چون جابه‌جایی در جهت نیروی $\vec{F}_E$ میدان است، $\theta = 0^\circ$ بوده و داریم:

$$\Delta K = W_E = |q| Ed\cos 0^\circ \xrightarrow{\Delta V = Ed} \Delta K = |q|\Delta V \cos 0^\circ$$

$$\Rightarrow 8\times10^{-3} = |-4|\times10^{-6}\times\Delta V\times1$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{8\times10^{-3}}{4\times10^{-6}} = 2000\ V \Rightarrow \Delta V = V_B - V_A = 2\ kV$$

قضیهٔ کار و انرژی: کار کل انجام شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است.

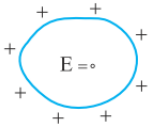
## توزیع بار الکتریکی روی اجسام

وقتی مقداری بار الکتریکی اضافی روی یک جسم قرار می‌دهیم، بسته به این‌که جسم رسانا یا نارسانا باشد، توزیع بارها متفاوت است:

| توزیع بار در اجسام نارسانا | توزیع بار در اجسام رسانا |
|---|---|
| در شرایط عادی بار نمی‌تواند در جسم نارسانا حرکت کند. بار قرار داده‌شده در جای خود ثابت می‌ماند. | بارهای الکتریکی در جسم رسانا حرکت می‌کنند تا در دورترین فاصله از یکدیگر و روی بیرونی‌ترین سطح رسانا قرار گیرند.<br>در حالت تعادل (که بارها حرکت نمی‌کنند)، در داخل یک رسانای بسته، هیچ باری وجود ندارد. |

توزیع بار در اجسام رسانا به گونه‌ای اتفاق می‌افتد که پتانسیل الکتریکی تمام نقاط سطح رسانا با هم برابر شوند؛ یعنی سطح رسانا در حالت تعادل، یک سطح هم‌پتانسیل است.

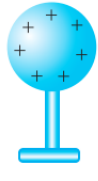
### میدان الکتریکی داخل جسم رسانا



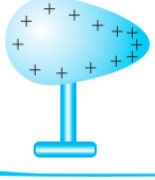

میدان الکتریکی داخل جسم رسانایی که در حالت تعادل قرار دارد، همواره صفر است.

### نحوهٔ توزیع بار روی رسانا

توزیع بار روی یک کرهٔ رسانا به صورت متقارن است.



توزیع بار در اجسامی که تقارن کروی ندارند، به گونه‌ای است که تراکم بار در نقاط نوک‌تیز بیشتر از نقاط دیگر است.



**یک گلولهٔ فلزی باردار با بار مثبت را به یک ریسمان عایق می‌بندیم و آن را وارد یک محفظهٔ رسانا با پایهٔ عایق کرده و با کف محفظه تماس می‌دهیم. پس از بستن درپوش فلزی محفظه چه اتفاقی رخ می‌دهد؟**

۱) گلولهٔ فلزی بدون بار می‌شود.

۲) سطح داخلی محفظه بار مثبت پیدا می‌کند.

۳) بار منفی روی سطح خارجی القا می‌شود.

۴) به دلیل مثبت‌بودن بار گلوله، سطح داخلی محفظه بار منفی پیدا می‌کند.

**گزینهٔ «۱»** می‌دانیم که در حالت تعادل، بارهای الکتریکی در خارجی‌ترین سطح یک محفظهٔ بستهٔ رسانا قرار می‌گیرند؛ بنابراین گلولهٔ فلزی داخل محفظه بدون بار می‌شود.

## آشنایی با خازن

**ظرفیت خازن:** نسبت $\frac{Q}{V}$ در هر خازن مقدار ثابتی است که به آن ظرفیت خازن می‌گوییم:

$$C = \frac{Q}{V} \quad \begin{cases} \rightarrow \text{بار الکتریکی ذخیره‌شده روی خازن } (C) \\ \rightarrow \text{اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن } (V) \end{cases} \leftarrow \text{ظرفیت خازن (فاراد } F)$$

یا $Q = CV$

افزایش ولتاژ دو سر خازن، باعث افزایش بار ذخیره‌شده روی خازن می‌شود و بر روی ظرفیت آن تأثیری نمی‌گذارد.

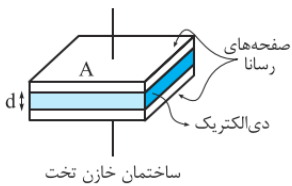
**تأثیر دی‌الکتریک بر ظرفیت خازن:** ورود یک دی‌الکتریک بین صفحات خازن، ظرفیت خازن را به صورت زیر افزایش می‌دهد:

$C = \kappa C_0$

- $C$: ظرفیت خازن پس از ورود دی‌الکتریک
- $C_0$: ظرفیت خازنی که بین صفحات آن هوا یا خلأ باشد
- $\kappa$: ثابت دی‌الکتریک

($\kappa$ هوا یا خلأ $= 1$ ، $\kappa$ عایق‌های دیگر $> 1$)

**عوامل مؤثر بر ظرفیت خازن تخت:** ظرفیت هر خازن به ویژگی‌های ساختمانی آن خازن به صورت زیر بستگی دارد:




$$C = \kappa \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

- $\kappa$: ثابت دی‌الکتریک بین صفحات خازن
- $A$: مساحت هر یک از صفحه‌ها ($m^2$)
- $d$: فاصلهٔ دو صفحه ($m$)
- $\varepsilon_0$: ضریب گذردهی الکتریکی خلأ ($\varepsilon_0 = 8/85 \times 10^{-12}\ F/m$)

وقتی در ساختمان خازن تغییراتی رخ می‌دهد، برای بررسی آن باید ببینیم که خازن جدا از باتری قرار دارد و یا به باتری وصل است:

**الف** در خازنِ جدا از باتری (خازن منزوی) همواره بار خازن $(Q)$ ثابت می‌ماند.

ب در خازن متصل به باتری، همواره اختلاف پتانسیل دو سر خازن $(V)$ ثابت می‌ماند.

◀ تغییرات میدان الکتریکی بین صفحات خازن را می‌توانیم از رابطهٔ $E = \frac{V}{d}$ تشخیص دهیم.

**برای ساختن یک خازن، دو صفحهٔ فلزی، یک ورقهٔ میکا (به ضخامت $0/3\ mm$ و $\kappa = 7$)، یک ورقهٔ شیشه‌ای (به ضخامت $0/2\ cm$ و $\kappa = 5$)، یک لایهٔ پارافین (به ضخامت $1\ cm$ و $\kappa = 2$) و یک لایهٔ پلاستیک (به ضخامت $2\ mm$ و $\kappa = 3$) در اختیار داریم. برای به دست آوردن بیشترین ظرفیت، با کدام ورقه باید میان صفحات فلزی را پُر کنیم؟** (ریاضی ۹۷)

۱) میکا ۲) شیشه ۳) پارافین ۴) پلاستیک

**گزینهٔ «۱»** ظرفیت خازن تخت $C = \frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d}$

$\varepsilon_0$ و $A$ بدون تغییرند؛ پس ظرفیت خازنی بزرگ‌تر است که نسبت $\frac{\kappa}{d}$ در آن بزرگ‌تر باشد، همهٔ $d$ ها را برحسب $mm$ می‌نویسیم تا مقایسه راحت‌تر شود.

$$(\frac{\kappa}{d})_{\text{میکا}} = \frac{7}{0/3} > (\frac{\kappa}{d})_{\text{پلاستیک}} = \frac{3}{0/2} > (\frac{\kappa}{d})_{\text{شیشه}} = \frac{5}{2} > (\frac{\kappa}{d})_{\text{پارافین}} = \frac{2}{1}$$

## انرژی خازن

انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در خازن را می‌توان با هر یک از روابط زیر به دست آورد:

$$\boxed{U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C}} \leftarrow \text{انرژی خازن } (J)$$

◀ برای ذخیرهٔ انرژی $U_{\text{خازن}} = \frac{1}{2}QV$ روی خازن، باتری انرژی $U_{\text{باتری}} = QV$ را به مدار می‌دهد، یعنی برای شارژکردن خازن، نصف انرژی باتری به صورت گرما در مدار تلف می‌شود.

**خازنی به منبع برق ۲۰۰ ولت وصل است. اگر انرژی ذخیره‌شده در آن $1/8\ J$ باشد، ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟** (تجربی خارج ۹۳)

۱) ۲۷ ۲) ۳۶ ۳) ۹۰ ۴) ۱۸۰

**گزینهٔ «۳»** چون مسئله ولتاژ خازن را داده و ظرفیت را خواسته، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow 1/8 = \frac{1}{2} \times C \times (200)^2$$

$$\Rightarrow C = \frac{2 \times 1/8}{(200)^2} = \frac{3/6}{4 \times 10^4} = 0/9 \times 10^{-4} = 90 \times 10^{-6} = 90\ \mu F$$

## فرمول‌های فصل

### مفاهیم اولیهٔ اجسام باردار

بار الکتریکی جسم: $q = \pm ne$

اصل پایستگی بار الکتریکی: $q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2$

### قانون کولن

نیروی بین دو بار الکتریکی: $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$

### میدان الکتریکی:

$E = \frac{F}{q_0}$

نیروی وارد بر بار الکتریکی q در میدان الکتریکی E : $F = Eq$

میدان الکتریکی اطراف ذرهٔ باردار: $E = k\frac{q}{r^2}$

### انرژی پتانسیل الکتریکی و پتانسیل الکتریکی

پتانسیل الکتریکی: $V = \frac{U_E}{q}$

اختلاف پتانسیل الکتریکی: $\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{\Delta U_E}{q} = -\frac{W_E}{q}$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی: $\Delta U_E = -W_E = -|q|Ed\cos\theta$

برای میدان یکنواخت: $|\Delta V| = Ed$

### آشنایی با خازن

ظرفیت خازن: $C = \frac{Q}{V}$

ظرفیت خازن تخت: $C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$

### انرژی خازن:

$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$

## رابطهٔ جریان و بار الکتریکی

بین جریان الکتریکی یکنواخت و باری که از یک مقطع سیم می‌گذرد، رابطهٔ زیر برقرار است:

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}\leftarrow \text{جریان الکتریکی (A)} \quad \begin{matrix}\rightarrow \text{بار الکتریکی (C)}\\ \rightarrow \text{زمان (s)}\end{matrix} \Rightarrow \boxed{\Delta q = I(\Delta t)}$$ و $q=\pm ne$

**آمپرساعت (Ah)** : واحد دیگری برای بار الکتریکی است که مقدار آن از رابطهٔ $\Delta q = I(\Delta t)$ به دست می‌آید:

$$q=1A\times 1h=1Ah \xrightarrow{1h=3600s} 1Ah=3600As \xrightarrow{1As=1C} 1Ah=3600C$$

**جریان ۴/۸ mA در مدت ۵ s از مداری می‌گذرد. در این مدت، چه تعداد الکترون آزاد از یک سطح مقطع مدار عبور کرده است؟ ($e=1/6\times10^{-19}C$)**

۱) $1/5\times10^{16}$ ۲) $1/5\times10^{17}$ ۳) $1/5\times10^{18}$ ۴) $15\times10^{19}$

**گزینهٔ «۲»**

$$\left.\begin{matrix}q=ne\\ q=I(\Delta t)\end{matrix}\right\}\Rightarrow ne=I(\Delta t)\Rightarrow n=\frac{I(\Delta t)}{e}=\frac{4/8\times10^{-3}\times5}{1/6\times10^{-19}}$$

$$=15\times10^{16}=1/5\times10^{17}$$

## مقاومت الکتریکی و قانون اهم

رساناهای الکتریکی دو نوع هستند: ۱ اهمی ۲ غیراهمی

**قانون اهم**: در رساناهای اهمی نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانا به جریان عبوری از آن در دمای ثابت، مقدار ثابتی است که به آن مقاومت الکتریکی می‌گوییم.

$$R=\frac{V\rightarrow \text{اختلاف پتانسیل (V)}}{I\rightarrow \text{جریان الکتریکی (A)}}\leftarrow \text{مقاومت الکتریکی }(\Omega) \Rightarrow \boxed{V=IR}$$

در رساناهای غیراهمی با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر رسانا، مقاومت (یا همان نسبت $\frac{V}{I}$) تغییر می‌کند. مانند: دیود نورگسیل (LED).

### عوامل مؤثر بر مقاومت الکتریکی

اندازهٔ مقاومت الکتریکی یک جسم در دمای ثابت به جنس، طول و سطح مقطع آن بستگی دارد:

$$R=\rho\frac{L\rightarrow \text{طول (m)}}{A\rightarrow \text{سطح مقطع }(m^2)}\leftarrow \text{مقاومت }(\Omega)$$

ρ: مقاومت ویژه

مقاومت ویژه $(\rho)$ کمیتی است که به جنس و دمای جسم بستگی دارد و یکای آن اهم‌متر $(\Omega.m)$ است.

**تأثیر دما بر مقاومت ویژه:** با افزایش دما مقاومت ویژهٔ رساناهای فلزی افزایش و مقاومت ویژهٔ نیم‌رساناها کاهش می‌یابد.

**ابررسانایی:** در برخی مواد (مانند جیوه و قلع) با کاهش دما، مقاومت ویژه در دمای خاصی ناگهان صفر می‌شود و در دماهای پایین‌تر صفر می‌ماند. به این پدیده ابررسانایی می‌گوییم.

**دو سیم فلزی A و B دارای طول و مقاومت الکتریکی مساوی‌اند. اگر جرم سیم B، $\frac{۲}{۳}$ جرم سیم A بوده و چگالی آن $\frac{۱}{۳}$ چگالی سیم A باشد، مقاومت ویژهٔ سیم B چند برابر مقاومت ویژهٔ سیم A است؟** (تجربی ۹۵ ـ مشابه ریاضی ۹۰ ـ مشابه ریاضی خارج ۹۰)

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۳ ۴) ۲

**گزینهٔ «۴»**

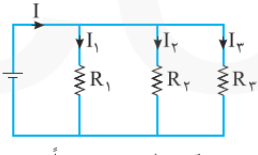
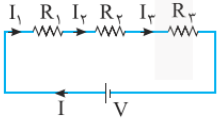
$$R_A = R_B \Rightarrow \frac{\rho_A \cancel{L}}{A_A} = \frac{\rho_B \cancel{L}}{A_B} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{A_B}{A_A} \quad (۱)$$

$$\frac{\text{چگالی B}}{\text{چگالی A}} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} \xrightarrow{V=AL} \frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۳} \times \frac{A_A \cancel{L}}{A_B \cancel{L}} \Rightarrow \frac{A_B}{A_A} = ۲ \xrightarrow{(۱)} \frac{\rho_B}{\rho_A} = ۲$$

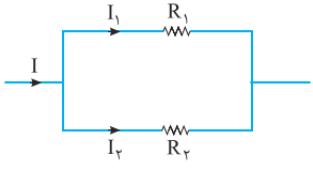
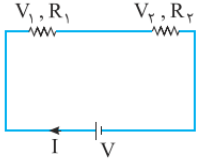
## به‌هم‌بستن مقاومت‌ها

مقاومت‌ها را به دو صورت به یکدیگر متصل می‌کنند: ۱ موازی ۲ متوالی (سری)

در جدول زیر، ویژگی‌های آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:

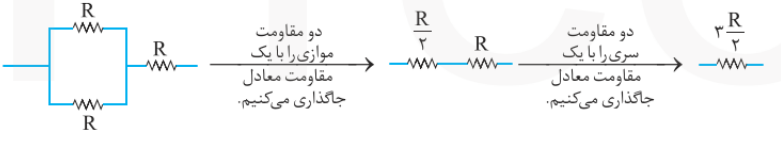
| موازی | متوالی (سری) |
|---|---|
|   اگر دو سر یک مقاومت مستقیماً به دو سر یک مقاومت دیگر متصل باشد، اتصال آن‌ها موازی است. |   اگر فقط یک سر دو مقاومت با سیم مستقیم به هم متصل باشند و بین آن‌ها هیچ انشعابی نباشد، اتصال آن‌ها متوالی است. |
| $V = V_۱ = V_۲ = V_۳$ | $I = I_۱ = I_۲ = I_۳$ |
| $I = I_۱ + I_۲ + I_۳$ | $V = V_۱ + V_۲ + V_۳$ |
| $\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳}$ اگر فقط دو مقاومت به صورت موازی به هم وصل باشند: $R_{eq} = \frac{\text{ضربشون}}{\text{جمعشون}} = \frac{R_۱ R_۲}{R_۱ + R_۲}$ | $R_{eq} = R_۱ + R_۲ + R_۳$ مقاومت معادل |
| مقاومت معادل، از کوچک‌ترین مقاومت نیز کوچک‌تر است. | مقاومت معادل، از بزرگ‌ترین مقاومت نیز بزرگ‌تر است. |

ادامهٔ جدول در صفحهٔ بعد

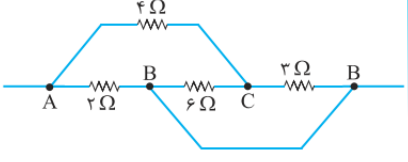
| موازی | متوالی (سری) |
|---|---|
| اگر n مقاومت مشابه به هم متصل باشند: | |
| $R_{eq} = \frac{R}{n}$ | $R_{eq} = nR$ |
| از مقاومت بزرگ‌تر، جریان کم‌تری عبور می‌کند. $I = \frac{V}{R} \xrightarrow{V \text{ در همه یکسان است.}} \frac{I_۲}{I_۱} = \frac{R_۱}{R_۲}$ | ولتاژ دو سر مقاومت بزرگ‌تر، بیشتر است. $V = IR \xrightarrow{I \text{ در همه یکسان است.}} \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{R_۲}{R_۱}$ |
|   |   |
| $I_۱ = \frac{R_۲}{R_۱ + R_۲} I \ , \ I_۲ = \frac{R_۱}{R_۱ + R_۲} I$ | $V_۱ = \frac{R_۱}{R_۱ + R_۲} V \ , \ V_۲ = \frac{R_۲}{R_۱ + R_۲} V$ |

**مدارهای ترکیبی مقاومت:** گاهی با مدارهای پیچیده‌تری از اتصال مقاومت‌ها روبه‌رو می‌شویم که هم شامل اتصال‌های موازی و هم اتصال‌های سری هستند. در این‌گونه موارد باید مرحله به مرحله مدار را ساده کنیم و در هر مرحله، به جای دو یا چند مقاومت موازی یا متوالی، یک مقاومت معادل را قرار دهیم.

