

در مثلث $\triangle ABC$ ، $BC = a$ و طول میانه AM برابر مقدار ثابت m است. مکان هندسی محل تلاقی میانه‌های مثلث $\triangle ABC$ ، کدام است؟

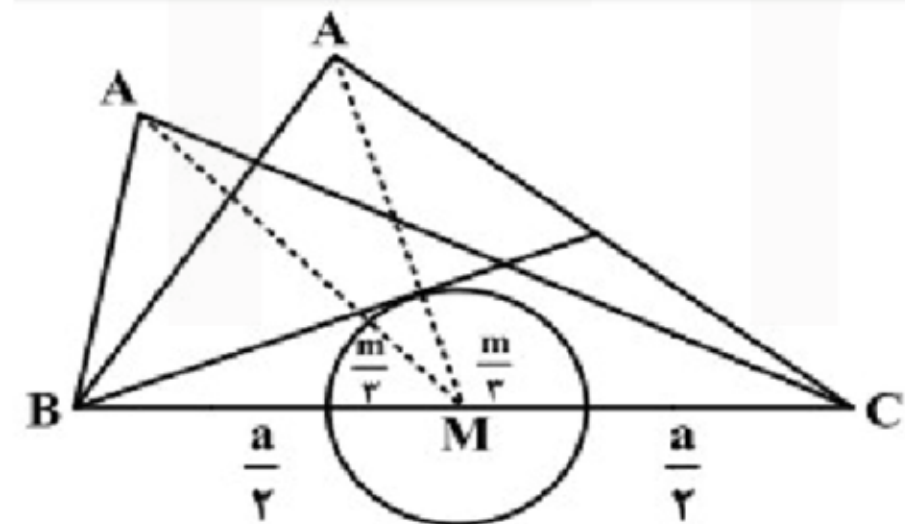
(۲) پاره‌خط عمود بر BC به طول m

(۴) دایره به مرکز M و شعاع $\frac{2m}{3}$

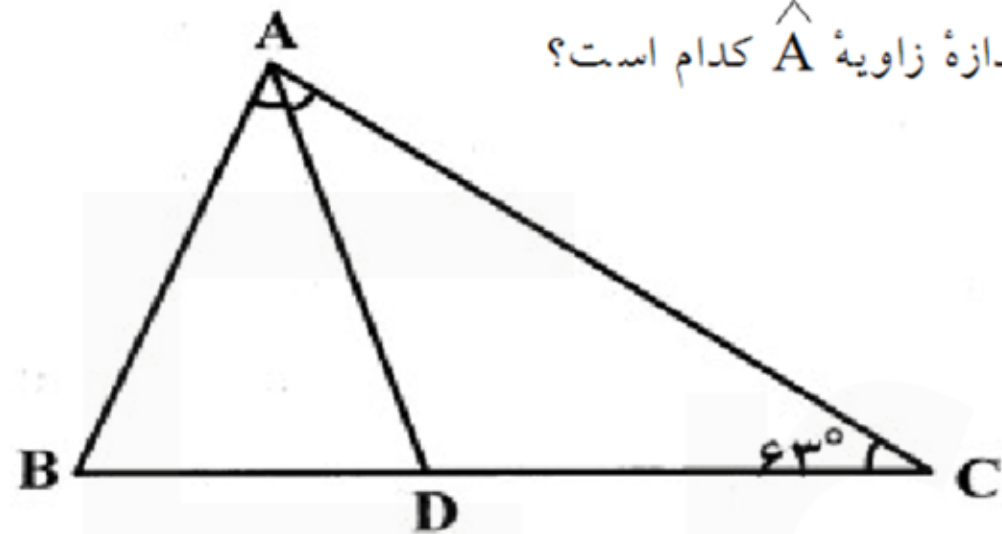
(۱) دایره به مرکز B و شعاع $\frac{a}{2}$

(۳) دایره به مرکز M و شعاع $\frac{m}{3}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



