مدل‌سازی در فیزیک

ساده‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی برای بررسی و تحلیل آن را مدل‌سازی می‌نامیم. در مدل‌سازی اثرهای مهم و تعیین‌کننده را در نظر می‌گیریم و از اثرهای جزئی‌تر چشم‌پوشی می‌کنیم.

برای ساده‌سازی تحلیل حرکت یک توپ بسکتبال در هوا از کدام گزینه نمی‌توان چشم‌پوشی کرد؟

۱) وزش باد و نیروی مقاومت هوا
۲) وابستگی نیروی وزن به ارتفاع
۳) جاذبهٔ زمین
۴) اندازه و شکل توپ

گزینهٔ «۳» اگر از جاذبهٔ زمین در حرکت یک توپ بسکتبال چشم‌پوشی کنیم، توپ پرتاب‌شده هیچ‌گاه به زمین باز نخواهد گشت. در این مدل‌سازی، جاذبهٔ زمین یک اثر مهم و تعیین‌کننده است.

کمیت و یکا

کمیت‌ها از نظر ماهیت به دو دستهٔ **نرده‌ای** و **برداری** تقسیم می‌شوند:

الف **کمیت‌های نرده‌ای:** فقط مقدار دارند.

ب **کمیت‌های برداری:** علاوه بر مقدار جهت هم دارند.

کمیت‌های برداری: در محدودهٔ کنکور سراسری فقط ۸ کمیت برداری داریم: **۱** بردار مکان، **۲** جابه‌جایی، **۳** سرعت، **۴** شتاب، **۵** انواع نیرو، **۶** تکانه (اندازهٔ حرکت)، **۷** میدان الکتریکی، **۸** میدان مغناطیسی.

کمیت‌ها و یکاهای اصلی: طول (متر: m)، جرم (کیلوگرم: kg)، زمان (ثانیه: s)، دما (کلوین: K)، مقدار ماده (مول: mol)، جریان الکتریکی (آمپر: A) و شدت روشنایی (کندلا: cd)

- هر کمیتی به جز این هفت کمیت، فرعی محسوب می‌شود.
- برای بیان راحت‌تر مقدارهای خیلی بزرگ و خیلی کوچک می‌توانیم از دو روش زیر استفاده کنیم:

۱ **پیشوندهای یکاها:** هر کدام از این پیشوندها توان معینی از ۱۰ (یا همان 10^n) است. هر وقت یکی از این پیشوندها را در ابتدای یکای یک کمیت قرار دهیم، آن یکا به همان میزان بزرگ یا کوچک می‌شود (مثلاً ۱ km برابر هزار متر است، چون $k = 10^3$)

پیشوند	ضریب	نماد	پیشوند	ضریب	نماد
دسی	$\frac{1}{10} = 10^{-1}$	d	میکرو	$\frac{1}{10^6} = 10^{-6}$	μ
سانتی	$\frac{1}{100} = 10^{-2}$	c	نانو	$\frac{1}{10^9} = 10^{-9}$	n

ادامهٔ جدول در صفحهٔ بعد

پیشوند	ضریب	نماد	پیشوند	ضریب	نماد
میلی	$\frac{۱}{۱۰۰۰}=۱۰^{-۳}$	m	پیکو	$\frac{۱}{۱۰^{۱۲}}=۱۰^{-۱۲}$	p
دکا	۱۰	da	مگا	$۱۰^{۶}$	M
هکتو	$۱۰^{۲}$	h	گیگا	$۱۰^{۹}$	G
کیلو	$۱۰^{۳}$	k	ترا	$۱۰^{۱۲}$	T

۲ نمادگذاری علمی: هر عددی در نمادگذاری علمی این شکلی نوشته می‌شود: $a \times ۱۰^{n}$ که در آن $۱ \leq a < ۱۰$.

جرم یک زنبور عسل $۰/۰۰۰۷۵\ kg$ است. این جرم بر حسب ng و به صورت نمادگذاری علمی در کدام گزینه به درستی نشان داده شده است؟

۱) $۷/۵ \times ۱۰^{۵}$ ۲) $۷/۵ \times ۱۰^{۸}$ ۳) ۷۵×۱۰^{۴} ۴) ۷۵×۱۰^{۷}

گزینهٔ «۲» ابتدا جرم داده‌شده را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم و سپس با استفاده از تبدیل زنجیره‌ای، مقدار آن را به نانوگرم به دست می‌آوریم:

$$۰/۰۰۰۷۵\ kg = ۷/۵ \times ۱۰^{-۴}\ \cancel{kg} \times \frac{۱۰^{۳}\ \cancel{g}}{۱\ \cancel{kg}} \times \frac{۱۰^{۹}\ ng}{۱\ \cancel{g}} = ۷/۵ \times ۱۰^{۸}\ ng$$

اندازه‌گیری؛ خطا و دقت

دقت و خطای وسیلهٔ اندازه‌گیری

وسیله‌های اندازه‌گیری را می‌توان در دو دستهٔ کلی طبقه‌بندی کرد: **مدرج** و **رقمی (دیجیتال)**. نحوهٔ تعریف دقت و خطای هر وسیلهٔ اندازه‌گیری در جدول زیر نشان داده شده است:

نوع وسیلهٔ اندازه‌گیری	دقت اندازه‌گیری	نحوهٔ تعریف خطای اندازه‌گیری	نمونه
مدرج	کمینهٔ تقسیم‌بندی وسیله	$\pm \frac{\text{کمینهٔ تقسیم‌بندی وسیله (دقت)}}{۲}$	در خط‌کشی که برحسب میلی‌متر مدرج شده، کمینهٔ تقسیم‌بندی $۱\ mm$ است؛ بنابراین دقت اندازه‌گیری آن $۱\ mm$ و خطای آن $\pm ۰/۵\ mm$ است.
رقمی	یک واحد از آخرین رقمی که نشان می‌دهد.	$\pm$ (یک واحد از آخرین رقمی که نشان می‌دهد)	آخرین رقمی که در یک ترازوی دیجیتال نشان داده می‌شود، برحسب گرم است؛ بنابراین دقت این ترازو $۱\ g$ و خطای آن $\pm ۱\ g$ است.

وقتی یک اندازه‌گیری چند بار تکرار می‌شود، باید بین تمام عددهای به دست آمده میانگین بگیریم. یک یا چند عددی که اختلاف زیادی با دیگر عددهای اندازه‌گیری‌شده داشته باشند، در میانگین‌گیری وارد نمی‌شوند.

رقم غیرقطعی: در هر اندازه‌گیری، آخرین رقم سمت راست، غیرقطعی و مشکوک است.

رقم حدسی: در ابزارهای اندازه‌گیری **مدرج**، آخرین رقم سمت راست، هم غیرقطعی و هم حدسی است.

مرتبهٔ رقم حدسی، کوچک‌تر از کمینهٔ تقسیم‌بندی (یعنی دقت) آن وسیله است.

ارقام بامعنا: رقم‌هایی هستند که پس از اندازه‌گیری یک کمیت ثبت می‌کنیم.

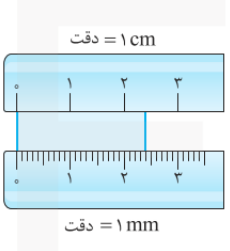
- صفرهای سمت راست در عدد گزارش‌شده، بامعنا هستند: $۴۰/۰$ و $۵/۷۰\times۱۰^{۱۴}$ هر کدام سه رقم بامعنا دارند.
- صفرهای سمت چپ معنی ندارند: مثلاً $۰/۰۰۵$ یک رقم بامعنا دارد.

گزارش نتیجهٔ اندازه‌گیری

نحوهٔ صحیح گزارش نتیجهٔ یک اندازه‌گیری به شکل زیر است:

خطای وسیلهٔ اندازه‌گیری $\pm$ عدد اندازه‌گیری‌شده

نمونه

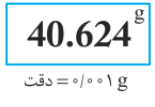


رقم حدسی و غیرقطعی

$$\text{طول جسم} = \underbrace{۲/\overbrace{۴}}_{\text{عدد اندازه‌گیری‌شده با دو رقم بامعنا}}\ \text{cm} \pm \underbrace{۰/۵\ \text{cm}}_{\text{خطای وسیلهٔ اندازه‌گیری}}$$

رقم حدسی و غیرقطعی

$$\text{طول جسم} = \underbrace{۲۴/\overbrace{۱}}_{\text{عدد اندازه‌گیری‌شده با سه رقم بامعنا}}\ \text{mm} \pm \underbrace{۰/۵\ \text{mm}}_{\text{خطای وسیلهٔ اندازه‌گیری}}$$



رقم غیرقطعی

$$\text{جرم جسم} = \underbrace{۴۰/۶۲\overbrace{۴}}_{\text{عدد اندازه‌گیری‌شده با پنج رقم بامعنا}}\ \text{g} \pm \underbrace{۰/۰۰۱\ \text{g}}_{\text{خطای وسیلهٔ اندازه‌گیری}}$$

با یک آمپرسنج عقربه‌ای شدت‌جریانی را که از یک مدار می‌گذرد، $۲/۰۰۴\ \text{mA}$ اندازه گرفته‌ایم. دقت این اندازه‌گیری چند میکروآمپر است؟ *(ریاضی خارج ۹۶ با تغییر)*

۱) ۰/۴ ۲) ۱ ۳) ۱۰ ۴) ۱۰۰

گزینهٔ «۳» در وسایل اندازه‌گیری عقربه‌ای(مدرج)، آخرین رقم سمت راست، رقم حدسی است. از آن‌جایی که ما مجاز هستیم فقط یک رقم را حدس بزنیم، مرتبهٔ رقم قبل از رقم حدسی نشان‌دهندهٔ دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری است. بنابراین در اندازه‌گیری انجام‌شده داریم:

$$\overbrace{۲/۰۰\overbrace{۴}}^{\text{رقم حدسی}}\ \text{mA} \Rightarrow \underbrace{\text{دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری}}_{\text{مرتبهٔ دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری}} = ۰/۰۱\ \text{mA} \times \frac{۱\ \text{A}}{۱۰^{۳}\ \text{mA}} \times \frac{۱۰^{۶}\ \mu\text{A}}{۱\ \text{A}} = ۱۰\ \mu\text{A}$$

تخمین مرتبهٔ بزرگی

منظور از مرتبهٔ بزرگی یک عدد، تقریب‌زدن آن به یکی از توان‌های ۱۰ است. برای این کار، ابتدا عدد را به صورت نمادگذاری علمی $(a\times ۱۰^{n})$ نوشته و سپس بنا بر قرارداد زیر، a را جایگزین می‌کنیم:

اگر $۱\le a<۵ \Leftarrow a\sim ۱۰^{۰}=۱$

اگر $۵\le a<۱۰ \Leftarrow a\sim ۱۰^{۱}=۱۰$

نمونه $۰/۰۵=۵\times ۱۰^{-۲}\sim ۱۰\times ۱۰^{-۲}=۱۰^{-۱}$

برای انجام محاسبات ریاضی (مثل ضرب و تقسیم و ...) در مسائل تخمین مرتبهٔ بزرگی، ابتدا اعداد را به توان ۱۰ گرد کرده و سپس محاسبات را انجام می‌دهیم.

پاسخ به دست آمده به روش تخمین مرتبهٔ بزرگی ممکن است حتی تا $۱۰^{۲}$ برابر با پاسخ واقعی مسئله فاصله داشته باشد! *به خاطر همین اگر جوابی که به دست آوردین، توی گزینه‌ها نبود، اصلن نگران نشین، بگردین و نزدیک‌ترین گزینه رو پیدا کنین.*

متوسط بارش سالانه در ایران ۲۵۰ mm است. در طی یک سال تقریباً چند لیتر باران در ایران می‌بارد؟ (مساحت ایران تقریباً ۱/۶ میلیون کیلومتر مربع است.)

۱) $۱۰^{۸}$ ۲) $۱۰^{۱۱}$ ۳) $۱۰^{۱۴}$ ۴) $۱۰^{۱۷}$

گزینهٔ «۳» با استفاده از تخمین مرتبهٔ بزرگی، مساحت ایران (A) را در ارتفاع بارش سالانه (d) ضرب می‌کنیم تا حجم کل بارش به دست آید.

$$d=۲۵۰\ mm=۲/۵\times ۱۰^{-۱}\ m\sim ۱۰^{-۱}\ m$$

$$A=۱/۶\times ۱۰^{۶}\ (km)^{۲}=۱/۶\times ۱۰^{۶}\times ۱۰^{۶}\ m^{۲}\sim ۱۰^{۱۲}\ m^{۲}$$

$$\text{حجم کل بارش}=A.d\sim ۱۰^{۱۲}\times ۱۰^{-۱}=۱۰^{۱۱}m^{۳}=۱۰^{۱۱}\ \cancel{m^{۳}}\times\frac{۱۰^{۳}L}{۱\ \cancel{m^{۳}}}=۱۰^{۱۴}L$$

چگالی (جرم حجمی)

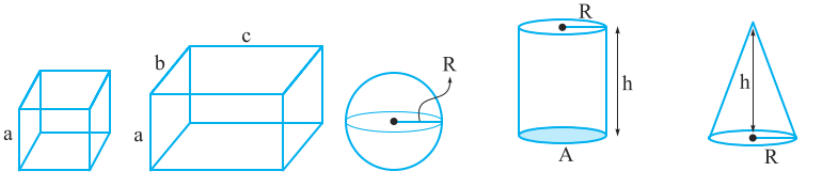
جرم یکای حجم هر ماده‌ای را چگالی آن ماده می‌گویند.

$$\text{چگالی } (kg/m^{۳}) \leftarrow \rho=\frac{m}{V}\begin{cases}\rightarrow \text{جرم } (kg)\\ \rightarrow \text{حجم } (m^{۳})\end{cases}$$

گرم بر سانتی‌متر مکعب $(g/cm^{۳})$ و گرم بر لیتر (g/L)، یکاهای دیگر چگالی هستند. برای کنکور باید تبدیل این یکاها به هم را خوب بلد باشید:

$$۱\ g/cm^{۳}\equiv ۱۰۰۰\ kg/m^{۳} \qquad ۱\ g/cm^{۳}\equiv ۱۰۰۰\ g/L \qquad ۱\ g/L\equiv ۱\ kg/m^{۳}$$

حجم اشکال هندسی ساده:



حجم مکعب	حجم مکعب‌مستطیل	حجم کره	حجم استوانه	حجم مخروط
$V = a^3$	$V = abc$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$	$V = Ah = \pi R^2 h$	$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

اگر جسم جامد، شکلی ساده و منتظم نداشته باشد، برای به دست آوردن حجم، آن را در یک استوانهٔ مدرج حاوی آب می‌اندازیم. میزان تغییر ارتفاع آب، نشان‌دهندهٔ حجم جسم است.

چگالی آلیاژ (مخلوط): اگر دو یا چند ماده با هم مخلوط شوند و حجم هر کدام از آن‌ها بر اثر مخلوط‌شدن تغییر نکند، داریم:

$$\text{چگالی آلیاژ (مخلوط)} = \frac{\text{جرم کل}}{\text{حجم کل}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + \cdots}{V_1 + V_2 + \cdots}$$

جسم حفره‌دار: چنان‌چه جسمی دارای حفره باشد، حجم حفره را می‌توان از تفاوت حجم ظاهری و حجم واقعی جسم به دست آورد:

حجم واقعی − حجم ظاهری = حجم حفره (فضای خالی)

حجم ظاهری: حجم جسم با توجه به ابعادش و با در نظر گرفتن حجم حفره است.

حجم واقعی: حجم مادهٔ به کار رفته در جسم است. این حجم را می‌توان با استفاده از جرم و چگالی جسم به دست آورد.

حجم واقعی: $V = \frac{m}{\rho}$

مخلوطی از ۲ نوع مایع با چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 درست شده است. اگر $\frac{1}{3}$ حجم آن از مایعی با چگالی ρ_1 بوده و $\frac{2}{3}$ باقی‌مانده از مایعی با چگالی ρ_2 باشد، چگالی مخلوط برابر با کدام است؟ (ریاضی ۹۱)

۱) $\frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$

۲) $\frac{\rho_2 + 2\rho_1}{3}$

۳) $\frac{3\rho_1\,\rho_2}{\rho_2 + 2\rho_1}$

۴) $\frac{3\rho_1\,\rho_2}{\rho_1 + 2\rho_2}$

گزینهٔ «۱»

$$\left.\begin{array}{l} \text{چگالی مخلوط: } \rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \\ \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \end{array}\right\} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1(\frac{V}{3}) + \rho_2(\frac{2V}{3})}{\frac{V}{3} + \frac{2V}{3}} = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$$

شعاع یک کرهٔ فلزی $5\ cm$ و جرم آن $1080\ g$ و چگالی آن $2/7\ g/cm^3$ است. درون این کره یک حفره وجود دارد. حجم این حفره چند درصد حجم کره را تشکیل می‌دهد؟ $(\pi = 3)$ (ریاضی خارج ۹۴)

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

گزینهٔ «۳» این تست بیشتر تست هندسه است تا فیزیک!

$$\begin{cases} \text{حجم ظاهری کرهٔ فلزی} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\times 3\times 125 = 500\ cm^3 \\ \text{حجم واقعی فلز } V = \frac{m}{\rho} = \frac{1080}{2/7} = 400\ cm^3 \end{cases}$$

$$\text{حجم حفره} = \text{حجم ظاهری} - \text{حجم واقعی} = 500 - 400 = 100\ cm^3$$

$$\Rightarrow \frac{\text{حجم حفره}}{\text{حجم ظاهری کره}}\times 100 = \frac{100}{500}\times 100 = \%20$$

فرمول‌های فصل

- **گزارش نتیجهٔ اندازه‌گیری:** خطای وسیلهٔ اندازه‌گیری $\pm$ عدد اندازه‌گیری‌شده
- **تخمین مرتبهٔ بزرگی:** ابتدا عدد را به صورت نمادگذاری علمی $(a\times 10^n)$ نوشته و سپس a را جایگزین می‌کنیم:

اگر $1 \le a < 5 \Leftarrow a \sim 10^0 = 1$

اگر $5 \le a < 10 \Leftarrow a \sim 10^1 = 10$

- **چگالی:** $\rho = \frac{m}{V}$

چگالی آلیاژ (مخلوط): $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + \cdots}{V_1 + V_2 + \cdots}$

جسم حفره‌دار: حجم واقعی − حجم ظاهری = حجم حفره (فضای خالی)

کار

کار یک کمیت نرده‌ای است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$W = (F\cos\theta)\,d = Fd\cos\theta$$

- W: کار نیروی ثابت (ژول J)
- $F\cos\theta$: مولفهٔ نیرو در راستای جابه‌جایی
- F: نیرو (N)
- d: جابه‌جایی (m)
- θ: زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی

$0 \le \theta < 90^\circ \Leftarrow$ کار مثبت $(W > 0)$ و F نیروی محرک است.