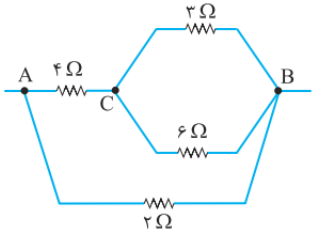
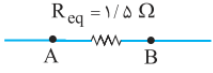
**یک مثال ساده:**




**روش نام‌گذاری گره‌ها:** در اتصال‌های پیچیده‌تر مقاومت‌ها، مقاومت معادل را با روش نام‌گذاری گره‌ها تعیین می‌کنیم:

| مراحل روش نام‌گذاری گره‌ها | مثال |
|---|---|
| ۱) به هر گره (یعنی محلی که حداقل سه انشعاب داشته باشد) یک نام اختصاص می‌دهیم. تمام گره‌های هم‌پتانسیل (یعنی گره‌هایی که با سیم بدون مقاومت به هم متصل هستند)، باید هم‌نام باشند. |   |
| ۲) گره‌های ابتدا، انتها و میانی را به ترتیب در شکل جدیدی رسم می‌کنیم. | |

ادامهٔ جدول در صفحهٔ بعد

| مراحل روش نام‌گذاری گره‌ها | مثال |
| --- | --- |
| ۳) تک‌تک مقاومت‌هایی که در شکل اصلی هستند را با توجه به این‌که بین کدام دو گره قرار دارند، در شکل جدید رسم می‌کنیم. |   |
| ۴) با توجه به سری یا موازی بودن مقاومت‌ها در شکل ساده‌شده‌ای که در مرحلهٔ ۳ به دست آمد، مقاومت معادل را تعیین می‌کنیم. |   |

مقاومت‌هایی که دو سر آن‌ها با یک سیم به هم متصل شوند، اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شوند. در اتصال موازی مقاومت‌ها، اگر یکی از شاخه‌ها اتصال کوتاه شود، بقیهٔ مقاومت‌های موازی نیز اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شوند.

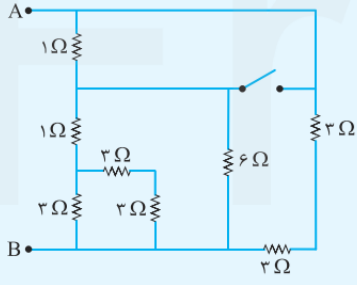
**در مدار روبه‌رو، ابتدا کلید باز است. اگر کلید بسته شود، مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B چند اهم تغییر می‌کند؟**

۱) ۰/۲۵ (تجربی خارج ۹۳ - مشابه ریاضی خارج ۹۲)

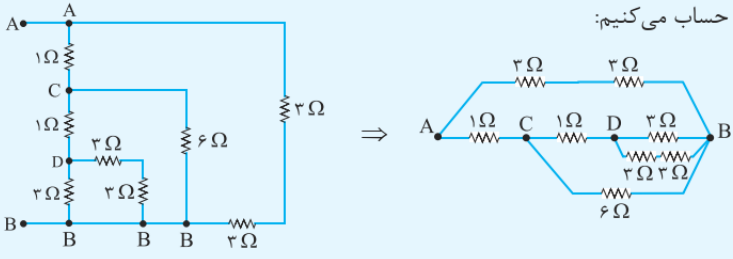
۲) ۰/۵

۳) ۰/۷۵

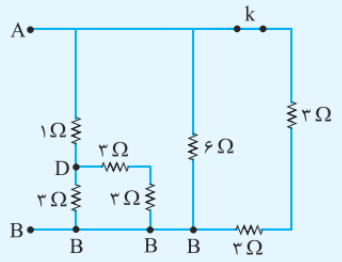
۴) ۱/۲۵

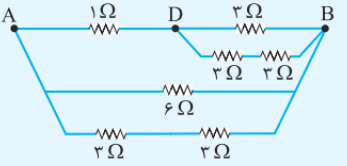



**گزینهٔ «۲»** در حالتی که کلید باز است، مقاومت معادل بین A و B را با روش نام‌گذاری گره‌ها حساب می‌کنیم:




با محاسبهٔ مقاومت معادل در شکل ساده‌شدهٔ بالا می‌رسیم به: $R_{AB} = ۲\ \Omega$ در حالت کلید باز. وقتی کلید بسته می‌شود، مقاومت $۱\ \Omega$ بالایی اتصال کوتاه شده و حذف می‌شود. مقاومت معادل را در این حالت نیز حساب می‌کنیم:

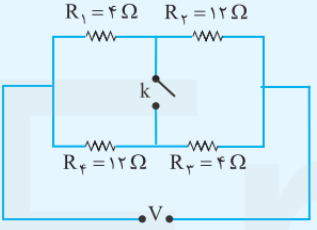



در شکل ساده‌شدهٔ بالا می‌رسیم به: $R_{AB} = ۱/۵\ \Omega$ در حالت کلید بسته.

$\Rightarrow$ تغییر مقاومت معادل $= ۲ - ۱/۵ = ۰/۵\ \Omega$

**در مدار روبه‌رو، در صورتی که کلید باز باشد، از مقاومت $R_۱$ جریان $I$ می‌گذرد و وقتی کلید بسته است، از همان مقاومت، جریان $I'$ عبور می‌کند. نسبت $\frac{I'}{I}$ کدام است؟** *(ریاضی ۹۱)*




۱) ۲

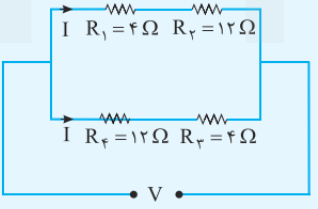
۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) ۱

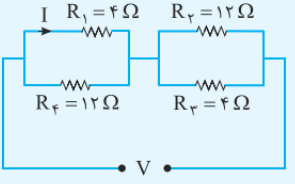
۴) $\frac{۱}{۲}$

**گزینهٔ «۱»**

**حالت۱** کلید باز: مطابق شکل مقابل، جریان‌ها در شاخه‌های بالا و پایین برابر هستند (به دلیل برابری مقاومت‌ها در دو شاخه) و ولتاژِ دو سر مقاومتِ $R_{۱۲} = ۱۶\ \Omega$ همان ولتاژ باتری است، بنابراین: $I = \frac{V}{۱۶}$

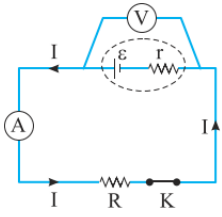



**حالت۲** کلید بسته: در این حالت، مقاومت‌های $R_{۲۳}$ و $R_{۱۴}$ با هم برابر هستند و ولتاژ باتری به طور مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود. بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ برابر با $\frac{V}{۲}$ است و داریم:

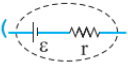



$$I' = \frac{\frac{V}{۲}}{۴} = \frac{V}{۸} \Rightarrow \frac{I'}{I} = \frac{\frac{V}{۸}}{\frac{V}{۱۶}} = ۲$$

## معرفی و بررسی مدار تک‌حلقهٔ تک‌باتری




شکل‌روبه‌رو، یک مدار تک‌حلقهٔ تک‌باتری است. در این‌جا اجزای این مدار را معرفی کرده و به بررسی آن می‌پردازیم.

**مولد الکتریکی (منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی):**  یا

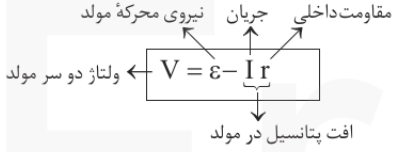
مولدها با ایجاد اختلاف پتانسیل، باعث حرکت بارهای الکتریکی در مدار می‌شوند.

**نیروی محرکهٔ الکتریکی ($\varepsilon$):** کاری است که مولد روی واحد بار مثبت انجام می‌دهد تا آن را از پایانه‌ای با پتانسیل کم‌تر به پایانه‌ای با پتانسیل بیشتر ببرد.

نیروی محرکهٔ الکتریکی از جنس نیرو نیست و واحد آن در SI ولت است و $\text{ولت} = \frac{\text{ژول}}{\text{کولن}}$.

### افت پتانسیل در مولد

به مقاومتی که مولد در مقابل عبور جریان از خود نشان می‌دهد، مقاومت داخلی مولد ($r$) می‌گوییم. هنگام عبور جریان از مولد، وجود مقاومت داخلی باعث افت پتانسیل در مولد می‌شود:



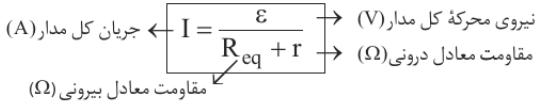

**مقاومت ( ):** مقاومت‌ها انرژی الکتریکی را به صورت‌های دیگری از انرژی تبدیل می‌کنند. عبور جریان از یک مقاومت باعث افت پتانسیل به اندازهٔ IR می‌شود.

**مقاومت متغیر (رئوستا یا پتانسیومتر):** یا هم در اتصال موازی و هم در اتصال متوالی مقاومت‌ها، افزایش مقاومت متغیر باعث افزایش مقاومت معادل ($R_{eq}$) در مدار می‌شود و کاهش مقاومت متغیر، مقاومت معادل را کاهش می‌دهد.

**کلید ( ):** کلید باز به معنای قطع جریان است و کلید بسته را باید مثل یک سیم در نظر گرفت. بستن کلید باعث کاهش مقاومت معادل ($R_{eq}$) مدار می‌شود.

### جریان مدار تک‌حلقه

جریان کل در یک مدار تک‌حلقه به صورت زیر است:



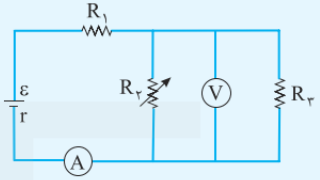

اگر در یک مدار، چند مقاومت موازی وجود داشته باشد، می‌توان آن‌ها را با یک مقاومت معادل جایگزین کرده و مدار را به صورت متوالی (تک‌حلقه) در نظر گرفت. در این حالت، رابطهٔ بالا جریان عبوری از شاخهٔ اصلی (جریان عبوری از مولد) را به دست می‌دهد.

**ولت‌سنج (—Ⓥ—):** ولت‌سنج را به صورت **موازی** به دو سر مولد یا مقاومت می‌بندیم. مقاومتِ یک ولت‌سنج ایده‌آل بی‌نهایت است و به همین دلیل اگر ولت‌سنج در شاخه‌ای از مدار قرار بگیرد، جریان در آن شاخه قطع می‌شود.

**آمپرسنج (—Ⓐ—):** برای اندازه‌گیری جریان در مدار، آمپرسنج را در مسیر جریان (یعنی به صورت **متوالی**) قرار می‌دهیم. مقاومت یک آمپرسنج ایده‌آل صفر است و اگر به صورت موازی با یک مقاومت بسته شود، آن مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شود.

- وقتی یک خازن پر در مدار قرار می‌گیرد، مانند کلید قطع عمل کرده و جریان از آن عبور نمی‌کند.

**در مدار زیر، با افزایش مقاومت $R_2$، شدت جریانی که آمپرسنج A نشان می‌دهد و اختلاف پتانسیلی که ولت‌سنج V نشان می‌دهد، چگونه تغییر می‌کنند؟ (به ترتیب از راست به چپ)** (ریاضی ۹۵)




۱) کاهش ـ کاهش

۲) کاهش ـ افزایش

۳) افزایش ـ افزایش

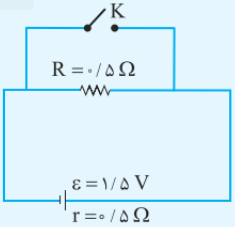
۴) افزایش ـ کاهش

**گزینهٔ «۲»**

افزایش مقاومت معادل $R_{23} \Rightarrow$ افزایش $R_2$

$$\text{افزایش } R_2 \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \text{افزایش مقاومت کل مدار } (R_{eq}) \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}} \text{کاهش جریان} \\ \Rightarrow \text{افزایش سهم ولتاژ مقاومت معادل } R_{23} \text{ نسبت به } R_1 \end{cases}$$

**در مدار مقابل، ابتدا کلید باز است. در صورتی که کلید بسته شود، اختلاف پتانسیل دو سر مولد چند ولت کاهش می‌یابد؟** (ریاضی خارج ۹۴)




۱) صفر

۲) ۰/۵

۳) ۰/۷۵

۴) ۱/۵

**گزینهٔ «۳»**

**حالت۱** کلید باز؛ مقاومت‌های R و r متوالی:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{1/5}{0/5+0/5} = 1/5\ A$$

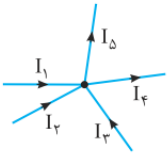
$$V_1 = \varepsilon - I_1 r \Rightarrow V_1 = 1/5 - (1/5 \times 0/5) = 0/75$$

**حالت۲** کلید بسته؛ مقاومت R اتصال کوتاه می‌شود:

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{1/5}{0/5} = 3\ A$$

$$V_2 = \varepsilon - I_2 r \Rightarrow V_2 = 1/5 - (3 \times 0/5) = 0 \Rightarrow V_2 - V_1 = 0 - 0/75 = -0/75$$

## قاعدهٔ انشعاب[1]

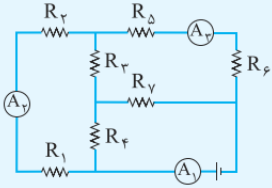



جمع جریان‌هایی که به یک گره (انشعاب) وارد می‌شود با جمع جریان‌هایی که از آن گره خارج می‌شود برابر است.

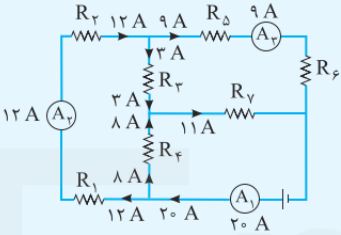
$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

**در مدار مقابل، آمپرسنج‌های $A_1$، $A_2$ و $A_3$ به ترتیب جریان‌های ۲۰ A، ۱۲ A و ۹ A را نشان می‌دهند. از مقاومت $R_7$ جریان چند آمپر عبور می‌کند؟** (ریاضی ۹۷)

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۱

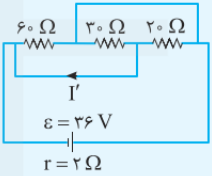



**گزینهٔ «۴»** جمع جریان‌های ورودی به هر گره با جریان‌های خروجی از آن برابر است. تقسیم جریان‌ها را روی شکل ببینید.

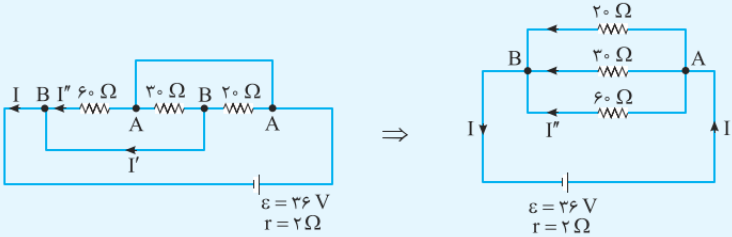



**در مدار روبه‌رو، $I'$ چند آمپر است؟** (ریاضی ۹۲)

۱) صفر
۲) ۰/۵
۳) ۲/۵
۴) ۱/۵




**گزینهٔ «۳»** با روش نام‌گذاری گره‌ها می‌توانیم شکل ساده‌تری از مدار رسم کنیم:




با توجه به شکل سمت چپ:

$$I = I' + I''$$

برای محاسبهٔ $I'$ لازم است $I$ و $I''$ را به دست آوریم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{۲۰} + \frac{1}{۳۰} + \frac{1}{۶۰} = \frac{۳+۲+۱}{۶۰} \Rightarrow R_{eq} = ۱۰\Omega \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I = \frac{۳۶}{۱۰+۲} = ۳\,A$$

---

۱- این قاعدهٔ ساده به طور مستقیم در سر فصل‌های کتاب تجربی نیامده ولی یادگرفتن آن به فهم و حل راحت‌تر برخی از مسائل کمک می‌کند.

حالا با استفاده از $I$، ولتاژ دو سر مقاومت $۶۰\,\Omega$ و جریان عبوری از آن را حساب می‌کنیم:

$$V = \varepsilon - Ir = ۳۶ - ۳\times۲ = ۳۰\,V \Rightarrow I'' = \frac{V}{R} = \frac{۳۰}{۶۰} = ۰/۵\,A$$

$$\Rightarrow I' = I - I'' = ۳ - ۰/۵ = ۲/۵\,A$$

**تکنیک** می‌توانستیم از روش تسهیم به نسبت جریان بین مقاومت‌های موازی استفاده کنیم. در این روش، جریان گذرنده از بزرگ‌ترین مقاومت (که کوچک‌ترین جریان است) را به صورت پارامتری (در این‌جا $I''$) در نظر گرفته و جریان شاخه‌های دیگر را براساس آن تعیین می‌کنیم.

$$۶۰\,\Omega \to I'' \Rightarrow \begin{cases} ۳۰\,\Omega \to ۲I'' \\ ۲۰\,\Omega \to ۳I'' \end{cases} \Rightarrow I = I'' + ۲I'' + ۳I'' = ۶I''$$

$$\Rightarrow I'' = \frac{I}{۶} = \frac{۳}{۶} = ۰/۵ \Rightarrow I' = I - I'' = ۳ - ۰/۵ = ۲/۵\,A$$

## توان در مدارهای الکتریکی

در مدارهای الکتریکی با دو نوع توان روبه‌رو هستیم:

۱ توان مصرفی در مقاومت‌ها ۲ توان تولیدی در مولدها

### توان مصرفی در مقاومت‌ها

بسته به این‌که با چه داده‌هایی در مسئله روبه‌رو باشیم، توان مصرفی در یک مقاومت از یکی از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

جریان عبوری از مقاومت (A) — اندازهٔ مقاومت (Ω)

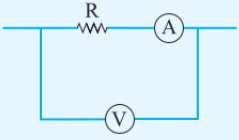
$$\text{توان (W)} \leftarrow P = \frac{\Delta U}{\Delta t} \Rightarrow P = IV \text{ یا } P = \frac{V^۲}{R} \text{ یا } P = RI^۲$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت (V)

### توان مصرفی در مقاومت‌های متصل به هم

| موازی | متوالی |
|---|---|
| اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی یکسان است. بنابراین با توجه به رابطهٔ $P = \frac{V^۲}{R}$ توان مصرفی با مقاومت رابطهٔ عکس دارد و برای مقایسهٔ توان مصرفی مقاومت‌ها داریم: $\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{R_۱}{R_۲}$ | جریان در همهٔ مقاومت‌های متوالی یکسان است. بنابراین از رابطهٔ $P = RI^۲$ می‌فهمیم که توان مصرفی با مقاومت رابطهٔ مستقیم دارد و برای مقایسهٔ توان مصرفی مقاومت‌ها داریم: $\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{R_۲}{R_۱}$ |
| بیشترین توان در کوچک‌ترین مقاومت مصرف می‌شود. | بیشترین توان در بزرگ‌ترین مقاومت مصرف می‌شود. |

در هر دو اتصال، توان مصرفی کل، برابر با مجموع توان‌های مصرفی هر یک از مقاومت‌ها است.




**در شکل مقابل، مقاومت ولت‌سنج $10\ k\Omega$ و مقاومت آمپرسنج $5\ \Omega$ است. اگر ولت‌سنج و آمپرسنج به ترتیب $12\ V$ و $0/1\ A$ را نشان دهند، توان مصرفی مقاومت R چند وات است؟** *(ریاضی ۹۷)*

۱) ۱/۱۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۱۱/۵ ۴) ۱۵

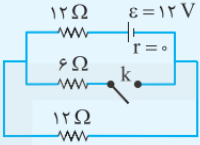
**گزینهٔ «۱»**

در شاخهٔ بالا: $V = R_T I \Rightarrow 12 = R_T \times 0/1 \Rightarrow R_T = R + R_{\text{آمپرسنج}} = 120\ \Omega$

$$\Rightarrow R = 120 - 5 = 115\ \Omega$$

$$P = RI^2 = 115 \times (0/1)^2 = 1/15\ W$$

**در مدار زیر با بستن کلید، توان مصرفی مدار چگونه تغییر می‌کند؟** *(تجربی خارج ۹۷)*




۱) ۳ وات کم میشود.

