در حالت دوم که نخ به صورت ضربه‌ای کشیده می‌شود، بنا بر قانون اول نیوتون وزنه می‌خواهد حالت سکون خود را حفظ کند (لختی) و همین باعث پاره‌شدن قسمت پایینی نخ می‌گردد.

سه نیرو، هم‌زمان بر وزنه‌ای به جرم ۵ kg اثر می‌کنند. اگر بردار نیروها در SI به صورت $\vec{F}_1 = ۲۰\vec{i} - ۵۰\vec{j}$، $\vec{F}_2 = ۱۰\vec{i} + ۲۰\vec{j}$ و $\vec{F}_3 = -۱۰\vec{j}$ باشند، بزرگی شتاب حاصل از این نیروها چند متر بر مربع ثانیه خواهد شد؟ (ریاضی خارج ۹۳ ـ مشابه ریاضی ۸۹)

۱) ۵ ۲) $۵\sqrt{۲}$ ۳) ۱۰ ۴) $۱۰\sqrt{۲}$

گزینهٔ «۳» **گام اول** قانون دوم نیوتون را دو بار و به صورت مستقل برای جهت‌های $\vec{i}$ و $\vec{j}$ می‌نویسیم:

$$F_x = F_{۱x} + F_{۲x} + F_{۳x} = ma_x \Rightarrow ۲۰ + ۱۰ + ۰ = ۵a_x \Rightarrow a_x = ۶\ m/s^۲$$

$$F_y = F_{۱y} + F_{۲y} + F_{۳y} = ma_y \Rightarrow -۵۰ + ۲۰ - ۱۰ = ۵a_y \Rightarrow a_y = -۸\ m/s^۲$$

گام دوم محاسبهٔ بزرگی شتاب:

$$a = \sqrt{a_x^۲ + a_y^۲} = ۱۰\ m/s^۲$$

ارتباط حرکت‌شناسی و دینامیک: شتاب (a) کمیت مشترک در دو مبحث حرکت‌شناسی و دینامیک است. پس اگر در مسئله‌ای دینامیکی صحبت از کمیت‌های حرکت‌شناسی بود، سریع بروید دنبال پیداکردن شتاب.

اتومبیلی به جرم ۴ تن با سرعت $۲۰\ m/s$ روی سطح افقی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. این اتومبیل در اثر ترمز با شتاب ثابت در مدت ۴ s متوقف می‌شود. نیروی ترمز چند نیوتون است؟ (تجربی ۸۱)

۱) ۲۰۰۰۰ ۲) ۱۰۰۰۰ ۳) ۸۰۰۰ ۴) ۴۰۰۰

گزینهٔ «۱» **گام اول** در ۴ ثانیه‌ای که اتومبیل متوقف می‌شود، سرعت اولیه‌اش $۲۰\ m/s$ و سرعت نهایی‌اش صفر است. پس می‌توانیم به کمک رابطهٔ $v = at + v_۰$، شتاب اتومبیل را هنگام ترمز حساب کنیم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = a \times ۴ + ۲۰ \Rightarrow a = -۵\ m/s^۲$$

گام دوم مقداری نیروی ترمز را می‌خواهیم، پس داریم:

$$|F| = |ma| \Rightarrow |F| = ۴۰۰۰ \times ۵ = ۲۰۰۰۰\ N$$

معرفی برخی از نیروهای خاص

نیروی وزن

نیروی وزن همواره به طرف مرکز زمین است و برای جسمی به جرم m از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\boxed{\vec{W} = m\vec{g}} \leftarrow \text{نیروی وزن}$$

g را شتاب جاذبه (گرانشی) می‌نامند.

گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۴۵ متری زمین رها می‌شود. این گلوله بعد از رسیدن به زمین ۰/۳ ثانیه طول می‌کشد تا سرعتش به صفر برسد. بزرگی نیروی متوسطی که در این ۰/۳ ثانیه به گلوله وارد می‌شود. چند برابر وزن گلوله است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$) *(ریاضی خارج ۹۶)*

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

گزینهٔ «۲»

تندی گلوله هنگام رسیدن به زمین: $v = \sqrt{۲gh} = \sqrt{۲ \times ۱۰ \times ۴۵} = ۳۰ m/s$

شتاب لحظهٔ برخورد تا توقف: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۳۰}{۰/۳} = -۱۰۰ m/s^۲$

نیروی وارد بر گلوله: $\frac{F}{W} = \frac{ma}{mg} = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱۰$

نیروی وزن:

نیروی مقاومت شاره ($\vec{F}_D$)

وقتی جسمی در شاره‌ای (مایع یا گاز) حرکت می‌کند، از طرف شاره نیرویی مخالف جهت حرکت بر آن وارد می‌شود. در بیشتر حرکت‌های اطراف ما، نیروی مقاومت هوا مخالف جهت حرکت جسم بر آن وارد می‌شود. هر چه مساحت سطح جلوی جسم و اندازهٔ سرعت آن بیشتر باشد، جسم در هر ثانیه با تعداد مولکول‌های هوای بیشتری برخورد می‌کند و نیروی مقاومت هوا بیشتر است.

کاربرد نیروی مقاومت هوا در حل مسئله را در نمونهٔ زیر ببینید:

نمونه در شکل مقابل، جسمی به جرم m در حال سقوط است.

نیروی وزن ($\vec{W}$) رو به پایین و نیروی مقاومت هوا ($\vec{f}_D$) در جهت مخالف (رو به بالا) بر آن وارد می‌شود.

$$W - f_D = ma$$

شتاب حرکت جسم

دو جسم کروی هم‌اندازه با جرم‌های متفاوت ($m_۲ > m_۱$) به طور هم‌زمان از بالای یک برج رها می‌شوند. اگر نیروی مقاومت هوای وارد بر هر کدام از آن‌ها در مسیر سقوط ثابت باشد، کدام عبارت صحیح است؟

۱) نیروی مقاومت هوای وارد بر آن‌ها متفاوت است.

۲) جرم $m_۲$ با تندی بیشتری به زمین برخورد می‌کند.

۳) هر دو کره با شتاب یکسانی سقوط می‌کنند.

۴) شتاب سقوط هر کره از رابطهٔ $a = g + \frac{f}{m}$ به دست می‌آید.

گزینهٔ «۲» هر دو جسم، شکل و حجم یکسانی دارند؛ پس نیروی مقاومت هوای وارد بر آن‌ها برابر است (حذف ۱).

مطابق شکل داریم:

$$mg - f_D = ma \Rightarrow a = \frac{mg - f_D}{m} = g - \frac{f_D}{m}$$ (حذف ۴)

بنابراین کره‌ای که جرم بیشتری دارد (m_2) با شتاب بزرگ‌تری سقوط می‌کند (حذف ۳). تندی برخورد با زمین از رابطهٔ $v = \sqrt{2ah}$ به دست می‌آید و از آن‌جایی که $a_1 < a_2$ است، پس $v_1 < v_2$.

جسمی از ارتفاع ۱۴متری زمین رها می‌شود و با تندی ۱۴ m/s به زمین برخورد می‌کند. اگر نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم برابر ۱۰/۵ N باشد، جرم جسم در SI کدام است؟ ($g = 10\ m/s^2$)

۱) ۰/۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۳/۵

گزینهٔ «۴» **گام اول** محاسبهٔ شتاب: در حضور مقاومت هوا، تندی جسم هنگام برخورد با زمین از رابطهٔ زیر به دست می‌آید. می‌توانیم با جای‌گذاری v و h، شتاب را به دست آوریم:

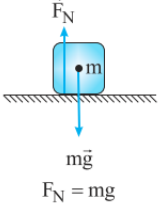
$$v = \sqrt{2ah} \Rightarrow 14 = \sqrt{2a \times 14} \Rightarrow 2a = 14 \Rightarrow a = 7\ m/s^2$$

گام دوم محاسبهٔ جرم جسم: با وجود مقاومت هوا، شتاب جسم سقوط‌کننده با رابطهٔ زیر تعیین می‌شود:

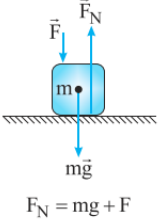
$$a = g - \frac{f}{m} \Rightarrow 7 = 10 - \frac{10/5}{m} \Rightarrow \frac{10/5}{m} = 3 \Rightarrow m = 3/5\ kg$$

نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) ($\vec{F}_N$)

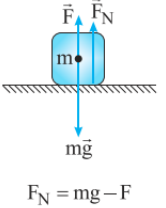
نیرویی از طرف سطح به طور عمود بر جسمی که با سطح در تماس است وارد می‌شود. به این نیرو، نیروی عمودی سطح ($\vec{F}_N$) می‌گوییم. اگر جسم در راستای عمود بر سطح جابه‌جا نشود، اندازهٔ این نیرو به گونه‌ای تعیین می‌شود که برایند نیروها در این راستا صفر شود. در شکل‌های زیر چند نمونه از نحوهٔ محاسبهٔ این نیرو را می‌بینید:



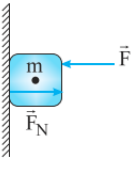
$F_N = mg$



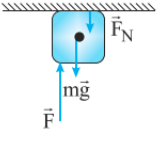
$F_N = mg + F$



$F_N = mg - F$



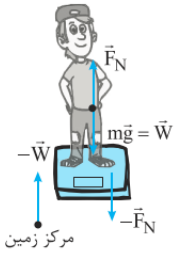
$F_N = F$



$F_N = F - mg$

محاسبهٔ نیروی عمودی سطح $(\vec{F}_N)$ در مسائل مربوط به نیروی اصطکاک کاربرد و اهمیت زیادی دارد.

نیروی عمودی سطح در آسانسور (مقایسهٔ وزن واقعی و آن‌چه نیروسنج در آسانسور نشان می‌دهد):



وقتی روی وزن‌سنج می‌ایستید، شما به وزن‌سنج نیروی $-F_N$ را وارد می‌کنید. در واقع وزن‌سنج نیروی عمودی تکیه‌گاه را اندازه می‌گیرد و نمایش می‌دهد. به همین دلیل اگر داخل آسانسور روی وزن‌سنج بایستید، هنگامی که آسانسور حرکت شتابدار (تندشونده یا کندشونده) دارد، وزن‌سنج، وزن واقعی شما را نشان نمی‌دهد. برای محاسبهٔ عددی که وزن‌سنج نشان می‌دهد (F_N) با یکی از سه حالت زیر روبه‌رو هستیم:

نوع حرکت	• حرکت تندشونده رو به بالا • حرکت کندشونده رو به پایین	• حرکت با سرعت ثابت (یکنواخت)	• حرکت کندشونده رو به بالا • حرکت تندشونده رو به پایین
رابطهٔ عدد نیروسنج در آسانسور	$F_N = m(g+a)$ ↓ شتاب آسانسور	$F_N = mg$	$F_N = m(g-a)$ ↓ شتاب آسانسور
مقایسهٔ عدد نیروسنج در آسانسور و وزن واقعی	$W < F_N$	$W = F_N$	$W > F_N$

شخصی به جرم ۸۰ kg درون آسانسوری قرار دارد. در لحظه‌ای که آسانسور با شتاب ثابت ۲ m/s^2 تندشونده رو به پایین حرکت می‌کند، نیرویی که از طرف شخص به آسانسور وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\ m/s^2)$ *(ریاضی ۹۳)*

۱) ۹۶۰ ۲) ۸۰۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۶۴۰

گزینهٔ «۴» نیرویی که از طرف شخص به آسانسور وارد می‌شود همان نیروی عمودی سطح است. چون حرکت تندشونده و رو به پایین است از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$F_N = m(g-a) = ۸۰(۱۰-۲) = ۶۴۰\ N$$

نیروی اصطکاک (f)

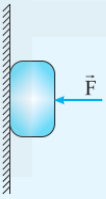
اصطکاک نیرویی است که در سطح تماس دو جسم ظاهر می‌شود و با لغزیدن آن‌ها روی هم مخالفت می‌کند. در جدول صفحهٔ بعد دو نوع اصطکاک (ایستایی و جنبشی) را بررسی کرده‌ایم:

اصطکاک ایستایی (f_s)	اصطکاک جنبشی (f_k)
تا وقتی دو جسم نسبت به هم ساکن‌اند، نیروی اصطکاک بین آن‌ها ایستایی است و با نیروی محرک (F) برابر است: $f_s = F$ هر چه نیروی محرک بیشتر شود، نیروی اصطکاک ایستایی نیز به همان اندازه بیشتر می‌شود.	وقتی دو جسم روی هم می‌لغزند، نیروی اصطکاک بین آن‌ها جنبشی بوده و اندازه‌اش ثابت است.
نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت: نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه ($f_{s,max}$) هنگامی است که جسم در آستانهٔ لغزیدن قرار می‌گیرد: $f_s \le f_{s,max} = \mu_s F_N$	$f_k = \mu_k F_N$ (نیروی عمودی سطح)
$\mu_s = \frac{f_{s,max}}{F_N}$ ضریب اصطکاک ایستایی	$\mu_k = \frac{f_k}{F_N}$ ضریب اصطکاک جنبشی

- نیروی اصطکاک همواره در راستای سطح تماس دو جسم است.
- ضریب اصطکاک کمیتی بدون یکا است و برای دو سطح مشخص، همواره داریم:

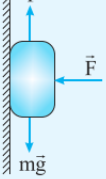
$$\mu_k < \mu_s \Rightarrow f_k < f_{s,max}$$

در شکل مقابل، جسم با نیروی افقی F_1 در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد و با نیروی افقی F_2 با سرعت ثابت به طرف پایین می‌لغزد. اگر نیروی اصطکاک در این دو حالت به ترتیب f_1 و f_2 باشد، کدام مورد درست است؟ ($\mu_s > \mu_k$) (ریاضی ۹۵)



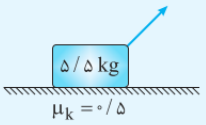
۱) $f_1 > f_2 \ ، \ F_1 > F_2$
۲) $f_1 > f_2 \ ، \ F_1 = F_2$
۳) $f_1 = f_2 \ ، \ F_1 < F_2$
۴) $f_1 = f_2 \ ، \ F_1 = F_2$

گزینهٔ «۳» در هر دو حالت، لغزش جسم به سمت پایین بدون شتاب است، پس نیروی خالص وارد بر آن صفر می‌باشد؛ در نتیجه: $f_1 = f_2$. در هر دو حالت، نیروی رو به پایین برابر mg است و داریم:

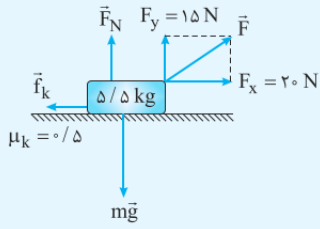


$$\left.\begin{array}{l} \text{حالت۱}\ mg = f_1 = f_s = \mu_s F_N = \mu_s F_1 \Rightarrow F_1 = \frac{mg}{\mu_s} \\ \text{حالت۲}\ mg = f_2 = f_k = \mu_k F_N = \mu_k F_2 \Rightarrow F_2 = \frac{mg}{\mu_k} \end{array}\right\} \xrightarrow{\mu_s > \mu_k} F_1 < F_2$$

در شکل مقابل، نیروی $\vec{F} = 20\vec{i} + 15\vec{j}$ به جسم وارد شده و جسم با سرعت ثابت در سطح افقی در حال حرکت است. اگر نیروی F بدون تغییر جهت ۲ برابر شود، نیروی اصطکاک جنبشی چند برابر می‌شود؟ ($g = 10\ m/s^2$) (تجربی خارج ۹۵ با تغییر)



۱) $\frac{3}{8}$
۲) $\frac{5}{8}$
۳) ۱
۴) ۲



گزینهٔ «۲» از ثابت‌بودن سرعت جسم می‌فهمیم که شتاب جسم صفر بوده و نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند.

بنابراین: $\Rightarrow f_{k_۱} = ۲۰\,N$

با دو برابرشدن نیروی F داریم:

$$F_{y_۲} = ۳۰\,N \Rightarrow F_{N_۲} = mg - F_{y_۲}$$
$$= ۵۵ - ۳۰ = ۲۵\,N$$
$$\Rightarrow f_{k_۲} = \mu_k F_{N_۲} = ۰/۵ \times ۲۵ = ۱۲/۵\,N$$
$$\Rightarrow \frac{f_{k_۲}}{f_{k_۱}} = \frac{۱۲/۵}{۲۰} = \frac{۵}{۸}$$

نیروی کشسانی فنر (F_e)

وقتی طول فنر نسبت به حالت عادی‌اش تغییر کند، نیروی کشسانی فنر ظاهر شده و تلاش می‌کند تا فنر را به طول عادی‌اش برگرداند (نیروی بازگرداننده).

تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی (m)

قانون هوک: $F_e = k\,x$ ← نیروی کشسانی فنر (N)

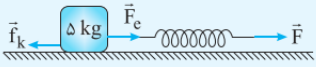
ثابت فنر (N/m)

اندازهٔ نیروی فنر در حالتی که به اندازهٔ x کشیده شده باشد با حالتی که به اندازهٔ x فشرده شده باشد، برابر است.

فنری با ثابت $۵۰\,N/m$ را به وزنه‌ای به جرم $۵\,kg$ بسته‌ایم و آن را با سرعت ثابت، روی یک سطح افقی می‌کشیم. اگر فنر در حالت کشش بوده و $۱۰\,cm$ افزایش طول پیدا کرده باشد، ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح چه‌قدر است؟ $(g = ۱۰\,m/s^۲)$ *(تجربی ۸۵)*

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

گزینهٔ «۱» ثابت‌بودن سرعت جسم یعنی نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند.

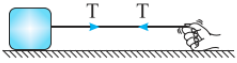


در راستای افقی نیروهای کشسانی فنر (F_e) و اصطکاک جنبشی (f_k) به جسم وارد می‌شوند و با هم متوازن‌اند:

$$F_e = f_k \Rightarrow kx = \mu_k mg \Rightarrow ۵۰ \times ۰/۱ = \mu_k \times ۵ \times ۱۰ \Rightarrow \mu_k = ۰/۱$$

نیروی کشش طناب (T)

در شکل مقابل، جعبه‌ای به وسیلهٔ یک طناب روی سطح افقی کشیده می‌شود.

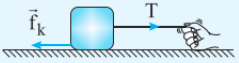


طناب فقط به عنوان رابط بین دو جسم عمل می‌کند و هر دو جسم (دست و جعبه) را با بزرگی نیروی یکسان T می‌کشد.

در شکل زیر، جسمی به جرم $7\ kg$ از حالت سکون با نیروی ثابت روی سطح افقی کشیده می‌شود. اگر بعد از $6\ s$، تندی جسم به $12\ m/s$ برسد، نیروی کشش طناب چند نیوتون است؟ $(g = 10\ m/s^2 ,\ \mu_k = 0/3)$

۱) ۱۴ ۲) ۲۱ ۳) ۳۵ ۴) ۷۰

گزینهٔ «۳» نیروهای افقی وارد بر جسم، در شکل مقابل رسم شده‌اند:



گام اول محاسبهٔ شتاب جسم: از آن‌جایی که جسم با نیروی ثابت کشیده می‌شود، حرکتش با شتاب ثابت است. از معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت استفاده می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 12 = a \times 6 + 0 \Rightarrow a = 2\ m/s^2$$

گام دوم محاسبهٔ نیروی خالص وارد بر جسم:

$$F_{net} = T - f_k = ma \Rightarrow F_{net} = 7 \times 2 = 14\ N$$

گام سوم محاسبهٔ نیروی اصطکاک (f_k):

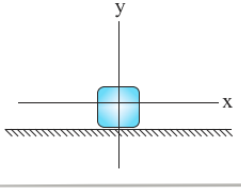
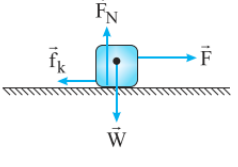
$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0/3 \times 7 \times 10 = 21\ N$$

گام چهارم محاسبهٔ نیروی کشش طناب (T):

$$T - f_k = 14 \Rightarrow T - 21 = 14 \Rightarrow T = 35\ N$$

استفاده از قانون‌های نیوتون دربارهٔ حرکت

در مسائل دینامیک، نیروهای وارد بر جسم موردنظرمان را مشخص کرده و قانون‌های نیوتون را برای آن به کار می‌بریم. نحوهٔ کار را در جدول زیر ببینید:

مراحل کار	نمونه
۱) مشخص‌کردن جسم موردنظر و رسم محورهای مختصات. محورهای مختصات را به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که یک محور در راستای حرکت احتمالی جسم باشد.	جسمی به جرم $100\ kg$ را با نیروی افقی $400\ N$ روی سطح می‌کشیم. می‌خواهیم شتاب جسم را به دست آوریم. $(g \simeq 10\ m/s^2 ,\ \mu_k = 0/3)$ 
۲) رسم نیروهای وارد بر جسم (دیاگرام نیرو)	

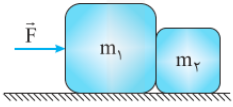
ادامهٔ جدول در صفحهٔ بعد

مراحل کار	نمونه
۳) محاسبهٔ تک‌تک نیروهای وارد بر جسم	$W = mg = ۱۰۰ \times ۱۰ = ۱۰۰۰\ N$ $F_N = W = ۱۰۰۰\ N, F = ۴۰۰\ N$ $f_k = \mu_k N = ۰/۳ \times ۱۰۰۰ = ۳۰۰\ N$
۴) نوشتن قانون اول یا دوم نیوتون ($\vec{F}_{\text{خالص}} = m\vec{a}$) در دو راستای x و y.	جسم در راستای y حرکتی ندارد؛ پس: $\sum F_y = ۰$ $\Rightarrow F_N - W = ۰ \Rightarrow a_y = ۰$ $\sum F_x = ma_x \Rightarrow F - f_k = ma_x$ $\Rightarrow ۴۰۰ - ۳۰۰ = ۱۰۰ a_x \Rightarrow a_x = ۱\ m/s^۲$

طبق گفتهٔ کتاب درسی، مسائل دو یا چند جسمی خارج از برنامه و اهداف کتاب درسی است؛ اما از آن‌جایی که برخی از مسائل دو یا چند جسمی را می‌توان با همان روش تک‌جسمی حل کرد، مسائلی از این دست را نیز در کتاب پوشش داده‌ایم.

اگر شتاب‌های حرکت چند جسم متصل به هم یکسان باشند، می‌توانیم مجموعهٔ آن‌ها را یک سامانه (با جرمی برابر مجموع جرم‌ها) در نظر گرفته و قانون دوم نیوتون را برای آن بنویسیم. برای درک بهتر این نکته نمونهٔ زیر را ببینید.

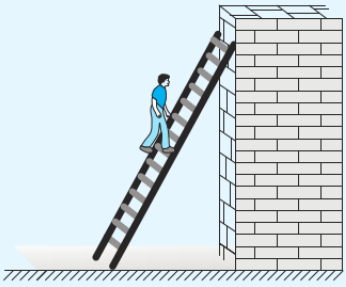
نمونه در شکل مقابل، نیروی $\vec{F}$ به مجموع دو جرم $m_۱$ و $m_۲$ وارد شده و به هر دوی آن‌ها شتاب a می‌دهد.



$$\vec{F} = (m_۱ + m_۲)\vec{a}$$

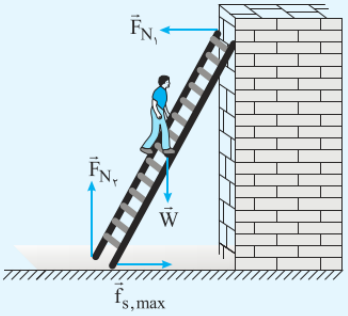
از طرف دیگر می‌توانیم قانون دوم نیوتون را برای هر یک از دو جسم نیز به طور جداگانه بنویسیم. مثلاً نیروی خالصی که به جسم $m_۲$ اثر می‌کند از رابطهٔ روبه‌رو قابل محاسبه است: $\vec{F}_۲ = m_۲\vec{a}$

در شکل مقابل، یک نردبام به دیوار بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. اگر شخصی به جرم ۶۰ kg روی نردبام قرار گیرد، نیروی ۳۴۰ N از طرف دیوار به نردبام وارد شده و نردبام در آستانهٔ لغزیدن قرار می‌گیرد. جرم نردبام در SI کدام است؟ ($\mu_s = ۰/۴$ ضریب اصطکاک بین زمین و پای نردبام و $g = ۱۰\ N/kg$)



۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۳۰ ۴) ۳۵

گزینهٔ «۲» نیروهای وارد بر نردبام در شکل زیر نشان داده شده‌اند. در آستانهٔ لغزیدن، نردبام هم‌چنان در هر دو راستای قائم و افقی در حال تعادل است و می‌توان نوشت:



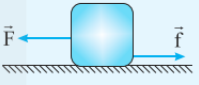
$$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \vec{W} + \vec{F}_{N_2} = 0$$
$$\Rightarrow F_{N_2} - W = 0 \Rightarrow F_{N_2} = w$$
$$\sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow \vec{F}_{N_1} + \vec{f}_{s,max} = 0$$
$$\Rightarrow F_{N_1} - f_{s,max} = 0 \Rightarrow F_{N_1} = f_{s,max}$$
$$= \mu_s F_{N_2} = \mu_s W \Rightarrow ۳۴۰ = ۰/۴W$$
$$\Rightarrow W = \frac{۳۴۰}{۰/۴} = ۸۵۰\,N$$

$$W = (m_{\text{شخص}} + m_{\text{نردبام}})g \Rightarrow ۸۵۰ = (۶۰ + m_{\text{نردبام}}) \times ۱۰ \Rightarrow m_{\text{نردبام}} = ۲۵\,kg$$

صندوقی در کف کامیونی قرار دارد و کامیون با سرعت $۱۵\,m/s$ در یک مسیر مستقیم و افقی در حرکت است و ضریب اصطکاک ایستایی صندوق با کف کامیون ۰/۲۵ است. این کامیون پس از ترمز مناسب، کوتاه‌ترین فاصله‌ای که می‌تواند طی کند و متوقف شود، بدون این‌که صندوق بلغزد چند متر است؟ $(g = ۱۰\,m/s^2)$ (تجربی خارج ۹۷ ـ مشابه ریاضی خارج ۹۶)

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

گزینهٔ «۴» **گام اول** به دست آوردن اندازهٔ شتاب:



برای این‌که صندوق نلغزد، باید نیروی ناشی از ترمز با نیروی ناشی از اصطکاک وارد بر آن برابر باشد:

$$F_{max} = f_{max} \Rightarrow ma = \mu_s F_N = \mu_s mg \Rightarrow a = \mu_s g = ۰/۲۵ \times ۱۰ = ۲/۵\,m/s^2$$

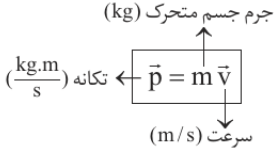
بنابراین هنگام ترمزکردن کامیون شتاب حرکت کامیون می‌بایست $-۲/۵\,m/s^2$ باشد.

گام دوم محاسبهٔ فاصلهٔ توقف: از معادلهٔ مستقل از زمان استفاده می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۲۲۵ = ۲ \times (-۲/۵) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = ۴۵\,m$$

تکانه

رابطهٔ اصلی تکانه را به صورت روبه‌رو تعریف می‌کنیم:



تکانه یک کمیت برداری است و برای محاسبهٔ تغییرات آن $(\Delta\vec{p})$ باید تغییرات سرعت را به صورت برداری $(\Delta\vec{v})$ در نظر بگیریم:

$$\Delta\vec{P} = m\Delta\vec{V}$$

در بعضی از سؤالات، برای محاسبهٔ تکانه باید ابتدا سرعت را با توجه به معادله‌های فصل حرکت به دست آوریم.

تکانه و انرژی جنبشی: با مقایسهٔ روابط تکانه و انرژی جنبشی می‌توانیم رابطه‌ای به دست آوریم که آن‌ها را به یکدیگر مربوط کند:

$$\left.\begin{array}{l} \text{اندازهٔ تکانه } p = mv \Rightarrow v = \dfrac{p}{m} \\ \text{انرژی جنبشی } K = \dfrac{1}{2}mv^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{K = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2}pv}$$

تکانه و نیرو: نیروی خالص متوسطی که بر یک جسم وارد می‌شود، با آهنگ تغییرات تکانهٔ آن جسم برابر است:

$$\boxed{\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}}$$

تغییر تکانهٔ یک جسم $(\Delta \vec{p})$ را می‌توان از سطح زیر نمودار نیرو ـ زمان به دست آورد.

معادلهٔ تکانهٔ جسمی به جرم ۰/۵ کیلوگرم در SI به صورت $p = t^2 - 10t + 20$ است. نیروی متوسط وارد بر جسم در بازهٔ $t_1 = 5\ s$ تا $t_2 = 7\ s$ چند نیوتون است؟ (تجربی خارج ۹۳)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینهٔ «۲»

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{t_2 - t_1} = \frac{(49 - 70 + 20) - (25 - 50 + 20)}{7 - 5} = \frac{4}{2} = 2\ N$$

انرژی جنبشی الکترونی ۱/۸ eV است. تکانهٔ آن در SI چه‌قدر است؟ (ریاضی خارج ۹۷)

$(m_e = 9 \times 10^{-31}\ kg\ ,\ e = 1/6 \times 10^{-19}\ C)$

۱) $3 \times 6 \times 10^{-25}$ ۲) $3/6 \times 10^{-26}$ ۳) $7/2 \times 10^{-25}$ ۴) $7/2 \times 10^{-26}$

گزینهٔ «۳»

تبدیل eV به ژول

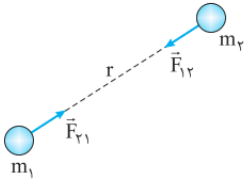
$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \overbrace{1/8 \times 1/6 \times 10^{-19}}^{\text{تبدیل eV به ژول}} = \frac{p_2}{2 \times 9 \times 10^{-31}}$$

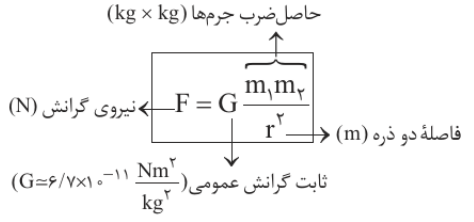
$$\Rightarrow p^2 = 18 \times 18 \times 16 \times 10^{-2} \times 10^{-19} \times 10^{-31} = (18)^2 \times 16 \times 10^{-52}$$

$$\xrightarrow{\sqrt{\ }} p = 18 \times 4 \times 10^{-26} = 7/2 \times 10^{-25}\ \frac{kg.m}{s}$$

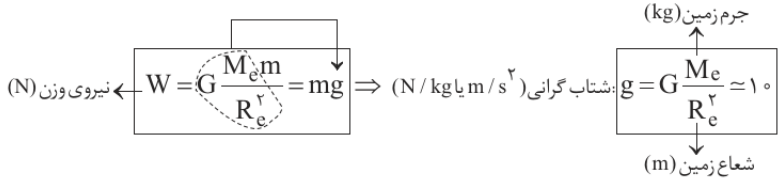
نیروی گرانش

قانون گرانش عمومی: هر دو ذره به جرم‌های m_1 و m_2 نیروی جاذبه‌ای به هم وارد می‌کنند که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow F_{12} = F_{21} = F$





وزن: نیروی وزن وارد بر جسمی روی سطح زمین، همان نیروی گرانش بین جسم و زمین است:



اگر جسم در ارتفاع h و دور از سطح زمین باشد، در رابطهٔ وزن به جای R_e باید از $r = R_e + h$ استفاده کنیم.