$\theta = 90^\circ \Leftarrow$ کار صفر $(W = 0)$ است.

$90^\circ < \theta \le 180^\circ \Leftarrow$ کار منفی $(W < 0)$ و F نیروی مقاوم است.

کارکل

کار کل نیروهای وارد بر یک جسم را از سه روش می‌توان به دست آورد:

۱ جمع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم: اگر در مسئله‌ای کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم را داشتیم یا محاسبهٔ کار تک‌تک نیروها راحت بود، از این روش استفاده می‌کنیم:

$$W_t = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots$$

۲ محاسبهٔ کار نیروی خالص: بعضی وقت‌ها نیروهای وارد بر جسم به گونه‌ای داده می‌شوند که محاسبهٔ برایند آن‌ها (نیروی خالص: F_{net}) راحت‌تر است. در این مسائل، کار کل را از محاسبهٔ کار برایند نیروهای وارد بر جسم به دست می‌آوریم:

$$W_t = W_{\text{نیروی خالص}}$$

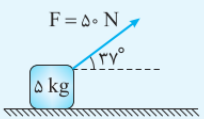
۳ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: اگر پای تندی جسم یا انرژی جنبشی وسط باشد، کار کل را باید با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی تعیین کنیم. در ادامهٔ همین فصل، این قضیه را خواهیم دید.

محاسبهٔ کار به کمک بردارهای یکه

اگر نیروی وارد بر جسم به صورت $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$ و جابه‌جایی جسم به صورت $\vec{d} = d_x\vec{i} + d_y\vec{j}$ داده شده باشد، کار نیروی F از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$W_F = F_x d_x + F_y d_y$$

در شکل مقابل، جسم تحت تأثیر نیروی F به اندازهٔ ۵ متر جابه‌جا می‌شود. کار نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ($f = 10\,N$ نیروی اصطکاک، $g = 10\,m/s^2$ ، $\sin 37^\circ = 0/6$) *(ریاضی خارج ۹۶ با اندکی تغییر)*



۱) ۲۰۰ ۲) صفر ۳) -50 ۴) -250

گزینهٔ «۳» نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) و نیروی اصطکاک (f)، نیروهای واردشده از طرف سطح هستند. کار این نیروها را حساب می‌کنیم:

$W_{F_N} = ۰ \Rightarrow$ جابه‌جایی عمود بر نیروی F_N است.

$$W_f = fd\cos ۱۸۰^\circ = ۱۰ \times ۵ \times (-۱) = -۵۰\ J$$

(زاویهٔ بین نیروی اصطکاک و جابه‌جایی $= ۱۸۰^\circ$)

$$W_{\text{سطح}} = W_{F_N} + W_f = ۰ - ۵۰ = -۵۰\ J$$

جسمی به جرم ۳ kg روی سطح افقی به حال سکون قرار دارد. نیروی ثابت $\vec{F} = ۱۵\vec{i} + ۲۰\vec{j}$ (در SI) به جسم وارد می‌شود و جسم روی محور x، ۱۰ متر جابه‌جا می‌شود. کار نیروی F در این جابه‌جایی چند ژول است؟ (ریاضی خارج ۹۳)

۱) ۳۵۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۹۰

گزینهٔ «۳»

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = ۱۵\vec{i} + ۲۰\vec{j} \\ \vec{d} = ۱۰\vec{i}\end{array}\right\} \Rightarrow W_F = F_x d_x + F_y d_y = (۱۵ \times ۱۰) + ۰ = ۱۵۰\ J$$

انرژی مکانیکی (E)

به مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل در یک جسم، انرژی مکانیکی آن جسم می‌گوییم:

$$E = K + U$$

کار و انرژی هر دو از یک جنس هستند و یکای آن‌ها در SI ژول (J) است.

انرژی جنبشی (K)

هر جسم متحرکی به خاطر حرکتش دارای انرژی است؛ به این انرژی وابسته به تندی جسم، انرژی جنبشی گفته می‌شود.

$$K = \frac{۱}{۲} m v^۲$$

- K: انرژی جنبشی (J)
- m: جرم جسم (kg)
- v: تندی جسم (m/s)

جسمی در مسیر مستقیم با تندی v در حال حرکت است. اگر تندی این جسم ۵ m/s افزایش یابد، انرژی جنبشی آن ۴۴ درصد افزایش می‌یابد. v چند متر بر ثانیه است؟ (تجربی خارج ۹۳)

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

گزینهٔ «۴» افزایش ۴۴ درصدی انرژی جنبشی را به این شکل می‌نویسیم:

$$K_۲ = K_۱ + ۰/۴۴K_۱ = ۱/۴۴K_۱$$

حالا نسبت انرژی‌های جنبشی را نوشته و v را به دست می‌آوریم:

$$\frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1}=\frac{(1/44)K_1}{K_1}=\left(\frac{v+5}{v}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\sqrt{\ }} 1/2=\frac{v+5}{v} \Rightarrow 1/2v=v+5 \Rightarrow 0/2v=5 \Rightarrow v=\frac{5}{0/2}=25\,m/s$$

انرژی پتانسیل (U)

در این‌جا دو نوع از انواع انرژی پتانسیل را معرفی می‌کنیم.

الف) انرژی پتانسیل گرانشی (U_g)

انرژی‌ای که اجسام به دلیل ارتفاعشان دارند، انرژی پتانسیل گرانشی نامیده می‌شود:

شتاب گرانشی (N/kg یا m/s^2) جرم جسم (kg)

انرژی پتانسیل گرانشی (J) ← $U_g = mgh$ → ارتفاع (m)

در رابطهٔ بالا، h ارتفاع از سطح مبدأ پتانسیل است. بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی، یک مقدار مطلق ندارد و نسبت به انتخاب سطح مبدأ فرق می‌کند. انتخاب سطح مبدأ پتانسیل اختیاری است ولی معمولاً سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

ب) انرژی پتانسیل کشسانی (فنر U)

فنری که از حالت تعادل خود خارج شده باشد، توانایی انجام کار (انرژی) دارد. به این انرژی ذخیره‌شده در فنر، انرژی پتانسیل کشسانی می‌گویند.

رابطهٔ کار و انرژی

انجام کار معمولاً با تغییر انرژی همراه است؛ پس تغییر انرژی‌ها $(\Delta E, \Delta U, \Delta K)$ از خود آن‌ها (E, U, K) مهم‌ترند. می‌خواهیم ببینیم هر کدام از تغییر انرژی‌های ΔK، ΔU و ΔE بر اثر انجام کار توسط چه نیروهایی اتفاق می‌افتد.

کار چه نیروهایی با تغییر انرژی جنبشی برابر است؟

«کار کل نیروهای وارد بر جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است». این بیان را **قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی** می‌نامیم و در مسائل، به صورت رابطهٔ روبه‌رو از آن استفاده می‌کنیم:

تندی اولیهٔ جسم — انرژی جنبشی اولیه

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

تندی نهایی جسم — انرژی جنبشی نهایی

بنابراین:

- اگر تندی جسم در طول جابه‌جایی ثابت باشد (و یا تندی جسم در نقاط ابتدا و انتهای حرکت برابر باشد)، $K_1 = K_2$ بوده و کار برایند نیروها صفر است.
- اگر تندی جسم در طول حرکت زیاد شود، $K_2 > K_1$ بوده و کار برایند نیروها مثبت است.
- اگر تندی جسم در طول حرکت کم شود، $K_2 < K_1$ بوده و کار برایند نیروها منفی است.

گلوله‌ای به جرم $2\ kg$ با تندی اولیهٔ $20\ m/s$ تحت زاویهٔ α رو به بالا پرتاب می‌شود. این گلوله با تندی $10\ m/s$ از نقطهٔ اوج می‌گذرد. کار برایند نیروهای وارد بر گلوله از لحظهٔ پرتاب تا زمان رسیدن به نقطهٔ اوج چند ژول است؟ (ریاضی خارج ۹۲)

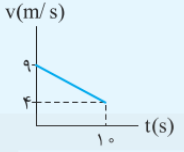
۱) -100 ۲) 150 ۳) 250 ۴) -300

گزینهٔ «۴» از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\times 2\times(100-400) = -300\ J$$

در همان نگاه اول می‌توانستیم ۲ و ۳ را حذف کنیم؛ زیرا تندی جسم کاهش یافته و در چنین حالتی کار برایند نیروها منفی است.

نمودار سرعت ـ زمان جسمی به جرم $3\ kg$ مطابق شکل روبه‌رو است. کار کل در ۴ ثانیهٔ اول حرکت، چند ژول است؟



۱) ۲۴ ۲) -24
۳) ۴۸ ۴) -48

گزینهٔ «۴» **گام اول** محاسبهٔ شیب نمودار: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4-9}{10} = -\frac{5}{10} = -0/5\ m/s^2$

گام دوم پیداکردن تندی جسم در لحظهٔ $t = 4\ s$: براساس شیب به دست آمده، معادلهٔ خط را می‌نویسیم و سپس مقدار v را به ازای $t = 4\ s$ به دست می‌آوریم:

معادلهٔ خط در حالت کلی: $y = ax + b \Rightarrow v = -0/5t + 9$

$$\xrightarrow{t=4\ s} v = -(0/5\times 4) + 9 = 7\ m/s$$

گام سوم محاسبهٔ کار کل در ۴ ثانیهٔ اول (صفر تا $4\ s$) با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\times 3\times(\cancel{49-81}^{-32}) = 3\times(-16) = -48\ J$$

کار چه نیروهایی با منفی تغییر انرژی پتانسیل برابر است؟

سه نیرو می‌توانند انرژی پتانسیل را تغییر دهند: ۱ نیروی وزن، ۲ نیروی فنر، ۳ نیروی الکتریکی[1]

کار نیروی وزن

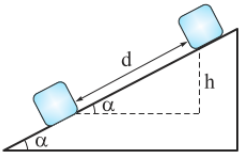
نیروی وزن همیشه به سمت زمین است؛ بنابراین کار نیروی وزن، در پایین‌رفتن جسم، مثبت و در بالارفتن آن، منفی است. کار نیروی وزن را به روش زیر می‌توانیم به دست آوریم:

منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی:

$$W_g = -\Delta U_g = -mg(h_2 - h_1)$$ ← کار نیروی وزن[2]

۱- کار نیروی الکتریکی را در فصل الکتریسیتهٔ ساکن بررسی می‌کنیم.

۲- خیلی وقت‌ها به جای U_g از U استفاده می‌شود.



کار نیروی وزن به مسیر حرکت جسم بستگی ندارد و فقط مقدار خالص جابه‌جایی در راستای عمود بر سطح زمین مهم است. مثلاً در جابه‌جایی جسم روی سطح شیب‌دار داریم:

$$\sin\alpha = \frac{h}{d} \Rightarrow h = d\sin\alpha$$

کار نیروی فنر

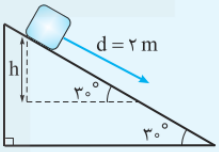
کار نیروی فنر برابر منفی تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی است: $W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}}$ ← کار نیروی فنر

جسمی به جرم $2\,kg$ روی سطح شیب‌داری که با سطح افق زاویهٔ 30° می‌سازد، با تندی ثابت رو به پایین می‌لغزد. اگر در این حرکت جسم به اندازهٔ ۲ متر جابه‌جا شود، کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟ $(g = 10\,m/s^2)$ (ریاضی ۹۴)

۱) $-20\sqrt{2}$ ۲) $-10\sqrt{3}$ ۳) -10 ۴) -20

گزینهٔ «۴» وقتی تندی جسم در طول حرکت ثابت است؛ یعنی کار برایند نیروها (کار کل) صفر است. کار سه نیروی وزن، عمودی تکیه‌گاه و اصطکاک را با هم جمع کرده و برابر صفر قرار می‌دهیم. در محاسبهٔ کار نیروی وزن، فقط جابه‌جایی عمودی مهم است:

$$h = d\sin 30^\circ = 2\times 0/5 = 1\,m$$



$$\Rightarrow W_{mg} = \underbrace{mg}_{\text{نیروی وزن}} \times \underbrace{h}_{\substack{\text{جابه‌جایی}\\ \text{عمودی}}} = 2\times 10\times 1 = 20\,J$$

حرکت جسم عمود بر نیروی تکیه‌گاه است. $\rightarrow W_{F_N} = 0$

$$W_t = \Delta K = 0$$

$$W_t = W_{mg} + W_{F_N} + W_f \Rightarrow 0 = 20 + 0 + W_f \Rightarrow W_f = -20\,J$$

کار چه نیروهایی با تغییر انرژی مکانیکی برابر است؟

کار نیروهای اتلافی مثل اصطکاک و مقاومت هوا، با تغییرات انرژی مکانیکی برابر است:

$W_f = \Delta E$ ← کار نیروهای اتلافی

وجود این نیروها باعث می‌شود که مقداری از انرژی مکانیکی جسم، به انرژی درونی (گرما) تبدیل شود.

کار نیروهای اتلافی همیشه منفی است و برخلاف کار نیروی وزن به مسیر حرکت وابسته است.

روش دوم برای محاسبهٔ کار نیروهای اتلافی: علاوه بر تغییر انرژی مکانیکی، کار نیروهای اتلافی را می‌توان از رابطهٔ اصلی کار (نیرو × جابه‌جایی) نیز به دست آورد. این روش در مسائلی که نیروی اصطکاک (یا مقاومت هوا) و طول مسیر حرکت جسم داده شده‌اند، کاربرد دارد.

جسمی به جرم ۱kg با تندی اولیهٔ ۶ m / s از پایین سطح شیب‌داری که با افق زاویهٔ 37° می‌سازد، به طرف بالا پرتاب می‌شود. هنگامی که جسم روی سطح شیب‌دار ۲ متر را رو به بالا طی می‌کند، تندی‌اش به ۲ m / s می‌رسد. انرژی مکانیکی جسم در این جابه‌جایی چند ژول کاهش می‌یابد؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$ ، $g = 10\ m/s^2$ و از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.) *(تجربی ۹۲)*

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۶

گزینهٔ «۱» در لحظهٔ پرتاب، جسم فقط انرژی جنبشی دارد:

$$E_1 = U_1 + K_1 = 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}\times 1\times 36 = 18\ J$$ انرژی مکانیکی جسم در لحظهٔ پرتاب

بعد از انجام جابه‌جایی، جسم انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی دارد:

$$\left.\begin{array}{l} E_2 = U_2 + K_2 = mgh + \frac{1}{2}mv_2^2 \\ h = d\sin\alpha = 2\times 0/6 = 1/2\ m \end{array}\right\} \Rightarrow E_2 = 1\times 10\times 1/2 + \frac{1}{2}\times 1\times 4 = 14\ J$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 14 - 18 = -4\ J$$

پایستگی انرژی مکانیکی

نیروهای سه‌گانهٔ وزن، کشسانی فنر و الکتریکی نمی‌توانند انرژی مکانیکی جسم را تغییر دهند؛ پس در مسائلی که فقط این نیروها کار انجام می‌دهند و از اصطکاک و مقاومت هوا خبری نیست، انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند. در این فصل، تست‌های زیادی را با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی حل می‌کنیم:

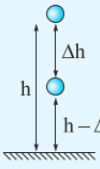
$$W_f = 0 \Rightarrow E_1 = E_2 \Rightarrow \boxed{K_1 + U_1 = K_2 + U_2}$$

رابطهٔ بالا را می‌توان به صورت $\Delta K = -\Delta U$ نوشت؛ این به معنای آن است که در صورت پایسته‌بودن انرژی مکانیکی یک جسم، به همان اندازه که انرژی جنبشی جسم [افزایش / کاهش] می‌یابد، انرژی پتانسیل آن [کاهش / افزایش] پیدا می‌کند.

گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود و پس از طی Δh، انرژی جنبشی آن با $\frac{1}{4}$ انرژی پتانسیل گرانشی آن برابر می‌شود. $\frac{\Delta h}{h}$ چه‌قدر است؟ (مبدأ پتانسیل سطح زمین است و مقاومت هوا ناچیز فرض شود.) *(ریاضی خارج ۹۷ ـ مشابه تجربی خارج ۹۲)*

۱) $\frac{1}{5}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{5}$

گزینهٔ «۱» اتلاف انرژی نداریم و از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم:

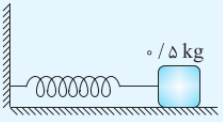


$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + \cancel{K_1}^{\,0} = U_2 + \cancel{K_2}^{\,\frac{1}{4}U_2} = \frac{5}{4}U_2$$

$$\Rightarrow \cancel{mg}\,h = \frac{5}{4}mg(h - \Delta h)$$

$$h = \frac{5}{4}(h - \Delta h) \Rightarrow h = \frac{5}{4}h - \frac{5}{4}\Delta h \Rightarrow \frac{5}{4}\Delta h = \frac{1}{4}h \Rightarrow \frac{\Delta h}{h} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{1}{5}$$

در شکل زیر، سطح افقی بدون اصطکاک است وزنه را به فنر با جرم ناچیز تکیه داده و فشار می‌دهیم. کار نیروی کشسانی فنر در این جابه‌جایی برابر $-2J$ می‌شود. اگر در این حالت بدون تندی اولیه وزنه را رها کنیم، بیشترین تندی وزنه تا لحظهٔ جداشدن از فنر، چند متر بر ثانیه خواهد شد؟ (تجربی ۹۴ با تغییر)



۱) $2\sqrt{2}$

۲) ۲

۳) ۴

۴) $4\sqrt{2}$

گزینهٔ «۱» **گام‌اول** محاسبهٔ انرژی پتانسیل کشسانی با فشرده‌شدن فنر و انجام کار روی آن، در آن انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود.

$$W_k = -\Delta U_k \Rightarrow \Delta U_k = 2J \xrightarrow{U_{K_0}=0} U_k = 2J$$

گام‌دوم بیشترین تندی وزنه هنگامی است که تمام این انرژی پتانسیل، به انرژی جنبشی تبدیل شود؛ یعنی:

$$U_k = K \Rightarrow 2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 4 = 0/5 \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{4}{0/5} = 8 \Rightarrow v = 2\sqrt{2}\ m/s$$

توان و بازده

توان

توان، نسبت کار به زمان است. هر چه یک کار معین در زمان کوتاه‌تری انجام شود، توان بیشتر است.

$$\bar{P} = \frac{W}{t}$$

W: کار (J)، t: زمان (s)، $\bar{P}$: توان متوسط (وات W)

در تست‌هایی که نیروی محرک و سرعت متوسط جسم را داشته باشیم، توان متوسط را از رابطهٔ زیر به دست می‌آوریم:

$$\bar{P} = F\, v_{av}$$

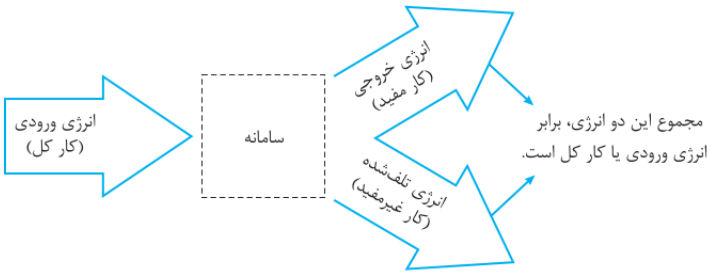
F: نیروی محرک (N)، v_{av}: سرعت متوسط (m/s)

یکای قدیمی و غیر SI توان، اسب بخار است: یک اسب بخار $(hp) = 746$ وات (W)

بازده

بازده معیاری است که کارایی یک دستگاه را نشان می‌دهد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{بازده} = \frac{\text{انرژی مفید یا کار انجام‌شده به وسیلهٔ دستگاه}}{\text{انرژی یا کار داده‌شده به دستگاه}}$$



معمولاً بازده را برحسب درصد بیان می‌کنند، برای بیان بازده یک دستگاه برحسب درصد می‌توانیم از هر یک از روابط زیر استفاده کنیم:

$$\text{بازده } Ra = \frac{W_{\text{خروجی}}}{W_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰$$

از موتوری با توان $۳۸۰\ W$ برای بالابردن باری با تندی ثابت $۱۰\ cm/s$ استفاده می‌شود. جرم باری که حمل می‌شود، در SI چه‌قدر است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

۱) ۳/۸ ۲) ۳۸ ۳) ۳۸۰ ۴) ۳۸۰۰

گزینهٔ «۳» از توان داده‌شده استفاده کرده و مقدار کار انجام‌شده در هر ثانیه را حساب می‌کنیم:

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow W = \bar{P}\Delta t \Rightarrow W = ۳۸۰ \times ۱ = ۳۸۰\ J$$

در همین $۱\ s$ بار موردنظر به اندازهٔ $۱۰\ cm\ (۰/۱\ m)$ بالا رفته است $(\Delta x = v\Delta t)$. چون تندی ثابت است، کار انجام‌شده صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی شده است:

$$W = mgh \Rightarrow m = \frac{W}{gh} = \frac{۳۸۰}{۱۰ \times ۰/۱} = ۳۸۰\ kg$$

فرمول‌های فصل

کار (نیرو × جابه‌جایی در راستای نیرو): $W = (F\cos\theta)d = Fd\cos\theta$:کار نیروی ثابت

روش‌های محاسبهٔ کار کل

۱ جمع جبری کارها: $W_t = W_۱ + W_۲ + W_۳ + \cdots$

۲ محاسبهٔ کار نیروی خالص: $W_t = W_{\text{نیروی خالص}}$

۳ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: $W_t = K_۲ - K_۱$

محاسبهٔ کار به کمک بردارهای یکه:

$$\left.\begin{aligned}\vec{F} &= F_x\vec{i} + F_y\vec{j}\\ \vec{d} &= d_x\vec{i} + d_y\vec{j}\end{aligned}\right\} \Rightarrow W_F = F_x d_x + F_y d_y$$

انرژی مکانیکی: $E = K + U$

انرژی جنبشی: $K = \frac{۱}{۲}mv^{۲}$

انرژی پتانسیل گرانشی: $U_g = mgh$

انرژی پتانسیل کشسانی($U_{\text{فنر}}$)

رابطهٔ کار و انرژی

کار کل نیروهای وارد بر جسم با **تغییر انرژی جنبشی** آن برابر است (قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی).

$$W_t = \Delta K$$

سه نیروی **وزن**، **کشسانی فنر** و الکتریکی می‌توانند انرژی پتانسیل را تغییر دهند و کار آن‌ها با **منفی تغییرات انرژی پتانسیل** برابر است:

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U_g$$

$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}}$$

کار نیروهای اتلافی (اصطکاک، مقاومت هوا) با **تغییرات انرژی مکانیکی** برابر است:

کار نیروهای اتلافی: $W_f = \Delta E$

پایستگی انرژی مکانیکی: در نبود نیروهای اتلافی، انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند.

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲$$

توان و بازده:

توان متوسط $\overline{P} = Fv_{av}$ یا $\overline{P} = \frac{W}{t}$

بازده برحسب درصد $Ra = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times ۱۰۰$

حالت‌های ماده

حالت‌های ماده

- **جامد:** مولکول‌ها در مکان‌های خاصی قرار می‌گیرند و فقط نوسان‌های بسیار کوچکی در همین مکان‌ها انجام می‌دهند.
- **مایع:** مولکول‌ها روی هم می‌لغزند و به راحتی جاری می‌شوند.
- **گاز:** مولکول‌ها آزادانه و با تندی بسیار زیاد به اطراف حرکت می‌کنند.
- **پلاسما:** اغلب در دماهای خیلی بالا به وجود می‌آید. مثال: مادهٔ درون ستارگان، بیشتر فضای بین ستاره‌ای، آذرخش، شفق‌های قطبی، آتش، مادهٔ داخل لولهٔ تابان لامپ مهتابی.

انواع جامد

- **بلورین:** مولکول‌ها در طرح منظمی کنار هم قرار می‌گیرند. شکل‌گیری این جامدات با سردشدن تدریجی مایع اتفاق می‌افتد. مثال: فلزها، نمک‌ها، الماس و اغلب مواد معدنی.
- **بی‌شکل (آمورف):** مولکول‌ها به صورت بی‌نظم در کنار هم قرار گرفته‌اند. این جامدات معمولاً از سردکردن سریع مایع به دست می‌آیند. مثال: شیشه، قیر سرد.

پدیدهٔ پخش: گسترش ذرات یک ماده درون یک شاره. مثل پخش بوی عطر در اتاق و رنگی‌شدن آب در اثر پخش قطرهٔ جوهر در آن.

این پدیده در مایع‌ها در مقایسه با گازها با سرعت بسیار کم‌تری اتفاق می‌افتد.

ویژگی‌های فیزیکی مواد در مقیاس نانو

ویژگی‌های فیزیکی مواد از جمله نقطهٔ ذوب، رسانندگی، شفافیت، استحکام، رنگ و ... در مقیاس نانو (10^{-9}) به طور قابل توجهی تغییر می‌کند.

نمونه۱ دمای ذوب طلا در مقیاس نانو ($427\ ^\circ C$) خیلی کم‌تر از دمای ذوب آن در حالت عادی ($1064\ ^\circ C$) است.

نمونه۲ اکسید آلومینیم در مقیاس نانو رسانای جریان الکتریکی و در حالت عادی عایق است.

تغییر ویژگی‌های فیزیکی مواد در مقیاس نانو به یک باره و در ابعاد بین ۱ تا ۱۰۰ نانومتر اتفاق می‌افتد. این اندازه به نوع ماده و ویژگی فیزیکی موردنظر بستگی دارد.

برای تغییر ویژگی‌های فیزیکی یک ماده لازم نیست که همهٔ ابعاد آن در مقیاس نانو باشد؛ گاهی فقط یک بعد در مقیاس نانو است (نانولایه) و گاهی هر سه بعد (نانوذره).

نیروهای بین مولکولی

مولکول‌ها در فاصلهٔ معین از هم، در حال تعادل‌اند. اگر فاصلهٔ بین مولکول‌ها از این مقدار کم‌تر شود، بین آن‌ها نیروی دافعه و اگر فاصلهٔ مولکول‌ها از این مقدار بیشتر شود، نیروی جاذبه ایجاد می‌شود.

نیروی دافعهٔ گفته‌شده در بالا، عامل تراکم‌ناپذیری مایع‌ها و جامدها است.

اگر فاصلهٔ مولکول‌ها چند برابر حالت عادی شود، جاذبهٔ بین آن‌ها از بین می‌رود. این یعنی نیروی بین مولکولی کوتاه‌بُرد است.

نیروهای بین مولکولی
- **هم‌چسبی**: نیروی بین مولکول‌های همسان. مثال: کشش سطحی
- **دگرچسبی**: نیروی بین مولکول‌های ناهمسان. مثال: ترشوندگی، اثر مویینگی

کشش سطحی: مولکول‌های سطح مایع مانند پوسته‌ای کشیده‌شده عمل می‌کنند. به این خاصیت، **کشش سطحی** می‌گوییم. کشش سطحی ناشی از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است.
مثال‌هایی از کشش سطحی: کروی‌بودن قطره‌های آب، تشکیل حباب‌های آب و صابون، شناورماندن گیرهٔ فلزی کاغذ روی سطح آب، راه‌رفتن برخی حشرات روی سطح برکه‌ها.

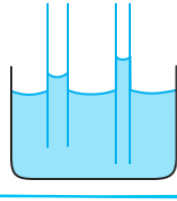
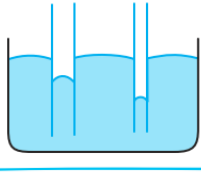
افزایش دما و افزودن مواد شوینده (ناخالصی) کشش سطحی را کم می‌کند.

ترشوندگی: هر وقت مایعی در تماس با جامدی قرار بگیرد، دو حالت می‌تواند رخ دهد:

۱ نیروی دگرچسبی > نیروی هم‌چسبی
⇒ مایع پخش می‌شود و سطح جامد را تر می‌کند، مثل آب و شیشهٔ تمیز

۲ نیروی دگرچسبی < نیروی هم‌چسبی
⇒ مایع به صورت قطره باقی می‌ماند و سطح جامد را تر نمی‌کند، مثل جیوه و شیشه

اثر مویینگی: در جدول زیر آن‌چه را که باید دربارهٔ این پدیده بدانید، آورده‌ایم:

رفتار آب در لولهٔ مویین شیشه‌ای	رفتار جیوه در لولهٔ مویین شیشه‌ای
نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب < نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و دیوارهٔ داخلی لولهٔ مویین	نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جیوه > نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های جیوه و دیوارهٔ داخلی لولهٔ مویین
سطح آب در لولهٔ مویین **بالاتر** از سطح آب ظرف قرار می‌گیرد.	سطح جیوه در لولهٔ مویین **پایین‌تر** از سطح جیوهٔ ظرف قرار می‌گیرد.
هر چه قطر لولهٔ مویین **کوچک‌تر** باشد، ارتفاع ستون آب در آن **بیشتر** است.	هر چه قطر لولهٔ مویین **کوچک‌تر** باشد، ارتفاع ستون جیوه در آن **کم‌تر** است.
سطح آب در لولهٔ مویین فرورفته (کاو) است.	سطح جیوه در لولهٔ مویین برآمده (کوژ) است.
	

فشار در شاره‌ها

نیروی عمودی وارد بر سطح (N)

فشار در یک سطح فرضی درون شارهٔ ساکن (Pa) ← $P = \frac{F}{A}$

مساحتی که نیرو به آن وارد می‌شود (m^2)

فشاری که یک جسم جامد به سطح زیر خود می‌آورد نیز از رابطهٔ بالا به دست می‌آید.

به کمک این رابطه می‌توانیم ثابت کنیم که فشار در عمق h از سطح یک شارهٔ در حال تعادل از رابطهٔ مهم زیر به دست می‌آید:

چگالی شاره

فشار ناشی از شاره ← $P = \rho g h$

شتاب گرانش زمین

عمق نقطهٔ مورد نظر

فشارهوا در سطح شاره

فشار کل در عمق h از سطح شاره ← $P = P_0 + \rho g h$

یکاهای فشار: یکای فشار در SI، پاسکال (Pa) است، $1\,Pa = \frac{1\,N}{1\,m^2}$. برای یکاهای دیگر فشار، این روابط برقرار است:

$1\,atm$ (اتمسفر) $\simeq 10^5\,Pa = 1\,bar$ (بار) $\simeq 76\,cmHg$ (سانتی‌متر جیوه)

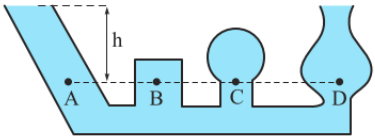
$1\,mmHg$ (میلی‌متر جیوه) $= 1\,torr$ (تور)

معمولاً در تست‌ها چگالی جیوه را $13600\,kg/m^3$ می‌دهند؛ در این صورت:

$P_{(\text{برحسب cmHg})} \times 1360 = P_{(\text{برحسب Pa})}$

اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز درون یک مایع:

اگر مایعی ساکن باشد، فشار در تمام نقاط هم‌تراز (دارای عمق یکسان) درون آن مایع برابر است.



$P_A = P_B = P_C = P_D = P_0 + \rho g h$

مکعبی به ضلع 60 cm پر از آب است. اگر همهٔ آب این مکعب را درون استوانه‌ای که مساحت قاعدهٔ آن $0/36\,m^2$ است بریزیم، فشاری که این آب در کف استوانه ایجاد می‌کند، چند برابر فشاری است که در کف مکعب ایجاد می‌کند؟ (تجربی ۹۶)

۱) π ۲) $\frac{\pi}{2}$ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) ۱

گزینهٔ «۴» اول سطح مقطع مکعب را حساب می‌کنیم:

$A = 60 \times 60 = 3600\,cm^2 = 3600 \times 10^{-4}\,m^2 = 0/36\,m^2$

همین‌طور که می‌بینید سطح مقطع مکعب و استوانه برابر است. وزن آب هم که در هر دو ظرف یکسان است. پس نسبت $\frac{F}{A}$ (یعنی فشار) در هر دو ظرف یکسان است.

لولهٔ بلندی به صورت قائم نگه داشته شده و در آن تا ارتفاع ۴ cm جیوه ریخته شده است. اگر فشار هوا $1/0336\times10^5$ Pa باشد، ارتفاع جیوهٔ درون لوله را به چند سانتی‌متر برسانیم تا فشار در ته لوله دو برابر شود؟ ($g=10\ m/s^2$ و $\rho_{جیوه}=13/6\ g/cm^3$) (ریاضی ۹۷)

۱) ۸۴ ۲) ۸۲ ۳) ۸۰ ۴) ۷۸

گزینهٔ «۱» **گام اول** فشار وارد بر ته لوله در حالت اول را بر حسب cm Hg به دست می‌آوریم:

$$P_0=\rho gh_{Hg} \Rightarrow 1/0336\times10^5=13600\times10\times h_{Hg}$$

$$\Rightarrow h_{Hg}=76\ cm \Rightarrow P_0=76\ cmHg \Rightarrow P_1=P_0+4\ cmHg=80\ cmHg$$

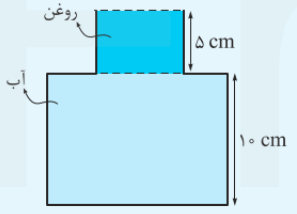
گام دوم فشار وارد بر ته لوله را دو برابر می‌کنیم: $P_2=2P_1=160\ cmHg$

بنابراین ۸۰ cm جیوه باید به ۴ cm جیوهٔ داخل لوله اضافه شود که در نهایت ارتفاع جیوه در لوله به ۸۴ cm خواهد رسید.

نیروی ناشی از فشار در مایع

اگر نیروی ناشی از فشار مایع وارد بر سطح A را از ما خواستند، کافی است اول فشار مایع را از رابطهٔ $P=\rho gh$ حساب کنیم و بعد آن را در رابطهٔ زیر قرار دهیم:

$$P=\frac{F}{A} \Rightarrow \boxed{F=PA}$$



در شکل مقابل، ظرف از دو قسمت استوانه‌ای تشکیل شده است که سطح مقطع استوانه‌ها $10\ cm^2$ و $50\ cm^2$ است. نیرویی که از طرف مایع‌ها بر کف ظرف وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ (چگالی روغن و آب به ترتیب $0/8\ g/cm^3$ و $1\ g/cm^3$ است و $g=10\ m/s^2$) (ریاضی خارج ۹۴ - مشابه تجربی خارج ۹۲)

۱) ۵/۴ ۲) ۶/۶ ۳) ۶ ۴) ۷

گزینهٔ «۴»

$$P=(\rho gh)_{روغن}+(\rho gh)_{آب}$$

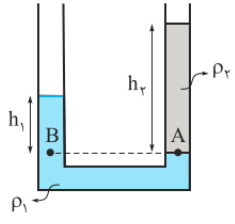
$$=(800\times10\times0/05)+(1000\times10\times0/1)=400+1000=1400\ Pa$$

$$P=\frac{F}{A} \Rightarrow F=PA=1400\times50\times10^{-4}=7\ N$$

لوله‌های U شکل

گفتیم فشار در نقاط هم‌تراز درون یک مایع ساکن، یکسان است. از این مطلب در حل انواع مسائل مربوط به لوله‌های U شکل استفاده می‌کنیم.