۲) ۶ وات کم میشود.

۳) ۳ وات زیاد میشود.

۴) ۶ وات زیاد میشود.

**گزینهٔ «۳»** در هر حالت جریان مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_t + r} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}\ A \qquad I_2 = \frac{\varepsilon}{R'_t + r} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}\ A$$

حالا توان مصرفی را در هر حالت به دست می‌آوریم. دقت کنید که $r = 0$ است و توان مصرفی مدار همان توان تولیدی مولد می‌شود:

$$P_1 = \varepsilon I_1 = 12 \times \frac{1}{2} = 6\ W \qquad P_2 = \varepsilon I_2 = 12 \times \frac{3}{4} = 9\ W$$

پس توان مصرفی $3\ W$ زیاد می‌شود.

**کیلووات ساعت(kWh):** اگر در رابطهٔ انرژی $(U = P.t)$، توان را برحسب کیلووات و زمان را برحسب ساعت بگذاریم، واحد جدیدی برای انرژی به نام کیلووات‌ساعت به دست می‌آید.

بهای برق مصرفی در قبض‌های برق بر مبنای کیلووات‌ساعت محاسبه می‌شود:

قیمت یک کیلووات‌ساعت × انرژی الکتریکی مصرفی برحسب $kWh$ = بهای برق مصرفی

**با توجه به جدول داده‌شده، انرژی الکتریکی مصرفی مدار در مدت ۹۰ دقیقه چند کیلووات‌ساعت است؟** *(تجربی خارج ۹۴ با تغییر)*

۱) ۰/۵۴ ۲) ۱۵

۳) ۵/۴۰ ۴) ۰/۱۵

**گزینهٔ «۴»** اول اندازهٔ مقاومت معادل را تعیین می‌کنیم: $R_{eq}=\frac{۶۰۰\times۱۲۰۰}{۶۰۰+۱۲۰۰}=۴۰۰\,\Omega$

توان مجموعه: $P=\frac{V^۲}{R_{eq}}=\frac{۲۰۰^{۱}\times۲۰۰}{۴۰۰_{۲}}=۱۰۰\,W=۰/۱\,kW$

حالا رابطهٔ انرژی را نوشته و به جای وات از کیلووات و به جای ثانیه از ساعت استفاده می‌کنیم.

می‌دانیم که ۹۰ دقیقه برابر با ۱/۵ ساعت است:

انرژی مصرفی مجموعه: $U=P.t=۰/۱\times۱/۵=۰/۱۵\,kWh$

**ولتاژ اسمی ($V_n$) ـ توان اسمی ($P_n$)**: دو عددی که برحسب ولت و وات بر روی وسایل برقی نوشته می‌شوند، ولتاژ اسمی و توان اسمی آن وسیله است. اگر وسیلهٔ برقی به ولتاژ اسمی‌اش متصل شود، توان مصرفی‌اش برابر با توان اسمی خواهد بود.

اگر یک مصرف‌کننده با ولتاژ اسمی $V_n$ به ولتاژ واقعی $V_r$ بسته شود، داریم:

$$\frac{P_r}{P_n}=(\frac{V_r}{V_n})^۲$$

$P_r$: توان مصرفی واقعی، $P_n$: توان اسمی

اگر ولتاژ اسمی ($V_n$) در دو وسیله برابر باشد، مقاومت وسیله با توان اسمی ($P_n$) رابطهٔ عکس دارد:

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{P_{n_۱}}{P_{n_۲}}$$

**روی یک لامپ اعداد ۱۰۰ W و ۲۰۰ V نوشته شده است و با همان ولتاژ روشن است. اگر به علت افت ولتاژ، توان مصرفی لامپ ۱۹ درصد کاهش پیدا کند، افت ولتاژ چند ولت خواهد بود؟** *(تجربی ۹۶)*

۱) ۱۲ ۲) ۱۹ ۳) ۲۰ ۴) ۸۸

**گزینهٔ «۳»** توان مصرفی ۱۹ درصد کاهش دارد؛ یعنی نسبت $\frac{P_۲}{P_۱}$ برابر $\frac{۸۱}{۱۰۰}$ است. پس داریم: (مقاومت در دو حالت یکسان است)

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{V_۲^۲}{R}}{\frac{V_۱^۲}{R}}=\frac{V_۲^۲}{V_۱^۲}\Rightarrow\frac{V_۲^۲}{V_۱^۲}=\frac{۸۱}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۹}{۱۰}\Rightarrow\frac{V_۲}{۲۰۰}=\frac{۹}{۱۰}$$

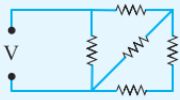
$$\Rightarrow V_۲=۱۸۰\,V\Rightarrow V_۲-V_۱=۱۸۰-۲۰۰=-۲۰\,V$$

یعنی ۲۰ V افت ولتاژ داریم.

**ولتاژ تحمل ـ توان تحمل**: بیشترین ولتاژ و توانی را که یک مقاومت می‌تواند بدون این‌که بسوزد تحمل کند، ولتاژ تحمل و توان تحمل می‌نامیم.

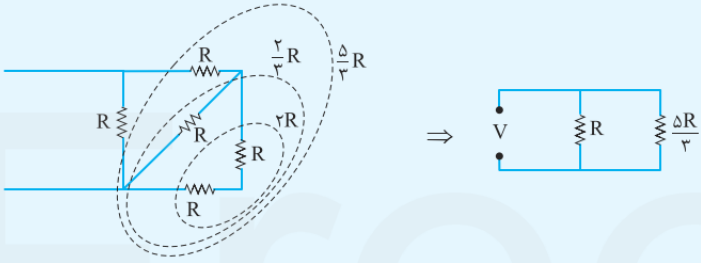
اگر در مدار داده‌شده توان تحمل همهٔ مقاومت‌ها یکسان باشد، مقاومتی که بیشترین توان را مصرف می‌کند پیدا می‌کنیم و توان آن را برابر با توان تحمل قرار می‌دهیم. توان مصرفی بقیهٔ مقاومت‌ها براساس آن به دست می‌آید.

**در مدار روبه‌رو، همهٔ مقاومت‌ها مشابه‌اند و هر مقاومت حداکثر توان ۲۰ W را می‌تواند تحمل کند. حداکثر توان الکتریکی که ممکن است در این مدار مصرف شود تا هیچ مقاومتی آسیب نبیند، چند وات است؟** (ریاضی ۹۳)




۱) ۶۰ ۲) ۴۰ ۳) ۳۶ ۴) ۳۲

**گزینهٔ «۴»** هر یک از مقاومت‌ها را R فرض می‌کنیم. با توجه به شکل، مشخص است که مقاومت سمت چپ بیشترین ولتاژ را دارد. چون دو سر آن مستقیماً به باتری متصل است، این مقاومت، بیشترین توان را مصرف می‌کند و برای این‌که هیچ مقاومتی آسیب نبیند، کافی است که توان مصرفی آن را برابر ۲۰ W در نظر بگیریم. مقاومت معادل ۴ مقاومت دیگر را به دست آورده و موازی مقاومت اول قرار می‌دهیم:




در مقاومت‌های موازی، توان و مقاومت رابطهٔ عکس دارند. با توجه به توان ۲۰ واتی مقاومت R، توان مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{۲۰}{P_۱}=\frac{\frac{۵}{۳}R}{R}=\frac{۵}{۳}\Rightarrow P_۱=۱۲\,W\Rightarrow \text{توان مصرفی کل}: P=۲۰+۱۲=۳۲\,W$$

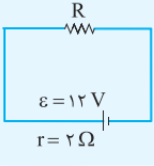
## توان مولد

رابطهٔ ولتاژ دو سر مولد در حال تخلیه را در نظر بگیرید $(V=\varepsilon-rI)$. اگر دو طرف این تساوی را در I ضرب کنیم، انواع توان‌های مولد را به دست می‌آوریم. در هر مولد با سه نوع توان روبه‌رو هستیم:

توان تولیدی (کل)

$$\underbrace{VI}_{\text{توان خروجی (مفید)}}=\underbrace{\varepsilon I}_{\text{توان تولیدی (کل)}}-\underbrace{rI^۲}_{\text{توان مصرفی مولد (اتلافی)}}\Rightarrow P_{\text{مفید}}=P_{\text{تولیدی}}-P_{\text{اتلافی}}$$

**در مدار روبه‌رو، اگر توان تلف‌شده در مقاومت درونی مولد برابر ۸ W باشد، مقاومت R چند اهم است؟** (تجربی ۹۳)




۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

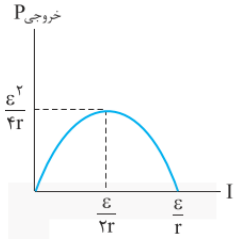
**گزینهٔ «۲»** توان تلف‌شده در مقاومت درونی: $P_r = rI^2 \Rightarrow 8 = 2I^2 \Rightarrow I = 2\,A$

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow 2 = \frac{12}{R+2} \Rightarrow R = 4\,\Omega$$

**توان خروجی از مولد:** را می‌توان از رابطه‌های دیگری نیز به دست آورد. توان خروجی همان توانی است که در مقاومت‌های خارجی مدار ($R_{eq}$) مصرف می‌شود:

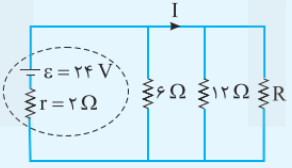
$$P_{\text{مفید}} = VI = \frac{V^2}{R_{eq}} = R_{eq}I^2$$

توان خروجی (مفید) مولد وقتی بیشینه می‌شود که $R_{eq} = r$ باشد. در این حالت:




$$I = \frac{\varepsilon}{2r} \quad \text{و} \quad (P_{\text{خروجی}})_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

**در مدار مقابل، مقاومت R چند اهم باشد تا توان خروجی از مولد بیشینه شود و در این حالت I برابر با چند آمپر است؟** *(ریاضی ۹۷- مشابه ریاضی خارج ۹۳)*




۱) صفر و ۱۲

۲) ۳ و ۸/۴

۳) ۴ و ۴

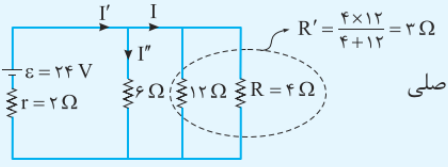
۴) ۴ و ۴/۲

**گزینهٔ «۳»** **گام اول** برای بیشینه‌شدن توان خروجی مولد باید داشته باشیم: $R_T = r$ ؛

بنابراین:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow R = 4\,\Omega$$

**گام دوم**




$$I' = \frac{\varepsilon}{r+R_T} = \frac{24}{\underbrace{2+2}_{r=R_T}} = 6\,A \quad \text{جریان شاخهٔ اصلی}$$

جریان شاخهٔ اصلی به نسبت عکس مقاومت‌ها بین $R'$ و $6\,\Omega$ تقسیم می‌شود.

$$\frac{6}{R'} = \frac{I}{I''} \Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{I}{I''} \Rightarrow I'' = \frac{I}{2} \Rightarrow \frac{I}{2} + I = 6\,A \Rightarrow I = 4\,A$$

# فرمول‌های فصل

**رابطهٔ جریان و بار الکتریکی:**

$$\Delta q = I(\Delta t)$$

**مقاومت الکتریکی**

قانون اهم: $V = IR$ (در رسانای اهمی)

عوامل مؤثر بر مقاومت الکتریکی: $R = \rho \frac{L}{A}$

**به هم بستن مقاومت‌ها**

۱ موازی: $V = V_۱ = V_۲ = V_۳ \quad , \quad I = I_۱ + I_۲ + I_۳ \quad , \quad \frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳}$

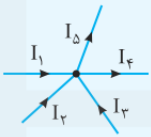
۲ متوالی: $I = I_۱ = I_۲ = I_۳ \quad , \quad V = V_۱ + V_۲ + V_۳ \quad , \quad R_{eq} = R_۱ + R_۲ + R_۳$

**مدار تک‌حلقه**

افت پتانسیل در مولد (ولتاژ دو سر باتری در حال تخلیه): $V = \varepsilon - Ir$

جریان در مدار تک حلقه: $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$

قاعدهٔ انشعاب: $I_۱ + I_۲ + I_۳ = I_۴ + I_۵$




**توان در مدارهای الکتریکی**

توان مصرفی در مقاومت‌ها: $P = \frac{\Delta U}{\Delta t} \Rightarrow P = IV = \frac{V^۲}{R} = RI^۲$

توان مصرفی در مقاومت‌های متصل به هم:

- موازی: $\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{R_۱}{R_۲}$
- متوالی: $\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{R_۲}{R_۱}$

ولتاژ اسمی ـ توان اسمی: $\frac{P_r}{P_n} = (\frac{V_r}{V_n})^۲$

توان مولد: $\underbrace{VI}_{\text{توان خروجی (مفید)}} = \overbrace{\varepsilon I}^{\text{توان تولیدی (کل)}} - \underbrace{rI^۲}_{\text{توان مصرفی مولد (اتلافی)}}$

$$P_{\text{مفید}} = VI = \frac{V^۲}{R_{eq}} = R_{eq} I^۲$$

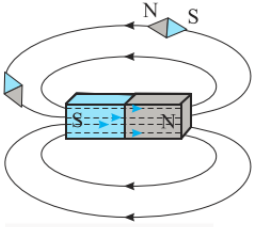
## مغناطیس و مواد مغناطیسی

### میدان مغناطیسی

در فضای ۱ اطراف آهن‌ربا و ۲ اطراف سیم‌های حامل جریان الکتریکی خاصیتی وجود دارد که به آن میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) می‌گویند. بر مواد مغناطیسی موجود در این فضا نیرو وارد می‌شود.

**یکای میدان مغناطیسی** در SI، **تسلا (T)** است. گاهی از یکای کوچک‌تری به نام گاوس (G) استفاده می‌کنیم:

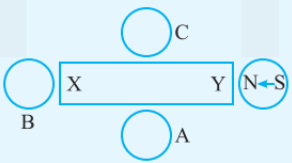
$$1\,T = 10^{4}\,G \quad \text{یا} \quad 1\,G = 10^{-4}\,T$$




شکل روبه‌رو یک آهن‌ربا و خطوط میدان مغناطیسی آن را نشان می‌دهد. شکل را ببینید و به نکات زیر توجه کنید:

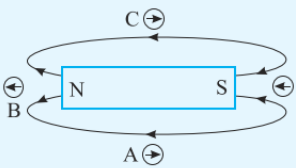
- خطوط میدان مغناطیسی از قطب N **خارج** و به قطب S **وارد** می‌شوند.
- عقربهٔ مغناطیسی یک آهن‌ربای سبک و کوچک است که اگر در میدان مغناطیسی قرار بگیرد، قطب N آن در جهت میدان و مماس بر خط میدان خواهد ایستاد.
- هر جا میدان قوی‌تر باشد، تراکم خطوط میدان بیشتر است.
- خاصیت آهن‌ربایی در نزدیکی قطب‌ها بیشتر و در وسط آهن‌ربا ناچیز است.
- اگر قطب‌های دو آهن‌ربا را به هم نزدیک کنیم نیروی بین قطب‌های **ناهم‌نام**، **جاذبه** و نیروی بین قطب‌های **هم‌نام**، **دافعه** است.

**شکل روبه‌رو یک آهن‌ربای میله‌ای معمولی را نشان می‌دهد که در اطراف آن چهار عقربهٔ مغناطیسی قرار دارند. جهت قرار گرفتن عقربه‌های A، B و C به ترتیب کدام است؟** *(ریاضی خارج ۹۶)*




۱) ←، ← و →
۲) ←، → و ←
۳) →، ← و ←
۴) →، → و ←

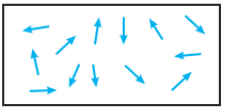
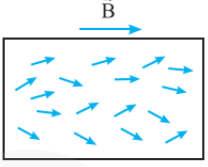
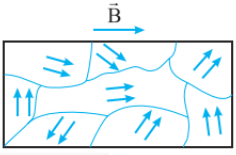
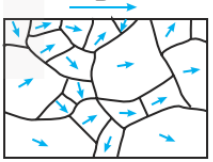
**گزینهٔ «۱»** عقربهٔ سمت راست نشان می‌دهد که خط‌های میدان به قطب Y (که همان S است) وارد می‌شود و از قطب X (یا N) خارج می‌شود، پس جهت گیری عقربه‌ها مطابق شکل است.



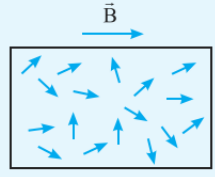

### مواد مغناطیسی

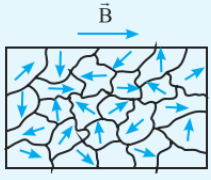
انواع مواد مغناطیسی و ویژگی‌های آن‌ها را در جدول صفحهٔ بعد ببینید:

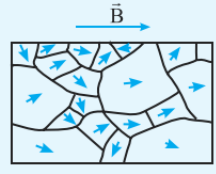
## مواد مغناطیسی

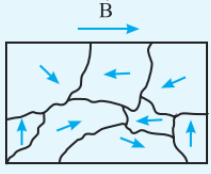
| دیامغناطیسی | پارامغناطیسی | فرومغناطیسی | |
|---|---|---|---|
| | | فرومغناطیسی نرم | فرومغناطیسی سخت |
| به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند. |  <br>در حالت عادی ( بدون تأثیر میدان مغناطیسی خارجی) جهت‌گیری دوقطبی‌ها به صورت کاتوره‌ای و نامنظم است و جسم خاصیت مغناطیسی ندارد. | <br>در حالت عادی، دوقطبی‌ها در حوزه‌های کوچک مغناطیسی هم‌جهت هستند؛ اما، جهت‌گیری حوزه‌ها نامنظم است و جسم خاصیت مغناطیسی ندارد. | |
| اتم‌ها دارای دوقطبی خالص نیستند. |  <br>در حضور میدان مغناطیسی خارجی، تعدادی از دوقطبی‌ها در جهت میدان قرار می‌گیرند و در مجموع، جهت‌گیری دوقطبی‌ها نسبتاً منظم است. این اجسام کلاً خاصیت مغناطیسی ضعیفی از خود بروز می‌دهند. |  <br>در حضور میدان مغناطیسی خارجی، مرز حوزه‌ها **به راحتی** جابه‌جا می‌شود و وسعت حوزه‌هایی که در جهت میدان هستند، افزایش می‌یابد. | در حضور میدان مغناطیسی خارجی، مرز حوزه‌ها **به سختی** جابه‌جا می‌شود و وسعت حوزه‌هایی که در جهت میدان هستند، افزایش می‌یابد. |
| | | اگر میدان مغناطیسی خارجی ضعیف باشد، مرز حوزه‌ها تا حدی تغییر می‌کند.<br>اگر میدان مغناطیسی خارجی قوی باشد، حوزه‌ها می‌توانند تا حالت بیشینه‌ای به نام حالت **اشباع** در جهت میدان قرار گیرند. |  <br>حالت اشباع |
| میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف جهت میدان خارجی شود. | با حذف میدان مغناطیسی خارجی، دوقطبی‌ها سریعاً به حالت اولیه و نامنظم خود بازمی‌گردند. | با حذف میدان مغناطیسی خارجی، مرز حوزه‌ها تغییر کرده و به صورت نامنظم اولیه قرار می‌گیرد و جسم خاصیت مغناطیسی خود را از دست می‌دهد. | با حذف میدان مغناطیسی خارجی، حوزه‌ها تغییر نمی‌کنند و در جهت‌گیری قبلی باقی می‌مانند. ماده هم‌چنان خاصیت مغناطیسی دارد. |
| | ــــــــــ | از آن‌ها به عنوان **آهن‌ربای الکتریکی غیردائمی** استفاده می‌شود. | از آن‌ها به عنوان **آهن‌رباهای دائمی** استفاده می‌شود. |
| مثل: مس، نقره، سرب، بیسموت | مثل: اورانیم، پلاتین، آلومینیم، سدیم، اکسیژن، اکسید نیتروژن | مثل: آهن، کبالت و نیکل | مثل: فولاد، **آلیاژهای** آهن، نیکل و کبالت |

**کدام‌یک از شکل‌های زیر، وضعیت یک مادهٔ فرومغناطیسی را وقتی در یک میدان مغناطیسی خارجی قوی قرار گرفته است، دقیق‌تر نشان می‌دهد؟** *(ریاضی خارج ۹۳ با تغییر ـ مشابه تجربی خارج ۸۸)*

۱) 


۲) 


۳) 


۴) 


**گزینهٔ «۳»** میدان مغناطیسی خارجی قوی، می‌تواند حوزه‌های مغناطیسی در مادهٔ فرومغناطیسی را تا حد اشباع در جهت میدان قرار دهد.