در ارتفاع h از سطح زمین داریم:

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

g': شتاب گرانش در ارتفاع h — g: شتاب گرانش در سطح زمین

فرض کنید سیاره‌ای باشد که شعاع آن نصف شعاع زمین و جرم آن $\frac{1}{4}$ جرم کرهٔ زمین باشد. شتاب گرانی در سطح آن سیاره، چند برابر شتاب گرانی در سطح کرهٔ زمین خواهد شد؟ *(ریاضی ۹۶)*

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) ۲

گزینهٔ «۳» شتاب گرانی در سطح هر سیاره از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$g = G\frac{M}{R^2}$$ (M: جرم سیاره، R: شعاع سیاره)

$$\frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{G\frac{M}{R^2}}{G\frac{M_e}{R_e^2}} = \left(\frac{M}{M_e}\right) \times \left(\frac{R_e}{R}\right)^2 = \frac{1}{4} \times (2)^2 = 1$$

فرمول‌های فصل

قوانین حرکت

قانون اول نیوتون (لختی)

قانون دوم نیوتون: $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$

قانون سوم نیوتون (کنش و واکنش): $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow F_{12} = F_{21}$

معرفی برخی از نیروهای خاص

نیروی وزن: $\vec{W} = m\vec{g}$

نیروی اصطکاک:

اصطکاک ایستایی بیشینه: $f_{s,max} = \mu_s F_N$

اصطکاک جنبشی: $f_k = \mu_k F_N$

نیروی کشسانی فنر: $F_e = kx$

تکانه: $\vec{p} = m\vec{v}$

تکانه و انرژی جنبشی: $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2}pv$

تکانه و نیرو (نیروی خالص متوسط بر حسب تکانه):

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

نیروی گرانش

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

شتاب گرانشی زمین:

$$g = G\frac{M_e}{R_e^2} \simeq 10\ m/s^2$$

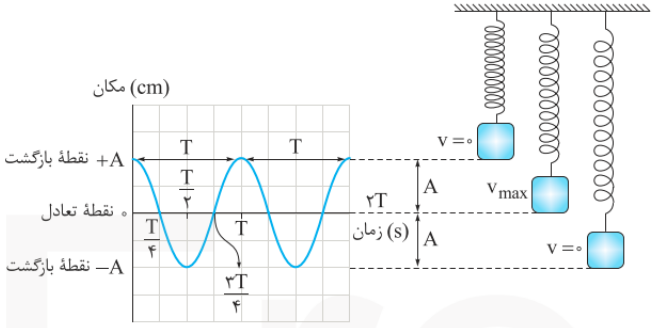
رابطهٔ نسبی شتاب گرانش در ارتفاع h :

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

آشنایی با حرکت هماهنگ ساده

به هر نوسان دوره‌ای که به شکل سینوسی تکرار شود، حرکت هماهنگ ساده می‌گوییم. نوسان سامانهٔ جرم ـ فنر نمونهٔ مشهوری از حرکت هماهنگ ساده است.

در شکل زیر، نوسان یک جسم متصل به فنر و نمودار مکان ـ زمان مربوط به آن را نشان داده‌ایم. به این شکل و کمیت‌هایی که در آن مشخص شده‌اند، خوب دقت کنید:



دامنه (A): بیشترین فاصلهٔ جسم از نقطهٔ تعادل.

دورهٔ تناوب (T): مدت‌زمان یک نوسان کامل (= فاصلهٔ زمانی بین دو قله در نمودار مکان ـ زمان).

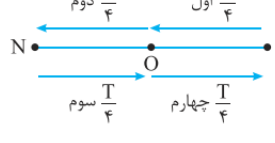
بسامد (فرکانس) (f): تعداد نوسان‌ها در یک ثانیه.

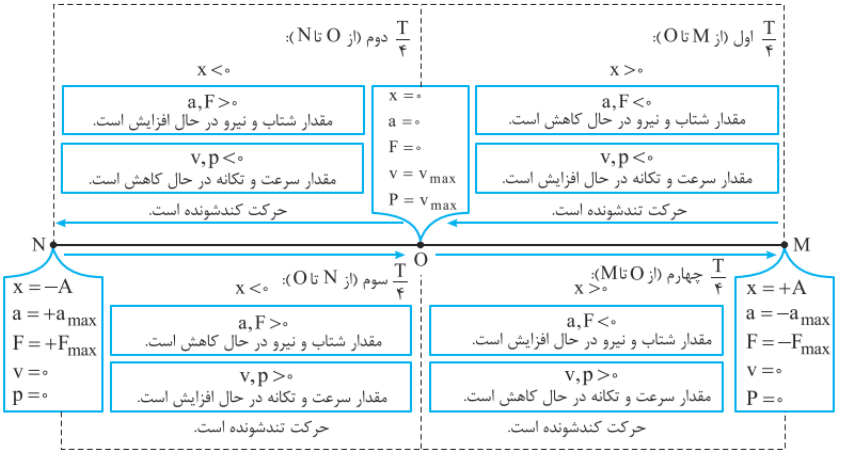
$$\text{بسامد } (\text{Hz یا } s^{-1}) \leftarrow \boxed{f = \frac{1}{T}} \rightarrow \text{دورهٔ تناوب (s)}$$

بسامد زاویه‌ای (ω):

$$\text{بسامد زاویه‌ای } (\text{rad}/\text{s}) \leftarrow \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}$$

مطابق شکل زیر یک دورهٔ تناوب نوسانگری را که از انتهای مسیر شروع به حرکت کرده است به چهارتا $\frac{T}{4}$ تقسیم می‌کنیم و بعد می‌بینیم که در هر $\frac{T}{4}$، مکان (جابه‌جایی از وضع تعادل)، سرعت، تکانه، شتاب و نیرو چه‌طور تغییر می‌کنند و در هر مرحله نوع حرکت نوسانگر چیست. همهٔ این‌ها را در شکل صفحهٔ بعد آورده‌ایم: (M و N نقطه‌های بازگشت و O وضع تعادل است.)





هر وقت نوسانگر در حال نزدیک‌شدن به مبدأ است، تندی‌اش در حال افزایش و نوع حرکتش تندشونده است (*معلومه دیگه چون در مبدأ، تندی بیشینه است و هر وقت نوسانگر به سمت مبدأ بیاد تندیش زیاد می‌شه.*) و هر وقت در حال دورشدن از مبدأ است، تندی‌اش در حال کاهش، حرکتش کندشونده است.

تعریف‌ها و رابطه‌های بالا برای هر حرکت هماهنگ ساده‌ای برقرار است؛ اما برای نوسان سامانهٔ جرم ـ فنر، علاوه بر آن‌ها از دو رابطهٔ زیر نیز می‌توانیم استفاده کنیم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \begin{matrix} \rightarrow \text{جرم جسم } (kg) \\ \rightarrow \text{ثابت فنر } (N/m) \end{matrix} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده

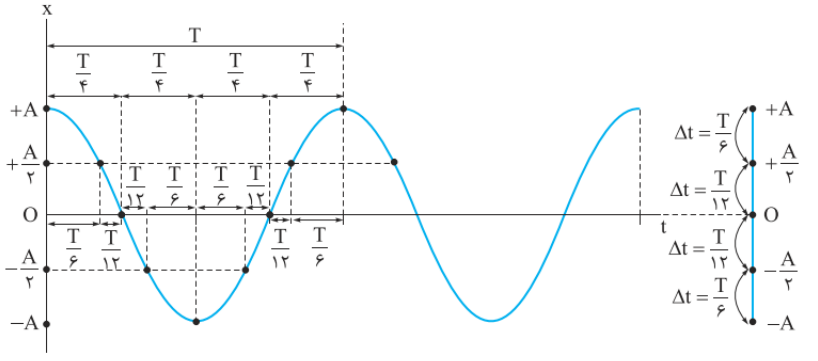
شکل کلی معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده به صورت زیر است:

$$x(t) = A\cos(\omega t)$$

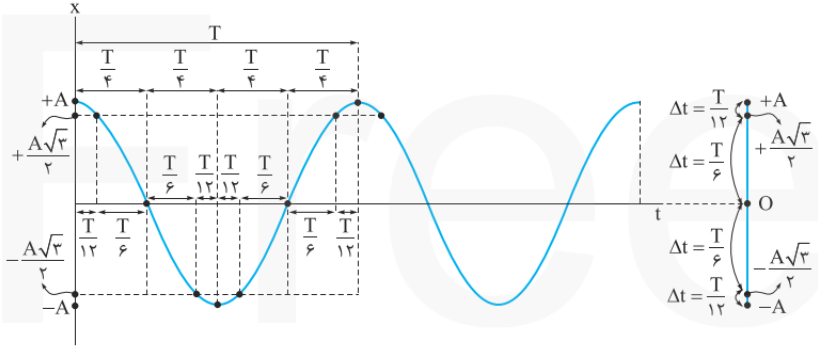
- $x(t)$: مکان نوسانگر در لحظهٔ t
- A: بسامد زاویه‌ای
- ω: دامنه
- t: زمان