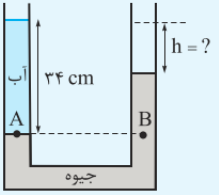
اگر دو مایع مخلوط‌نشدنی با چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 در یک لولهٔ U شکل قرار گیرند، مرز مشترک دو مایع را به عنوان سطح مرجع انتخاب کرده و فشار را در نقاط هم‌تراز با آن مساوی قرار می‌دهیم.



$$P_B=P_A \Rightarrow \rho_1gh_1=\rho_2gh_2 \Rightarrow \boxed{\rho_1h_1=\rho_2h_2}$$

در شکل زیر اختلاف ارتفاع آب و جیوه چند سانتی‌متر است؟ *(ریاضی خارج ۹۱)*

$(\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶\ g/cm^۳ ,\rho_{\text{آب}} = ۱\ g/cm^۳)$



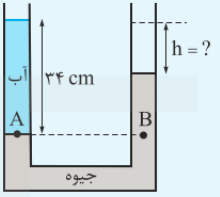
۱) ۲۷/۵

۲) ۲۹

۳) ۳۰

۴) ۳۱/۵

گزینهٔ «۴» فشار را در نقطهٔ A و نقطهٔ هم‌ترازش در سمت دیگر (B) حساب کرده و برابر قرار می‌دهیم:



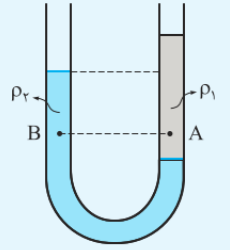
$$P_A = P_B \xrightarrow{P=\rho gh} \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow ۱ \times ۳۴ = ۱۳/۶ \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = ۲/۵\ cm$$

$$\Rightarrow h = h_{\text{آب}} - h_{\text{جیوه}} \text{ :اختلاف ارتفاع آب و جیوه}$$

$$= ۳۴ - ۲/۵ = ۳۱/۵\ cm$$

در شکل روبه‌رو، درون لولهٔ Uشکل دو مایع مخلوط‌نشدنی با چگالی‌های $\rho_۱$ و $\rho_۲$ ریخته شده و فشار در نقاط A و B درون دو مایع به ترتیب P_A و P_B است. کدام رابطه در این مورد درست است؟ *(تجربی خارج ۹۵ـ مشابه تجربی ۹۵)*



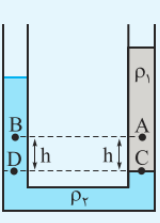
۱) $P_B < P_A$ و $\rho_۲ > \rho_۱$

۲) $P_B > P_A$ و $\rho_۲ > \rho_۱$

۳) $P_B < P_A$ و $\rho_۲ < \rho_۱$

۴) $P_B > P_A$ و $\rho_۲ < \rho_۱$

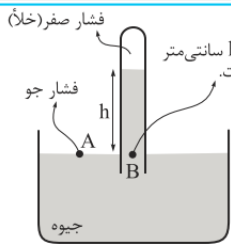
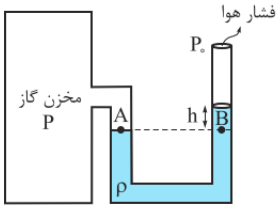
گزینهٔ «۱» با توجه به شکل، از این‌که مایع با چگالی $\rho_۲$ پایین‌تر از مایع با چگالی $\rho_۱$ قرار گرفته، نتیجه می‌گیریم: $\rho_۲ > \rho_۱$ (حذف ۳ و ۴). فشار در نقاط هم‌تراز C و D یکسان است و داریم:



$$P_C = P_D \Rightarrow P_A + \rho_۱ gh = P_B + \rho_۲ gh$$

$$\xrightarrow{\rho_۲ > \rho_۱} \rho_۱ gh < \rho_۲ gh \Rightarrow P_A > P_B$$

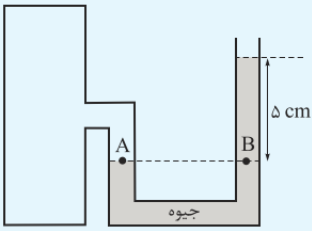
فشارسنج و جوسنج

جوسنج (بارومتر)	فشارسنج (مانومتر)
	
بنا بر اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز در یک مایع، فشار در نقاط A و B برابر است: $P_A = P_B \Rightarrow P_\circ = \rho gh$	پایین‌ترین سطح مایع را سطح مرجع در نظر می‌گیریم: $P_A = P_B \Rightarrow$ فشار مطلق : $P = P_\circ + \rho gh$ فشار پیمانه‌ای : $P_g = P - P_\circ = \rho gh$
اگر در بارومتر به جای جیوه از مایع دیگری (x) استفاده شود، داریم: $P_{cmHg} = \frac{\rho_x h_{x\,(cm)}}{\rho_{Hg}}$	فشارسنج‌ها در واقع فشار پیمانه‌ای را اندازه می‌گیرند. اگر فشار در یک شاره از فشار هوای آزاد کم‌تر باشد، فشار پیمانه‌ای منفی خواهد بود.

فشار پیمانه‌ای (P_g)، به اختلاف فشار شاره (مایع یا گاز) با فشار هوای محیط، فشار پیمانه‌ای می‌گوییم:

$$P_g = P_{\text{شاره}} - P_\circ$$

در شکل روبه‌رو، فشار پیمانه‌ای گاز چند پاسکال است؟
(چگالی جیوه $13/6\ g/cm^3$ و $g = 10\ m/s^2$ است.)



(ریاضی ۹۱)

۱) ۵
۲) ۸۱
۳) ۶۸۰۰
۴) ۱۰۶۸۰۰

گزینهٔ «۳» فشار مخزن با فشار نقطهٔ A برابر است و چون نقاط هم‌تراز در یک مایع ساکن، فشارهای برابر دارند:

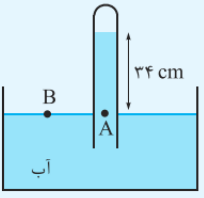
$$P_A = P_B$$

فشار در نقطهٔ B ناشی از فشار ستون جیوه و فشار هوا است:

$$P_B = \rho gh + P_\circ$$

$$\Rightarrow \text{فشار پیمانه‌ای مخزن} = P_B - P_\circ = \rho gh = 13600 \times 10 \times 0/05 = 6800\ Pa$$

در شکل روبه‌رو، فشار گاز جمع‌شده در انتهای لوله، ۷۲ سانتی‌متر جیوه است. چگالی آب $1\,g/cm^3$ و چگالی جیوه $13/6\,g/cm^3$ است. اگر اختلاف سطح آب در لوله و ظرف $34\,cm$ باشد، فشار هوا چند سانتی‌متر جیوه است؟ (تجربی ۹۳)



۱) ۷۶
۲) ۷۴/۵
۳) ۶۹/۵
۴) ۶۸

گزینهٔ «۲» نقاط A و B دارای فشار یکسان هستند. فشار در نقطهٔ B همان فشار هوا است. با محاسبهٔ فشار P_A، مقدار فشار هوا را به دست می‌آوریم:

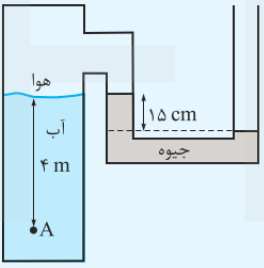
$$P_A = \rho gh + 72\ cmHg$$

$$\rho_{آب} g h_{آب} = \rho_{جیوه} g h_{جیوه} \Rightarrow 1\times10\times34 = 13/6\times10\times h_{جیوه}$$

$$\Rightarrow h_{جیوه} = \frac{340}{136} = 2/5\ cm$$ معادل: $34\ cm$ آب

$$\Rightarrow P_A = 2/5 + 72 = 74/5\ cmHg$$

فشار در نقطهٔ A چند کیلوپاسکال است؟ (چگالی آب $1000\,kg/m^3$، چگالی جیوه $13600\,kg/m^3$، فشار هوای بیرون $10^5\,Pa$ و $g = 10\,N/kg$ است.) (تجربی ۹۴)



۱) ۷۹/۶
۲) ۱۱۹/۶
۳) ۶۸/۴
۴) ۱۲۰/۴

گزینهٔ «۲» فشار در نقطهٔ A: $P_A = P_{هوا} + P_{آب}$

فشار هوای مخزن ($P_{هوا}$) به اندازهٔ ۱۵ سانتی‌متر جیوه از فشار هوای بیرون کم‌تر است (فشارسنج پیمانه‌ای با فشار منفی):

$$P_{هوا} = P_{\circ} - \rho_{جیوه} g h_{جیوه} = 10^5 - 13600\times10\times0/15 = 10^5 - 20400 = 79600\ Pa$$

$$P_{آب} = \rho_{آب} g h_{آب} = 1000\times10\times4 = 40000\ Pa$$

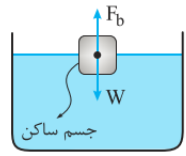
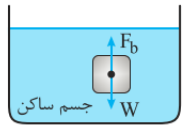
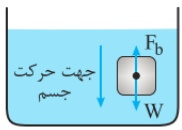
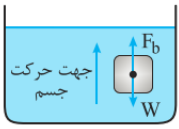
$$\Rightarrow P_A = 79600 + 40000 = 119600\ Pa = 119/6\ kPa$$

شناوری و اصل ارشمیدس

اصل ارشمیدس: وقتی تمام یا قسمتی از یک جسم در شاره‌ای فرو رود، شاره نیرویی بالاسو بر آن جسم وارد می‌کند که با وزن شارهٔ جابه‌جاشده توسط جسم برابر است.

نیروی شناوری (F_b) = وزن شارهٔ جابه‌جاشده

وقتی جسمی در شاره‌ای قرار می‌گیرد، چهار حالت ممکن است رخ دهد:

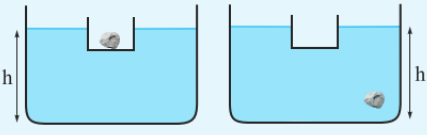
شناوری	غوطه‌وری	فرورفتن	بالارفتن
			
$F_b = W$	$F_b = W$	$F_b < W$	$F_b > W$
$\rho_{\text{شاره}} < \rho_{\text{جسم}}$	$\rho_{\text{شاره}} = \rho_{\text{جسم}}$	$\rho_{\text{شاره}} > \rho_{\text{جسم}}$	$\rho_{\text{شاره}} < \rho_{\text{جسم}}$

در شکل روبه‌رو یک مکعب مسی روی جیوه شناور است. اگر مقداری آب بر سطح جیوه بریزیم، حجمی از مس که داخل جیوه قرار دارد، چه تغییری می‌کند؟

۱) تغییری نمی‌کند.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) کاهش می‌یابد.
۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «۳» چگالی آب از مس و جیوه کم‌تر است و روی آن‌ها قرار می‌گیرد. حجمی از مس که بیرون جیوه قرار دارد، در آب قرار می‌گیرد و از طرف آب نیروی شناوری رو به بالا به آن وارد می‌شود. این نیروی شناوری باعث می‌شود تا مس مقداری بالا آمده و حجمی از آن که داخل جیوه قرار دارد، کاهش یابد.

در شکل (الف) ظرفی روی آب شناور است و سنگی داخل آن قرار دارد. در شکل (ب) سنگ را داخل آب انداخته‌ایم. اگر ارتفاع آب در شکل (الف) برابر h و در شکل (ب) برابر h' باشد، کدام گزینه صحیح است؟



۱) $h = h'$
۲) $h > h'$
۳) $h < h'$
۴) بسته به حجم سنگ، هر یک از گزینه‌های (۲) و (۳) ممکن است اتفاق بیفتد.

گزینهٔ «۲» اثر ظرف در ارتفاع آب برای هر دو شکل یکسان است. تفاوت ارتفاع آب به خاطر تفاوت موقعیت سنگ است. در شکل (الف) نیروی شناوری برابر وزن سنگ بوده و آن را شناور نگه داشته است؛ پس با توجه به این‌که چگالی آب از سنگ کم‌تر است، حجم آب جابه‌جاشدهٔ هم‌وزن سنگ از حجم سنگ بیشتر می‌باشد. $V_{\text{آب جابه‌جاشده}} > V_{\text{سنگ}}$

در شکل (ب) حجم آب جابه‌جاشده با حجم سنگ برابر است: $V_{\text{آب جابه‌جاشده}} = V_{\text{سنگ}}$

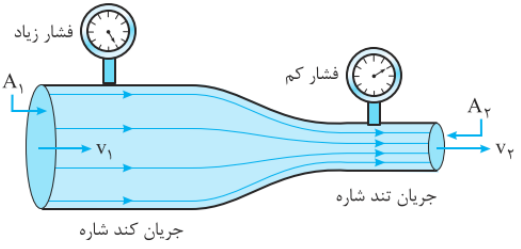
بنابراین حجم آب جابه‌جاشده در شکل (الف) بیشتر بوده و داریم: $h > h'$

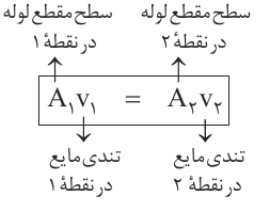
شارهٔ در حرکت و اصل برنولی

آهنگ جریان شاره: اگر در مدت زمان t، حجم معینی از شاره (AL) از مقطع A عبور کند، داریم:

$$\text{آهنگ جریان شاره} = \frac{\text{حجم شاره}}{\text{زمان}} = \frac{AL}{t} = Av$$

معادلهٔ پیوستگی: برای شارهٔ تراکم‌ناپذیر که به صورت پیوسته جریان دارد، رابطهٔ زیر برقرار است:





اصل برنولی: با زیادشدن تندی شاره، فشار داخل آن کاهش می‌یابد.

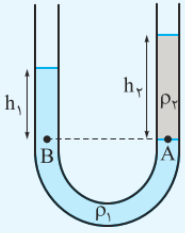
اصل برنولی برای شاره‌ای که به طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند، برقرار است.

فرمول‌های فصل

- **فشار در شاره‌ها:** $P = \frac{F}{A}$

$P = P_0 + \rho gh$ فشار کل در عمق h از سطح شاره $\Rightarrow P = \rho gh$: فشار ناشی از شاره

- **نیروی ناشی از فشار در مایع:** $F = PA$
- **لوله‌های U‌شکل:** $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$



- **فشارسنج‌ها:**

جوسنج (بارومتر) $P_0 = \rho gh$

فشارسنج (مانومتر) $P = P_0 + \rho gh$ فشار مطلق

$P_g = P - P_0 = \rho gh$ فشار پیمانه‌ای

- **شناوری و اصل ارشمیدس:** نیروی شناوری (F_b) = وزن شارهٔ جابه‌جاشده
- **شارهٔ در حرکت و اصل برنولی:** آهنگ جریان شاره (Av)

معادلهٔ پیوستگی: $A_1v_1 = A_2v_2$

دما و دماسنجی

مقیاس‌های دما

- درجهٔ سلسیوس یا سانتی‌گراد ($^\circ C$): آن را با θ نشان می‌دهیم.
- کلوین (K): آن را با T نشان می‌دهیم و گاهی به آن «دمای مطلق» نیز می‌گوییم: $\boxed{T = \theta + ۲۷۳}$
- فارنهایت (F): هم نماد آن و هم واحد آن را با F نشان می‌دهیم: $\boxed{F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲}$

اختلاف دو دما در مقیاس‌های سلسیوس و کلوین با هم برابر است: $(\Delta T = \Delta \theta)$

رابطهٔ تغییر دما در مقیاس‌های فارنهایت، سلسیوس و کلوین به شکل روبه‌رو است: $\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta\theta = \frac{۹}{۵}\Delta T$

دماسنج‌های معیار:

نام دماسنج	اساس کار دماسنج
دماسنج گازی	قانون گازهای آرمانی
دماسنج مقاومت پلاتینی	تغییر مقاومت الکتریکی در اثر تغییر دما
تف‌سنج (پیرومتر)	تابش گرمایی

دو نوع دماسنج متداول

- دماسنج‌های مایعی (جیوه‌ای، الکلی). کمیت دماسنجی[۱]: ارتفاع مایع درون لولهٔ دماسنج.
- دماسنج ترموکوپل: دماسنجی است که در آن تغییر دما باعث تغییر ولتاژ می‌شود. کمیت دماسنجی: ولتاژ الکتریکی.

دمای یک اتاق برحسب فارنهایت و سلسیوس، به وسیلهٔ یک دماسنج اندازه‌گیری شده است. اگر تفاوت دو عدد خوانده‌شده ۴۰ باشد، دمای اتاق چند درجهٔ سلسیوس است؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۲۴ ۴) ۳۲

گزینهٔ «۲» رابطهٔ $F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲$ به ما می‌گوید که در یک دمای معین، عدد اندازه‌گیری‌شده برحسب فارنهایت بزرگ‌تر از عدد اندازه‌گیری‌شده برحسب سلسیوس است. وقتی تفاوت دو عدد ۴۰ باشد، داریم:

$$F - \theta = ۴۰ \Rightarrow \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ - \theta = ۴۰ \Rightarrow \frac{۴}{۵}\theta = ۸ \Rightarrow \theta = ۱۰\,^\circ C$$

۱- کمیت دماسنجی: کمیتی قابل اندازه‌گیری است که با گرمی و سردی اجسام تغییر می‌کند.

انبساط گرمایی

انبساط طولی

$$L_2 = L_1(1+\alpha\Delta T)$$ (تغییر دما: ΔT، طول اولیه: L_1) ⇒ طول ثانویه: L_2

$$\boxed{\Delta L = \alpha L_1 \Delta T}$$ ← تغییر طول بر اثر تغییر دما

α: ضریب انبساط طولی است که به جنس ماده بستگی دارد. یکای آن $1/K$ یا $1/^\circ C$ است.

از رابطهٔ $\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$ می‌توانیم برای محاسبهٔ هر تغییر طولی استفاده کنیم. مانند: تغییر فاصلهٔ هر دو نقطهٔ دلخواه روی جسم، تغییر محیط یک شکل و ... .

انبساط سطحی

$$A_2 = A_1(1+2\alpha\Delta T)$$ (مساحت اولیه: A_1) ⇒ مساحت ثانویه: A_2

$$\boxed{\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T}$$ ← تغییر مساحت بر اثر تغییر دما

انبساط حجمی

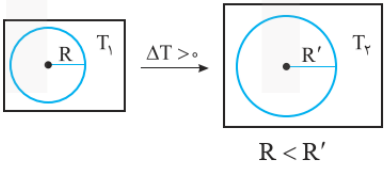
$$V_2 = V_1(1+\beta\Delta T)$$ ⇒ حجم ثانویه: V_2

$$\boxed{\Delta V = \beta V_1 \Delta T}$$ ← تغییر حجم بر اثر تغییر دما

β: ضریب انبساط حجمی است و در مورد جامدات داریم: $\beta_{\text{جامد}} \simeq 3\alpha$.

هنگام استفاده از روابط بالا، ضرورتی ندارد که یکاهای طول، مساحت و حجم را در SI بنویسیم؛ اما لازم است که یکاهای مورد استفاده در دو طرف هر تساوی، یکسان باشند.

انبساط به معنای فاصله‌گرفتن همهٔ مولکول‌های ماده از یکدیگر است؛ بنابراین در اثر انبساط، تمام اندازه‌های یک جسم (حتی ابعاد حفره‌ها) افزایش می‌یابد.