## میدان مغناطیسی در اطراف سیم راست حامل جریان الکتریکی

عبور جریان از یک سیم راست باعث ایجاد میدان مغناطیسی در فضای اطراف سیم می‌شود. در این حالت، خطوط میدان مغناطیسی به صورت دایره‌های هم‌مرکزی هستند که سیم حامل جریان در مرکز آن‌ها قرار دارد.

- بردار میدان در هر نقطه، مماس بر خطوط میدان است و جهت آن به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود.
- در فاصله‌های نزدیک‌تر به سیم حامل جریان، میدان مغناطیسی قوی‌تر است و بردار میدان بلندتر رسم می‌شود.

**قاعدهٔ دست راست (برای تعیین جهت میدان سیم حامل جریان):** اگر انگشت شست دست راست را در جهت جریان سیم قرار دهیم، جهت چرخش چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی را مشخص می‌کند.

سیم در صفحه و جریان رو به بالا: میدان در سمت راست سیم، درون‌سو و در سمت چپ سیم، برون‌سو

سیم در صفحه و جریان رو به پایین: میدان در سمت راست سیم برون‌سو و در سمت چپ سیم، درون‌سو

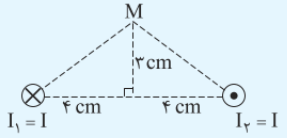
($\otimes$ : درون‌سو $\odot$ : برون‌سو)

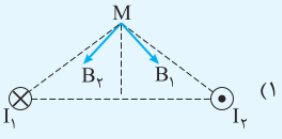
سیم عمود بر صفحه و جریان درون‌سو: میدان ساعتگرد

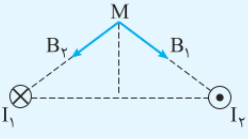
سیم عمود بر صفحه و جریان برون‌سو: میدان پادساعتگرد

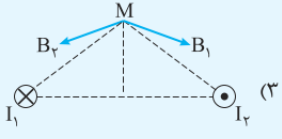
(بردار میدان در هر نقطه بر شعاع عمود است.)

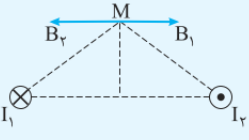
**دو سیم موازی بسیار بلند، حامل جریان I، مطابق شکل روبه‌رو عمود بر صفحه قرار دارند. بردار میدان مغناطیسی هر یک از دو سیم در نقطهٔ M در کدام شکل درست است؟** (تجربی ۹۴)




۱)



۲)



۳)



۴)



**گزینهٔ «۱»** بردار میدان، بر شعاع رسم‌شده از سیم حامل جریان، عمود است. باید ببینیم در کدام‌یک از شکل‌های داده‌شده، این شرط برقرار است.

با توجه به اعداد داده‌شده و بنا بر قضیهٔ فیثاغورس داریم:

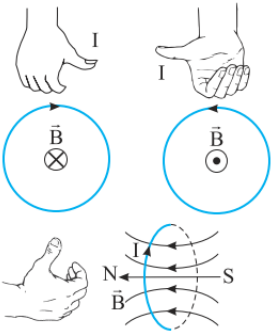
$$\text{طول وتر} = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵ \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \sin(\frac{\hat{M}}{۲}) = \frac{۴}{۵} = ۰/۸ \Rightarrow \frac{\hat{M}}{۲} = ۵۳^\circ \Rightarrow \hat{M} = ۱۰۶^\circ$$

بزرگ‌تربودن زاویهٔ M از ۹۰ درجه، بیانگر آن است که اگر بر ساق‌های مثلث ( = شعاع رسم‌شده از سیم حامل جریان) عمود رسم کنیم، خط عمود، داخل مثلث بزرگ است.

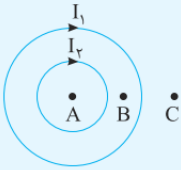
## میدان مغناطیسی ناشی از حلقهٔ (پیچهٔ) حامل جریان

### جهت میدان مغناطیسی در حلقه و پیچهٔ حامل جریان




اگر انگشت شست دست راست را در جهت جریان روی حلقه قرار دهیم، جهت چرخش انگشتان نشان‌دهندهٔ جهت میدان مغناطیسی حلقه است.

- حلقهٔ حامل جریان مانند یک آهن‌ربا رفتار می‌کند. همان‌طور که در شکل نشان داده شده، آن سمت حلقه که خطوط میدان از آن خارج می‌شود قطب N و سمتی که خطوط میدان به آن وارد می‌شود، قطب S است.
- هر چه جریان الکتریکی عبوری از سیم بیشتر باشد، میدان مغناطیسی اطراف آن بزرگ‌تر است.
- هر چه از سیم حامل جریان دورتر شویم، میدان مغناطیسی آن ضعیف‌تر می‌شود.



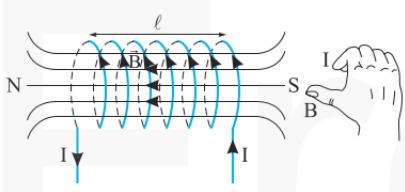

**در شکل مقابل، دو حلقهٔ هم‌مرکز و حامل جریان در یک صفحه نشان داده شده‌اند. جهت میدان مغناطیسی در نقطهٔ A ..... است و دربارهٔ جهت میدان در نقطهٔ ..... نمی‌توان اظهارنظر قطعی نمود.**

۱) درون‌سو ـ B ۲) درون‌سو ـ C ۳) برون‌سو ـ B ۴) برون‌سو ـ C

**گزینهٔ «۱»** جریان در هر دو حلقه ساعتگرد است و بنا بر قاعدهٔ دست راست، میدان مغناطیسی در هر دو حلقه در نقطهٔ A درون‌سو و در نقطهٔ C برون‌سو است (انگشت شست را در جهت جریان روی حلقه بگذارید و در جهت خم‌شدن چهار انگشت، میدان مغناطیسی را تعیین جهت کنید). در نقطهٔ B، جهت میدان حلقهٔ بزرگ‌تر درون‌سو و جهت میدان حلقهٔ کوچک‌تر برون‌سو است و چون نمی‌دانیم کدام میدان قوی‌تر است، دربارهٔ جهت میدان در نقطهٔ B نمی‌توان اظهارنظر قطعی نمود.

## میدان مغناطیسی سیملولهٔ حامل جریان

شکل مقابل، سیم‌لوله‌ای به طول $\ell$ را نشان می‌دهد که جریان I از آن می‌گذرد.



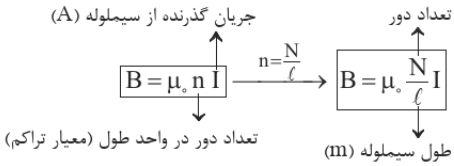
روش تعیین جهت میدان در سیملوله

### روش تعیین جهت میدان در داخل سیملوله

چهار انگشت دست راست را در جهت جریان روی سیملوله قرار می‌دهیم. انگشت شست جهت خطوط میدان داخل سیملوله و سمت قطب N را نشان می‌دهد.

- میدان در فضای داخل سیملوله و دور از لبه‌ها یکنواخت است.

### اندازهٔ میدان مغناطیسی داخل سیملولهٔ حامل جریان




**طول سیملوله‌ای ۲۰ cm است و دارای ۲۰۰ حلقه است که به صورت منظم پیچیده شده‌اند. اگر از آن جریان الکتریکی ۵ آمپر عبور کند، میدان مغناطیسی در داخل آن چند گاوس می‌شود؟** $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$ (تجربی ۹۳)

۱) $2\pi$ ۲) $4\pi$ ۳) $20\pi$ ۴) $40\pi$

**گزینهٔ «۳»**

$$B_{\text{سیملوله}} = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \Rightarrow B = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{200}{0/2} \times 5$$

$$= 20\pi \times 10^{-4}\ T = 20\pi\ G$$

## نیروی وارد بر ذرهٔ متحرک در میدان مغناطیسی

بر ذرهٔ بارداری که در میدان مغناطیسی حرکت می‌کند، نیرویی مطابق رابطهٔ زیر وارد می‌شود:

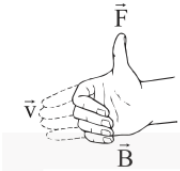
میدان مغناطیسی (T) — بزرگی بار ذرهٔ متحرک (C)

$$F = |q| vB \sin\theta$$

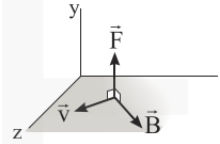
زاویهٔ بین جهت حرکت ذره و خطوط میدان مغناطیسی — تندی (اندازهٔ سرعت) ذرهٔ متحرک (m/s)

- اگر ذرهٔ باردار، هم‌راستا با خطوط میدان حرکت کند ($\theta = 0$ یا $\theta = 180^\circ$)، $\sin\theta = 0$ شده و هیچ نیرویی از طرف میدان مغناطیسی بر آن وارد نمی‌شود.
- بیشترین نیروی وارد بر ذرهٔ باردار وقتی است که عمود بر خطوط میدان حرکت کند ($\theta = 90^\circ \Rightarrow \sin\theta = 1$).

### جهت نیروی وارد بر ذرهٔ باردار مثبت متحرک در میدان مغناطیسی




اگر چهار انگشت دست راست را طوری در جهت حرکت ذرهٔ باردار قرار دهیم که جهت خم‌شدن انگشت‌ها هم‌جهت با میدان $\vec{B}$ باشد، انگشت شست نشان‌دهندهٔ جهت نیروی $\vec{F}$ است.

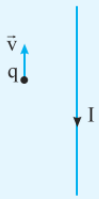



- جهت نیروی وارد بر ذرهٔ باردار منفی متحرک در میدان مغناطیسی، برعکس نیروی وارد بر ذرهٔ باردار مثبت است. در مسائلی که با بار متحرک منفی در میدان مغناطیسی روبه‌رو می‌شویم، کافی است جهت نیرویی را که با قاعدهٔ دست راست به دست آورده‌ایم، برعکس کنیم[1].

اگر در تستی با جهت‌های جغرافیایی روبه‌رو شدیم، طبق قرارداد کتاب درسی فرض می‌کنیم که رو به شمال ایستاده‌ایم؛ در این حالت جهت‌های مورد استفاده عبارت‌اند از: شمال: ⊗، جنوب: ⊙، شرق →، غرب: ←، بالا: ↑، پایین: ↓.

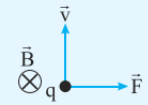
میدان مغناطیسی زمین به سمت شمال ⊗ است.

**در شکل مقابل، بار نقطه‌ای q منفی است و در جهت نشان داده شده حرکت می‌کند. نیروی الکترومغناطیسی وارد بر آن در کدام جهت است؟** *(تجربی ۸۸ ـ مشابه تجربی ۹۱)*




۱) ⊗
۲) ⊙
۳) ←
۴) →

**گزینهٔ «۴»** میدان مغناطیسی ناشی از جریان سیم در محل بار q درون‌سو است. جهت نیروی وارد بر بار را با قاعدهٔ دست راست تعیین کرده و چون بار منفی است، جهت به دست آمده را برعکس می‌کنیم:



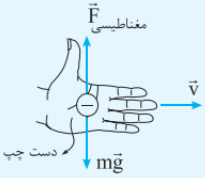

---

۱- اگر جهت نیرو را به همان شکل، ولی با دست چپ به دست آوریم هم به جواب درستی خواهیم رسید. *(قابل توجه پپ‌دست‌ها)*

**ذره‌ای با بار الکتریکی $-۴\mu C$ و جرم $۰/۰۲\,g$ با تندی $۲۰۰\,m/s$ به سمت مشرق و افقی حرکت می‌کند. جهت و اندازهٔ میدان مغناطیسی (برحسب تسلا) به چه شکل باشد تا ذره از مسیر خود منحرف نشود؟ $(g = ۱۰\,m/s^۲)$**

۱) شمال ـ ۰/۲۵ ۲) جنوب ـ ۰/۲۵ ۳) شمال ـ ۲/۵ ۴) جنوب ـ ۲/۵

**گزینهٔ «۲»** برای این‌که ذره منحرف نشود، باید برایند نیروهای وارد بر آن صفر باشد. نیروی وزن ذره به سمت پایین است و در نتیجه نیروی مغناطیسی وارد بر آن باید به سمت بالا باشد:



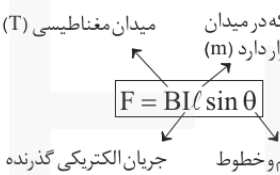

با استفاده از دست چپ (*بار منفی است!*) جهت میدان مغناطیسی برون‌سو (یا همان رو به جنوب) به دست می‌آید.

اندازهٔ میدان مغناطیسی را نیز حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{مغناطیسی}} = mg \Rightarrow |q|vB\sin\theta = mg \xrightarrow{\theta=۹۰^\circ \Rightarrow \sin\theta=۱} (۴\times۱۰^{-۶})\times۲۰۰\times B = (۰/۰۲\times۱۰^{-۳})\times۱۰ \Rightarrow B = ۰/۲۵\,T$$

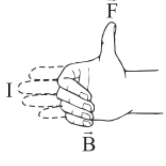
## نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی

اگر سیمی حامل جریان الکتریکی در یک میدان مغناطیسی خارجی قرار گیرد، نیرویی مطابق رابطهٔ روبه‌رو بر آن وارد می‌شود:




- اگر راستای سیم حامل جریان موازی خطوط میدان $(\theta = ۰^\circ$ یا $\theta = ۱۸۰^\circ)$ باشد، $\sin\theta = ۰$ می‌شود؛ یعنی هیچ نیرویی از طرف میدان مغناطیسی به سیم وارد نمی‌شود.
- بیشترین نیروی وارد بر سیم وقتی است که راستای آن عمود بر خطوط میدان قرار گیرد. $(\theta = ۹۰^\circ \Rightarrow \sin\theta = ۱)$

### جهت نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی




اگر چهار انگشت دست راست را طوری در جهت جریان قرار دهیم که جهت خم‌شدن انگشت‌ها هم‌جهت با میدان $B$ باشد، انگشت شست نشان‌دهندهٔ جهت نیروی $F$ است.

**سیم راست طویلی که از آن جریان $۵\,A$ می‌گذرد، در یک میدان مغناطیسی یکنواخت $۰/۰۲\,T$ قرار دارد. اگر راستای سیم با خطوط میدان زاویهٔ ۳۰ درجه بسازد، نیرویی که از طرف میدان بر هر سانتی‌متر از سیم وارد می‌شود، چند نیوتون است؟** *(ریاضی ۸۲)*

۱) $۵\times۱۰^{-۲}$ ۲) $۵\times۱۰^{-۴}$ ۳) $۵\sqrt{۳}\times۱۰^{-۲}$ ۴) $۵\sqrt{۳}\times۱۰^{-۴}$

**گزینهٔ «۲»** کافی است داده مسئله را در فرمول $F = BI\ell\sin\alpha$ بگذاریم:

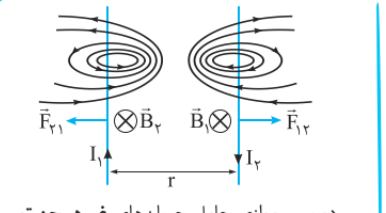
$$F = ۰/۰۲\times۵\times(۱\times۱۰^{-۲})\times\sin۳۰^\circ = ۵\times۱۰^{-۴}\,N$$

## نیروی بین دو سیم موازی حامل جریان الکتریکی

در درس‌نامه‌های قبل دیدیم که:

- سیم حامل جریان در اطراف خود میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند ($\vec{B}$).
- به سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی خارجی نیرو وارد می‌شود ($F = BI\ell \sin\theta$).

بنابراین اگر دو سیم حامل جریان در نزدیکی هم قرار بگیرند، سیم اول داخل میدان مغناطیسی سیم دوم و سیم دوم داخل میدان مغناطیسی سیم اول قرار دارد و به هر دو سیم نیرو وارد می‌شود.




دو سیم موازی حامل جریان‌های **هم‌جهت**، یکدیگر را **جذب** می‌کنند.



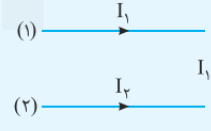

دو سیم موازی حامل جریان‌های **غیرهم‌جهت**، یکدیگر را **دفع** می‌کنند.

نیروهای عمل و عکس‌العمل هستند. $\rightarrow F_{12} = F_{21}$ و $F_{21} = B_2 I_1 \ell$ و $F_{12} = B_1 I_2 \ell$

$\ell$ طولی از سیم است که نیروی وارد بر آن را می‌خواهیم و چون دو سیم موازی هستند، داریم:

$\theta = 90^\circ \Rightarrow \sin\theta = 1$

**در شکل روبه‌رو دو سیم بلند (۱) و (۲) موازی هم در این صفحه قرار دارند و بر هم نیروی الکترومغناطیسی وارد می‌کنند. اگر نیروی وارد بر هر متر سیم (۱)، $\vec{F}_1$ و نیروی وارد بر هر متر سیم (۲)، $\vec{F}_2$ باشد، $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ به ترتیب از راست به چپ در چه جهتی هستند و اندازهٔ آن‌ها چگونه است؟** (ریاضی خارج ۹۲)




۱) ↓ و ↑ و $F_1 = F_2$

۲) ↑ و ↓ و $F_1 = F_2$

۳) ↓ و ↑ و $F_1 > F_2$

۴) ↑ و ↓ و $F_1 < F_2$

**گزینهٔ «۱»** جریان در سیم‌های موازی هم‌جهت است و در این حالت سیم‌ها یکدیگر را جذب می‌کنند. از طرفی، این نیروها عمل و عکس‌العمل بوده و مساوی‌اند: $F_1 = F_2$.