بازه‌های زمانی معروف در نمودار مکان ـ زمان حرکت نوسانی ساده: مکان‌های $\pm\frac{A}{2}$ و $\pm\frac{A\sqrt{3}}{2}$ و $\pm\frac{A\sqrt{2}}{2}$ مکان‌های معروفی بر روی پاره‌خط نوسانی هستند. در شکل‌های صفحهٔ بعد زمان جابه‌جایی بین این نقطه‌ها، مبدأ و نقطه‌های بازگشت را نشان داده‌ایم:

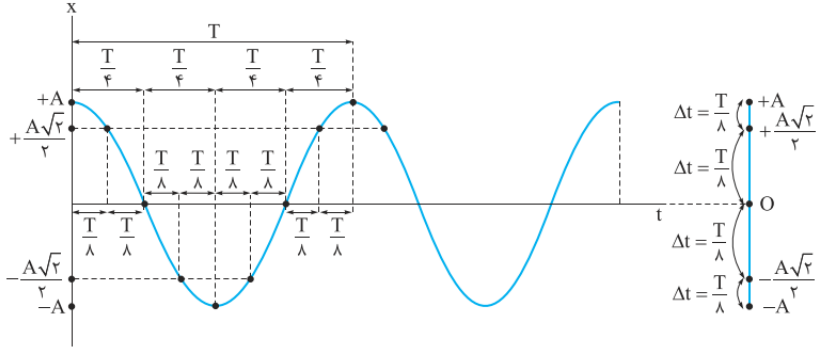
الف حدفاصل $\pm\frac{A}{۲}$ تا مبدأ یا انتهای مسیر:



ب حدفاصل $\pm\frac{A\sqrt{۳}}{۲}$ تا مبدأ یا انتهای مسیر:



پ حدفاصل $\pm\frac{A\sqrt{۲}}{۲}$ تا مبدأ یا انتهای مسیر:



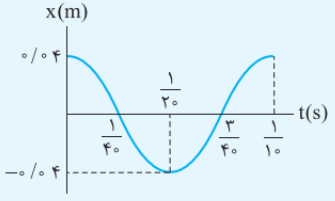
ب یک نوسانگر، پس از گذشت یک دورهٔ تناوب در مکان اولیه‌اش قرار دارد: $x(t) = x(t+T)$

با دانستن مکان نوسانگر جرم ـ فنر (x)، می‌توانیم نیروی فنر وارد بر جسم را از رابطهٔ قانون هوک $(F = kx)$ به دست آوریم.

معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = ۰/۰۴\cos ۲۰\pi t$ است. در بازهٔ زمانی بین $t = ۰$ تا $t = \frac{۱}{۲۴}\,s$، چند ثانیه سرعت و شتاب متحرک هم‌جهت‌اند؟ (تجربی خارج ۹۲ با تغییر)

۱) $\frac{۱}{۳۰}$ ۲) $\frac{۱}{۴۰}$ ۳) $\frac{۱}{۶۰}$ ۴) $\frac{۱}{۱۲۰}$

گزینهٔ «۲» شکل مقابل، نمودار مکان ـ زمان معادلهٔ داده‌شده است:



$$\omega = ۲۰\pi = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{۱}{۱۰}\,s$$

از آن‌جایی که $t = \frac{۱}{۲۴}\,s < \frac{T}{۲} = \frac{۱}{۲۰}\,s$، توجه خود را به نیم‌دورهٔ اول جلب می‌کنیم. از $t = ۰$ تا $t = \frac{۱}{۴۰}\,s$ متحرک در مکان مثبت بوده (شتاب منفی) و به سمت نقطهٔ تعادل $(x = ۰)$ حرکت می‌کند (سرعت منفی).

از $t = \frac{۱}{۴۰}\,s$ تا $t = \frac{۱}{۲۰}\,s$، مکان منفی است (شتاب مثبت) و متحرک در جهت منفی از نقطهٔ تعادل دور می‌شود (سرعت منفی).

در مکان‌های مثبت، نیرو (و در نتیجه شتاب نوسانگر) به سمت منفی و در مکان‌های منفی، نیرو و شتاب به سمت مثبت است.

در یک حرکت هماهنگ ساده دامنهٔ نوسان ۵ سانتی‌متر و اندازهٔ شتاب در ۲ سانتی‌متری وضع تعادل $۸\pi^۲$ سانتی‌متر بر مربع ثانیه است. فاصلهٔ نوسانگر در لحظهٔ $t = ۰/۵\,s$ از نقطهٔ تعادل چند سانتی‌متر است؟ (ریاضی خارج ۹۱ با تغییر)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

گزینهٔ «۴» **گام اول** محاسبهٔ ω: از ترکیب قانون هوک و قانون دوم نیوتون داریم:

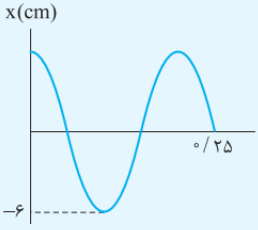
$$F = kx = ma \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{a}{x} = \frac{۸\pi^۲}{۲} = ۴\pi^۲ \xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}} \omega = \sqrt{۴\pi^۲} = ۲\pi$$

چون صورت و مخرج برحسب cm بود، تبدیل واحد نکردیم.

گام دوم نوشتن معادلهٔ مکان ـ زمان و پیداکردن مکان نوسانگر در لحظهٔ $t = ۰/۵\,s$:

$$x(t) = A\cos\omega t \Rightarrow x(t) = ۰/۰۵\cos ۲\pi t \xrightarrow{t=۰/۵\,s} x = ۰/۰۵\cos\pi$$
$$\Rightarrow x = -۰/۰۵\,m \Rightarrow |x| = ۵\,cm$$

۸ نمودار مکان ـ زمان نوسانگری مطابق شکل مقابل است. اندازهٔ شتاب نوسانگر در لحظهٔ $t = ۰/۱\,s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $۳\pi^۲$ ۲) $۶\pi^۲$

۳) $۳۰\pi^۲$ ۴) $۶۰\pi^۲$

= گزینهٔ «۲»

گام اول پیداکردن T: از روی نمودار پیداست که $\frac{T}{۴} = ۰/۲۵\,s$ بنابراین: $T = ۰/۲\,s$.

گام دوم نوشتن معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر و پیداکردن مکان نوسانگر در لحظهٔ $t = ۰/۱\,s$:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰/۲} = ۱۰\pi$$

$$x(t) = A\cos\omega t \Rightarrow x(t) = ۰/۰۶\cos ۱۰\pi t$$

$$\xrightarrow{t=۰/۱\,s} x = ۰/۰۶\cos\pi = -۰/۰۶\,m$$

گام سوم محاسبهٔ شتاب: با ترکیب قانون دوم نیوتون و قانون هوک داریم:

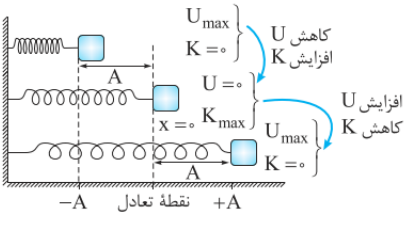
$$F = kx = ma \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{a}{x} \xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}} \omega^۲ = \frac{a}{x} \Rightarrow ۱۰۰\pi^۲ = \frac{a}{۰/۰۶}$$

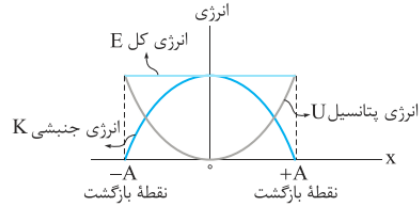
$$\Rightarrow a = ۶\pi^۲\,m/s^۲$$

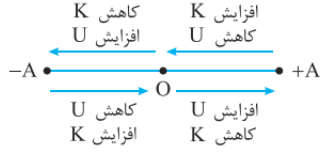
انرژی در حرکت هماهنگ ساده

به عنوان نمونه‌ای از حرکت هماهنگ ساده و بدون اتلاف انرژی، می‌توانیم سامانهٔ جرم ـ فنری را در نظر بگیریم که روی سطحی بدون اصطکاک نوسان می‌کند. در این نوسان، انرژی‌های پتانسیل کشسانی (U) و جنبشی (K) دائماً در حال تبدیل به یکدیگرند؛ اما از آن‌جایی که اتلاف انرژی نداریم، انرژی مکانیکی سامانه $(E = U + K)$ پایسته می‌ماند.