در شکل زیر، پاره‌خط AD نیمساز و $AB = AD$ است. اندازه زاویه \hat{A} کدام است؟



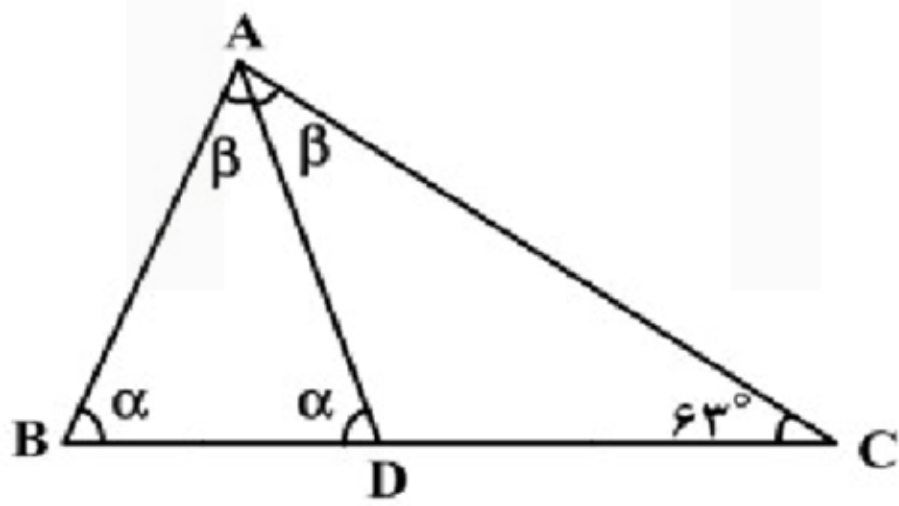
(۱) 36°

(۲) 42°

(۳) 54°

(۴) 72°

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} 2\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ \\ 63^\circ + \hat{\beta} = \hat{\alpha} \end{cases} \Rightarrow 2(\hat{\beta} + 63^\circ) + \hat{\beta} = 180^\circ$$

$$3\hat{\beta} = 54^\circ \Rightarrow \hat{\beta} = 18^\circ$$

$$\hat{A} = 2\hat{\beta} = 36^\circ$$

برد تابع

(۱) $\{1\}$

$f(x) = \sqrt{x - |x|}$ کدام است؟

(۲) $\{0, 1\}$

(۳) $\{0\}$

(۴) $[0, +\infty)$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

برای $x \geq 0$ قابل قبول است.

$$x - |x| \geq 0 \Rightarrow x \geq |x|$$

$$D_f = [0, +\infty)$$

$$x \geq 0 \Rightarrow x - |x| = x - x = 0 \Rightarrow y = \sqrt{0} = 0 \Rightarrow R_f = \{0\}$$

در نتیجه:

کدام دسته از روابط زیر، تابع نیستند؟

الف: رابطه‌ای که به هر فرد، نماینده آن فرد در شورای شهر را نسبت می‌دهد.

ب: رابطه‌ای که به هر عدد، مکعب آن عدد منهای مربع آن عدد را نسبت می‌دهد.

پ: رابطه‌ای که به هر عدد صحیح مربع کامل، عدد صحیحی را نسبت دهد که توان دومش برابر آن عدد مربع کامل شود.

ت: رابطه‌ای که به هر مثلث، نوع مثلث را نسبت دهد.

(۱) الف و ب و پ (۲) الف و ب و ت (۳) الف و پ و ت (۴) ب و پ و ت

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

الف: تابع نیست. هر فرد بیش از یک نماینده در شورای شهر دارد.

ب: تابع است.

پ: تابع نیست.