## شار مغناطیسی

اگر میدان مغناطیسی $B$ از سطح $A$ عبور کند، شار مغناطیسی با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود:

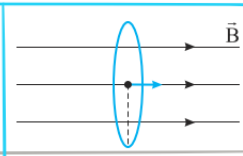
$\Phi = B A \cos\theta$

- $\Phi$: شار مغناطیسی (Wb یا $T.m^2$)
- $B$: میدان مغناطیسی ($T$)
- $A$: مساحتی که خطوط میدان از آن می‌گذرد ($m^2$)
- $\theta$: زاویهٔ بین بردار عمود بر سطح و خطوط میدان

جهت نیم‌خط عمود بر سطح، اختیاری است اما بعد از انتخاب آن نباید جهتش را تغییر داد.

هر چه شار مغناطیسی گذرنده از یک سطح معین بیشتر باشد، تعداد خطوط میدان گذرنده از آن سطح بیشتر است.

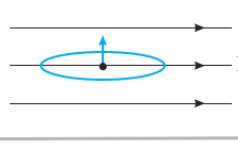
**سه شکل ـ سه نکته:** با فرض ثابت‌بودن $A$ و $B$ به شکل‌های زیر توجه کنید:




بیشترین شار گذرنده از صفحه هنگامی است که صفحه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گیرد.

$\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$

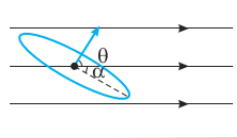
$\Rightarrow \Phi_{max} = BA$




وقتی سطح، موازی با خطوط میدان مغناطیسی قرار گیرد، شار عبوری از آن صفر است:

$\theta = 90^\circ \Rightarrow \cos\theta = 0$

$\Rightarrow \Phi = 0$




زاویهٔ بین سطح و خطوط میدان $(\alpha)$ متمم زاویهٔ $\theta$ است. اگر زاویهٔ بین سطح و خطوط میدان داده شد، از این تبدیل استفاده می‌کنیم: $\theta = 90 - \alpha$

**سیملوله‌ای به طول $20\,cm$ دارای ۱۰۰ حلقه به شعاع $2cm$ است. وقتی جریان $0/5\,A$ از سیملوله می‌گذرد، شار مغناطیسی گذرنده از آن، چند وبر است؟**

$(\pi^2 = 10, \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$ است.) (ریاضی خارج ۹۲ با کمی تغییر)

۱) $8 \times 10^{-7}$ ۲) $4 \times 10^{-7}$ ۳) $12 \times 10^{-5}$ ۴) $24 \times 10^{-7}$

**گزینهٔ «۲»** **گام اول** محاسبهٔ میدان مغناطیسی درون سیملوله:

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{100}{0/2} \times 0/5 = \pi \times 10^{-4}\ T$$

**گام دوم** محاسبهٔ شار: خطوط میدان مغناطیسی درون سیملوله بر سطح مقطع آن عمودند $(\theta = 0^\circ)$

$$\Phi = BA = B \times \pi r^2 = \pi \times 10^{-4} \times \pi \times (0/02)^2 = 4 \times 10^{-7}\ Wb$$

## قانون لنز

با تغییر شار مغناطیسی در یک حلقهٔ بسته، **جریان القایی** در آن ایجاد می‌شود. قانون لنز، جهت این جریان را بیان می‌کند.

**قانون لنز:** جهت جریان القایی به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی ناشی از آن، با تغییر شار مغناطیسی مخالفت کند.

در فصل مغناطیس دیدیم که جریان الکتریکی باعث ایجاد میدان مغناطیسی می‌شود؛ حالا این جریان می‌تواند جریان القایی باشد.

جریان القایی $\Leftarrow$ ایجاد میدان مغناطیسی القایی $\Leftarrow$ مخالفت با تغییر شار

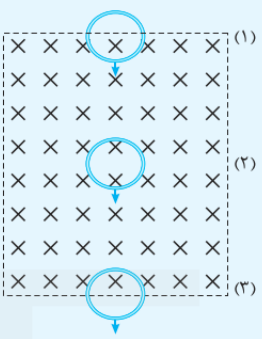
شار مغناطیسی اولیهٔ عبوری از مدار (حلقه یا پیچه) توسط یک میدان مغناطیسی ایجاد شده بود (میدان مغناطیسی اصلی)، بنابراین می‌توان گفت:

افزایش شار $\Leftarrow$ ایجاد میدان مغناطیسی القایی در خلاف جهت میدان اصلی (برای مخالفت با تغییر شار)

کاهش شار $\Leftarrow$ ایجاد میدان مغناطیسی القایی در جهت میدان اصلی (برای مخالفت با تغییر شار)

جهت جریان القایی و میدان مغناطیسی القایی نیز بنا بر قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود.

**یک حلقهٔ مسی با تندی ثابت از موقعیت (۱) تا موقعیت (۳) از یک میدان مغناطیسی یکنواخت مطابق شکل روبه‌رو عبور می‌کند. اگر جریان القاشده در حلقه در موقعیت (۱) تا (۳) به ترتیب $I_1$، $I_2$ و $I_3$ باشد، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟**




(تجربی خارج ۹۶)

۱) $I_2 = 0$ و $I_3$ ساعتگرد

۲) $I_2 = 0$ و $I_1$ ساعتگرد

۳) $I_1$ ساعتگرد و $I_3$ ساعتگرد

۴) $I_1$ ساعتگرد و $I_3$ پادساعتگرد

**گزینهٔ «۱»** وقتی حلقه در حال ورود به میدان مغناطیسی است (موقعیت (۱))، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه در حال افزایش است؛ پس باید جریان القایی در جهتی باشد که با افزایش شار مخالفت کند. اگر جریان $I_1$ پادساعتگرد باشد، میدانی در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی ایجاد کرده و با افزایش شار مخالفت می‌کند.

در موقعیت (۲) شار گذرنده از حلقه تغییر نمی‌کند؛ بنابراین جریان القایی نخواهیم داشت ($I_2 = 0$).

در موقعیت (۳) حلقه دارد از میدان مغناطیسی خارج می‌شود؛ پس شار در حال کاهش است. بنابراین جریان القایی باید در جهتی باشد که باعث تقویت میدان اصلی شده و با کاهش شار مخالفت کند. اگر جریان $I_3$ ساعتگرد باشد، میدانی هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی ایجاد می‌شود.

## قانون فاراده

**قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:** هرگاه شار مغناطیسی‌ای که از مدار بسته‌ای می‌گذرد تغییر کند، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است.

تغییر شار مغناطیسی $\Leftarrow$ نیروی محرکهٔ القایی $\Leftarrow$ جریان القایی

$$\overline{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \leftarrow \text{نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه‌ای با } N \text{ حلقه (ولت V)}$$

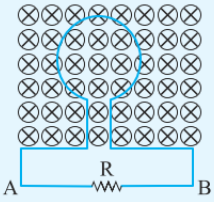
آهنگ تغییر شار مغناطیسی (وبر بر ثانیه Wb / s)

$$\Rightarrow \overline{I} = \frac{\overline{\varepsilon}}{R} = \frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \leftarrow \text{جریان القایی متوسط (آمپر A)}$$

مقاومت مدار (اهم Ω)

علامت منفی در روابط پایین صفحهٔ قبل بیان‌کنندهٔ جهت نیروی محرکه و جریان القایی است که آن را بنا بر قانون لنز تعیین کردیم.

**در شکل زیر، شار مغناطیسی عبوری از حلقه در SI به صورت $\Phi = (5t^2 + 6t) \times 10^{-3}$ با زمان تغییر می‌کند. بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در فاصلهٔ زمانی $t = 0$ تا $t = 2\,s$، چند میلی‌ولت و جهت جریان القایی در مقاومت R به کدام سمت است؟**




(تجربی خارج ۸۸ ـ مشابه تجربی ۸۹)

۱) ۱۶، از A به B

۲) ۱۶، از B به A

۳) ۱۸، از A به B

۴) ۱۸، از B به A

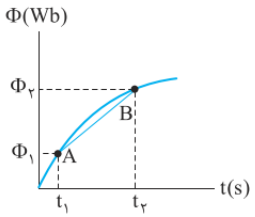
**گزینهٔ «۱»**

$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = |-1 \times \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1}|$$ :بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط

$$\Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = |\frac{32 \times 10^{-3} - 0}{2 - 0}| = 16 \times 10^{-3}\,V = 16\,mV$$

از معادلهٔ $\Phi$ مشاهده می‌شود که با گذشت زمان، شار در حال افزایش است. طبق قانون لنز، جهت جریان القایی به گونه‌ای است که با این افزایش شار مخالفت کند. بنابراین جریان القایی در حلقه در جهتی است که میدان اصلی درون‌سو را تضعیف کند (یعنی میدان القایی باید برون‌سو باشد). پس جریان القایی در حلقه پادساعتگرد و در مدار از A به B است.

## نمودارهای شار مغناطیسی ـ زمان ($\Phi - t$)




- شیب‌خط واصل بین دو نقطه از نمودار $\Phi - t$، نشان‌دهندهٔ $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ است:

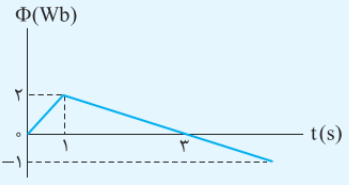
$$\text{شیب AB} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

- هر چه شیب این خط بیشتر باشد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط بزرگ‌تر است.

- اگر نمودار به صورت یک خط راست باشد، داریم:

$$\text{شیب نمودار} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

**نمودار تغییرات شار مغناطیسی برحسب زمان که از یک حلقهٔ رسانا به مقاومت $0/5\ \Omega$ می‌گذرد، به صورت شکل زیر است. بزرگی جریان الکتریکی متوسط القاشده در حلقه از لحظهٔ $t_1 = 1\ s$ تا لحظهٔ $t_2 = 3\ s$ چند آمپر است؟** (تجربی ۹۴ با تغییر ـ مشابه ریاضی خارج ۸۹)




۱) صفر
۲) $\frac{1}{2}$
۳) ۱
۴) ۲

**گزینهٔ «۴»**

$$\left.\begin{array}{l} t_1 = 1\ s \Rightarrow \Phi_1 = 2\ Wb \\ t_2 = 3\ s \Rightarrow \Phi_2 = 0\ Wb \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 0 - 2 = -2\ Wb$$

$$|\bar{I}| = \left|-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|-\frac{1}{0/5}\times\frac{-2}{3-1}\right| = 2\ A$$

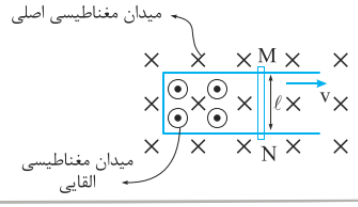
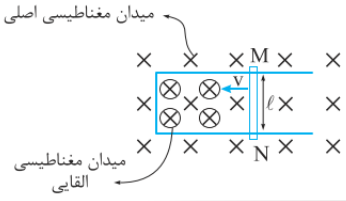
## عوامل به‌وجودآورندهٔ القای الکترومغناطیسی

بنا بر فرمول شار مغناطیسی ($\Phi = BA\cos\theta$)، سه عامل زیر می‌توانند باعث تغییر شار شوند:

| عامل تغییر شار | ۱) تغییر میدان مغناطیسی ($\Delta B$) | ۲) تغییر مساحت ($\Delta A$) | ۳) تغییر زاویهٔ بردار عمود بر سطح و میدان مغناطیسی $\Delta(\cos\theta)$ |
|---|---|---|---|
| نیروی محرکهٔ القایی متوسط | $\bar{\varepsilon} = -NA\cos\theta\times\frac{\Delta B}{\Delta t}$ | $\bar{\varepsilon} = -NB\cos\theta\times\frac{\Delta A}{\Delta t}$ | $\bar{\varepsilon} = -NBA\times\frac{\Delta(\cos\theta)}{\Delta t}$ |
| جریان الکتریکی القایی متوسط | $\bar{I} = \frac{-NA\cos\theta}{R}\times\frac{\Delta B}{\Delta t}$ | $\bar{I} = \frac{-NB\cos\theta}{R}\times\frac{\Delta A}{\Delta t}$ | $\bar{I} = \frac{-NBA}{R}\times\frac{\Delta(\cos\theta)}{\Delta t}$ |
| یک توضیح | $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ آهنگ متوسط تغییر میدان مغناطیسی برحسب تسلا بر ثانیه $(T/s)$ است. | $\frac{\Delta A}{\Delta t}$ آهنگ متوسط تغییر مساحت برحسب متر مربع بر ثانیه $(m^2/s)$ است. | $\Delta(\cos\theta) = \cos\theta_2 - \cos\theta_1$ |

### نیروی محرکهٔ القایی در دو سر میلهٔ متحرک در میدان مغناطیسی:

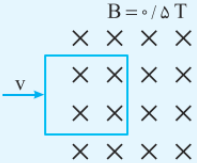
در شکل‌های جدول صفحهٔ بعد، یک قاب رسانای U شکل درون یک میدان مغناطیسی $\vec{B}$ (درون‌سو) قرار دارد و میلهٔ MN با تندی ثابت V به سمت راست (شکل الف) یا به سمت چپ (شکل ب) حرکت می‌کند. در ادامهٔ جدول، اتفاقاتی که می‌افتد را آورده‌ایم:

| شکل الف | شکل ب |
| --- | --- |
|  |  |
| حرکت میله به سمت راست ⇐ افزایش سطح مدار بسته ⇐ افزایش شار مغناطیسی گذرنده از مدار ⇐ ایجاد نیروی محرکه و جریان القایی در مدار برای مخالفت با تغییر شار ⇐ ایجاد میدان مغناطیسی در خلاف جهت میدان اصلی. | حرکت میله به سمت چپ ⇐ کاهش سطح مدار بسته ⇐ کاهش شار مغناطیسی گذرنده از مدار ⇐ ایجاد نیروی محرکه و جریان القایی در مدار برای مخالفت با تغییر شار ⇐ ایجاد میدان مغناطیسی در جهت میدان اصلی. |
| با توجه به جهت میدان مغناطیسی القایی (برون‌سو) جهت جریان در میلهٔ MN از N به M (یعنی رو به بالا) است. | با توجه به جهت میدان مغناطیسی القایی (درون‌سو) جهت جریان در میلهٔ MN از M به N (یعنی رو به پایین) است. |

اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی در میلهٔ متحرک از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\varepsilon = B\ell v \rightarrow \begin{cases} B: \text{میدان مغناطیسی اصلی (T)} \\ \ell: \text{طول میله (m)} \\ v: \text{سرعت حرکت میله (m/s)} \end{cases}$$

**مطابق شکل، یک سیم‌پیچ مربع‌شکل با ۲۰ دور سیم که طول هر ضلع آن ۴۰ cm است، با تندی ۳ m/s در یک میدان مغناطیسی درون‌سو، به سمت راست حرکت می‌کند. بزرگی نیروی محرکهٔ متوسط القاشده در سیم‌پیچ از لحظهٔ ورود سیم‌پیچ به میدان تا لحظه‌ای که ۳۰ cm از آن در میدان وارد شده است، چند ولت است؟** (تجربی ۹۲ با تغییر)




۱) ۶
۲) ۸
۳) ۱۲
۴) ۱۶

**گزینهٔ «۳»** **گام اول** محاسبهٔ زمان $\Delta t$ :

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{۰/۳}{۳} = ۰/۱\ s$$

**گام دوم** محاسبهٔ بزرگی نیروی محرکهٔ متوسط القاشده: در این‌جا تغییر شار ناشی از تغییر مساحت $(\Delta A)$ است.

$A_۱ = ۰$ ← قبل از ورود سیم‌پیچ به میدان

$A_۲ = ۰/۳ \times ۰/۴ = ۰/۱۲\ m^۲$ ← مساحتی که داخل میدان قرار گرفته است.

$$|\bar{\varepsilon}| = |-NB\cos\theta \times \frac{\Delta A}{\Delta t}| = |-۲۰ \times ۰/۵ \times ۱ \times \frac{۰/۱۲ - ۰}{۰/۱}| = ۱۲\ V$$

## القاگر

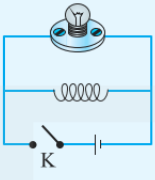
### اثرخود ـ القاوری

اگر جریان گذرنده از یک سیملوله تغییر کند، اتفاقات زنجیره‌ای زیر رخ می‌دهد:

تغییر جریان گذرنده از سیملوله ⇐ تغییر میدان مغناطیسی درون سیملوله ⇐ تغییر شار مغناطیسی عبوری از سیملوله ⇐ ایجاد نیروی محرکه و جریان القایی در خود سیملوله (در جهتی که با تغییر شار مخالفت کند.)

نیروی محرکه و جریان القایی ایجادشده در این حالت بر اثر تغییر میدان مغناطیسی **خود سیملوله** است (و نه یک میدان مغناطیسی خارجی). به این پدیده که می‌تواند در هر القاگری (مثل پیچه و سیملوله) رخ دهد، اثر **خود ـ القاوری** می‌گوییم.

**در شکل زیر، یک سیملولهٔ آرمانی به صورت موازی با لامپ بسته شده است. اگر کلید K را ببندیم، کدام اتفاق زیر رخ خواهد داد؟**




۱) لامپ روشن نمی‌شود.

۲) لامپ با تأخیر روشن می‌شود.

۳) لامپ بلافاصله و برای یک لحظه روشن‌شده و سپس خاموش می‌شود.

۴) لامپ بلافاصله روشن می‌شود اما به مرور روشنایی‌اش کاهش می‌یابد.

**گزینهٔ «۳»** با بسته‌شدن کلید، سیملوله (القاگر) با تغییر جریان مخالفت می‌کند. این مخالفت با ایجاد یک جریان القایی اتفاق می‌افتد و لامپ برای یک لحظه روشن می‌شود. با گذشت زمان و ثابت‌شدن جریان، سیملولهٔ آرمانی رفتاری مانند یک سیم خواهد داشت و همهٔ جریان را از خود عبور می‌دهد و طبیعی است که در این حالت، لامپ خاموش باشد.

### انرژی القاگر

القاگری که در مدار است، هنگام افزایش جریان، انرژی ذخیره می‌کند تا در موقع لازم (یعنی هنگام کاهش جریان) آن را به مدار تحویل دهد.

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

$U$: انرژی القاگر (J) ← | → $I$: جریان عبوری از مدار (A)

↓

$L$: ضریب القاوری (H)

ضریب القاوری ($L$) بنا بر خصوصیات ساختمانی سیملوله تعیین می‌شود و یکای آن در SI هانری ($H$) است.

**از سیملوله‌ای به ضریب القاوری ۵ میلی‌هانری، جریان ۸ میلی‌آمپر عبور می‌کند. انرژی ذخیره‌شده در سیملوله چند میلی‌ژول است؟** *(ریاضی خارج ۹۱ ـ مشابه تجربی خارج ۹۱)*

۱) $1/6\times10^{-4}$ ۲) $3/2\times10^{-4}$ ۳) $1/6\times10^{-1}$ ۴) $3/2\times10^{-1}$

**گزینهٔ «۱»**

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow U=\frac{1}{2}\times5\times10^{-3}\times(8\times10^{-3})^2=1/6\times10^{-7}\ J$$

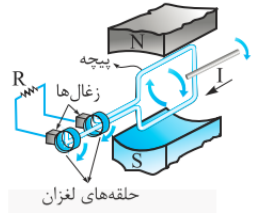
$$=1/6\times10^{-7}\times10^{3}\ mJ=1/6\times10^{-4}\ mJ$$

## جریان متناوب

**جریان متناوب:** جریانی است که اندازه و جهت آن به طور منظم با زمان تغییر می‌کند و در بازه‌های زمانی یکسان تکرار می‌شود. جریان متناوب معمولاً تابعی سینوسی از زمان است.