دمای یک قرص فلزی $100\,K$ افزایش می‌یابد. اگر شعاع اولیهٔ آن $10\,cm$ و ضخامت اولیهٔ آن $4\,mm$ باشد، تغییر حجم قرص چند سانتی‌متر مکعب است؟ $(\alpha = 5\times10^{-5}\frac{1}{K}, \pi \simeq 3)$

۱) $0/12$ ۲) $0/18$ (ریاضی خارج ۹۷ ـ مشابه تجربی خارج ۹۲)

۳) $1/2$ ۴) $1/8$

گزینهٔ «۴» **گام اول** محاسبهٔ حجم اولیه: چون جواب نهایی برحسب cm^3 خواسته شده، حجم اولیه را هم برحسب cm^3 به دست می‌آوریم:

$$V_1 = Ah = \pi r^2 h = 3\times100\times0/4 = 120\,cm^3$$

گام دوم محاسبهٔ تغییر حجم:

$$\Delta V = V_1(3\alpha)\Delta T = 120\times3\times5\times10^{-5}\times100 = 1/8\,cm^3$$

درصد تغییرات طول، مساحت و حجم بر اثر تغییر دما

$$\text{درصد تغییرات کمیت } x = \frac{\Delta x}{x_1} \times ۱۰۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{درصد تغییر طول}: \frac{\Delta L}{L_1} \times ۱۰۰ = \alpha \Delta T \times ۱۰۰ \\ \text{درصد تغییر مساحت}: \frac{\Delta A}{A_1} \times ۱۰۰ = ۲\alpha \Delta T \times ۱۰۰ \\ \text{درصد تغییر حجم}: \frac{\Delta V}{V_1} \times ۱۰۰ = ۳\alpha \Delta T \times ۱۰۰ \end{cases}$$

یک تیرآهن در اثر افزایش دمای ۵۰ درجهٔ سلسیوس، ۰/۰۶ درصد به طولش اضافه می‌شود. ضریب انبساط طولی این تیرآهن در SI، کدام است؟ *(تجربی ۹۷)*

۱) $۱/۲ \times ۱۰^{-۵}$ ۲) $۱/۶ \times ۱۰^{-۵}$ ۳) ۶×۱۰^{-۵} ۴) ۸×۱۰^{-۵}

گزینهٔ «۱» کافی است که از فرمول انبساط طولی در فلزات استفاده کنیم:

$$\Delta L = L_1 . \alpha . \Delta \theta$$

$$\text{درصد تغییرات طول} = \frac{\Delta L}{L_1} \times ۱۰۰ = \alpha \Delta \theta \times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۶}{۱۰۰} = \alpha \times ۵۰ \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{۶ \times ۱۰^{-۴}}{۵۰} = \frac{۶}{۵} \times ۱۰^{-۵} = ۱/۲ \times ۱۰^{-۵} \frac{۱}{K}$$

ضریب انبساط طولی فلزی $۱/۲ \times ۱۰^{-۵} \frac{۱}{K}$ است. اگر دمای قطعه‌ای از این فلز را ۱۰۰ درجهٔ سلسیوس افزایش دهیم، حجم آن چند درصد افزایش می‌یابد؟ *(تجربی ۹۴ ـ مشابه تجربی خارج ۹۴)*

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۳ ۳) ۱ ۴) ۳

گزینهٔ «۲»

$$\Delta V = ۳\alpha V_1 \Delta T = ۳ \times ۱۰^{-۵} \times V_1 \times ۱۰۰ = ۳ \times ۱۰^{-۳} V_1$$

$$\text{درصد تغییر حجم}: \frac{\Delta V}{V_1} \times ۱۰۰ = ۳ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰۰ = ٪۰/۳$$

تغییرات چگالی با دما

افزایش حجم یک ماده بر اثر تغییر دما باعث کاهش چگالی آن می‌شود. چگالی جسم در دمای ثانویه را می‌توانیم با تقریب خوبی از رابطهٔ مقابل به دست آوریم:

$$\rho_۲ = \rho_۱(۱ - \beta \Delta T)$$

$\rho_۲$: چگالی جسم در دمای اولیه

درصد تغییرات چگالی $(\frac{\Delta \rho}{\rho_۱} \times ۱۰۰)$ را از رابطهٔ زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییرات چگالی}: \frac{\Delta \rho}{\rho_۱} \times ۱۰۰ = -\beta \Delta T \times ۱۰۰$$

(علامت منفی نشان می‌دهد با افزایش دما چگالی کم می‌شود.)

یک مجسمهٔ برنجی را که در دمای $20\ ^\circ C$ قرار دارد، گرم می‌کنیم. بر اثر افزایش دما، چگالی آن ۳ درصد کاهش می‌یابد. دمای نهایی مجسمه چند درجهٔ سلسیوس است؟ $(\alpha_{\text{برنج}} = 20\times10^{-6}\ 1/K)$

۱) ۴۶۰ ۲) ۴۸۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۵۲۰

گزینهٔ «۴» کافی است اطلاعات را در فرمول پایین صفحهٔ قبل قرار دهیم:

$$\text{درصد تغییر چگالی} = -\beta\,\Delta T\times100 \Rightarrow -3 = -(3\times\alpha)\times20\times10^{-6}\times\Delta T)\times100 \Rightarrow \Delta T = 500K$$

$$\xrightarrow{\Delta T=\Delta\theta} \theta_2 - 20 = 500 \Rightarrow \theta_2 = 520\ ^\circ C$$

انبساط ظاهری مایعات

وقتی دمای یک مایع بالا می‌رود، دمای ظرفی که مایع را در خود جا داده به همان اندازه افزایش می‌یابد. انبساط ظرف باعث می‌شود که میزان انبساط واقعی مایع به چشم نیاید.

$$\Delta V_{\text{ظاهری}} = \Delta V_{\text{واقعی}} - \Delta V_{\text{ظرف}}$$ ← انبساط ظاهری مایع

در دمای صفر درجهٔ سلسیوس حجم ظرف شیشه‌ای توسط یک لیتر جیوه کاملاً پر شده است. وقتی دمای مجموعه را به ۸۰ درجهٔ سلسیوس می‌رسانیم، $12\ cm^3$ جیوه از ظرف خارج می‌شود. اگر ضریب انبساط حجمی جیوه $1/8\times10^{-4}\ K^{-1}$ باشد، ضریب انبساط خطی شیشه در SI چه‌قدر است؟ *(ریاضی ۸۶)*

۱) $1/2\times10^{-4}$ ۲) 10^{-4} ۳) 10^{-5} ۴) 2×10^{-5}

گزینهٔ «۳» مایعی که از ظرف خارج می‌شود برابر با انبساط ظاهری مایع است. در مورد مایعات داریم:

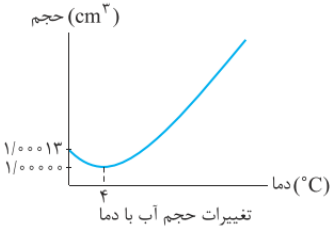
$$V_{1\,\text{مایع}} = V_{1\,\text{ظرف}} = 1\,L = 10^{-3}\,m^3$$

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta V_{\text{ظاهری}} = \Delta V_{\text{واقعی}} - \Delta V_{\text{ظرف}}\\
&\Delta V_{\text{واقعی}} = \beta V_{1\,\text{مایع}}\Delta\theta = 1/8\times10^{-4}\times10^{-3}\times80 = 1/44\times10^{-5}\\
&\Delta V_{\text{ظرف}} = 3\alpha V_{1\,\text{ظرف}}\Delta\theta = 3\alpha\times10^{-3}\times80 = 0/24\alpha
\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \Delta V_{\text{ظاهری}} = 12\times10^{-6} = 1/44\times10^{-5} - 0/24\alpha$$

$$\Rightarrow 0/24\times10^{-5} = 0/24\alpha \Rightarrow \alpha = 10^{-5}\ K^{-1}$$

انبساط غیرعادی آب: آب برخلاف دیگر مایعات، رفتاری غیرعادی از خود نشان می‌دهد. وقتی دمای آب از $4\ ^\circ C$ پایین‌تر رود، برخلاف انتظار، چگالی آن کاهش یافته و منبسط می‌شود. (شکل روبه‌رو)



تغییرات حجم آب با دما

گرما

برای ماده‌ای که گرما می‌گیرد یا گرما از دست می‌دهد، سه حالت ممکن است اتفاق بیفتد:

۱ فقط دما تغییر کند. ۲ فقط حالت (فاز) ماده عوض شود. ۳ به نوبت هم دما تغییر کند و هم حالت ماده.

تغییر دما (وقتی گرما فقط دمای جسم را تغییر می‌دهد)

اجسامی که در دمای جوش یا دمای ذوبشان نیستند، با گرفتن گرما ($Q > 0$) دمایشان افزایش یافته و با از دست دادن گرما ($Q < 0$) دمایشان کاهش می‌یابد.

رابطهٔ بین گرمای مبادله‌شده و تغییر دما:

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_2 - \theta_1) = mc(T_2 - T_1)$$

(J) گرمای مبادله‌شده ← Q ، m جرم (kg)، $\Delta\theta$ تغییر دما ($^\circ C$)، c گرمای ویژه ($\frac{J}{kg.^\circ C}$)

و حالا چند تعریف و مطلب ضروری:

گرمای ویژه (c): مقدار گرمایی که باید به یک کیلوگرم از جسم داده شود تا دمای آن یک درجهٔ سلسیوس (یا یک کلوین) افزایش یابد.

$$\text{یکای } c = 1\frac{J}{kg.^\circ C} \text{ یا } 1\frac{J}{kg.K}$$

یک نیروگاه هسته‌ای روزانه $10^5\ m^3$ آب از رودخانه می‌گیرد و ۲۱۰۰ گیگاژول از گرمای اتلافی خود را به این آب می‌دهد. اگر دمای آب ورودی $25^\circ C$ باشد، دمای آب خروجی چند درجهٔ سلسیوس است؟ *(ریاضی خارج ۹۰)*

$(\rho_{آب} = 1000\ kg/m^3 ,\ c_{آب} = 4200\ \frac{J}{kg.^\circ C})$

۱) ۵۰ ۲) ۲۵/۵ ۳) ۳۰ ۴) ۷۵

گزینهٔ «۳»

$$m = \rho V = 1000 \times 10^5 = 10^8\ kg$$

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{Q=2100\times10^9\ J} \Delta\theta = \frac{Q}{mc} = \frac{2100\times10^9}{10^8\times4200} = 5$$

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = \theta_2 - 25 = 5 \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ C$$

ظرفیت گرمایی (C): حاصل‌ضرب جرم جسم در گرمای ویژهٔ آن.

$$C = mc$$ ظرفیت گرمایی (J/K یا $J/^\circ C$):

یک لولهٔ مسی را بریده و جرم آن را نصف می‌کنیم. ظرفیت گرمایی و گرمای ویژهٔ آن به ترتیب چند برابر می‌شوند؟ *(تجربی خارج ۹۶)*

۱) $\frac{1}{2}$ و ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ و $\frac{1}{2}$ ۴) ۱ و ۱

گزینهٔ «۱» گرمای ویژهٔ جسم به جرم آن بستگی ندارد. اما ظرفیت گرمایی از رابطهٔ $C = mc$ به دست می‌آید که با جرم جسم ارتباط مستقیم دارد. پس با نصف‌کردن جرم لولهٔ مسی، ظرفیت گرمایی آن هم نصف می‌شود، اما گرمای ویژهٔ آن تغییر نمی‌کند.

مول (mol): به $6/02\times10^{23}$ (عدد آووگادرو) تا از ذرات سازندهٔ ماده (اتم یا مولکول)، یک مول از آن ماده می‌گوییم.

جرم مولی (M): جرم یک مول از ماده است.

$$n = \frac{N}{N_A} \quad \text{و} \quad n = \frac{m}{M}$$

تعداد ذرات ماده / عدد آووگادرو — جرم ماده / جرم مولی ← تعداد مول

گرمای ویژهٔ مولی $(\frac{C}{n})$: مقدار گرمایی که باید به یک مول از ماده بدهیم تا دمای آن $1\,K$ زیاد شود.

قاعدهٔ دولن و پتی: گرمای ویژهٔ مولی بیشتر فلزها با هم برابر و تقریباً مساوی با $25\ \frac{J}{mol.K}$ است.

جرم مولی آهن $54\ g/mol$ و جرم مولی آلومینیم $27\ g/mol$ است. اگر گرمای ویژهٔ آلومینیم $900\ \frac{J}{kg.K}$ باشد، گرمای ویژهٔ آهن در SI چند است؟

۱) ۲۲۵ ۲) ۴۵۰ ۳) ۹۰۰ ۴) ۱۸۰۰

گزینهٔ «۲» بنا بر قاعدهٔ دولن و پتی، گرمای ویژهٔ مولی فلزات تقریباً با هم برابرند. گرمای ویژهٔ مولی آهن (Fe) و آلومینیم (Al) را مساوی قرار می‌دهیم:

$$\frac{C_{Fe}}{n}=\frac{C_{Al}}{n}\Rightarrow \frac{m_{Fe}c_{Fe}}{n}=\frac{m_{Al}c_{Al}}{n}\Rightarrow M_{Fe}c_{Fe}=M_{Al}c_{Al}$$

$$\Rightarrow \overset{2}{\cancel{54}}\times c_{Fe}=\overset{1}{\cancel{27}}\times 900\Rightarrow c_{Fe}=450\,\frac{J}{kg.K}$$

تغییر حالت‌های ماده (وقتی گرما فقط حالت جسم را تغییر می‌دهد)

مواد اطراف ما معمولاً در سه حالت (فاز) جامد، مایع و گاز یافت می‌شوند. این حالت‌ها طی فرایندهایی گرماگیر یا گرماده، قابل تبدیل به یکدیگر هستند.

انواع تغییر حالت (گذار فاز)

- **گرماگیر** $(Q>0)$
  - **ذوب**: جامد به مایع — $Q=mL_F$
  - **تبخیر**: مایع به بخار — $Q=mL_V$
  - **تصعید**: جامد به بخار
- **گرماده** $(Q<0)$
  - **انجماد**: مایع به جامد — $Q=-mL_F$
  - **میعان**: بخار به مایع — $Q=-mL_V$
  - **چگالش**: بخار به جامد

L_F: گرمای نهان ذوب است که به جنس جسم بستگی دارد.

L_V: گرمای نهان تبخیر است که به جنس و دمای مایع بستگی دارد.

یکای هر دو کمیت J/kg است.

افزایش فشار معمولاً باعث **بالارفتن نقطهٔ ذوب** می‌شود. استثناء: افزایش فشار، نقطهٔ ذوب یخ را پایین می‌آورد.

افزایش فشار همیشه باعث **بالارفتن نقطهٔ جوش** می‌شود (بدون استثناء). کاربرد: دیگ زودپز

افزودن ناخالصی باعث افزایش فاصلهٔ نقاط ذوب و جوش مایع است؛ یعنی نقطهٔ ذوب را پایین می‌آورد و نقطهٔ جوش را بالا می‌برد.

از ۵۰۰ گرم آب صفر درجهٔ سلسیوس، در فشار یک اتمسفر، $8\,kJ$ / ۱۰۰ گرما می‌گیریم. اگر گرمای نهان ذوب یخ $336\ kJ/kg$ باشد، چند درصد آب منجمد می‌شود؟ (ریاضی ۹۰ ـ مشابه تجربی خارج ۹۲)

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

گزینهٔ «۳» علامت k (کیلو) از دو طرف ساده شد. $Q=mL_F \Rightarrow ۱۰۰/۸=m\times ۳۳۶$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_{\text{یخ}}=\dfrac{۱۰۰/۸}{۳۳۶}=۰/۳\,kg \\ m_{\text{کل}}=۰/۵\,kg \end{cases} \Rightarrow \frac{m_{\text{یخ}}}{m_{\text{کل}}}=\frac{۰/۳}{۰/۵}=٪۶۰$$

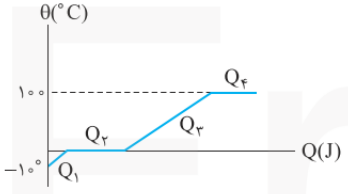
تغییر دما و تغییر حالت (وقتی گرما به نوبت هم دما و هم حالت جسم را تغییر می‌دهد)

گاهی مبادلهٔ گرما با جسم به قدری ادامه پیدا می‌کند که هم تغییر دما و هم تغییر حالت به نوبت اتفاق می‌افتد. فرض کنید یک قطعه یخ با دمای $-۱۰^\circ C$ را به قدری گرما می‌دهیم تا به بخار آب $۱۰۰^\circ C$ تبدیل شود. در این تبدیل، ۴ مرحله مبادلهٔ گرما داریم که آن را در قالب طرح‌وارهٔ گرمایی زیر بررسی می‌کنیم:

یخ $-۱۰^\circ C$ —$Q_۱=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta$, $\Delta\theta=۱۰^\circ C$→ یخ $۰^\circ C$ —$Q_۲=mL_F$ (تغییر حالت (ذوب))→ آب $۰^\circ C$ —$Q_۳=mc_{\text{آب}}\Delta\theta'$, $\Delta\theta'=۱۰۰^\circ C$→ آب $۱۰۰^\circ C$ —$Q_۴=mL_V$ (تغییر حالت (تبخیر))→ بخار آب $۱۰۰^\circ C$

بخار آب $۱۰۰^\circ C$ باید همین مراحل را به صورت برعکس طی کند تا تبدیل به یخ زیر صفر درجهٔ سلسیوس شود.

نمودار $\theta-Q$: مراحل گرمایی بالا را می‌توان در نمودار $\theta-Q$ به شکل مقابل نشان داد:



$$Q_T=Q_۱+Q_۲+Q_۳+Q_۴$$

اگر گرمای ویژهٔ آب و یخ به ترتیب $۴۲۰۰\ \frac{J}{kg.K}$ و $۲۱۰۰\ \frac{J}{kg.K}$ و هم‌چنین $L_f=۳۳۵۰۰۰\ J/kg$ باشد، چند کیلوژول گرما لازم است تا ۲۰۰ گرم یخ (۵−) درجهٔ سلسیوس به آب ۵۰ درجهٔ سلسیوس تبدیل شود؟ (تجربی ۹۵)

۱) ۱۱/۳۲ ۲) ۱۱۱/۱ ۳) ۱۱۳/۲ ۴) ۱۱۱۱۰۰

گزینهٔ «۲» براساس طرح‌وارهٔ زیر، کل گرمای لازم برابر $Q_۱+Q_۲+Q_۳$ است.

۲۰۰ g یخ $-۵^\circ C$ —$Q_۱=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta$→ ۲۰۰ g یخ $۰^\circ C$ —$Q_۲=mL_F$→ ۲۰۰ g آب $۰^\circ C$ —$Q_۳=mc_{\text{آب}}\Delta\theta'$→ ۲۰۰ g آب $۵۰^\circ C$

$$Q_T=Q_۱+Q_۲+Q_۳=۰/۲\times ۲۱۰۰\times ۵+۰/۲\times ۳۳۵۰۰۰+۰/۲\times ۴۲۰۰\times ۵۰$$
$$=۱۱۱۱۰۰\,J=۱۱۱/۱\,kJ$$

توان گرمایی

مقدار گرمای تولیدشده در واحد زمان را **توان گرمایی** می‌نامیم.