در شکل‌ها و نمودار زیر، نیم دوره از نوسان جرم ـ فنر را از نظر انرژی بررسی کرده‌ایم:







دامنه (m)

انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم ـ فنر (J) ← $E = \frac{1}{2} k A^2$

ثابت فنر (N/m)

$$\xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \xrightarrow{\omega = 2\pi f} E = 2\pi^2 m A^2 f^2$$

$\Rightarrow$ انرژی مکانیکی برای هر حرکت هماهنگ ساده[1]: $\boxed{E = 2m\pi^2 A^2 f^2}$

تندی بیشینه در حرکت هماهنگ ساده: $\boxed{v_{max} = A\omega}$

معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0/04\cos 10\pi t$ است. اگر جرم نوسانگر ۲۰۰ گرم باشد، انرژی مکانیکی آن در SI، کدام است؟ ($\pi^2 = 10$) (ریاضی ۹۲ با تغییر)

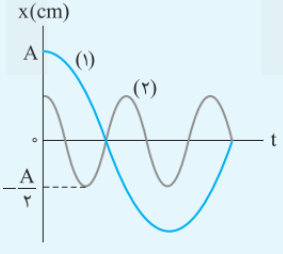
۱) ۰/۰۴ ۲) ۰/۱۶ ۳) ۴۰ ۴) ۱۶۰

گزینهٔ «۲» در محاسبات صفحهٔ قبل دیدیم که: $E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$

از معادلهٔ داده‌شده داریم: $\omega = 10\pi\ ,\ A = 0/04$

در نتیجه: $E = \frac{1}{2} \times 0/2 \times (10\pi)^2 \times (0/04)^2 = 0/16\ J$

نمودار مکان ـ زمان دو حرکت هماهنگ ساده مطابق شکل مقابل است. بیشینهٔ سرعت نوسانگر (۱) چند برابر بیشینهٔ سرعت نوسانگر (۲) است؟ (تجربی خارج ۹۳ با تغییر)



۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۶

گزینهٔ «۲»

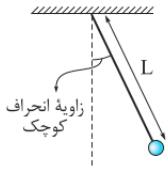
$$\frac{v_{max(1)}}{v_{max(2)}} = \frac{A_1\omega_1}{A_2\omega_2} = \frac{A}{\frac{A}{2}} \times \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

برای محاسبهٔ $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ از نمودار کمک می‌گیریم. از روی نمودار پیداست که:

$$\frac{3}{\cancel{4}} T_1 = \frac{9}{\cancel{4}} T_2 \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{v_{max(1)}}{v_{max(2)}} = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

۱- شاید این‌طوری راحت‌تر حفظش کنین: انرژی مکانیکی نوسانگر = دو اِم (پاف)^2

آونگ ساده



شکل مقابل، یک آونگ ساده را نشان می‌دهد. نوسان این آونگ نمونهٔ دیگری از حرکت هماهنگ ساده است. دورهٔ تناوب آونگ ساده فقط به شتاب گرانشی (g) و طول آونگ (L) بستگی دارد و از جرم و دامنه مستقل است.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

دورهٔ تناوب آونگ ساده ←

$L \rightarrow$ طول آونگ (m)

$g \rightarrow$ شتاب گرانشی (m/s^2)

آونگ ساده‌ای به طول یک متر، در محلی که شتاب گرانش زمین در SI برابر $g = \pi^2$ است، نوساناتی کم‌دامنه انجام می‌دهد. گلولهٔ این آونگ در هر دقیقه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟ *(ریاضی ۹۱)*

۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۱۲۰

گزینهٔ «۱»

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\ s$$

آونگ در هر ۲ s یک نوسان کامل می‌کند؛ بنابراین:

$$\frac{1\ min}{2\ s} = \frac{60\ s}{2\ s} = 30$$

تشدید

بسامد طبیعی (f_0): وقتی نوسانگری بر اثر انحراف از وضع تعادل شروع به نوسان می‌کند، بسامد معینی دارد که به آن بسامد طبیعی می‌گوییم.

نمونه بسامد طبیعی سامانهٔ جرم ـ فنر:

$$f_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

نمونه بسامد طبیعی آونگ ساده:

$$f_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

بسامد نوسان واداشته (f_d): اگر به نوسانگری یک نیروی خارجی وارد شود، با بسامد دیگری نوسان می‌کند. به این بسامد جدید، بسامد نوسان واداشته می‌گوییم.

تشدید: اگر برای نوسانگری بسامد طبیعی و بسامد نوسان واداشته برابر شوند ($f_0 = f_d$)، پدیدهٔ تشدید رخ می‌دهد. در اثر این پدیده:

- اتلاف انرژی بر اثر اصطکاک و مقاومت هوا جبران شده و از میراشدن نوسان جلوگیری می‌شود.
- دامنهٔ نوسان‌ها بزرگ‌تر و بزرگ‌تر شده و به یک حد بیشینه می‌رسد. گاهی نوسانگر نمی‌تواند زیادشدن دامنه را تحمل کند و خرابی به بار می‌آید.

هر چند تشدید در بسامد مشخصی رخ می‌دهد، اما دامنهٔ نوسان در نزدیکی این بسامد نیز بزرگ است.

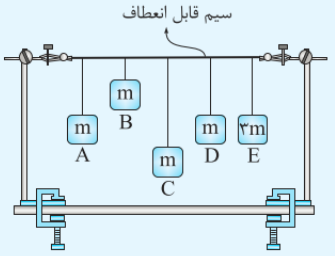
در شکل زیر، آونگ A را به نوسان درمی‌آوریم. کدام جملهٔ زیر درست نیست؟

۱) همهٔ آونگ‌های به نوسان درمی‌آیند.

۲) آونگ‌های D و E بسامد یکسان خواهند داشت و تفاوت جرم آن‌ها تأثیری در این زمینه ندارد.

۳) پدیدهٔ تشدید فقط در آونگ D اتفاق می‌افتد چون طول و جرم یکسانی نسبت به A دارد.

۴) هر چه طول آونگی به آونگ A نزدیک‌تر باشد، دامنهٔ نوسان آن آونگ بزرگ‌تر از بقیه خواهد بود.



گزینهٔ «۳» جرم تأثیری در بسامد و پدیدهٔ تشدید ندارد. هر دو آونگ D و E با بسامد یکسانی دچار تشدید می‌شوند.

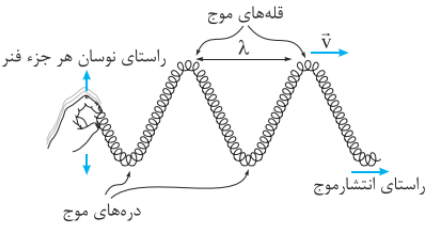
انواع موج و مشخصه‌های کلی آن‌ها

انواع موج (از نظر منشأ و محیط انتشار)

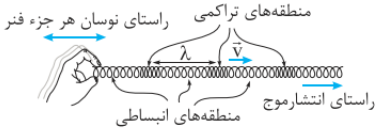
- **موج‌های مکانیکی**: برای انتشار، به یک محیط مادی نیاز دارند. مانند، موج‌های روی سطح آب و موج‌های صوتی
- **موج‌های الکترومغناطیسی**: از نوسان میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به وجود می‌آیند و برای انتشار، نیازمند محیط مادی نیستند. مانند: نور مرئی، موج‌های رادیویی و تلویزیونی و ... .

انواع موج (از نظر راستای نوسان و راستای انتشار)

- **موج عرضی**: راستای نوسان هر جزء آن عمود بر راستای انتشار است. مانند: امواج الکترومغناطیسی و امواج روی سطح آب.
- **موج طولی**: راستای نوسان هر جزء آن، در راستای انتشار است. مانند: صوت.



یک موج عرضی



یک موج طولی

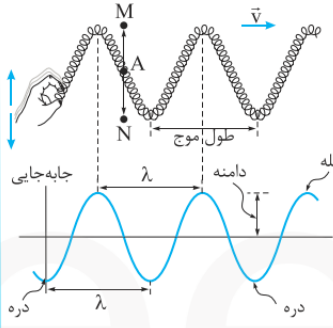
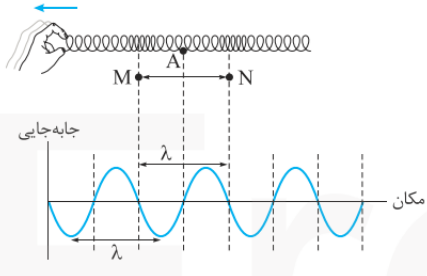
به موج‌های عرضی و طولی بالا، موج‌های **پیش‌رونده** می‌گوییم. در موج‌های پیش‌رونده، موج از نقطه‌ای به نقطهٔ دیگر حرکت کرده و فقط انرژی را با خود منتقل می‌کند.