ت: تابع نیست: مثلث می‌تواند هم متساوی‌الساقین و هم قائم‌الزاویه باشد.

$$f(x) = x^3 - x^2$$

$$4 \in \mathbb{Z}, 4 = (\pm 2)^2$$

تابع f به هر عدد طبیعی مانند n ، قرینه مکعب آن عدد به اضافه ۴ برابر مربع آن عدد، منهای یک را نشان می‌دهد. اگر هر عضو از برد تابع f نیز متعلق به مجموعه اعداد طبیعی باشد، مجموعه برد تابع f ، کدام است؟

- (۱) $\{۲, ۵, ۸\}$ (۲) $\{۲, ۷, ۸\}$ (۳) $\{۱, ۲, ۳, \dots, ۸\}$ (۴) $\{۱, ۲, ۳, \dots, n\}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(n) = -n^3 + 4n^2 - 1$$

$$f(1) = -1 + 4 - 1 = 2 \in \mathbb{N}$$

$$f(2) = -8 + 16 - 1 = 7 \in \mathbb{N}$$

$$f(3) = -27 + 36 - 1 = 8 \in \mathbb{N}$$

$$f(4) = -64 + 64 - 1 = -1 \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow R_f = \{2, 7, 8\}$$

کدام مورد تعریف درستی از تابع نیست؟

(۱) یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B ، هنگامی تابع است که در آن به هر عضو از A ، دقیقاً یک عضو از B نسبت داده شود.

(۲) نمودار یک رابطه هنگامی نمودار یک تابع است، که هر خط موازی محور y ها آن نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

(۳) در یک رابطه به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب، اگر دو زوج مرتب متمایز دارای مختص‌های دوم مساوی هم بودند، شرط تابع بودن آن است که مختص‌های اول آنها نیز با هم برابر باشند.

(۴) یک رابطه به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب، هنگامی تابع است که در آن هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مختص‌های اول مساوی هم نباشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مجموعه جواب نامعادله $|x - a| > b + 2$ ، برابر اجتماع دو بازه $(-\infty, -2)$ و $(1, +\infty)$ می‌باشد. مقدار $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟

$$-2 \quad (4)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$|x - a| > b + 2 \Rightarrow \begin{cases} x - a > b + 2 \\ x - a < -(b + 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > a + b + 2 \\ x < a - b - 2 \end{cases}$$

$$(-\infty, -2) \cup (1, +\infty) \Rightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b + 2 = 1 \Rightarrow a + b = -1 \\ a - b - 2 = -2 \Rightarrow a - b = 0 \end{cases} \Rightarrow 2a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} = 1$$

خط $y = mx + 3$ ، سهمی به معادله $f(x) = ax^2 + bx + 2$ را در نقاط $(-2, k)$ و $(h, 2)$ قطع کرده و از نقطه $(-1, 4)$ می‌گذرد. مقدار $a - b$ از مقدار $k + m + h$ چه مقدار کمتر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$k = -2m + 3 \Rightarrow k + 2m = 3$$

$$2 = mh + 3 \Rightarrow mh = -1$$

$$4 = m(-1) + 3 \Rightarrow m = -1 \Rightarrow k - 2 = 3 \Rightarrow k = 5$$

$$mh = (-1)h = -1 \Rightarrow h = 1$$

$$\begin{cases} (-2, 5) \in f \\ (1, 2) \in f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 = 4a - 2b + 2 \\ 2 = a + b + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a - 2b = 3 \\ a + b = 0 \end{cases}$$

$$6a = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a - b = \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$m + h + k = -1 + 1 + 5 = 5 \Rightarrow 5 - 1 = 4$$

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، حاصل ضرب ریشه‌ها از حاصل جمع ریشه‌ها یک واحد کمتر است. اگر یکی از ریشه‌های معادله، ۴ واحد بیشتر از ریشه دیگر معادله باشد، مقدار $a + b + c$ ، کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

فرض: x_1 و x_2 ریشه‌های معادله درجه دوم و $x_1 = x_2 + 4$

$$\begin{cases} x_1 = x_2 + 4 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \rightarrow (x_2 + 4)x_2 = \frac{c}{a} \\ x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \rightarrow (x_2 + 4) + x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{b}{a} - 1$$

$$x_2^2 + 4x_2 = 2x_2 + 4 - 1 \Rightarrow x_2^2 + 2x_2 - 3 = 0$$

$$a + b + c = 0$$

مجموع ضرایب برابر صفر است

در نتیجه:

کدام گروه از رابطه‌های زیر همواره برقرارند؟ ($n \in \mathbb{N}$)

الف: $(-0/1)^{2n-1} > (-0/01)^{2n+1}$

ب: $(0/1)^{2n+1} < (0/1)^{2n-1}$

پ: اگر $0 < a < b < 1$ آنگاه $\left(\frac{1}{a}\right)^n < \left(\frac{1}{b}\right)^n$

ت: $-1 < a < b < 0$ آنگاه $\left(\frac{1}{a}\right)^{2n-1} > \left(\frac{1}{b}\right)^{2n-1}$

(۱) الف و ب

(۲) ب و ت

(۳) الف و ت

(۴) پ و ت

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

الف: نادرست است. $-0/1 < -0/01 \Leftarrow (-0/1)^{2n-1} < (-0/01)^{2n-1} < (-0/01)^{2n+1}$

پ: نادرست است. $a < a < b < 1 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} > 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^n > \left(\frac{1}{b}\right)^n$

ب: درست است. $0 < a < 1 \Rightarrow a > a^2 > a^3 > \dots > a^n$

ت: درست است. $-1 < a < b < 0 \Rightarrow -1 > \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^{2n-1} > \left(\frac{1}{b}\right)^{2n-1}$

حاصل عبارت $\frac{\sqrt[4n]{a} \times \sqrt[\frac{n}{2}]{a}}{\sqrt[\frac{n}{2}]{a} \times \sqrt[4]{a}}$ ، کدام است؟ $(n \geq 4, n \in \mathbb{N})$

$$\frac{\sqrt[4n]{a} \times \sqrt[\frac{n}{2}]{a}}{\sqrt[\frac{n}{2}]{a} \times \sqrt[4]{a}}$$

(۴) $a^{-\frac{v}{4n}}$

(۳) $\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{4n}{v}}$

(۲) a

(۱) 1

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt[4n]{a} \cdot \sqrt[\frac{n}{2}]{a} \cdot \sqrt[\frac{n}{2}]{a}}{\sqrt[\frac{n}{2}]{a} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot a} = \sqrt[4n]{a^{\frac{n+2}{2}}} \cdot \sqrt[4n]{a^{\frac{n+2}{2} - (4n+1)}} = \sqrt[4n]{a^{\frac{-vn}{2}}} = a^{\frac{-vn}{2 \cdot 4n}} = a^{-\frac{v}{4n}}$$

حاصل عبارت $\frac{y^3 - x^3}{\sqrt[3]{x^2} - y}$ پس از گویا کردن مخرج کسر، کدام است؟

$$x\sqrt[3]{x} + y\sqrt[3]{x^2} + y^2 \quad (2)$$

$$x\sqrt[3]{x} + y\sqrt[3]{x} + y^2 \quad (1)$$

$$-x\sqrt[3]{x} - y\sqrt[3]{x^2} - y^2 \quad (4)$$

$$-x\sqrt[3]{x} + y\sqrt[3]{x^2} - y^2 \quad (3)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{y^3 - x^3}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{y^3}} \times \frac{\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2 y^3} + y^2}{\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2 y^3} + y^2} = \frac{(x\sqrt[3]{x} + y\sqrt[3]{x^2} + y^2)(y^3 - x^3)}{x^2 - y^3}$$

$$= -x\sqrt[3]{x} - y\sqrt[3]{x^2} - y^2$$

خارج قسمت تقسیم کوچکترین مضرب مشترک بر بزرگترین مقسوم علیه مشترک عبارت‌های $(x^6 - 1)^2$ و $(x^8 - 1)^2$ و $x^{12} - 1$ شامل کدام عبارت است؟