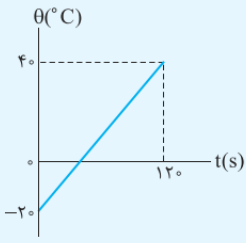
$$P=\frac{Q}{t} \Rightarrow Q_{\text{گرمکن}}=P.t$$

(W) توان گرمایی ← P = Q/t ⇒ $Q_{\text{گرمکن}}=P.t$; Q: گرما (J) ; t: زمان (s)

در بعضی از مسائل، فقط درصدی از گرمای تولیدشده توسط گرمکن، به جسم منتقل می‌شود. در این مسائل داریم:

$Q_{\text{جسم}} = Q_{\text{گرمکن}} \times \frac{x}{100}$: x درصد گرمایی است که جسم دریافت می‌کند.

نمودار تغییرات دمای جسم جامدی به جرم ۱۰۰ گرم، برحسب زمان مطابق شکل است. اگر گرمای ویژهٔ جسم ۴۰۰ $\frac{J}{kg.^\circ C}$ باشد، جسم در هر ثانیه چند ژول گرما گرفته است؟ (ریاضی ۹۱)



۱) ۱۰
۲) ۱۲
۳) ۲۰
۴) ۲۴

گزینهٔ «۳» اطلاعاتی که از نمودار به دست می‌آید این است که در مدت ۱۲۰ ثانیه، دمای جسم از $-20^\circ C$ به $40^\circ C$ رسیده، یعنی ۶۰ درجه بالا رفته است. $m = 100g = 0/1kg$

$$Q = mc\Delta\theta = 0/1 \times 400 \times 60 = 2400J \Rightarrow \frac{Q}{t} = \frac{2400}{120} = 20\,J/s$$

تبدیل صورت‌های مختلف انرژی به گرما

بنا بر قانون پایستگی انرژی، در هنگام تبدیل یک صورت از انرژی به صورتی دیگر، مقدار کل انرژی کم یا زیاد نمی‌شود، بنابراین می‌توانیم صورت‌های انرژی قبل و بعد از تبدیل را مساوی هم قرار دهیم.

۱) اگر انرژی جنبشی به گرما تبدیل شود، داریم: $Q = K \Rightarrow Q = \frac{1}{2}mv^2$

۲) اگر انرژی پتانسیل گرانشی به گرما تبدیل شود، داریم: $Q = U \Rightarrow Q = mgh$

یک گلولهٔ سربی به جرم ۲۰ گرم با تندی $400\,m/s$ به یک قطعه چوب برخورد می‌کند و درون آن متوقف می‌شود. اگر ۵۰ درصد انرژی جنبشی گلوله صرف گرم‌کردن خودش شود و گرمای ویژهٔ سرب ۱۲۵ $\frac{J}{kg.K}$ باشد، دمای گلوله چند کلوین افزایش می‌یابد؟ (تجربی ۹۱)

۱) ۳۲۰
۲) ۵۹۳
۳) ۶۴۰
۴) ۹۱۳

گزینهٔ «۱» $m = 20g = 0/02kg$

$\Delta\theta = \Delta T$

انرژی جنبشی: $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 0/02 \times (400)^2 = 1600J$

$$Q = \frac{50}{100} \times K = 800J \Rightarrow Q = mc\Delta T = 0/02 \times 125 \times \Delta T = 800J$$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{800}{0/02 \times 125} = 320\,K$$

دمای تعادل

برای رسیدن به دمای تعادل، اجسام گرم انرژی از دست می‌دهند ($Q < 0$) و همان مقدار انرژی را (با فرض عدم اتلاف انرژی) اجسام سرد می‌گیرند ($Q > 0$)، بنابراین:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots = 0$$

الف) اگر تغییر حالت نداشته باشیم:

$$m_1c_1(\theta_e-\theta_1)+m_2c_2(\theta_e-\theta_2)+m_3c_3(\theta_e-\theta_3)+\cdots=0$$

در این معادله، θ_e[1] دمای تعادل و θ_1 و θ_2 و ... دماهای اولیهٔ اجسام است.

ب) اگر تغییر حالت هم داشته باشیم: باید گرماهای داده‌شده و گرفته‌شده در هر مرحله را محاسبه کرده و جمع جبری همهٔ آن‌ها را برابر صفر قرار داد.

مبادلهٔ گرما در گرماسنج براساس رابطهٔ مقابل است: $Q_{\text{آب}}+Q_{\text{جسم}}+Q_{\text{ظرف}}=0$

$$\Rightarrow \underbrace{m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}}_{\text{ظرفیت گرمایی آب}}(\theta-\theta_{1\,\text{آب}})+\underbrace{m_{\text{جسم}}c_{\text{جسم}}}_{\text{ظرفیت گرمایی جسم}}(\theta-\theta_{1\,\text{جسم}})+\underbrace{C_{\text{گرماسنج}}}_{\text{ظرفیت گرمایی گرماسنج}}(\theta-\theta_{1\,\text{ظرف}})=0$$

در مسائل تعادلی آب و یخ یا آب و بخار آب، اگر به جای $c_{\text{آب}}=4200\frac{J}{kg.^\circ C}$ و $c_{\text{یخ}}=2100\frac{J}{kg.^\circ C}$، مقدارهای زیر را به خاطر بسپارید و از آن‌ها استفاده کنید محاسباتتان ساده‌تر و سریع‌تر خواهد شد:

و $L_V=2268\ kJ/kg$ و $L_F=336\ kJ/kg$

$$L_F=80\frac{cal}{g}\quad,\quad L_V=540\frac{cal}{g}\quad,\quad c_{\text{آب}}=1\frac{cal}{g.^\circ C}\quad,\quad c_{\text{یخ}}=0/5\frac{cal}{g.^\circ C}$$

در مسائلی که مقدار گرما برحسب ژول یا کیلوژول مطرح شده باشد، از این عددها استفاده نکنید!

۲۰۰ گرم آب ۲۲/۵ درجهٔ سلسیوس را با ۱۵۰ گرم آب ۴۰ درجهٔ سلسیوس مخلوط می‌کنیم. پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای آب به چند درجهٔ سلسیوس می‌رسد؟ (تجربی ۹۲)

۱) ۲۷/۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۲ ۴) ۳۲/۵

گزینهٔ «۲»

$$Q_1+Q_2=0$$
$$\Rightarrow m_1c(\theta-\theta_1)+m_2c(\theta-\theta_2)$$

چون هر دو مایع مخلوط‌شده یکسان هستند، می‌توانیم تمام جملات رابطهٔ بالا را بر c تقسیم کنیم:

$$m_1(\theta-\theta_1)+m_2(\theta-\theta_2)=0\ \Rightarrow\ 0/2(\theta-22/5)+0/15(\theta-40)=0$$
$$\Rightarrow\ 0/2\theta-4/5+0/15\theta-6=0\ \Rightarrow\ 0/35\theta=10/5\ \Rightarrow\ \theta=30^\circ C$$

درون ظرفی $400g$ مخلوط آب و یخ در دمای صفر درجهٔ سلسیوس در حالت تعادل قرار دارد. اگر فلزی به جرم $200g$ و دمای $105^\circ C$ را داخل آب بیندازیم، بعد از برقراری تعادل، دمای آب به $5^\circ C$ می‌رسد. جرم یخ چند گرم بوده است؟ $\left(L_F=336\ kJ/kg\ ,\ c_{\text{فلز}}=840\frac{J}{kg.^\circ C}\ ,\ c_{\text{آب}}=4200\frac{J}{kg.^\circ C}\right)$

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۲۵ ۴) ۵۰

(تجربی ۹۴ ـ مشابه تجربی خارج ۸۵)

۱- گاهی به جای θ_e از θ استفاده می‌شود.

گزینهٔ «۳» چون گرمای ویژهٔ فلز برحسب $\frac{J}{kg.\,^\circ C}$ داده شده، از مقدارهای معرفی‌شده برحسب cal و g استفاده نمی‌کنیم و همان روش معمولی را پیش می‌گیریم:

Q_1: گرمایی که فلز $^\circ C$ ۱۰۵ می‌دهد تا به فلز $^\circ C$ ۵ تبدیل شود.

Q_2: گرمایی که یخ صفر درجه می‌گیرد تا به آب صفر درجه تبدیل شود.

Q_3: گرمایی که آب صفر درجه می‌گیرد تا به آب $^\circ C$ ۵ تبدیل شود. $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$

$$\Rightarrow 0/2\times 840\times(5-105) + m\times 336000 + 0/4\times 42000\times(5-0) = 0$$

$$\Rightarrow -16800 + 336000m + 8400 = 0 \Rightarrow 336000m = 8400$$

$$\Rightarrow m = \frac{8400}{336000} = 0/025\,kg = 25\,g$$

انتقال گرما

راه‌های انتقال گرما

- **رسانش:** ارتعاش اتم‌ها و الکترون‌های آزاد در ناحیهٔ گرم‌تر، موجب انتقال بخشی از انرژی آن‌ها به اتم‌ها و الکترون‌های مجاور می‌شود.
- **همرفت:** با گرم‌شدن قسمتی از یک سیال (مایع یا گاز)، چگالی آن قسمت کاهش یافته و با بخش دیگری از ماده که سردتر است جابه‌جا می‌شود.
- **تابش:** امواج الکترومغناطیسی تابش‌شده از سطح مواد گرم‌تر، توسط مواد سردتر جذب شده و سبب افزایش دما می‌گردد.

آهنگ رسانش گرمایی (H): مقدار گرمای منتقل‌شده در واحد زمان از مقطع یک جسم جامد.

T_H: دمای سمت گرم‌تر

T_L: دمای سمت سردتر

L: طول مسیر شارش گرما

A: سطح مقطع مسیر شارش گرما

$$H = \frac{Q}{t} = \frac{kA(T_H - T_L)}{L}$$

(Q: گرمای منتقل‌شده (J)، t: زمان (s)، H: آهنگ رسانش گرمایی (وات: W))

k: ضریب رسانندگی جسم جامد است و به جنس ماده بستگی دارد. واحد آن $\frac{J}{s.m.K}$ یا $\frac{W}{m.K}$ است.

برای حل مسائلی که در آن‌ها گرما از محل اتصال دو جسم جامد عبور می‌کند، آهنگ رسانش گرمایی در دو جسم را مساوی هم قرار می‌دهیم ($H_1 = H_2$).

یک توصیهٔ کنکوری: *در سال‌های اخیر همرفت و تابش کم‌تر مورد توجه طراحان کنکور بوده‌اند (آفرین بار سال ۸۵ ازشون تست اومد!). به خاطر همین و به خاطر این‌که نکات مربوط به اون‌ها کلن حفظی هستن، از تکرارشون در این‌جا خودداری کردم، اما فیلی توصیه می‌کنم که یه سر به کتاب درسی بزنین و همرفت و تابش رو مرور کنین! آخه فیلی راحتن و اگر تستی ازشون توی کنکور بدن ضمن می‌تونید از پسش بربیاید.*

برای اندازه‌گیری رسانندگی گرمایی یک میلهٔ فلزی به طول 25 cm و سطح مقطع $7\,cm^2$، یک طرف آن را در ظرف محتوی یخ و آب $^\circ C$ ۰ و طرف دیگر آن را در بخار آب $^\circ C$ ۱۰۰ قرار می‌دهیم. اگر در مدت ۱۰ دقیقه، 200 g یخ ذوب شود، رسانندگی گرمایی میله چند $\frac{J}{s.m.K}$ است؟ $(L_F = 336000\ J/kg)$

(تجربی ۹۶ـ مشابه تجربی خارج ۹۰)

۱) ۲۳۸ ۲) ۴۰۰ ۳) ۴۱۸ ۴) ۶۰۰

گزینهٔ «۲» گرمایی که یخ گرفته تا ذوب شود از $Q = mL_F$ حساب می‌شود و فرمول رسانندگی $Q = \frac{kA\,\Delta t\Delta\theta}{L}$ است. پس داریم:

$$mL_F = \frac{kA\Delta t\Delta\theta}{L}$$

$$\Rightarrow k = \frac{mL_FL}{A\Delta t\Delta\theta} = \frac{(۲۰۰\times۱۰^{-۳})\times۳۳۶۰۰۰\times(۲۵\times۱۰^{-۲})}{(۷\times۱۰^{-۴})\times(۱۰\times۶۰)\times(۱۰۰-۰)} = ۴۰۰\,\frac{J}{s.m.K}$$

قانون گازهای آرمانی (کامل)

$$PV = nRT$$

در این رابطه که به معادلهٔ حالت نیز معروف است، P فشار برحسب پاسکال (Pa)، V حجم برحسب متر مکعب (m^3)، T دما برحسب کلوین (K)، n تعداد مول گاز[۱] و $R \simeq ۸\,\frac{J}{mol.K}$ ثابت جهانی گازها است.

قانون آووگادرو: در دما و فشار یکسان، نسبت حجم گاز به تعداد مولکول‌های آن ثابت است: $\frac{V}{n} = \text{ثابت}$

حجم گاز کاملی در فشار $۱۰^۵$ Pa و دمای ۲۷ °C، برابر $۱\,cm^3$ است. تعداد مولکول‌های گاز کدام است؟ ($R = ۸\,\frac{J}{mol.K}$ و عدد آووگادرو $= ۶\times۱۰^{۲۳}$) (ریاضی ۹۱ ـ مشابه ریاضی خارج ۹۰)

۱) $۲/۵\times۱۰^{۲۱}$ ۲) $۲/۵\times۱۰^{۱۹}$ ۳) $\frac{۱۰^{۱۳}}{۲۴}$ ۴) $\frac{۱۰^{۲۳}}{۲۴}$

گزینهٔ «۲»

$$\left.\begin{aligned} P &= ۱۰^۵\ Pa \\ V &= ۱\,cm^3 = ۱\times۱۰^{-۶}\ m^3 \\ T &= ۲۷+۲۷۳ = ۳۰۰\ K \end{aligned}\right\} \Rightarrow PV = nRT \Rightarrow ۱۰^۵\times۱۰^{-۶} = n\times۸\times۳۰۰$$

$$\Rightarrow n = \frac{۱۰^{-۱}}{۲۴۰۰}\ mol$$

$$n = \frac{N}{N_a} \Rightarrow \frac{۱۰^{-۱}}{۲۴۰۰} = \frac{N}{۶\times۱۰^{۲۳}} \Rightarrow N = \frac{۶\times۱۰^{۲۳}\times۱۰^{-۱}}{۲۴۰۰} = ۲/۵\times۱۰^{۱۹}$$

رابطهٔ نسبی گازها

اگر یک گاز آرمانی را در دو حالت (۱) و (۲) بررسی کنیم و معادلهٔ حالت را برای هر دو حالت بنویسیم، داریم:

$$\left.\begin{aligned} P_۱V_۱ = n_۱RT_۱ &\Rightarrow \frac{P_۱V_۱}{n_۱T_۱} = R \\ P_۲V_۲ = n_۲RT_۲ &\Rightarrow \frac{P_۲V_۲}{n_۲T_۲} = R \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\frac{P_۱V_۱}{n_۱T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{n_۲T_۲}}$$

چنان‌چه مقدار گاز موجود در مخزن تغییر نکند $(n_۱ = n_۲)$، رابطهٔ بالا به شکل روبه‌رو درمی‌آید: $\boxed{\frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲}}$

- برای استفاده از دو رابطهٔ اخیر، کافی است یکای کمیت‌های فشار و حجم در دو طرف تساوی یکسان باشد و نیازی به تبدیل به واحدهای استاندارد نیست؛ اما یکای دما حتماً باید برحسب کلوین قرار داده شود.

۱- دو رابطه برای محاسبهٔ n را در صفحهٔ ۶۳ معرفی کردیم.

- هر کدام از کمیت‌ها که در حالت اول و دوم بدون تغییر باقی بماند، از دو طرف فرمول بالا حذف می‌شود.
- درصد تغییرات دما: $\frac{\Delta T}{T_1}\times 100$ درصد تغییرات حجم: $\frac{\Delta V}{V_1}\times 100$ درصد تغییرات فشار: $\frac{\Delta P}{P_1}\times 100$

درون استوانه‌ای $4\ L$ گاز آرمانی در دمای $27\ ^\circ C$ قرار دارد. فشارسنج، فشار گاز را $4\ atm$ نشان می‌دهد. اگر دمای گاز را به $87\ ^\circ C$ و حجم آن را به $8\ L$ لیتر برسانیم، فشارسنج فشار گاز را چند اتمسفر نشان می‌دهد؟ (فشار هوای بیرون $1\ atm$ است.) *(تجربی خارج ۹۶ـ مشابه تجربی خارج ۹۳ـ مشابه تجربی ۹۱)*

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ «۲» **گام‌اول** نکتهٔ تست این است که فشاری که فشارسنج اندازه می‌گیرد، فشار پیمانه‌ای است. در این صورت برای حالت اول داریم: (P_1 فشار کل گاز در حالت اول است.)

$$P_{1_{\text{پیمانه‌ای}}} = P_1 - P_\circ \Rightarrow P_1 = P_{1_{\text{پیمانه‌ای}}} + P_\circ = 4 + 1 = 5\ atm$$

گام‌دوم حالا به کمک قانون گازها می‌توانیم فشار کل گاز در حالت دوم را به دست بیاوریم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{5\times 4}{273+27} = \frac{P_2\times 8}{273+87} \Rightarrow P_2 = 3\ atm$$

گام‌سوم امیدوارم عجله نکرده باشید! فشاری را که فشارسنج نشان می‌دهد (یعنی فشار پیمانه‌ای را) خواسته است:

$$P_{2_{\text{پیمانه‌ای}}} = P_2 - P_\circ = 3 - 1 = 2\ atm$$

مخلوط دو گاز آرمانی

اگر دو گاز آرمانی با هم مخلوط شوند، طبق قانون پایستگی جرم، داریم:

$$n = n_1 + n_2 \Rightarrow \frac{PV}{T} = \frac{P_1V_1}{T_1} + \frac{P_2V_2}{T_2} \xrightarrow{T=T_1=T_2 \text{ اگر}} \boxed{PV = P_1V_1 + P_2V_2}$$

مخزنی با حجم ثابت $14\ L$ حاوی مخلوطی از $6\ g$ گاز هیدروژن و $112\ g$ گاز نیتروژن $27\ ^\circ C$ است. فشار مخلوط گازها چند اتمسفر است؟ *(ریاضی ۹۶)*

$$(M_{N_2} = 28\ g/mol\ ,\ M_{H_2} = 2\ g/mol\ ,\ 1\ atm = 10^5\ Pa\ ,\ R = 8\frac{J}{mol.K})$$

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۲

گزینهٔ «۴» این مسئله از فرمول $PV = nRT$ حل می‌شود. فقط باید به جای n مجموع تعداد مول‌های هیدروژن و نیتروژن را بگذاریم. پس اول تعداد مول‌های هیدروژن و نیتروژن را حساب می‌کنیم:

$$\left.\begin{aligned} n_{H_2} &= \frac{\text{جرم هیدروژن}}{\text{جرم مولی هیدروژن}} = \frac{6}{2} = 3\ mol \\ n_{N_2} &= \frac{\text{جرم نیتروژن}}{\text{جرم مولی نیتروژن}} = \frac{112}{28} = 4\ mol \end{aligned}\right\} \Rightarrow n_{\text{کل}} = 3 + 4 = 7\ mol$$

حالا اطلاعات مسئله را در فرمول $PV = nRT$ می‌گذاریم تا P حساب شود *(تبدیل واحد هم فراموش نشه!)*:

$$P\times(14\times 10^{-3}) = 7\times 8\times(27+273) \Rightarrow P = 12\times 10^5\ Pa = 12\ atm$$

چگالی گاز آرمانی

چگالی یک گاز آرمانی از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{\frac{nRT}{P}} \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{PM}{RT}}$$

اگر جرم مولی (M) برحسب گرم بر مول (g/mol) باشد، چگالی به دست آمده از رابطهٔ بالا برحسب گرم بر متر مکعب (g/m^3) است.