تولید جریان متناوب از نظر فیزیکی مطابق طرحوارهٔ زیر اتفاق می‌افتد:

چرخش یک پیچه در میدان مغناطیسی یکنواخت یا چرخش آهن‌ربای الکتریکی در یک پیچهٔ ساکن ⇐ تغییر متناوب زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح پیچه و خطوط میدان مغناطیسی $(\Delta\theta \Rightarrow \Delta\cos\theta)$ ⇐ تغییر متناوب شار مغناطیسی گذرنده از پیچه $(\Delta\cos\theta \Rightarrow \Delta\Phi)$ ⇐ ایجاد جریان القایی متناوب در پیچه $(I = \frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$




شکل مقابل، یک مولد جریان متناوب را نشان می‌دهد. وقتی سطح پیچه بر خطوط میدان مغناطیسی عمود باشد $(\Phi_{max})$، جریان صفر و وقتی پیچه در راستای خطوط میدان قرار گیرد $(\Phi = 0)$، جریان بیشینه است.

اگر پیچه در مدت t ثانیه، n دور بزند، داریم:

$$\text{زمان چرخش (s)} \rightarrow T = \frac{t}{n} \leftarrow \text{دوره (s)} \quad (\text{تعداد دور} \rightarrow n)$$

$$f = \frac{n}{t} \Rightarrow \boxed{f = \frac{1}{T}} \leftarrow \text{بسامد } (HZ \text{ یا } s^{-1})$$

و

$$\boxed{\theta = \frac{2\pi}{T}t = 2\pi f t}$$

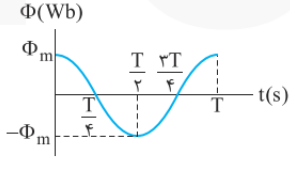
زاویهٔ چرخش (rad)

### معادلات و نمودارهای جریان متناوب

**شار مغناطیسی ـ زمان:**

$$\boxed{\Phi = \Phi_m \cos(\frac{2\pi}{T}t)}$$

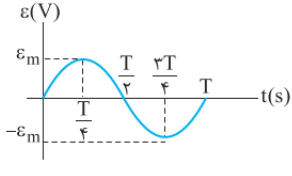
$\Phi_m = BA$




**نیروی محرکهٔ القایی ـ زمان:**

$$\boxed{\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\frac{2\pi}{T}t)}$$

بیشینهٔ نیروی محرکهٔ القایی




**جریان القایی ـ زمان:**

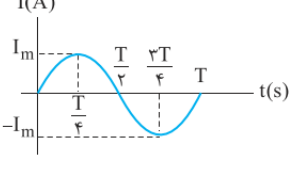
$$\boxed{I = I_m \sin(\frac{2\pi}{T}t)}$$

بیشینهٔ جریان القایی (A)

و

$$\boxed{I_m = \frac{\varepsilon_m}{R}}$$

مقاومت پیچه (Ω)



در مسائل جریان متناوب، باید بلد باشیم دورهٔ تناوب و مقدار بیشینه را از روی نمودار به دست آورده و در معادلهٔ کلی قرار دهیم.

اگر با معادله‌ای روبه‌رو شدیم، می‌توانیم با مقایسهٔ معادلهٔ داده‌شده و معادلهٔ کلی، دوره و مقدار بیشینه را به دست آوریم.

**پیچه‌ای دارای ۵۰۰ حلقه است و شار مغناطیسی عبوری از آن در SI به صورت $\Phi = 10^{-4}\cos 300\pi t$ است. شار عبوری از پیچه در لحظهٔ $t = \frac{1}{600}\,s$ چند وبر و دورهٔ جریان القایی حاصل چند ثانیه است؟** (تجربی خارج ۹۳ با تغییر)

۱) صفر و $\frac{1}{150}$

۲) صفر و $\frac{1}{300}$

۳) $5\times10^{-5}$ و $\frac{1}{150}$

۴) $5\times10^{-5}$ و $\frac{1}{300}$

**گزینهٔ «۱»** **گام اول** $t = \frac{1}{600}\,s$ را در معادلهٔ $\Phi$ قرار می‌دهیم:

$$\Phi = 10^{-4}\cos 300\pi t \Rightarrow \Phi = 10^{-4}\cos\frac{300\pi}{600} = 10^{-4}\cos\frac{\pi}{2} = 0$$

**گام دوم** دورهٔ جریان القایی با دورهٔ شار مغناطیسی برابر است. از مقایسهٔ رابطهٔ $\Phi$ با رابطهٔ کلی داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\Phi = 10^{-4}\cos 300\pi t\\ \Phi = \Phi_m\cos(\frac{2\pi}{T}t)\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 300\pi \Rightarrow T = \frac{1}{150}\,s$$

## مبدل‌ها

یکی از مزیت‌های جریان متناوب دسترسی نسبتاً آسان به ولتاژ موردنظر است. برای این کار از وسیله‌ای به نام **مبدل** استفاده می‌کنیم.

برای انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور، تا جایی که امکان دارد باید از ولتاژهای بالا و جریان‌های کم استفاده کنیم تا اتلاف توان در خط‌های انتقال برق کاهش یابد.

در خطوط انتقال برق، در محل تولید انرژی الکتریکی از مبدل افزاینده و در محل مصرف از مبدل کاهنده استفاده می‌شود.

**می‌خواهیم توان الکتریکی تولیدی در نیروگاه برق را به شهری در فاصلهٔ دور انتقال دهیم. برای این کار از چه ولتاژ و چه جریانی استفاده می‌کنیم؟**

۱) ولتاژ کم، جریان کم

۲) ولتاژ زیاد، جریان زیاد

۳) ولتاژ زیاد، جریان کم

۴) ولتاژ کم، جریان زیاد

**گزینهٔ «۳»** برای کاهش اتلاف توان الکتریکی در خطوط انتقال برق، باید از ولتاژ زیاد و جریان کم استفاده کنیم.

# فرمول‌های فصل

- **مغناطیس و مواد مغناطیسی:**

$$1\,T = 10^{4}\,G$$

- **میدان مغناطیسی سیملولهٔ حامل جریان:**

$$B = \mu_{\circ} nI \Rightarrow B = \mu_{\circ} \frac{N}{\ell} I$$

- **نیروی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان مغناطیسی:**

$$F = |q| vB \sin\theta$$

- **نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی:**

$$F = BI\ell \sin\theta$$

- **نیروی بین دو سیم موازی حامل جریان الکتریکی:**

جریان‌های هم‌جهت ⇦ جاذبه

جریان‌های خلاف جهت ⇦ دافعه

- **شار مغناطیسی:**

$$\Phi = BA\cos\theta$$

- **قانون لنز:** تعیین جهت جریان القایی به نحوی که با تغییر شار مخالفت کند.

- **قانون فاراده:** نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه‌ای با N حلقه:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

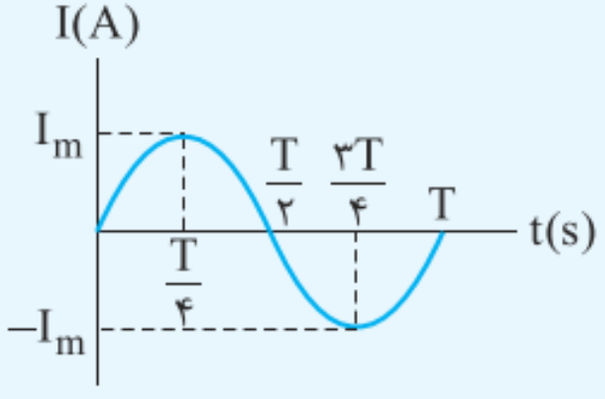
جریان القایی متوسط در پیچه‌ای با N حلقه:

$$\bar{I} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} = \frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

- **انرژی القاگر:**

$$U = \frac{1}{2} LI^{2}$$

- **جریان متناوب:**




$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

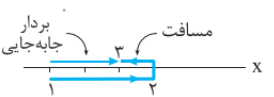
$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{R}$$

## الفبای حرکت در راستای خط راست

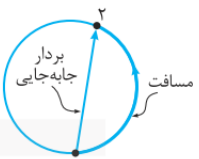
برای شناخت حرکت، لازم است با مفاهیم زیر آشنا شویم:

**مسافت و جابه‌جایی:** مسافت کمیتی نرده‌ای و جابه‌جایی کمیتی برداری است که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

| مسافت ($\ell$) | بردار جابه‌جایی ($\vec{d}$) |
|---|---|
| طول مسیر حرکت | برداری که نقطهٔ اول حرکت را به نقطهٔ انتهای حرکت وصل می‌کند. $\vec{d} = \Delta x \vec{i}$ |



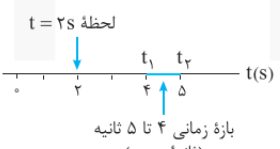
متحرک از نقطهٔ (۱) به (۲) و سپس به (۳) رفته است.



متحرک روی محیط دایره از نقطهٔ (۱) به (۲) رفته است.

در حالت کلی، $|\vec{d}| < \ell$ است؛ اما اگر متحرکی در حرکت روی یک خط راست تغییر جهت ندهد، داریم: $\ell = |\vec{d}|$.

**لحظه و بازهٔ زمانی:** تفاوت لحظه و بازهٔ زمانی را در نمودار روبه‌رو نشان داده‌ایم:




تفاضل دو لحظه، نشان‌دهندهٔ بازهٔ زمانی بین آن دو لحظه است: $\Delta t = t_2 - t_1$

**تندی متوسط و سرعت متوسط:** تندی کمیتی نرده‌ای و سرعت کمیتی برداری است و مقدار متوسط آن از فرمول‌های زیر به دست می‌آید:

| تندی متوسط | سرعت متوسط |
|---|---|
| $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ ← مسافت (m) ← زمان حرکت (s) | $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ علامت جبری $\Delta x$ و $v_{av}$ جهت حرکت را نشان می‌دهند. |

## تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای

**تندی لحظه‌ای ($v$)**: تندی متحرک در هر لحظه از زمان یا در هر نقطه از مسیر (مثال: تندی لحظه‌ای یک متحرک $5\ m/s$ است.)

**سرعت لحظه‌ای ($\vec{v}$)**: تندی لحظه‌ای با در نظر گرفتن جهت حرکت (مثال: سرعت لحظه‌ای همان متحرک $5\ m/s$ به طرف شمال است.)

وقتی می‌گوییم «تندی» و «سرعت»، منظورمان تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای است.

**متحرکی در لحظهٔ $t=0$ از مکان $x_1=-10\ m$ در جهت مثبت محور $x$ها شروع به حرکت می‌کند. در لحظهٔ $t=2\ s$، متحرک به نقطهٔ $x_2=6\ m$ می‌رسد و در آن‌جا $5/5\ s$ توقف می‌کند. سپس به مدت $1/5\ s$ در خلاف جهت محور $x$ها حرکت کرده و به نقطهٔ $x_3=3/5\ m$ می‌رسد. سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟**

۱) $1/5$ ۲) $2/05$ ۳) ۳ ۴) ۸

**گزینهٔ «۱»** برای محاسبهٔ سرعت متوسط، جابه‌جایی مهم است، نه مسافت طی‌شده. در جابه‌جایی هم فقط مکان اول و مکان آخر مهم است:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{3/5-(-10)}{2+5/5+1/5}=\frac{13/5}{9}=1/5\ m/s$$

## شتاب

هرگاه سرعت جسمی تغییر کند، حرکت آن شتاب‌دار است. شتاب متوسط از فرمول زیر حساب می‌شود:

$$a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

($v_2-v_1$: تغییر سرعت $(m/s)$، $t_2-t_1$: بازهٔ زمانی تغییر سرعت $(s)$، $a_{av}$: شتاب متوسط برای حرکت در یک راستا $(m/s^2)$، سرعت اولیه، سرعت نهایی)

**شتاب لحظه‌ای $\vec{a}$**: شتاب متحرک در هر لحظه از زمان

وقتی می‌گوییم «شتاب» منظورمان شتاب لحظه‌ای است.

**جهت‌ها:** جابه‌جایی، سرعت و شتاب کمیت‌هایی برداری هستند و تعیین جهت آن‌ها برای ما مهم است. برای حرکت در راستای محور $x$، این جهت‌ها را به شکل زیر تعیین می‌کنیم:

**جهت جابه‌جایی:** اگر متحرک به سمت $x$های مثبت برود، جابه‌جایی مثبت و اگر به سمت $x$های منفی برود، جابه‌جایی منفی است.

**جهت سرعت:** بردار سرعت همواره با بردار جابه‌جایی هم‌جهت (هم‌علامت) است.

**جهت شتاب:** بردار شتاب با بردار تغییر سرعت (و نه خود سرعت) هم‌جهت (هم‌علامت) است؛ یعنی:

الف) سرعت ثابت $\Leftarrow \Delta v=0 \Leftarrow$ شتاب صفر $(a=0)$

ب) سرعت در جهت مثبت و در حال زیادشدن / سرعت در جهت منفی و در حال کم‌شدن $\Leftarrow \Delta v>0 \Leftarrow$ شتاب مثبت $(a>0)$

پ) سرعت در جهت منفی و در حال زیادشدن / سرعت در جهت مثبت و در حال کم‌شدن $\Leftarrow \Delta v<0 \Leftarrow$ شتاب منفی $(a<0)$

**اگر بردار سرعت متحرکی در لحظه‌های $t_1 = 0$ و $t_2 = 4\,s$ به ترتیب $\vec{v}_1 = -6\vec{i}$ و $\vec{v}_2 = 10\vec{i}$ باشد، بردار شتاب متوسط در این فاصلهٔ زمانی کدام است؟ (کمیت‌ها در SI است.)**

۱) $\vec{i}$ ۲) $2\vec{i}$ ۳) $4\vec{i}$ ۴) $8\vec{i}$ (تجربی ۹۵ با تغییر)

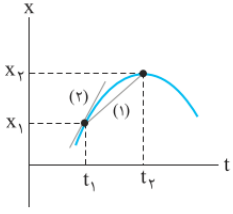
**گزینهٔ «۳»**

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{10 - (-6)}{4 - 0} = 4\ m/s^2 \Rightarrow \vec{a}_{av} = 4\vec{i}$$

## معرفی کلی نمودارهای حرکت

### نمودار مکان ـ زمان

از این نمودار می‌توان اطلاعات زیر را به دست آورد:




- **مکان جسم در هر لحظه:** $x_1$ مکان جسم در لحظهٔ $t_1$ و $x_2$ مکان جسم در لحظهٔ $t_2$ است.
- **سرعت متوسط:** سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان، برابر شیب خطی است که نقاط متناظر با آن دو لحظه را به هم وصل می‌کند.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \text{شیب خط (۱)} = \text{سرعت متوسط متحرک بین زمان‌های } t_1 \text{ تا } t_2$$

- **سرعت لحظه‌ای:** شیب مماس بر نمودار در یک نقطه، برابر سرعت لحظه‌ای متحرک در آن لحظه است.

سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظهٔ $t_1$ = شیب خط (۲)

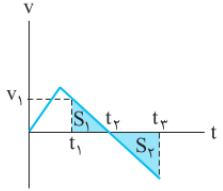
- **دور و نزدیک شدن به مبدأ:**

[دورشدن / نزدیک‌شدن] نمودار [از / به] محور افقی (t) به معنای [دورشدن / نزدیک‌شدن] متحرک [از / به] مبدأ است.

- **ساکن‌بودن:** اگر نمودار $x - t$ در بازه‌ای از زمان، خطی افقی موازی محور t باشد، نشان‌دهندهٔ ساکن‌بودن متحرک در آن بازهٔ زمانی است. همین‌طور اگر خط مماس بر نمودار در یک لحظه افقی باشد، یعنی متحرک در آن لحظه ساکن بوده است.
- **تغییر جهت متحرک:** در لحظه‌هایی که نمودار بیشینه یا کمینه است، متحرک در حال تغییر جهت است. ( مثلاً در نمودار بالا در لحظهٔ $t_2$ متحرک تغییر جهت می‌دهد.)

### نمودار سرعت ـ زمان

از این نمودار می‌توان اطلاعات زیر را به دست آورد:



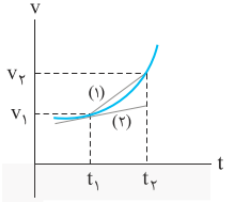

- **سرعت متحرک در هر لحظه:** در نمودار مقابل، سرعت متحرک در لحظهٔ $t_1$ برابر $v_1$ است.
- **تغییر جهت متحرک:** در لحظه‌ای که نمودار، محور t را قطع می‌کند و علامت سرعت در دو طرف آن متفاوت می‌شود، متحرک تغییر جهت داده است. در نمودار $v - t$ مقابل، $t_2$ لحظهٔ تغییر جهت متحرک است.

**جابه‌جایی**: مساحت سطح محصور بین نمودار و محور t برابر با جابه‌جایی متحرک است. اگر این سطح بالای محور t باشد، جابه‌جایی در جهت مثبت و اگر پایین محور t باشد، جابه‌جایی در جهت منفی است. جابه‌جایی کل، مجموع تمام جابه‌جایی‌های مثبت و منفی است. در نمودار بالا:

$$\left.\begin{array}{l} t_1 \text{ تا } t_2 \text{ جابه‌جایی بین دو لحظهٔ} = S_1 > 0 \\ t_2 \text{ تا } t_3 \text{ جابه‌جایی بین دو لحظهٔ} = S_2 < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow t_1 \text{ تا } t_3 \text{ جابه‌جایی در بازهٔ زمانی} = S_1 + S_2$$

**مسافت**: مجموع مساحت سطح‌های محصور بین نمودار و محور t (بدون در نظر گرفتن علامت منفی برای سطح‌های زیر محور t) برابر با مسافت طی‌شده توسط متحرک است. در نمودار بالا:

$$t_1 \text{ تا } t_3 \text{ مسافت طی‌شده در بازهٔ} = |S_1| + |S_2|$$



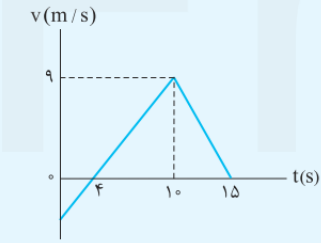

**شتاب متوسط**: شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار $v-t$، برابر شتاب متوسط در آن بازهٔ زمانی است.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \text{شیب خط } (1)$$

$$t_1 \text{ تا } t_2 \text{ شتاب متوسط بین زمان‌های}$$

**شتاب لحظه‌ای**: شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در یک لحظه، برابر شتاب لحظه‌ای متحرک در آن لحظه است. شتاب لحظه‌ای در لحظهٔ $t_1$ = شیب خط (۲)

**نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t=0$ تا $t=15\,s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟** (تجربی خارج ۹۳ ـ مشابه تجربی ۹۲ ـ مشابه تجربی ۸۹)




۱) ۰/۴ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۸ ۴) ۱

**گزینهٔ «۱»** **گام اول** سرعت متحرک در لحظهٔ $t=0$ را تعیین می‌کنیم. برای این کار باید شیب نمودار را در بازهٔ $t=0$ تا $t=10\,s$ به دست آوریم و برای آن از مختصات دو لحظهٔ $t_1=4\,s$ و $t_2=10\,s$ استفاده می‌کنیم:

$$\text{شیب نمودار} = m = \text{شتاب} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{9-0}{10-4} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{3}{2}t + v_0$$

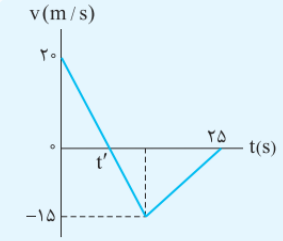
برای تعیین $v_0$، مقدار $v = 9\,m/s$ را به ازای $t=10\,s$ در رابطهٔ به دست آمده قرار می‌دهیم:

$$9 = \frac{3}{2}\times 10 + v_0 \Rightarrow v_0 = -6\,m/s$$

**گام دوم** سرعت نهایی متحرک در لحظهٔ $t=15\,s$ برابر صفر است؛ بنابراین:

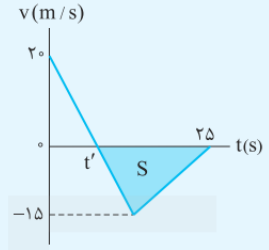
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{0-(-6)}{15-0} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0/4\,m/s^2$$

**نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x‌ها حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی که حرکت متحرک خلاف جهت محور x ها است، چند متر بر ثانیه است؟** (ریاضی ۹۴ ـ مشابه تجربی خارج ۹۰)




۱) صفر
۲) ۲/۵
۳) ۷/۵
۴) ۱۰

**گزینهٔ «۳»** هنگامی که متحرک خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، نمودار $v-t$ آن، زیر محور t قرار دارد. در لحظهٔ $t'$ سرعت متحرک صفر شده و از آن لحظه تا $t=۲۵\ s$ در خلاف جهت محور x ها حرکت کرده است.