(۱) $(x^2 + 1)^2 - x^2$ (۲) $(x^2 + 1)^2 + x^2$ (۳) $(x^3 - 1)^2$ (۴) $(x^4 - 1)^2$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(x^6 - 1)^2 = (x - 1)^2 (x + x + 1)^2 (x + 1)^2 (x^2 - x + 1)^2$$

$$(x^8 - 1)^2 = (x - 1)^2 (x + 2)^2 (x^2 + 1)^2 (x^4 + 1)^2$$

$$x^{12} - 1 = (x^6 - 1)(x^6 + 1) = (x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)(x^6 + 1)$$

$$\frac{\text{کوچکترین مضرب مشترک}}{\text{بزرگترین مقسوم علیه مشترک}} = \frac{(x - 1)^2 (x + 1)^2 (x^2 + x + 1)^2 (x^2 - x + 1)^2 (x^4 + 1)(x^6 + 1)}{(x - 1)(x + 1)}$$

$$= (x^2 - 1) \left((x^2 + 1)^2 - x^2 \right)^2 (x^4 + 1)(x^6 + 1)$$

$$(4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) (2 + \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha) (\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)$$

حاصل عبارت
کدام است؟

$\cot^2 \alpha$ (۴)

$\tan^2 \alpha$ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

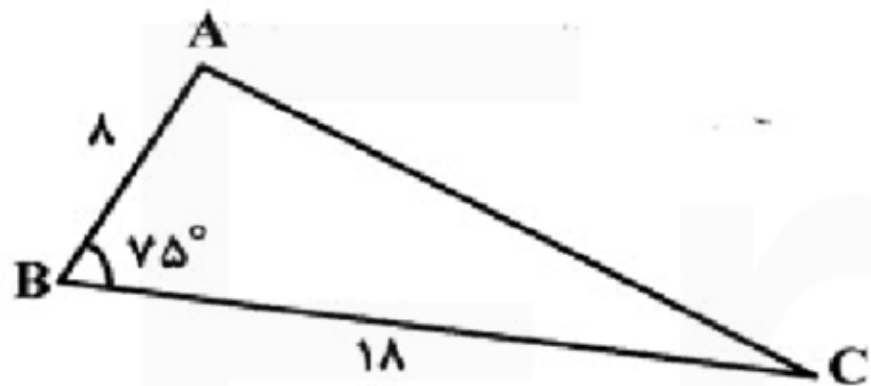
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) \left(2 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \right) (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$$

$$= (4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) \left(\frac{2 \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} \right) (1)$$

$$= 4 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 4 \times 1 = 4$$

در شکل زیر، در مثلث $\triangle ABC$ ، $\hat{B} = 75^\circ$ ، $AB = 8$ و $BC = 18$ است. مساحت مثلث $\triangle ABC$ ، کدام است؟



$$\left(\cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \right)$$

$$9 \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \right) \quad (2) \quad 9 \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \right) \quad (1)$$

$$18 \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \right) \quad (4) \quad 18 \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \right) \quad (3)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\cos 15^\circ = \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 18 \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} = 18(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

اگر $\frac{5\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{7\pi}{4}$ باشد، بیشترین مقدار $\sin \alpha + \cos \alpha$ ، کدام است؟

(۴) صفر

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

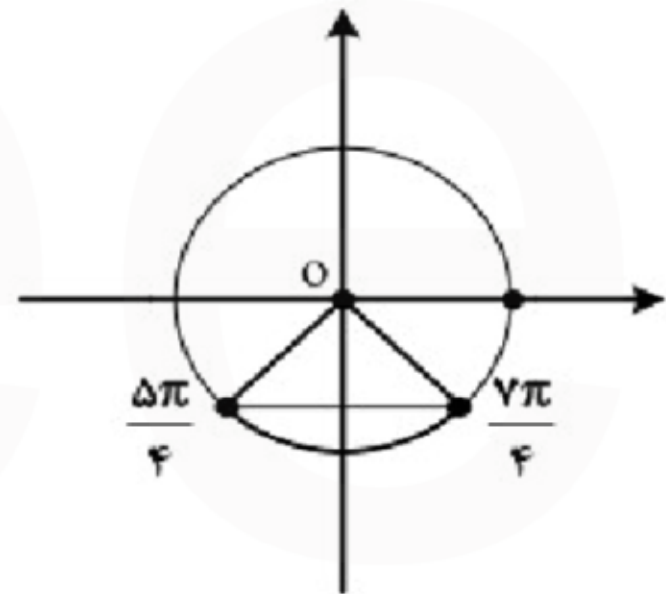
(۱) $\sqrt{2}$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{5\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{7\pi}{4} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 \leq \sin \alpha \leq -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \cos \alpha \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right.$$

$$-1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin \alpha + \cos \alpha \leq \cdot$$



