \frac{1}{2} BC \cdot AH = 6 \quad \text{در نتیجه مساحت مثلث}$$

عرض مستطیل طلایی برابر  $2\sqrt{2} - 2\sqrt{10}$  واحد است. طول آن کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$       (۲)  $4\sqrt{2}$       (۳)  $2\sqrt{5}$       (۴)  $2 + \sqrt{5}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مستطیل طلایی نسبت طول به عرض برابر  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  است. پس طول آن برابر

$$2\sqrt{2}(\sqrt{5} - 1) \times \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 4\sqrt{2}$$

نقطه  $A(\alpha, 2)$  بر روی نیمساز دو خط به معادلات  $x - 2y + 5 = 0$  و  $2x + y = 3$  واقع است.  $\alpha$  کدام است؟

(۱) ۰ و ۲ (۲) ۳ و -۱ (۳) ۱ و ۰ (۴) ۰ و -۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فاصله نقطه  $A$  از دو خط مفروض برابر است.

$$\left| \frac{2\alpha + 2 - 3}{\sqrt{4 + 1}} \right| = \left| \frac{\alpha - 4 + 5}{\sqrt{4 + 1}} \right|$$

$$(2\alpha - 1)^2 = (\alpha + 1)^2 \Rightarrow 3\alpha^2 - 6\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0, 2$$

از معادله  $\sqrt{x+6} + \sqrt{2x+5} = 3$ ، حاصل  $x^2 - 3x$  کدام است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۸

(۲) -۱

(۱) -۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{2x+5} = 3 - \sqrt{x+6} \Rightarrow 2x+5 = 15 + x - 6\sqrt{x+6} \Rightarrow 6\sqrt{x+6} = 10 - x$$

$$36x + 216 = 100 + x^2 - 20x \Rightarrow x^2 - 56x - 116 = 0 \Rightarrow x = -2,51$$

جواب  $x = -2$  مورد قبول است پس  $x^2 - 3x = 10$

در تابع خطی  $f(x) = mx + h$ ، اگر  $f(x) + 2f(x-1) = 2x$  باشد، مقدار  $m + h$ ، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x = 1 \Rightarrow f(1) + 2f(0) = 2$$

$$x = 2 \Rightarrow f(0) + 2f(1) = 4$$

$$-2 \begin{cases} f(1) + 2f(0) = 2 \\ f(0) + 2f(1) = 4 \end{cases} \Rightarrow -3f(1) = -6 \Rightarrow f(1) = 2 \Rightarrow f(0) = 0$$

نقاط  $(0, 0)$  و  $(1, 2)$  روی خط  $y = mx + h$  قرار دارند.

خط از مبدأ مختصات می‌گذرد، در نتیجه  $h = 0$

$$2 = m(1) \Rightarrow m = 2$$

$$m + h = 2 + 0 = 2$$

برود تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x^3 |x| - x^4}}{\sqrt{x-1}}$ ، کدام است؟

(۱)  $(0, +\infty)$

(۲)  $(1, +\infty)$

(۳)  $\{0, 1\}$

(۴)  $\{0\}$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$$

$$x^3 |x| - x^4 = \begin{cases} x^4 - x^4 = 0 \\ -x^4 - x^4 = -2x^4 \end{cases}$$

$$D_f = (1, +\infty) \Rightarrow R_f = \{0\}$$

قابل قبول  $x \geq 0$

غیر قابل قبول  $x < 0$