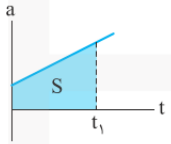



مساحت سطح رنگ‌شده برابر است با جابه‌جایی متحرک در خلاف جهت محور x‌ها؛ بنابراین داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{|S|}{۲۵-t'}$$

$$=\frac{|\frac{-۱۵\times(۲۵-t')}{۲}|}{۲۵-t'}=\frac{۱۵}{۲}=۷/۵\ m/s$$

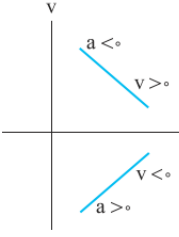
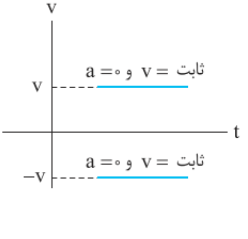
### نمودار شتاب ـ زمان



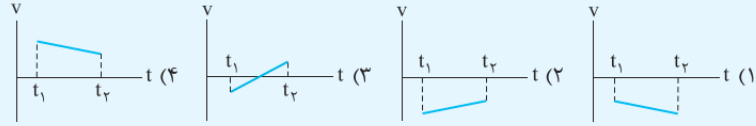

این نمودار، شتاب متحرک در هر لحظه را نشان می‌دهد و سطح محصور بین نمودار و محور t در یک بازهٔ زمانی، نشان‌دهندهٔ تغییر سرعت متحرک در آن بازه است.

$$S=\Delta V$$

### تندشونده، کندشونده، یکنواخت

| حرکت تندشونده | حرکت یکنواخت | حرکت کندشونده |
|---|---|---|
| حرکتی است که در آن، اندازهٔ سرعت متحرک در حال زیادشدن است. $\Leftrightarrow a.v>۰$ حرکت تندشونده | حرکتی است که در آن، سرعت متحرک ثابت باشد. $a=۰\Leftrightarrow$ حرکت با سرعت ثابت | حرکتی است که در آن، اندازهٔ سرعت متحرک در حال کم‌شدن است. $a.v<۰\Leftrightarrow$ حرکت کندشونده |
|  |  |  |
| حرکت تندشونده $\Leftrightarrow$ دورشدن نمودار سرعت از محور t | حرکت یکنواخت $\Leftrightarrow$ افقی‌بودن نمودار سرعت | حرکت کندشونده $\Leftrightarrow$ نزدیک‌شدن نمودار سرعت به محور t |

**کدام نمودار، مربوط به متحرکی است که در بازهٔ زمانی نشان داده شده، حرکت آن پیوسته تندشونده است؟**




**گزینهٔ «۱»** حرکت تندشونده حرکتی است که طی آن، اندازهٔ سرعت جسم همواره در حال افزایش است. در ۲ و ۴ اندازهٔ سرعت در حال کاهش است. در ۳ اندازهٔ سرعت ابتدا کاهش و پس از صفرشدن افزایش یافته است. فقط در ۱ است که اندازهٔ سرعت از زمان $t_1$ تا $t_2$ در حال زیادشدن است.

## حرکت با سرعت ثابت

اگر در یک حرکت، تندی (اندازهٔ سرعت) و جهت سرعت متحرک (جهت حرکت متحرک) در طول مسیر ثابت باشد، آن حرکت را حرکت با سرعت ثابت می‌نامیم.

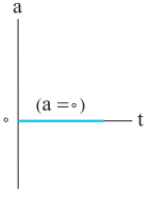
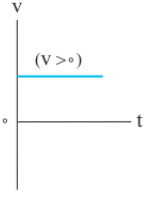
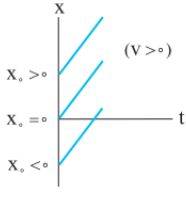
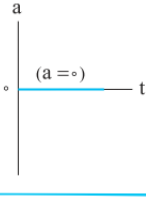
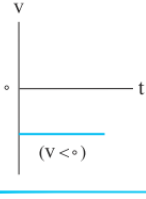
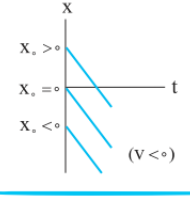
در حرکت با سرعت ثابت، شتاب صفر $(a = 0)$ و در هر بازهٔ زمانی، سرعت متوسط مساوی سرعت لحظه‌ای $(v = v_{av})$ است.

**معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت:**

$$x = v\,t + x_0$$

$x$: مکان متحرک در لحظهٔ $t$ — $v$: سرعت $(m/s)$ — $t$: زمان $(s)$ — $x_0$: مکان اولیهٔ متحرک

**نمودارهای حرکت با سرعت ثابت:** اگر معادلهٔ بالا را در صفحهٔ $x - t$ رسم کنیم، نمودار خطی است که شیب آن برابر $v$ و عرض از مبدأ آن $x_0$ است. تمام نمودارهای این حرکت را در جدول زیر می‌بینید:

| وضعیت متحرک | نمودار شتاب ـ زمان | نمودار سرعت ـ زمان | نمودار مکان ـ زمان |
|---|---|---|---|
| با سرعت ثابت در جهت $x$های مثبت حرکت می‌کند. |   |   |   |
| با سرعت ثابت در جهت $x$های منفی حرکت می‌کند. |   |   |   |

**تبدیل یکاهای سرعت:** برای تبدیل یکاهای $(km/h)$ و $(m/s)$ به یکدیگر، در حالت کلی داریم:

$$km/h \underset{\times ۳/۶}{\overset{\div ۳/۶}{\rightleftarrows}} m/s$$

اما در بیشتر مسائل با یکی از عددهای جدول زیر روبه‌رو می‌شویم که بهتر است آن‌ها را به خاطر بسپاریم:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $v\ (km/h)$ | ۱۸ | ۳۶ | ۵۴ | ۷۲ | ۹۰ | ۱۰۸ |
| | | $+۱۸$ | $+۱۸$ | $+۱۸$ | $+۱۸$ | $+۱۸$ |
| $v\ (m/s)$ | ۵ | ۱۰ | ۱۵ | ۲۰ | ۲۵ | ۳۰ |
| | | $+۵$ | $+۵$ | $+۵$ | $+۵$ | $+۵$ |

**در یک حرکت با سرعت ثابت، متحرک در لحظه‌های $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۱۲s$ به ترتیب در مکان‌های $x_۱ = -۲/۵\ m$ و $x_۲ = ۲۵\ m$ قرار دارد. مکان اولیهٔ این متحرک در چند متری مبدأ بوده است؟**

۱) صفر ۲) $-۱$ ۳) $-۲/۵$ ۴) $-۵$

**گزینهٔ «۴»** صورت کلی معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت را نوشته و مختصات داده‌شده را در آن جای‌گذاری می‌کنیم و از حل دستگاه دو معادله ـ دو مجهول، مکان اولیه $(x_۰)$ را به دست می‌آوریم:

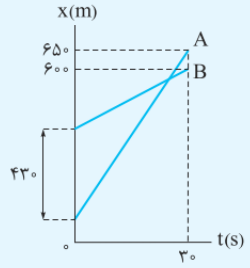
$$\left.\begin{aligned} x_۱ &= vt_۱ + x_۰ \\ x_۲ &= vt_۲ + x_۰ \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} -۲/۵ &= v(۱) + x_۰ \\ ۲۵ &= v(۱۲) + x_۰ \end{aligned}$$

معادلهٔ بالایی را از معادلهٔ پایینی کم می‌کنیم:

$$۲۷/۵ = ۱۱v \Rightarrow v = ۲/۵\ m/s$$

$$\xrightarrow[\text{در معادلهٔ اول قرار می‌دهیم}]{\text{v به دست آمده را}} -۲/۵ = ۲/۵ + x_۰ \Rightarrow x_۰ = -۵\ m$$

**نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B به صورت شکل مقابل است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه بیشتر از سرعت متحرک B است؟** (تجربی خارج ۹۴)




۱) ۱۲
۲) ۱۲/۶
۳) ۱۶
۴) ۱۶/۳

**گزینهٔ «۳»** **روش اول:** نمودار داده‌شده، دو متحرک در حرکت با سرعت ثابت را نشان می‌دهد. معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت را برای هر کدام می‌نویسیم:

$$\left.\begin{aligned} x_A &= v_A t + x_{۰A} \\ x_B &= v_B t + x_{۰B} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} ۶۵۰ &= v_A(۳۰) + x_{۰A} \\ ۶۰۰ &= v_B(۳۰) + x_{۰B} \end{aligned}$$

$$۵۰ = ۳۰(v_A - v_B) + (x_{۰A} - x_{۰B})$$

با توجه به نمودار، $x_{\circ A} - x_{\circ B} = -۴۳۰\ m$؛ در نتیجه داریم:

$$۵۰ = ۳۰(v_A - v_B) - ۴۳۰ \Rightarrow v_A - v_B = \frac{۵۰ + ۴۳۰}{۳۰} = ۱۶\ m/s$$

**روش دوم:** در حرکت با سرعت ثابت، سرعت لحظه‌ای و متوسط برابر است. از روی نمودار مشخص است که متحرک A در ابتدای حرکت $۴۳۰\ m$ از متحرک B عقب‌تر و در پایان حرکت $۵۰\ m$ از آن جلوتر است. پس در مدت زمان $۳۰\ s$، متحرک A به اندازهٔ $۴۳۰ + ۵۰ = ۴۸۰\ m$ بیشتر از متحرک B حرکت کرده است:

$$v_A - v_B = \frac{\Delta x_A - \Delta x_B}{۳۰} = \frac{۴۸۰}{۳۰} = ۱۶\ m/s$$

## معادلات حرکت با شتاب ثابت

در این حرکت، شتاب متوسط مساوی شتاب لحظه‌ای ($a = a_{av}$) است. در بررسی حرکت با شتاب ثابت، چند معادلهٔ اصلی داریم که کمیت‌های $\Delta x$، $v_\circ$، $v$، $a$ و $t$ را به هم مربوط می‌کنند. در حل هر تست باید ببینیم که داده‌ها و خواستهٔ سؤال چیست و رابطهٔ مناسبی را که بین آن‌ها ارتباط برقرار می‌کند، از بین معادله‌های زیر انتخاب کنیم.

**معادلهٔ سرعت ـ زمان (مستقل از جابه‌جایی):**

شتاب $(m/s^۲)$

سرعت جسم در لحظهٔ $t$ $(m/s)$ ← $v = at + v_\circ$ → سرعت اولیه $(m/s)$

زمان $(s)$

**معادلهٔ مکان ـ زمان (مستقل از سرعت نهایی):**

مکان جسم در لحظهٔ $t$ ← $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ$ → مکان اولیه

**معادلهٔ مستقل از زمان:**

سرعت اولیه $(m/s)$ — مکان اولیه

سرعت نهایی $(m/s)$ ← $v^۲ - v_\circ^۲ = ۲a(x - x_\circ)$

مکان نهایی

**معادلهٔ سرعت متوسط:**

$$v_{av} = \frac{v_\circ + v}{۲}$$

**معادلهٔ مستقل از شتاب:**

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$$

در معادله‌های سرعت ـ زمان و مکان ـ زمان، $t$ حتماً یک لحظه است. حواستان باشد آن را با یک بازهٔ زمانی $(\Delta t)$ اشتباه نگیرید.

برای محاسبهٔ مکان نسبی بین دو متحرک A و B در هر لحظه می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$x_B - x_A = \frac{۱}{۲}(a_B - a_A)t^۲ + (v_{\circ B} - v_{\circ A})t + (x_{\circ B} - x_{\circ A})$$

**متحرکی از حال سکون از مبدأ مختصات با شتاب ثابت $\vec{a}=1\vec{i}$ به حرکت در می‌آید. بردار مکان آن در لحظهٔ $t=4$ کدام است؟ (کمیت‌ها در SI است.)** (ریاضی ۹۵ با تغییر)

۱) $\vec{d}=8\vec{i}$ ۲) $\vec{d}=4\vec{i}$ ۳) $\vec{d}=2\vec{i}$ ۴) $\vec{d}=1\vec{i}$

**گزینهٔ «۱»**

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \xrightarrow[a=1]{x_0=0,v_0=0} x=\frac{1}{2}\times 1\times 16=8$$

$$\vec{d}=x\vec{i} \Rightarrow \vec{d}=8\vec{i}$$

**دو متحرک روی خط راست با شتاب‌های ثابت $a$ و $(a+1/5)\ m/s^2$ از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند و بعد از مدت $t$، سرعت آن‌ها به ترتیب $10\ m/s$ و $22\ m/s$ می‌شود. $t$ چند ثانیه است؟** (ریاضی خارج ۹۶)

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

**گزینهٔ «۲»** وقتی می‌گوییم متحرک شروع به حرکت کرده است، یعنی $v_0=0$، با توجه به این، معادلهٔ $v=at+v_0$ را برای هر دو متحرک می‌نویسیم:

$$\begin{cases} v_1=at \\ v_2=(a+1/5)t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10=at \\ 22=at+1/5\,t \end{cases} \xrightarrow[\text{پایین کم می‌کنیم.}]{\text{معادلهٔ بالا را از معادلهٔ}} 12=1/5\,t \Rightarrow t=8\,s$$

**متحرکی در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت فاصلهٔ ۸۰ متری از A تا B را در مدت ۸ ثانیه طی می‌کند و در لحظهٔ رسیدن به نقطهٔ B سرعتش به $15\ m/s$ می‌رسد. شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟** (ریاضی ۸۹)

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) $\frac{5}{4}$

**گزینهٔ «۴»** نقطهٔ A را مبدأ مکان و زمان فرض می‌کنیم. معادله‌های $x-t$ و $v-t$ در حرکت با شتاب ثابت را برای نقطهٔ B می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \\ v=at+v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 80=\frac{1}{2}a(8)^2+v_0(8) \\ 15=a(8)+v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 80=32a+8v_0 \\ (15=8a+v_0)\times 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 80=32a+8v_0 \\ 120=64a+8v_0 \end{cases}$$

$$40=32a \Rightarrow a=\frac{40}{32}=\frac{5}{4}\ m/s^2$$

**دو متحرک A و B از یک نقطه بدون سرعت اولیه در یک مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کنند. اگر شتاب متحرک A، ۴۰ برابر شتاب متحرک B باشد، در یک جابه‌جایی مساوی سرعت متوسط متحرک A چند برابر سرعت متوسط متحرک B است؟** (ریاضی خارج ۹۲)

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) ۴

**گزینهٔ «۲»** **روش اول:** با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان، سرعت نهایی دو متحرک را در جابه‌جایی دلخواه $\Delta x$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_A^2 - 0 = 2a_A\Delta x \\ v_B^2 - 0 = 2a_B\Delta x \end{cases} \Rightarrow \frac{v_A^2}{v_B^2} = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{a_A}{a_B} = 4 \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 2$$

حالا با توجه به این‌که سرعت اولیهٔ دو متحرک، صفر و شتاب حرکت آن‌ها ثابت بوده، سرعت متوسط آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{v_{av_A}}{v_{av_B}} = \frac{\frac{v_A + 0}{2}}{\frac{v_B + 0}{2}} = \frac{v_A}{v_B} = 2$$

**روش دوم:** از رابطهٔ $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ $(v_0 = 0)$ استفاده می‌کنیم و نسبت زمان حرکت دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{1}{2}a_A(\Delta t)_A^2 \\ \Delta x = \frac{1}{2}a_B(\Delta t)_B^2 \end{cases} \Rightarrow 1 = \frac{a_A(\Delta t)_A^2}{a_B(\Delta t)_B^2} \Rightarrow 1 = 4 \times \left(\frac{\Delta t_A}{\Delta t_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} = \frac{1}{2}$$

حالا می‌توانیم نسبت سرعت‌های متوسط A و B را به دست آوریم:

$$\frac{v_{av_A}}{v_{av_B}} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t_A}}{\frac{\Delta x}{\Delta t_B}} = \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A} = 2$$

## جابه‌جایی در ثانیهٔ nاُم ـ جابه‌جایی در t ثانیهٔ nاُم

**ثانیهٔ nاُم حرکت:** یک بازهٔ زمانی به طول یک ثانیه است. $(\Delta t_n = t_n - t_{n-1})$

**نمونه** در نمودار مقابل، ثانیهٔ سوم حرکت را نشان داده‌ایم:

**t ثانیهٔ nاُم حرکت:** اگر با چنین چیزی روبه‌رو شدید، t را در n ضرب کنید و سپس t ثانیه از آن کم کنید. بازهٔ زمانی موردنظر از لحظهٔ $nt - t$ ثانیه تا لحظهٔ $nt$ ثانیه است.

مثلاً اگر گفته شد ۲ ثانیهٔ پنجم، ۲ را در ۵ ضرب کرده و ۲ ثانیه از آن کم می‌کنیم تا لحظهٔ اول بازه به دست آید $(۸ = ۲ - ۵ \times ۲)$، بازهٔ موردنظر می‌شود: از ۸ s تا ۱۰ s.

جابه‌جایی متحرک در ثانیه nاُم حرکت: $\Delta x_n = \frac{1}{2}a(2n-1) + v_0 = (n - 0/5)a + v_0$

جابه‌جایی متحرک در t ثانیه nاُم حرکت: $\Delta x_{t,n} = \frac{1}{2}at^2(2n-1) + v_0 t = (n - 0/5)at^2 + v_0 t$

اگر در یک حرکت با شتاب ثابت a، متحرکی در یک ثانیه $\Delta x$ متر جابه‌جا شود، در ثانیهٔ بعدی $\Delta x + a$ متر جابه‌جا می‌شود.