هنگام مقایسهٔ چگالی گاز آرمانی برای دو حالت، داریم:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{T_2}$$

مخزنی شامل ۲ گرم گاز هلیم و ۱۶ گرم گاز اکسیژن است. دمای مخلوط این دو گاز، $300\ K$ و فشار آن $10^5\ Pa$ می‌باشد. با فرض این‌که گازها کامل باشند، چگالی مخلوط چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ $\left(R = 8\frac{J}{mol.K}, M_{He} = 4\ g/mol, M_{O_2} = 32\ g/mol\right)$ (ریاضی خارج ۹۳)

۱) ۰/۷۵ ۲) ۰/۶۰ ۳) ۰/۴۰ ۴) ۰/۲۵

گزینهٔ «۱» ابتدا n_{O_2} و n_{He} در این سؤال را حساب می‌کنیم:

$$\left.\begin{aligned} n_{O_2} &= \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{16}{32} = 0/5\ mol \\ n_{He} &= \frac{m_{He}}{M_{He}} = \frac{2}{4} = 0/5\ mol \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &n_{مخلوط} = n_1 + n_2 : \text{تعداد مول مخلوط} \\ &m_{مخلوط} = m_1 + m_2 : \text{جرم مخلوط} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} n_{مخلوط} &= 0/5 + 0/5 = 1\ mol \\ m_{مخلوط} &= 2 + 16 = 18\ g \end{aligned}$$

$$V_{مخلوط} = \frac{nRT}{P} = \frac{1 \times 8 \times 300}{10^5} = \frac{2400}{10^5}$$

$$\Rightarrow \rho_{مخلوط} = \frac{m_{مخلوط}}{V_{مخلوط}} = \frac{18 \times 10^{-3}}{\frac{2400}{10^5}} = \frac{1800}{2400} = \frac{3}{4} = 0/75\ kg/m^3$$

فرمول‌های فصل

دما و دماسنجی: مقیاس‌های دما

سلسیوس (θ)

کلوین (K): $K = \theta + 273$

فارنهایت (F): $F = \frac{9}{5}\theta + 32$

انبساط گرمایی

انبساط طولی: $\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$

انبساط سطحی: $\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T$

انبساط حجمی: $\Delta V = \beta V_1 \Delta T$

انبساط ظاهری مایعات: $\Delta V_{\text{ظاهری}} = \Delta V_{\text{واقعی}} - \Delta V_{\text{ظرف}}$

تغییرات چگالی با دما: $\rho_2 = \rho_1(1 - \beta \Delta T)$

گرما

۱ تغییر دما (وقتی گرما فقط دمای جسم را تغییر می‌دهد): $Q = mc\Delta\theta$

تعداد مول: $n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$ ظرفیت گرمایی: $C = mc$

۲ تغییر حالت (وقتی گرما فقط حالت جسم را تغییر می‌دهد): ذوب و انجماد $Q = \pm mL_F$

تبخیر و میعان $Q = \pm mL_V$

تغییر دما و تغییر حالت: $Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots$

توان گرمایی: $P = \frac{Q}{t}$

دمای تعادل $Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots = 0$

انتقال گرما

۱ رسانش: آهنگ رسانش گرمایی: $H = \frac{Q}{t} = \frac{kA(T_H - T_L)}{L}$

۲ همرفت

۳ تابش

قانون گازهای آرمانی (کامل)

معادلهٔ حالت: $PV = nRT$

رابطهٔ نسبی گازها: $\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2}$

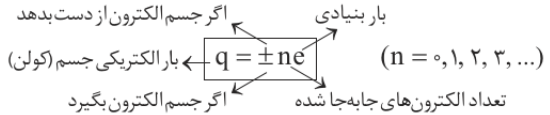
مخلوط دو گاز آرمانی: $n = n_1 + n_2 \xrightarrow{T=T_1=T_2} PV = P_1V_1 + P_2V_2$

چگالی گاز آرمانی: $\rho = \frac{PM}{RT}$

مفاهیم اولیهٔ اجسام باردار

بار بنیادی: کوچک‌ترین بار موجود در طبیعت، بار یک الکترون یا پروتون است که به آن بار بنیادی(e) می‌گویند و مقدار آن برابر است با $e = 1/6 \times 10^{-19}\ C$.

بار الکتریکی یک جسم باردار: بار الکتریکی موجود روی هر جسم باردار، از تعداد صحیحی بار بنیادی تشکیل شده است. بار الکتریکی یک جسم باردار از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



چند الکترون باید از یک سکهٔ خنثی خارج شود، تا بار الکتریکی آن $+1\ \mu C$ شود؟ $(e = 1/6 \times 10^{-19}\ C)$ *(ریاضی ۹۵)*

۱) $1/6 \times 10^{6}$ ۲) $1/6 \times 10^{12}$ ۳) $6/25 \times 10^{6}$ ۴) $6/25 \times 10^{12}$

گزینهٔ «۴»

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{1 \times 10^{-6}}{1/6 \times 10^{-19}} = 6/25 \times 10^{12}$$

اصل پایستگی بار الکتریکی: اگر بین دو جسم با بارهای q_1 و q_2 بار الکتریکی رد و بدل شود و بار آن‌ها به q'_1 و q'_2 تغییر کند، داریم:

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2$$

در رابطهٔ بالا علامت بارها را هم باید در نظر بگیرید.

نیروی الکتریکی: نیروی بین بارهای هم‌نام، رانشی (دافعه) و نیروی بین بارهای ناهم‌نام، ربایشی (جاذبه) است.

نیروی بین یک جسم بدون بار و یک جسم باردار به دلیل القای الکتریکی همواره جاذبه است (مثل شانهٔ باردار و خرده‌های کاغذ).

روش‌های باردار کردن اجسام

اجسام را می‌توان به سه روش باردار نمود:

۱ مالش

مالش باعث کنده‌شدن الکترون‌هایی از یک جسم و انتقال آن‌ها به جسم دیگر می‌شود. برای تعیین این‌که در مالش دو جسم، کدام جسم الکترون می‌دهد و کدام الکترون می‌گیرد، از جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی[1] (تریبوالکتریک) استفاده می‌کنیم.

۱- نیازی به حفظ کردن این جدول نیست.

در این جدول، اگر اجسام بالاتر را به اجسام پایین‌تر مالش دهیم، جسم بالاتر الکترون از دست می‌دهد و جسم پایین‌تر الکترون می‌گیرد.

- در مالش میلهٔ پلاستیکی و پارچهٔ پشمی، پلاستیک «⊖» و پشم «⊕» می‌شود.
- در مالش میلهٔ شیشه‌ای و پارچهٔ ابریشمی، شیشه«⊕» و ابریشم «⊖» می‌شود.

جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی

۲ تماس

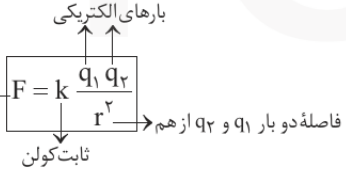
- اگر دو کرهٔ یکسان و رسانا با بارهای اولیهٔ q_1 و q_2 را با هم تماس دهیم، بار نهایی آن‌ها (q'_1 و q'_2) با هم برابر می‌شود:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

۳ القا

قانون کولن

اندازهٔ نیرویی که دو بار الکتریکی به یکدیگر وارد می‌کنند، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



($k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$:ثابت کولن)

تکنیک اگر یکای بارهای الکتریکی برحسب میکروکولن (μC) و فاصلهٔ بارها برحسب سانتی‌متر (cm) داده شده باشند می‌توانیم، همان اعداد داده‌شده برحسب μC و cm را در فرمول قرار داده و برای k از مقدار مقابل استفاده کنیم:

$$k = 90\frac{N.(cm)^2}{(\mu C)^2}$$

نکات رابطهٔ کولن

- در این رابطه، علامت بارها را وارد نمی‌کنیم.
- راستای نیروی بین دو بار در راستای خط واصل دو بار است و جهت آن با توجه به علامت بارها تعیین می‌شود.
- بنا بر قانون سوم نیوتون:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

اگر بارهای q_1 و q_2 به q'_1 و q'_2 تغییر کنند و فاصلهٔ دو بار از r به r' برسد، نسبت نیروی الکتریکی در دو حالت را از رابطهٔ مقابل به دست می‌آوریم:

$$\frac{F'}{F} = \left|\frac{q'_1}{q_1}\right| \times \left|\frac{q'_2}{q_2}\right| \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

دو گلولهٔ فلزی کوچک و مشابه که دارای بار الکتریکی می‌باشند، از فاصلهٔ ۳۰ سانتی‌متری، نیروی جاذبهٔ ۴ نیوتون بر یکدیگر وارد می‌کنند. اگر این دو گلوله را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر کدام $+3\,\mu C$ خواهد شد. بار اولیهٔ گلوله‌ها برحسب میکروکولن کدام است؟ $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$ (ریاضی ۹۴)

۱) ۱۲ و ۶− ۲) ۱۰ و ۴− ۳) ۹ و ۳− ۴) ۸ و ۲−

گزینهٔ «۲» وقتی بار الکتریکی دو گلولهٔ مشابه بعد از تماس $+3\,\mu C$ شود، یعنی مجموع بارها قبل و بعد از تماس برابر $+6\,\mu C$ است. همهٔ گزینه‌ها این شرط را برآورده می‌کنند. بنابراین برای پیداکردن جواب، حاصل‌ضرب آن‌ها را از رابطهٔ کولن به دست می‌آوریم:

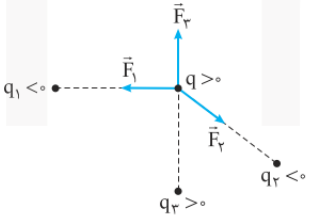
$$F = k\frac{q_1q_2}{r^2} \Rightarrow 4 = \frac{9\times10^9 \times q_1q_2}{30^2} = \frac{9\times10^9 \times q_1q_2}{900} \Rightarrow q_1q_2 = 40$$

توجه داریم که در رابطهٔ کولن، علامت بارها را وارد نمی‌کنیم و تنها گزینه‌ای که این شرط را برآورده می‌کند، ۲ است.

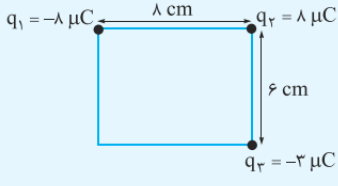
برایند نیروهای الکتریکی

اگر بخواهیم برایند نیروی کولنی را که چند بار الکتریکی بر بار الکتریکی q وارد می‌کنند به دست آوریم، باید نیروهای واردشده بر بار q را تک‌تک به دست آورده و به صورت برداری با هم جمع کنیم[1].

نیروی واردشده بر بار q: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$



سه بار الکتریکی در رأس‌های مستطیلی مطابق شکل قرار دارند. نیروی وارد بر بار q_2 چند نیوتون است؟ $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$ (ریاضی خارج ۹۰ با تغییر)



۱) $60\sqrt{3}$

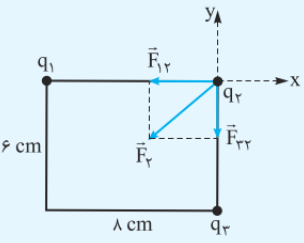
۲) ۱۲۰

۳) $30\sqrt{13}$

۴) ۱۵۰

۱- در کتاب درسی تأکید شده که در این مبحث فقط مسائلی مورد سؤال و بررسی قرار می‌گیرند که در آن‌ها نیروهای الکتریکی وارد بر یک ذرهٔ باردار، در یک راستا یا عمود بر هم باشند.

گزینهٔ «۳»



$$F_{12}=\frac{۹۰\times۸\times۸}{۸^۲}=۹۰\,N \Rightarrow \vec{F}_{12}=-۹۰\,\vec{i}$$

$$F_{32}=\frac{۹۰\times۳\times۸}{۶^۲}=۶۰\,N \Rightarrow \vec{F}_{32}=-۶۰\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_2=\vec{F}_{12}+\vec{F}_{32}=-۹۰\vec{i}-۶۰\vec{j}$$

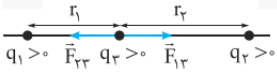
$$\Rightarrow |\vec{F}_2|=\sqrt{|\vec{F}_{12}|^۲+|\vec{F}_{32}|^۲}=\sqrt{۹۰^۲+۶۰^۲}$$

$$=\sqrt{۳۰^۲(۳^۲+۲^۲)}=۳۰\sqrt{۱۳}\,N$$

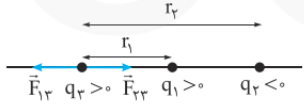
نقطهٔ تعادل با حضور دو بار: دو بار الکتریکی q_1 و q_2 را داریم. می‌خواهیم ببینیم که بار الکتریکی q_3 را در چه نقطه‌ای قرار دهیم تا برایند نیروهای الکتریکی وارد بر آن صفر باشد. برای پیداکردن این نقطه، مسئله را از دو نظر بررسی می‌کنیم:

الف بررسی کیفی: نقطهٔ موردنظر، بر روی خط گذرنده از دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر است. اگر بارها هم‌نام باشند، نقطهٔ تعادل بین دو بار و اگر بارها ناهم‌نام باشند، نقطهٔ تعادل خارج دو بار است.

ب بررسی کمی: کافی است بار q_3 را در نقطه‌ای فرضی (که شرایط کیفی بالا را برآورده می‌کند) قرار دهیم و اصل برهم‌نهی نیروهای کولنی را برای آن بنویسیم. جمع برداری دو نیرو را در آن نقطه مساوی صفر قرار می‌دهیم و فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر را از دو بار به دست می‌آوریم.



$q_1 < q_2$



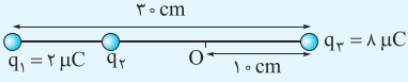
$q_1 < |q_2|$

در شکل‌های بالا داریم:

$$F_{13}=F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1|q_3}{(r_1)^۲}=\frac{k|q_2|q_3}{(r_2)^۲} \Rightarrow \frac{|q_1|}{(r_1)^۲}=\frac{|q_2|}{(r_2)^۲}$$

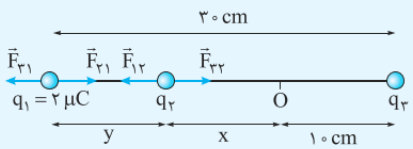
r_1: فاصلهٔ بار q_3 از بار q_1 — r_2: فاصلهٔ بار q_3 از بار q_2

در شکل زیر، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارها صفر است. اگر بار $q_4=۱\,\mu C$ در نقطهٔ O قرار گیرد، نیروی الکتریکی وارد بر آن چند نیوتون می‌شود؟ $\left(k=۹\times۱۰^۹\,\frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$ *(تجربی ۹۷)*



۱) ۱/۲۵ ۲) ۵/۹۵ ۳) ۶/۷۵ ۴) ۷/۵۵

گزینهٔ «۴» برایند نیروهای وارد بر هر کدام از بارها صفر است.



ابتدا فاصله‌های x و y و بار $q_۲$ را محاسبه می‌کنیم:

بار $q_۲$، حتماً منفی است، نیروهای وارد بر $q_۲$ را رسم می‌کنیم و برایند آن‌ها را صفر فرض می‌کنیم:

$$\vec{F}_{۱۲} + \vec{F}_{۳۲} = ۰ \Rightarrow F_{۱۲} = F_{۳۲} \Rightarrow \frac{kq_۱q_۲}{y^۲} = \frac{kq_۳q_۲}{(۱۰+x)^۲}$$

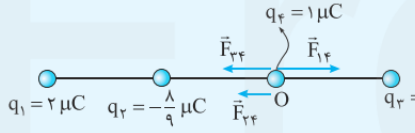
$$\frac{۲}{y^۲} = \frac{۸}{(۱۰+x)^۲} \Rightarrow \frac{۱}{y} = \frac{۲}{۱۰+x} \Rightarrow \begin{cases} ۲y = ۱۰ + x \\ x + y = ۲۰\,cm \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۱۰\,cm \\ y = ۱۰\,cm \end{cases}$$

با داشتن x و y، حالا می‌توانیم $q_۲$ را محاسبه کنیم. برای این‌کار نیروهای وارد بر $q_۱$ را رسم می‌کنیم و برایند آن‌ها را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\vec{F}_{۳۱} + \vec{F}_{۲۱} = ۰ \Rightarrow F_{۳۱} = F_{۲۱} \Rightarrow \frac{kq_۳q_۱}{۹۰۰} = \frac{kq_۲q_۱}{۱۰۰}$$

$$\frac{۸}{۹۰۰} = \frac{q_۲}{۱۰۰} \Rightarrow q_۲ = -\frac{۸}{۹}\,\mu C$$

حالا که $q_۲$ را داریم، بار $q_۴$ را در نقطهٔ O قرار می‌دهیم و نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم:



$$F_{۱۴} = k\frac{q_۱q_۴}{r^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۲\times۱\times۱۰^{-۱۲}}{۴\times۱۰^{-۲}} = ۰/۴۵\,N$$

$$F_{۲۴} = k\frac{q_۲q_۴}{r^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times \frac{۸}{۹}\times۱\times۱۰^{-۱۲}}{۱\times۱۰^{-۲}} = ۰/۸۰\,N$$

$$F_{۳۴} = k\frac{q_۳q_۴}{r^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۸\times۱\times۱۰^{-۱۲}}{۱\times۱۰^{-۲}} = ۷/۲\,N$$

برایند نیروهای وارد بر $q_۴$: $۷/۲ + ۰/۸ - ۰/۴۵ = ۷/۵۵\,N$

میدان الکتریکی

میدان الکتریکی خاصیتی است در فضا که اگر یک بار الکتریکی $(q_۰)$ در آن فضا قرار گیرد، نیروی الکتریکی بر آن وارد می‌شود. اندازهٔ میدان الکتریکی از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

میدان الکتریکی $E = \frac{F}{q_۰}$ $(N/C) \Rightarrow F = Eq_۰$:نیروی الکتریکی واردشده بر بار $q_۰$ در میدان الکتریکی E

جهت میدان الکتریکی هم‌جهت با نیروی الکتریکی وارد بر بار آزمون مثبت است.