اگر مجموعه‌های A ، B و C ، زیر مجموعه‌هایی از مجموعه مرجع M باشند، به طوری که $n(M) = 100$ ،
 $n(A) = 40$ ، $n(B) = 30$ ، $n(C) = 20$ ، $n(A' \cap B) = 18$ ، $n(B' \cap A) = 28$ ، $n(A \cap C) = 7$ و $n(A \cap B \cap C) = 4$ باشد، $n(B \cap (A \cup C)') = 10$ کدام است؟

۳۷ (۴)

۲۹ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$n(A' \cap B) = n(B - A) = 18$$

$$n(B' \cap A) = n(A - B) = 28$$

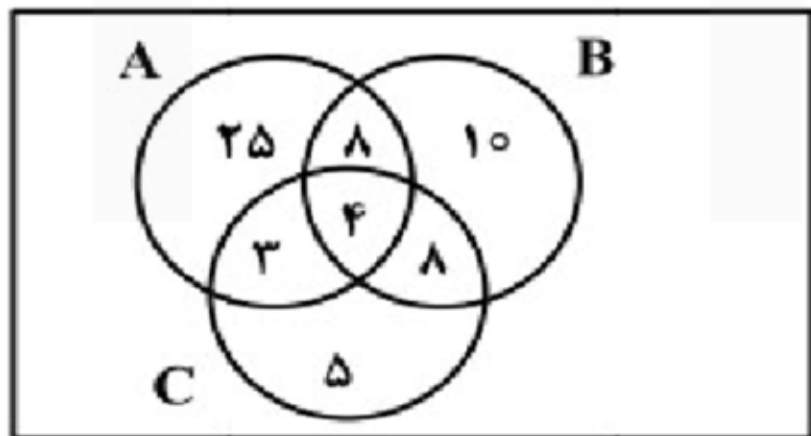
$$n(B \cap (A \cup C)') = n(B - (A \cup C)) = 10 \Rightarrow 18 - 10 = 8, 40 - 15 = 25, 20 - 15 = 5$$

$$n(A \cap C) = 7, n(A \cap B \cap C) = 4 \Rightarrow 7 - 4 = 3$$

$$n(A \cup B \cup C) = 63 \quad \text{با توجه به نمودار ون:}$$

$$100 - 63 = 37$$

در نتیجه:



در یک دنباله حسابی با سه جمله، حاصل ضرب جملات، یازده برابر حاصل جمع جملات است. اگر قدر نسبت دنباله ۳ واحد کمتر از جمله دوم دنباله باشد، مجموع ارقام جمله سوم دنباله، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(a - d)a(a + d) = 11(a - d + a + a + d)$$

$$(a^2 - d^2)a = 11 \times 3a \Rightarrow a^2 - d^2 = 33 \Rightarrow (a - d)(a + d) = 33$$

$$d - a = -3 \Rightarrow a - d = 3$$

$$3(a + d) = 33 \Rightarrow a + d = 11 \Rightarrow 1 + 1 = 2$$

در نتیجه:

حاصل عبارت $((-\infty, 3] \cap [-10, 4)) - ((-3, +\infty) - (-\infty, 1))$ کدام است؟

(۱) $(-10, 1)$ (۲) $(-10, 1]$ (۳) $(-10, 1)$ (۴) $[-10, 1]$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} (-\infty, 3] \cap [-10, 4) = [-10, 3) \\ [-3, +\infty) - (-\infty, 1) = [1, +\infty) \end{cases} \Rightarrow [-10, 3) - [1, +\infty) = [-10, 1)$$