اگر مسئله‌ای دربارهٔ جابه‌جایی در t ثانیه‌های غیرمتوالی بود، از این رابطه کمک بگیرید:

جابه‌جایی در t ثانیهٔ nاُم — جابه‌جایی در t ثانیهٔ mاُم

$$at^{۲} = \frac{\Delta x_{t,n} - \Delta x_{t,m}}{n - m}$$

**متحرکی در یک مسیر مستقیم و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر مسافت طی‌شده در ثانیهٔ اول ۴ متر باشد، مسافت طی‌شده در ثانیهٔ سوم چند متر است؟**

۱) ۸ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶ ۴) ۲۰

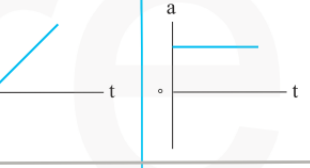
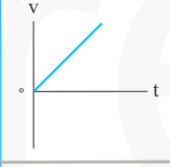
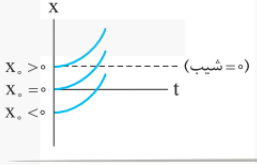
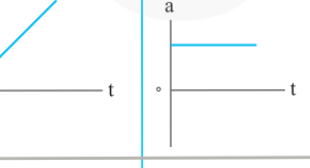
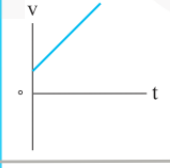
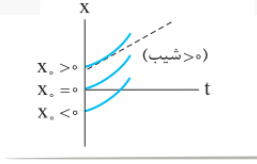
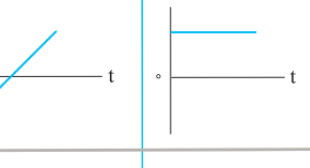
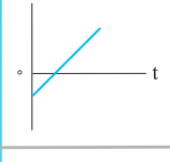
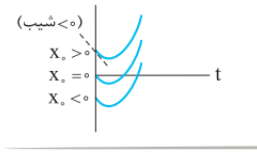
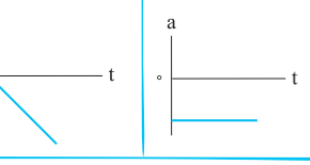
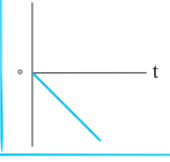
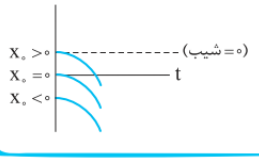
**گزینهٔ «۴»**

$$\Delta x_{۱} = (۱ - ۰/۵)a + ۰ \Rightarrow ۴ = ۰/۵a \Rightarrow a = \frac{۴}{۰/۵} = ۸\ m/s^{۲}$$

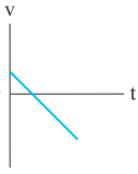
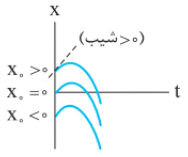
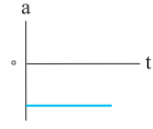
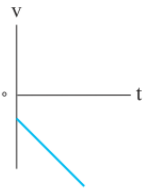
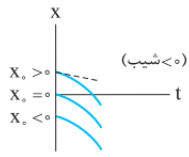
$$\Delta x_{۳} = (۳ - ۰/۵)a + ۰ \Rightarrow \Delta x_{۳} = ۲/۵ \times ۸ = ۲۰\ m$$

## نمودارهای حرکت با شتاب ثابت

نمودارهای $a-t$، $v-t$ و $x-t$ مربوط به حرکت با شتاب ثابت را در جدول زیر ببینید:

| ویژگی | شتاب ـ زمان | سرعت ـ زمان | مکان ـ زمان |
|---|---|---|---|
| $v_۰ = ۰$ و $a > ۰$ |  |  |  |
| $v_۰ > ۰$ و $a > ۰$ |  |  |  |
| $v_۰ < ۰$ و $a > ۰$ |  |  |  |
| $v_۰ = ۰$ و $a < ۰$ |  |  |  |

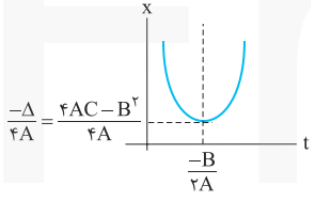
ادامهٔ جدول در صفحهٔ بعد

| ویژگی | شتاب ـ زمان | سرعت ـ زمان | مکان ـ زمان |
|---|---|---|---|
| $v_0 > 0$ و $a < 0$ | |  |  |
| $v_0 < 0$ و $a < 0$ |  |  |  |

معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با شتاب ثابت، معادلهٔ درجهٔدوم است و نمودار آن یک سهمی است. معادلهٔ این سهمی در حالت کلی به شکل $x = At^2 + Bt + C$ است.

از این معادله و نمودار مربوط به آن می‌توانیم اطلاعات زیر را به دست آوریم:

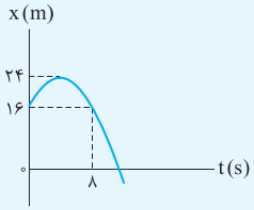
- $A$ برابر نصف شتاب حرکت است: $A = \frac{1}{2}a$.
- در نقطهٔ رأس سهمی، یعنی در زمان $t = \frac{-B}{2A}$ و مکان $x = \frac{4AC - B^2}{4A}$، سرعت متحرک صفر شده و جهت حرکت عوض می‌شود.




- سهمی نسبت به زمان $t = \frac{-B}{2A}$ متقارن است. بعضی از تست‌ها را می‌توان با توجه به همین تقارن حل نمود.
- اگر جهت تقعر سهمی رو به بالا باشد ( )، شتاب مثبت $(a > 0)$ و اگر جهت تقعر سهمی رو به پایین باشد ( )، شتاب منفی $(a < 0)$ است.
- شیب مماس بر نمودار مکان ـ زمان در هر لحظه، سرعت در آن لحظه را به دست می‌دهد. اگر اندازهٔ شیب مماس بر این نمودار در حال کاهش باشد، حرکت کندشونده و اگر اندازهٔ شیب در حال افزایش باشد حرکت تندشونده است.
- اگر در لحظهٔ $t = 0$ شیب مماس بر نمودار مکان ـ زمان مثبت باشد ( ) سرعت اولیه مثبت، اگر شیب مماس منفی باشد ( ) سرعت اولیه منفی و اگر شیب مماس صفر باشد ( ) سرعت اولیه صفر است.
- نمودار $v - t$ حرکت شتاب ثابت یک خط است. شیب خط برابر با شتاب حرکت و عرض از مبدأ آن برابر سرعت اولیه است.

**توصیه:** رسم نمودارهای مختلف یک حرکت از روی یکدیگر را تمرین کنید. برخی از تست‌ها با این شگرد به راحتی حل می‌شوند.

**نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل مقابل به صورت سهمی است. در بازهٔ زمانی صفر تا ۸ s بزرگی شتاب متوسط و سرعت متوسط در SI، کدام است؟** (ریاضی ۹۷)




۱) ۱ و صفر
۲) ۲ و صفر
۳) ۱ و ۱
۴) ۲ و ۲

**گزینهٔ «۱»** **گام اول** سرعت متوسط: مکان متحرک در صفر و ۸ s یکسان است.

$$\overline{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱۶-۱۶}{۸-۰}=۰ \Rightarrow$$ حذف ۳ و ۴

**گام دوم** شتاب: معادلهٔ کلی سهمی را نوشته و ضرایب آن را با کمک نمودار به دست می‌آوریم:

$$x=At^۲+Bt+C \xrightarrow{t=۰} ۱۶=A(۰)+B(۰)+C \Rightarrow C=۱۶$$

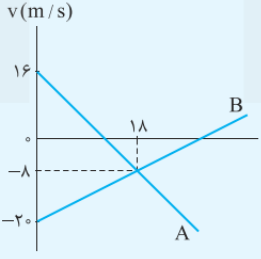
$$\xrightarrow{t=۴\,s} ۲۴=A(۱۶)+B(۴)+۱۶$$ به دلیل تقارن، نقطهٔ رأس سهمی در ۴ s است.

$$\xrightarrow{\div ۴} ۲=۴A+B \quad (۱)$$

$$\xrightarrow{t=۸\,s} ۱۶=A(۶۴)+B(۸)+۱۶ \xrightarrow{\div ۸} ۰=۸A+B \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow A=-\frac{۱}{۲}=\frac{a}{۲} \Rightarrow a=-۱\,m/s^۲$$

**نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل مقابل است. در مدتی که متحرک A در جهت محور x حرکت کرده است، بزرگی جابه‌جایی متحرک B، چند متر است؟** (ریاضی ۹۵)




۱) ۱۸۶
۲) ۱۹۲
۳) ۲۰۰
۴) ۲۲۸

**گزینهٔ «۲»** **گام اول** تا وقتی سرعت متحرک A مثبت (بالای محور t) است، یعنی در جهت محور x حرکت می‌کند. لحظهٔ صفرشدن سرعت، پایان حرکت در جهت محور x است. معادلهٔ $v-t$ را برای متحرک A نوشته و زمان صفرشدن سرعت را به دست می‌آوریم:

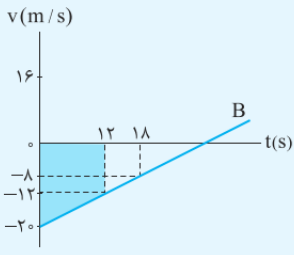
$$\text{شیب نمودار } v-t \text{ متحرک } A = a_A=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-۸-۱۶}{۱۸}=\frac{-۲۴}{۱۸}=\frac{-۴}{۳}\,m/s^۲$$

$$v_A=a_At+v_{۰A} \Rightarrow ۰=\frac{-۴}{۳}t+۱۶ \Rightarrow t=۱۲\,s$$

**گام دوم**

$$\text{شیب نمودار } v-t \text{ متحرک } B = a_B=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-۸-(-۲۰)}{۱۸}=\frac{۱۲}{۱۸}=\frac{۲}{۳}\,m/s^۲$$

محاسبهٔ سرعت B در $t=۱۲\,s$: $v_B=a_Bt+v_{۰B} \Rightarrow v_B=\frac{۲}{۳}\times ۱۲-۲۰=-۱۲\,m/s$



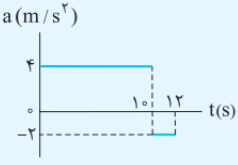

**روش اول:** سطح محصور بین نمودار سرعت B و محور t تا لحظهٔ $t=۱۲\,s$ برابر جابه‌جایی خواسته‌شده است:

$$S=|\Delta x_B|$$ مساحت ذوزنقهٔ رنگ‌شده:

$$=\frac{(۲۰+۱۲)\times ۱۲}{۲}=۱۹۲\,m$$

**روش دوم:** از رابطهٔ مستقل از شتاب داریم:

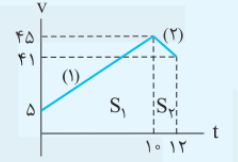
$$\Delta x_B=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t=\frac{-۲۰+(-۱۲)}{۲}\times ۱۲=-۱۹۲\,m \Rightarrow |\Delta x_B|=۱۹۲\,m$$




**نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که سرعتش در مبدأ زمان $+۵\,m/s$ است، به شکل مقابل می‌باشد، سرعت متوسط متحرک در این ۱۲ ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟** (ریاضی ۹۴)

۱) ۱۳/۵ ۲) ۱۴

۳) ۲۷ ۴) ۲۸




**گزینهٔ «۴»** **روش اول:** از روی نمودار $a-t$ داده‌شده، نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم:

$$v=at+v_۰ \Rightarrow \begin{cases}(۱)\ \text{معادلهٔ خط}: v=۴t+۵\\ \Rightarrow (t=۱۰\,s)\ \text{سرعت در}: v=۴(۱۰)+۵=۴۵\,m/s\\ (۲)\ \text{معادلهٔ خط}: v=-۲(t-۱۰)+۴۵\\ \Rightarrow (t=۱۲\,s)\ \text{سرعت در}: v=-۲(۱۲-۱۰)+۴۵=۴۱\,m/s\end{cases}$$

سطح زیر نمودار که از دو ذوزنقه تشکیل شده، برابر با جابه‌جایی متحرک در مدت ۱۲ s است.

$$\Delta x=S_۱+S_۲=\frac{(۵+۴۵)\times ۱۰}{۲}+\frac{(۴۵+۴۱)\times ۲}{۲}=۲۵۰+۸۶=۳۳۶\,m$$

$$\Rightarrow v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۳۳۶}{۱۲}=۲۸\,m/s$$

**روش دوم:** با استفاده از معادلات $x-t$ و $v-t$ در حرکت با شتاب ثابت، مجموع جابه‌جایی‌های متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t \Rightarrow \Delta x_۱=\frac{۱}{۲}(۴)(۱۰)^۲+۵\times ۱۰=۲۵۰\,m$$

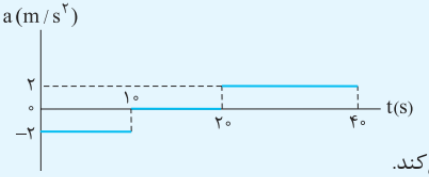
$$v=at+v_۰ \Rightarrow ۱۰\,s\ \text{سرعت در لحظهٔ}: v=۴(۱۰)+۵=۴۵\,m/s$$

$$\Delta x_۲=\frac{۱}{۲}(-۲)(۱۲-۱۰)^۲+۴۵(۱۲-۱۰)=۸۶\,m$$

$$\Rightarrow \Delta x_{\text{کل}}=\Delta x_۱+\Delta x_۲=۲۵۰+۸۶=۳۳۶\,m$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t}=\frac{۳۳۶}{۱۲}=۲۸\,m/s$$

**نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که از حال سکون روی محور x ها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در بازهٔ زمانی $t_1 = ۲۰\,s$ تا $t_2 = ۳۵\,s$، کدام مورد درست است؟** (تجربی ۹۴)



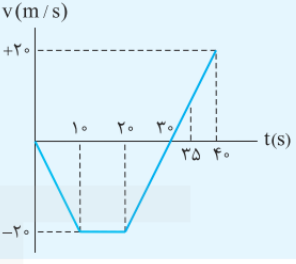

۱) حرکت تندشونده است.

۲) حرکت کندشونده است.

۳) جهت حرکت یک بار تغییر می‌کند.

۴) متحرک در جهت محور x ها حرکت می‌کند.

**گزینهٔ «۳»** چون تمام گزینه‌های داده‌شده به نحوی به سرعت و جهت آن مربوط می‌شوند، بهترین کار آن است که با توجه به نمودار $a-t$ داده‌شده، نمودار $v-t$ حرکت را رسم کنیم:




همان‌طور که از روی شکل پیدا است، در بازهٔ $t_1 = ۲۰\,s$ تا $t_2 = ۳۵\,s$، حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. (حذف ۱ و ۲).
متحرک یک بار در لحظهٔ $t = ۳۰\,s$ تغییر جهت می‌دهد (درست‌بودن ۳) و تا قبل از تغییر جهت، در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. (حذف ۴).

## فرمول‌های فصل

**الفبای حرکت در راستای خط راست**

تندی متوسط: $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$

سرعت متوسط: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

**شتاب**

شتاب متوسط: $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

**تندشونده، کندشونده**

$a.v > ۰ \Leftrightarrow$ حرکت تندشونده

$a.v < ۰ \Leftrightarrow$ حرکت کندشونده

**حرکت با سرعت ثابت**

معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت: $x = vt + x_۰$

تبدیل یکاهای سرعت: $km/h \underset{\times ۳/۶}{\overset{\div ۳/۶}{\rightleftarrows}} m/s$

**معادلات حرکت با شتاب ثابت**

معادلهٔ سرعت ـ زمان: $v = at + v_۰$

معادلهٔ مکان ـ زمان: $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$

معادلهٔ مستقل از زمان: $v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\,\Delta x$

معادلهٔ سرعت متوسط:

$$v_{av} = \frac{v_{\circ} + v}{۲}$$

معادلهٔ مستقل از شتاب:

$$\Delta x = \frac{v_{۱} + v_{۲}}{۲} \Delta t$$

- **جابه‌جایی در ثانیهٔ nاُم ـ t ثانیهٔ nاُم:**

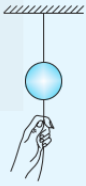
$$\Delta x_n = (n - ۰/۵)\, a + v_{\circ}$$

$$\Delta x_{t,n} = (n - ۰/۵) a t^{۲} + v_{\circ} t$$

| قانون اول نیوتون (لختی) | قانون دوم نیوتون | قانون سوم نیوتون (کنش و واکنش) |
|---|---|---|
| اجسام تمایل دارند وضعیت حرکت خود را حفظ کنند؛ یعنی اگر نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، آن جسم حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را روی خط راست حفظ می‌کند. $\vec{F}=0 \Leftrightarrow \Delta\vec{v}=0 \Leftrightarrow \vec{a}=0$ | اگر بر جسم نیروی خالصی وارد شود، جسم در جهت نیروی خالص وارد بر آن شتاب می‌گیرد و داریم: $\vec{F}_{net}=m\vec{a}$ (جرم جسم (kg)، شتاب ($m/s^2$)، نیروی خالص وارد بر جسم (N)) [1] | هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم نیز نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا ولی در جهت مخالف به جسم اول وارد می‌کند: $\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21} \Rightarrow F_{12}=F_{21}$ |

گاهی با مؤلفه‌های نیرو یا شتاب در راستاهای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ روبه‌رو می‌شویم. در این موارد باید قانون دوم نیوتون را برای هر راستا و به صورت مستقل بنویسیم: $F_x = ma_x \ , \ F_y = ma_y$

نیروهای کنش و واکنش همواره به دو جسم وارد می‌شوند و برایند ندارند.



**در شکل روبه‌رو، بار اول نخ را به آرامی پایین می‌کشیم و به تدریج این نیرو را افزایش می‌دهیم تا یکی از نخ‌ها پاره شود. بار دوم همین آزمایش را به این ترتیب تکرار می‌کنیم که نخ را به صورت ضربه‌ای در یک لحظه به پایین می‌کشیم تا یکی از نخ‌های دو طرف وزنه پاره شود. در مورد این آزمایش کدام درست است؟** (ریاضی ۹۱)

۱) در هر دو آزمایش نخ از قسمت پایین وزنه پاره می‌شود.

۲) در هر دو آزمایش نخ از قسمت بالای وزنه پاره می‌شود.

۳) در آزمایش اول نخ از بالای وزنه پاره می‌شود و در آزمایش دوم از پایین وزنه

۴) در آزمایش اول نخ از پایین وزنه پاره می‌شود و در آزمایش دوم از بالای وزنه

**گزینهٔ «۳»** اگر نیروی وارد بر وزنه را به آرامی زیاد کنیم، نخ از بالای وزنه پاره می‌شود؛ چون علاوه بر نیروی دست، نیروی وزن وزنه نیز به قسمت بالایی نخ وارد شده و بیشتربودن نیروی وارد بر این قسمت باعث پارگی زودتر آن می‌شود.

---

۱- از این پس، نیروی خالص $(\vec{F}_{net})$ را به خاطر سادگی با $\vec{F}$ نشان می‌دهیم.