میدان الکتریکی اطراف ذرهٔ باردار

هر بار الکتریکی در اطراف خودش میدان الکتریکی ایجاد می‌کند. اگر بار الکتریکی دیگری در این میدان قرار بگیرد، به آن نیروی الکتریکی وارد می‌شود.

میدان الکتریکی ایجادشده توسط بار q در فاصلهٔ r از آن: $\boxed{E = k\frac{q}{r^2}}$

میدان الکتریکی حاصل از بار q در نقطهٔ A که در فاصلهٔ ۳۰ سانتی‌متری آن قرار دارد، برابر $10^5\ N/C$ است. اگر بار q' در نقطهٔ A قرار گیرد، نیرویی برابر $0/02\ N$ از طرف میدان به آن وارد می‌شود. q و q' به ترتیب از راست به چپ، چند میکروکولن‌اند؟ $\left(k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}\right)$

(تجربی ۹۷)

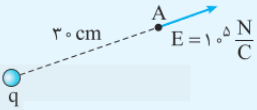
۱) $0/2$ ، 1

۲) $0/2$ ، 10

۳) $0/5$ ، 1

۴) $0/5$ ، 10

گزینهٔ «۱»



$$E = k\frac{q}{r^2} \Rightarrow 10^5 = 9\times10^9 \times \frac{q}{9\times10^{-2}}$$

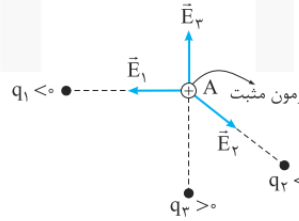
$$\Rightarrow q = 1\times10^{-6}\ C = 1\mu C$$

اگر بار q' را در A قرار دهیم نیروی وارد بر q' از فرمول $F = Eq'$ محاسبه می‌شود:

$$F = Eq' \Rightarrow 2\times10^{-2} = 10^5 \times q' \Rightarrow q' = 2\times10^{-7} = 0/2\ \mu C$$

برایند میدان‌های الکتریکی

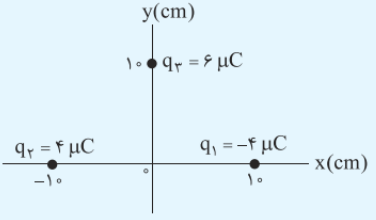
آن‌چه در قسمت «اصل برهم‌نهی نیروهای الکتروستاتیکی» بیان شد، در مورد برهم‌نهی میدان‌های الکتریکی نیز کاربرد دارد. میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا با جمع برداری تک‌تک میدان‌های الکتریکی در آن نقطه به دست می‌آید. جهت بردارهای میدان در یک نقطه را می‌توان با فرض یک بار آزمون مثبت در آن نقطه تعیین کرد.



میدان الکتریکی در نقطهٔ A: $\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$

در شکل زیر، ۳ بار الکتریکی در نقاط مشخص‌شده قرار دارند. بردار میدان الکتریکی در مبدأ مختصات در SI کدام است؟ $\left(k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}\right)$

(ریاضی خارج ۹۱)



۱) $9\times10^6\ \vec{i}$

۲) $-5/4\times10^6\ \vec{j}$

۳) $(7/2\vec{i} - 5/4\vec{j})10^6$

۴) $(5/4\vec{i} - 7/2\vec{j})10^6$

گزینهٔ «۳» میدان بارهای q_1 و q_2 در مبدأ به سمت x های مثبت است، چون q_1 منفی و q_2 مثبت است. با توجه به اندازهٔ بارها و فاصله‌ها تا مبدأ، اندازهٔ این دو میدان برابر است. جمع برداری این دو میدان، مؤلفهٔ $\vec{i}$ میدان برایند را به دست می‌دهد:

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = k\frac{q}{r^2} = \frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}}{100\times10^{-4}} = 3/6\times10^6$$

$$\Rightarrow \vec{E}_x = 2\vec{E}_1 = +7/2\times10^6\,\vec{i}$$

تا همین‌جای کار مشخص است که ۳ درست است؛ اما جهت اطمینان:

$$\vec{E}_y = \vec{E}_3 = -(k\frac{q_3}{r_3^2})\vec{j} = -(\frac{9\times10^9\times6\times10^{-6}}{100\times10^{-4}})\vec{j} = -5/4\times10^6\,\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = (7/2\vec{i} - 5/4\vec{j})10^6$$

نقطهٔ تعادل با حضور دو بار: دو بار الکتریکی q_1 و q_2 را داریم. میدان الکتریکی برایند حاصل از این دو بار در نقطه‌ای از فضا صفر می‌شود. این نقطه دقیقاً همان مکانی است که اگر بار q_3 را در آن محل قرار دهیم، هیچ نیرویی به آن وارد نمی‌شود.

بنابراین برای یافتن مکان نقطهٔ تعادل، از همان نکات و رابطهٔ گفته‌شده در قسمت «اصل برهم‌نهی نیروهای الکتروستاتیکی» استفاده می‌کنیم.

دو بار نقطه‌ای q_1 و $q_2 = 4q_1$، در فاصلهٔ r از هم واقع‌اند. میدان الکتریکی ناشی از دو بار در فاصلهٔ d_1 از بار q_1 برابر صفر است. اگر فاصلهٔ دو بار از هم ۲ برابر شود، میدان الکتریکی برایند در فاصلهٔ d_2 از بار q_2 برابر صفر می‌شود. d_2 چند برابر d_1 است؟ *(تجربی ۹۴)*

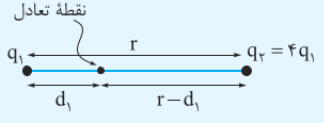
۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۴

گزینهٔ «۴» در نقطه‌ای که برایند میدان‌های الکتریکی دو بار صفر می‌شود، داریم:

$$\frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{|q_2|}{r_2^2}$$

r_1: فاصلهٔ نقطهٔ تعادل از بار q_1 — r_2: فاصلهٔ نقطهٔ تعادل از بار q_2

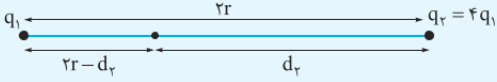
حالت ۱



$$\frac{q_1}{d_1^2}=\frac{4q_1}{(r-d_1)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{4q_1}=\frac{d_1^2}{(r-d_1)^2} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{d_1}{r-d_1} \Rightarrow r-d_1=2d_1$$

$$\Rightarrow r=3d_1 \Rightarrow d_1=\frac{r}{3}$$

حالت۲



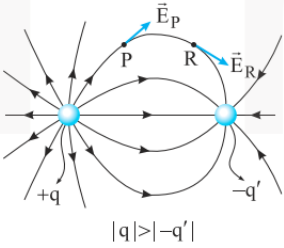
$$\frac{q_1}{(2r-d_2)^2}=\frac{4q_1}{d_2^2} \Rightarrow \frac{d_2^2}{(2r-d_2)^2}=\frac{4q_1}{q_1} \Rightarrow \frac{d_2}{2r-d_2}=2$$

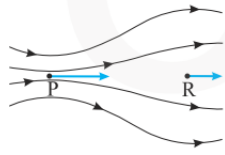
$$\Rightarrow 4r-2d_2=d_2 \Rightarrow 4r=3d_2 \Rightarrow d_2=\frac{4}{3}r$$

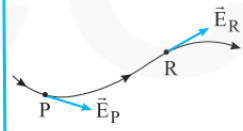
$$\frac{d_2}{d_1}=\frac{\frac{4}{3}r}{\frac{1}{3}r}=4$$

خطوط میدان الکتریکی

میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا را می‌توان با رسم خطوطی فرضی به تصویر کشید.



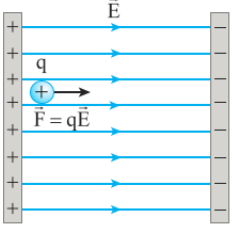




بردار میدان الکتریکی در هر نقطه، بر خط میدانی که از آن نقطه می‌گذرد مماس و با آن هم‌جهت است.

هر جا که **میدان قوی‌تر** باشد، خطوط میدان **نزدیک‌تر و فشرده‌تر** هستند. $|\vec{E}_P|>|\vec{E}_R|$

خطوط میدان الکتریکی **از بار مثبت خارج** و **به بار منفی وارد** می‌شوند و هرگز یکدیگر را قطع نمی‌کنند.



میدان یکنواخت: میدانی که در تمام نقاط آن، اندازه و جهت بردار میدان یکسان باشد، میدان یکنواخت است. میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ رسانای موازی با بارهای هم‌اندازه و ناهم‌نام و دور از لبه‌ها یکنواخت است. در این حالت، فاصلهٔ خطوط میدان با هم برابرند.

انرژی پتانسیل الکتریکی و پتانسیل الکتریکی

این دو مفهوم مهم را در جدول زیر معرفی و مقایسه کرده‌ایم. حواسمان باشد که آن‌ها را به اشتباه به جای هم به کار نبریم.

انرژی پتانسیل الکتریکی (U_E)	پتانسیل الکتریکی (V)
وقتی یک بار الکتریکی در میدان الکتریکی قرار گیرد، به آن نیروی الکتریکی وارد می‌شود. در چنین حالتی، بار توانایی حرکت (انجام کار) بر اثر نیروی الکتریکی را دارد. به این توانایی انجام کار، انرژی پتانسیل الکتریکی می‌گوییم.	در هر نقطه از فضا، نسبت انرژی پتانسیل الکتریکی به بار الکتریکی را پتانسیل الکتریکی آن نقطه از فضا می‌نامیم. پتانسیل الکتریکی: $V = \frac{U_E}{q}$ (انرژی پتانسیل الکتریکی / بار الکتریکی)
انرژی پتانسیل الکتریکی ویژگی مربوط به ذرات باردار است.	پتانسیل الکتریکی ویژگی مربوط به نقاط فضا است.
یکای انرژی پتانسیل الکتریکی: ژول (J) به نوع و اندازهٔ بار وابسته است.	یکای پتانسیل الکتریکی: $\frac{\text{ژول}}{\text{کولن}} = \text{ولت}\ (V)\ (J/C)$ به نوع و اندازهٔ بار بستگی، ندارد.
هرگاه یک بار الکتریکی در میدان رها شود، حرکت خودبه‌خودی آن همواره در جهتی است که انرژی پتانسیل الکتریکی آن بار کاهش می‌یابد.	حرکت خودبه‌خودی بار «+» به سمت نقاط با پتانسیل الکتریکی کم‌تر است. حرکت خودبه‌خودی بار «−» به سمت نقاط با پتانسیل الکتریکی بیشتر است.
حرکت بار «+» در جهت خطوط میدان، انرژی پتانسیل بار را کاهش می‌دهد و بالعکس. حرکت بار «−» در جهت خطوط میدان، انرژی پتانسیل بار را افزایش می‌دهد و بالعکس.	با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد.
تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک بار الکتریکی که بین دو نقطه جابه‌جا می‌شود، برابر با منفی کاری است که میدان الکتریکی برای جابه‌جایی آن بار بین آن دو نقطه انجام می‌دهد: $\Delta U_E = -W_E$	**اختلاف پتانسیل الکتریکی** بین دو نقطه، برابر است با نسبت تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی به بار، وقتی بار بین آن دو نقطه جابه‌جا شود: $\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{-W_E}{q}$

نکات بیشتری راجع به مفاهیم جدول بالا :

- پتانسیل الکتریکی در نزدیکی بارهای مثبت بیشتر از پتانسیل الکتریکی در نزدیکی بارهای منفی است.

در جابه‌جایی عمود بر خطوط میدان، انرژی پتانسیل الکتریکی بار و پتانسیل الکتریکی نقاط ثابت می‌مانند.

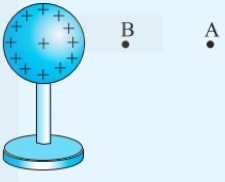
هرگاه ذرهٔ بارداری فقط تحت تأثیر نیروی میدان الکتریکی باشد، قانون پایستگی انرژی مکانیکی[1] برقرار است و داریم: $\Delta U_E = -\Delta K = -W_E$

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه، عامل شارش بار بین آن دو نقطه است. شارش بار مثبت از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کم‌تر تا وقتی ادامه پیدا می‌کند که دو نقطه هم‌پتانسیل شوند.

بنا بر قرارداد، پتانسیل الکتریکی زمین ( ) را صفر در نظر می‌گیریم و آن را پتانسیل مرجع می‌نامیم. منظور از پتانسیل الکتریکی یک نقطه، اختلاف پتانسیل آن نقطه با پتانسیل مرجع است.

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر با پتانسیل پایانهٔ مثبت منهای پتانسیل پایانهٔ منفی است. $\Delta V = V_+ - V_-$

در شکل زیر، کره‌ای با بار مثبت روی پایهٔ عایقی قرار دارد. شخصی در میدان الکتریکی حاصل از این کره، ذرهٔ باردار مثبت را با سرعت ثابت در راستای افقی از نقطهٔ B تا A جابه‌جا می‌کند. اگر کار شخص در این میدان، W و کار نیروی حاصل از میدان W' و اختلاف پتانسیل الکتریکی $V_A - V_B = \Delta V$ باشد، کدام رابطه درست است؟ (ریاضی خارج ۹۶)



۱) $\Delta V > 0 \text{ و } W' > 0 \text{ ، } W < 0$

۲) $\Delta V < 0 \text{ و } W' > 0 \text{ ، } W < 0$

۳) $\Delta V > 0 \text{ و } W' < 0 \text{ ، } W > 0$

۴) $\Delta V < 0 \text{ و } W' < 0 \text{ ، } W > 0$

گزینهٔ «۲» بار کره مثبت است، پس خطوط میدان الکتریکی از آن خارج می‌شود. با این حساب، جهت خطوط میدان از B به A است. چون بار ذرهٔ باردار مثبت است، با جابه‌جایی در جهت خطوط میدان، کار میدان مثبت $(W' > 0)$، کار شخص منفی $(W < 0)$ و اختلاف پتانسیل هم منفی $(\Delta V < 0)$ خواهد بود.

درون یک میدان الکتریکی یکنواخت، بار الکتریکی $q = +2\ \mu C$ از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا می‌شود. اگر کار نیروی الکتریکی در این انتقال برابر $+5\times10^{-5}\ J$ باشد، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q چند ژول است و $V_B - V_A$ برابر با چند ولت است؟ (ریاضی ۹۶ ـ مشابه تجربی ۹۰)

۱) -5×10^{-5} و -25

۲) -5×10^{-5} و $+25$

۳) $+5\times10^{-5}$ و -25

۴) $+5\times10^{-5}$ و $+25$

گزینهٔ «۱» **گام اول** می‌دانید که کاری که میدان الکتریکی بر روی بار انجام می‌دهد، برابر منفی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار است: $\Delta U = -W_E = -5\times10^{-5}\ J$

۱ـ اگر یادتون رفته، یه سر بزنید به فصل کار و انرژی!

گام دوم تغییر پتانسیل الکتریکی هم از رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ حساب می‌شود:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-۵ \times ۱۰^{-۵}}{۲ \times ۱۰^{-۶}} = -۲۵\ V$$

(این تست رو بدون حل هم می‌شه پاسخ داد. چون علامت کار میدان مثبته، پس علامت ΔU منفی می‌شه. از طرف دیگه چون بار مثبته، ΔU و ΔV هم‌علامت‌اند. یعنی ΔV هم منفیه.)

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی در میدان الکتریکی یکنواخت:

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک بار در میدان الکتریکی یکنواخت:

$$\boxed{\Delta U_E = -W_E = -|q| Ed\cos\theta}$$

θ زاویهٔ بین نیروی $\vec{F}_E$ و جابه‌جایی $\vec{d}$ است.

اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت:

اگر فاصلهٔ دو نقطه، d متر و خط واصل آن‌ها هم‌راستا با میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ باشد، داریم:

$$|\Delta V| = Ed$$

با فرمول $E = \frac{|\Delta V|}{d}$، می‌توانید بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت را حساب کنید.

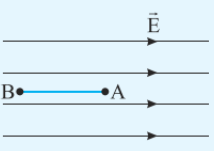
برای میدان الکتریکی سه فرمول گفتیم، لطفاً آن‌ها را با هم اشتباه نگیرید:

در حالت کلی: $\boxed{E = \frac{F}{q_۰}}$ ← باری که در داخل میدان E قرار می‌گیرد

میدان بار نقطه‌ای: $\boxed{E = \frac{kq}{r^۲}}$ ← باری که میدان E را ایجاد کرده است

میدان یکنواخت: $\boxed{E = \frac{|\Delta V|}{d}}$

بار الکتریکی $q = -۴\ \mu C$ مطابق شکل در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $۱۰^۵\ V/m$ رها می‌شود. در جابه‌جایی بار q از A تا B انرژی جنبشی بار، ۸ میلی‌ژول افزایش می‌یابد. $V_B - V_A$ چند کیلوولت است؟ *(ریاضی ۸۹)*



۱) ۲ ۲) −۲ ۳) ۲۰۰ ۴) −۲۰۰

گزینهٔ «۱» اگر برخلاف جهت خطوط میدان حرکت کنیم، پتانسیل نقاط عبوری افزایش می‌یابد. بنابراین $V_B > V_A$ بوده و $V_B - V_A$ حتماً مثبت است (حذف ۲ و ۴). حالا بنا بر قضیهٔ کار و انرژی داریم:

$$\Delta K = W_E + W_{\text{خارجی}} \xrightarrow{W_{\text{خارجی}} = ۰} \Delta K = W_E$$