برد تابع $y = -1 + 3\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ کدام است؟

(۱) $[-3, 2]$

(۲) $[-2, 4]$

(۳) $[-4, 2]$

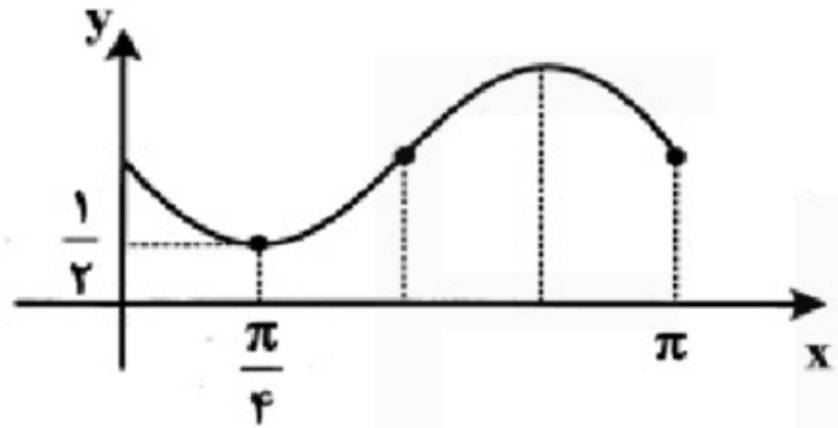
(۴) $[-3, 3]$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مقدار کسینوس در بازه $[-1, 1]$ است پس

$$y \in [-4, 2] \text{ یا } -1 - 2 \leq y \leq -1 + 3$$

$$-3 \leq 3\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \leq 3$$

شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx$ است. $a + b$ کدام است؟



- (۱) -۱
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۱
- (۴) $\frac{3}{2}$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کمترین مقدار تابع $\frac{1}{2}$ در نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ است $\frac{1}{2} = 1 + a \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ تابع

مفروض در بازه $[0, \pi]$ در سه نقطه مقدار ۱ را داشته است پس $b = 2$ در نتیجه $a + b = \frac{3}{2}$

حاصل $\tan\left(\frac{11\pi}{3}\right) \cot\left(\frac{7\pi}{6}\right) - \sin\frac{13\pi}{6}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{5}$

(۲) $-\frac{2}{5}$

(۳) $\frac{1}{5}$

(۴) $\frac{1}{5}$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\tan\left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right) \cot\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\tan\frac{\pi}{3} \cot\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{6}$$

$$-\sqrt{3}(\sqrt{3}) - \frac{1}{2} = -\frac{3}{5}$$

پس حاصل برابر $-\frac{3}{5}$

از تساوی $\text{Sin}(30^\circ + X) = \text{Cos } 2X$ کدام مقادیر، قسمتی از جواب X است؟

$$2k\pi + \frac{2\pi}{9} \quad (4)$$

$$2k\pi + \frac{\pi}{9} \quad (3)$$

$$k\pi + \frac{2\pi}{9} \quad (2)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{9} \quad (1)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا کوچکترین زاویه X را تعیین می‌کنیم ممکن است دو کمان متمم باشند.

$$(X + 30^\circ) + (2X) = 90^\circ \Rightarrow X = 20^\circ = \frac{\pi}{9}$$

مضارب زوج π را می‌توان اضافه کرد $2k\pi + \frac{\pi}{9}$

حاصل عبارت $\text{Sin } 600^\circ \text{ Cos } 150^\circ - 2 \text{ Sin } 750^\circ$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (1)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Sin } 600^\circ = \text{Sin } 240^\circ = \text{Sin}(180^\circ + 60^\circ) = -\text{Sin } 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Cos } 150^\circ = \text{Cos}(180^\circ - 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \text{Sin } 750^\circ = \text{Sin}(720^\circ + 30^\circ) = \frac{1}{2}$$

$$\text{حاصل به صورت } \frac{3}{4} - 2\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4} \text{ است.}$$

اگر $\tan \alpha = \frac{-2}{3}$ و انتهای کمان α در ناحیه چهارم باشد، مقدار $\cos \alpha - \sin \alpha$ چند برابر $\frac{1}{\sqrt{13}}$ است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + \frac{4}{9} = \frac{13}{9} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{13} \Rightarrow \cos \alpha = +\frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{4}{13} \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{13}} \Rightarrow \cos \alpha - \sin \alpha = \frac{5}{\sqrt{13}}$$

در کدام نواحی از دایره مثلثاتی $|\sin \alpha + \cos \alpha| < 1$ است؟

- (۱) اول و سوم
(۲) دوم و سوم
(۳) دوم و چهارم
(۴) سوم و چهارم

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

الزاماً دو تابع مثلثاتی هم علامت نیستند $\sin \alpha \cos \alpha < 0 \Rightarrow |\sin \alpha + \cos \alpha| < 1$ کمان α ناحیه دوم یا چهارم قرار می‌گیرد.

در دایره مثلثاتی، انتهای کمان ۱۵۳۶° درجه، در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

(۱) اول

(۲) دوم

(۳) سوم

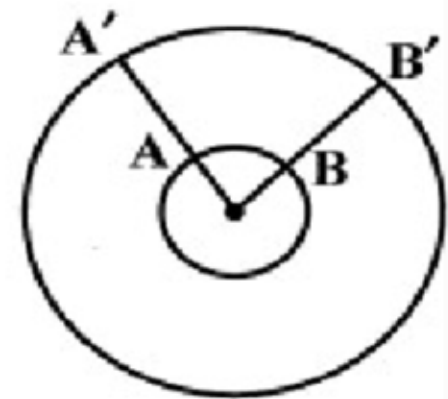
(۴) چهارم

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

در ناحیه دوم مثلثاتی

$$۱۵۳۶^\circ = ۴(۳۶۰^\circ) + ۹۶^\circ = ۹۰^\circ + ۶^\circ$$

یک ایستگاه فضایی در فاصله ۵۰۰ کیلومتری سطح زمین است. با یک ایستگاه زمینی از A تا B که با مرکز زمین زاویه ۳۰ درجه می‌سازند رصد می‌شود. این ایستگاه از A' تا B' چند کیلومتر را رصد می‌کند؟ (شعاع کره زمین ۶۴۰۰ کیلومتر)



(کیلومتر)

(۱) ۳۶۱۱

(۲) ۳۸۱۹

(۳) ۴۱۱۷

(۴) ۴۲۱۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$l = r \times \alpha = (500 + 6400) \times \frac{\pi}{6} = \frac{6900 \times 3/14}{6} = 23 \times 157 = 3611$$

اگر در مثلث متساوی الساقین $AB = AC$ ، زاویه A برابر ۱ رادیان باشد، آنگاه کدام رابطه درست است؟

- (۱) $BC < AB$ (۲) $BC \leq AB$ (۳) $BC > AB$ (۴) $BC \geq AB$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\hat{A} = 1 \text{ رادیان} \Rightarrow \hat{B} = \frac{\pi - 1}{2} = \frac{2/14}{2} = 1/0.7 \Rightarrow BC < AB$$

$f(x) = \begin{cases} [x] - x & ; x \geq 0 \\ \frac{1}{2}x^2 - x & ; x < 0 \end{cases}$ اگر $f(x)$ باشد، حاصل $f(\sqrt{2}) \times f(-\sqrt{2})$ کدام است؟

$(1) -\sqrt{2}$ $(2) -1$ $(3) 1$ $(4) \sqrt{2}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(\sqrt{2}) = 1 - \sqrt{2}, \quad f(-\sqrt{2}) = \frac{1}{2}(-\sqrt{2})^2 - (-\sqrt{2}) = 1 + \sqrt{2}$$

$$(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = -1 \quad \text{حاصل ضرب دو مقدار تابع}$$