ماده توسط موج منتقل نمی‌شود.

طول موج (λ): فاصلهٔ بین دو قلهٔ متوالی (یا دو تراکم متوالی در موج طولی) را طول موج می‌نامیم. این فاصله برابر مسافتی است که موج در زمان یک دورهٔ تناوب (T) می‌پیماید.

مشخصه‌های دیگر موج: برای ایجاد موج، نیازمند یک چشمهٔ نوسانی هستیم. مشخصات این چشمهٔ نوسانگر (از قبیل دورهٔ تناوب T و بسامد f) به اجزای محیط در اطراف چشمه منتقل می‌شود و آن‌ها نیز با همان مشخصات نوسان می‌کنند؛ یعنی مشخصه‌های موج، همان مشخصه‌های چشمهٔ نوسانگر است.

مشخصه‌های موج‌های عرضی و طولی

موج عرضی	موج طولی
	
نمونه‌ای از موج عرضی در فنر و مدل سینوسی برای این موج	نمونه‌ای از موج طولی در فنر و نمودار جابه‌جایی ـ مکان برای این موج

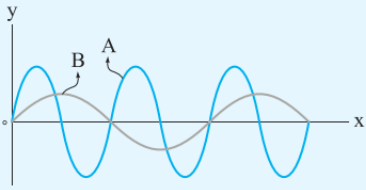
در یک موج، هر جزئی از محیط (مثلاً در شکل‌های جدول صفحهٔ قبل: فنر، محیط انتشار موج و نقطهٔ A جزئی از این محیط است)، در زمان یک دورهٔ تناوب (T) یک نوسان کامل انجام می‌دهد و در این مدت، موج به اندازهٔ یک طول موج (λ) پیش می‌رود.

با پیش رفتن موج، ماده جابه‌جا نمی‌شود (مثلاً در شکل‌های جدول صفحهٔ قبل، نقطهٔ A بین نقاط M و N حرکت رفت و برگشتی دارد و همراه موج جلو نمی‌رود.)

برای همهٔ انواع امواج مکانیکی، در یک موج سینوسی، مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی (توان متوسط) با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) متناسب است.

رابطهٔ طول موج (λ) با تندی انتشار موج (v) و دوره (T): از آن‌جایی که حرکت موج در یک محیط یکنواخت است. اگر در فرمول $x = vt$ به جای t مدت زمان یک دوره (T) را قرار دهیم. x برابر طول موج (λ) می‌شود:

$$\lambda = vT \Rightarrow \text{تندی انتشار موج (m/s)}: \boxed{v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f}$$



مطابق شکل مقابل، دو موج مکانیکی A و B در یک محیط منتشر می‌شوند. دوره و سرعت انتشار موج A به ترتیب چند برابر دوره و سرعت انتشار موج B است؟ (تجربی خارج ۹۷)

۱) ۲ و ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ و ۱ ۳) ۲ و $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$ و ۲

گزینهٔ «۲» از روی شکل واضح است که $\lambda_A = \frac{\lambda_B}{۲}$ است. از طرفی سرعت انتشار به محیط وابسته است و چون محیط انتشار یکسان است، پس $v_A = v_B$ است. از طرفی داریم:

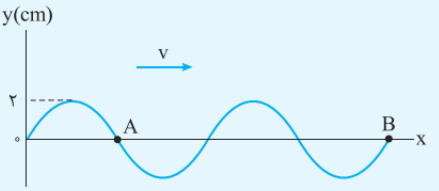
$$\lambda = v.T \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{T_A}{T_B} = \frac{۱}{۲}$$

دو موج مکانیکی A و B در یک محیط کشسان منتشر می‌شوند. اگر بسامد موج A، ۴ برابر بسامد موج B باشد، طول موج و سرعت انتشار موج A چند برابر طول موج و سرعت انتشار موج B است؟ (به ترتیب از راست به چپ) (تجربی ۹۵)

۱) $\frac{۱}{۴}$ و ۱ ۲) $\frac{۱}{۴}$ و ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ و ۱ ۴) $\frac{۱}{۲}$ و ۲

گزینهٔ «۱» دو موج در یک محیط منتشر می‌شوند و سرعت انتشار موج، تنها به ویژگی‌های فیزیکی محیط انتشار بستگی دارد؛ پس سرعت انتشار دو موج یکسان است $(v_A = v_B)$؛ اما برای محاسبهٔ نسبت طول موج‌ها می‌توان نوشت:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{v_A}{v_B} \times \frac{f_B}{f_A} \xrightarrow[(f_A = ۴f_B)]{(v_A = v_B)} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = ۱ \times \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{۱}{۴}$$



نقش موجی در یک محیط انتشار در یک لحظه مطابق شکل مقابل است. اگر ذرهٔ A در هر ثانیه ۱۲۰ نوسان کامل انجام دهد. چند ثانیه طول می‌کشد تا موج از A به B برسد؟ (ریاضی خارج ۹۴ ـ مشابه ریاضی ۹۲)

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۸۰}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۹۰}$

گزینهٔ «۲» از روی نمودار پیداست که فاصلهٔ A تا B برابر $۳\frac{\lambda}{۲}$ است. موج در هر دوره (T) یک طول موج (λ) را می‌پیماید؛ پس زمان لازم برای رسیدن از A به B برابر $۳\frac{T}{۲}$ است.

$$f = ۱۲۰\,Hz \Rightarrow T = \frac{۱}{f} = \frac{۱}{۱۲۰}\,s \Rightarrow \frac{۳T}{۲} = \frac{۳}{۲۴۰} = \frac{۱}{۸۰}\,s$$

دربارهٔ تندی انتشار موج‌های مکانیکی

تندی انتشار موج‌های مکانیکی به جنس و ویژگی‌های محیط انتشار بستگی دارد.

بسامد (f) از ویژگی‌های منبع نوسان و تندی از ویژگی‌های محیط انتشار موج است. بنابراین طبق فرمول $\lambda = \frac{v}{f}$، طول موج، هم به ویژگی‌های منبع نوسان و هم به ویژگی‌های محیط انتشار وابسته است.

برای امواج مکانیکی، تندی انتشار امواج طولی در یک محیط جامد بیشتر از تندی انتشار امواج عرضی در همان محیط است: در یک محیط جامد $\rightarrow v_{\text{طولی}} > v_{\text{عرضی}}$

امواج لرزه‌ای: موج‌های مکانیکی‌ای هستند که از لایه‌های زمین عبور می‌کنند.

انواع امواج لرزه‌ای:
- امواج اولیه P (تندی در حدود $v_P \simeq 8\ km/s$)
- امواج ثانویه S (تندی در حدود $v_S \simeq 4/5\ km/s$)

$$\Delta x = \frac{v_P v_S}{v_P - v_S}\Delta t$$

Δt: بازهٔ زمانی بین دریافت اولین موج P و اولین موج S

Δx: فاصلهٔ محل زمین‌لرزه تا لرزه‌نگار

یک لرزه‌نگار اولین امواج دریافتی از یک زمین‌لرزه را در ساعت ۵ و ۱۲ دقیقهٔ صبح دریافت می‌کند. اولین موج ثانویه در ساعت ۵ و ۱۴ دقیقهٔ صبح دریافت می‌شود. مکان وقوع زلزله، تقریباً در چند کیلومتری دستگاه لرزه‌نگار است؟ ($v_P = 8\ km/s$ ، $v_S = 4/5\ km/s$)

۱) ۱۲ ۲) ۳۶۷ ۳) ۱۲۳۴ ۴) ۱۹۰۰

گزینهٔ «۳» اولین امواج دریافتی از نوع P (اولیه) است. ۲ دقیقه بعد، اولین موج S (ثانویه) دریافت می‌شود:

$$\Delta x = \frac{v_P v_S}{v_P - v_S}\Delta t = \frac{8 \times 4/5}{8 - 4/5} \times (2 \times 60) \simeq 1234\ km$$

رابطهٔ تندی انتشار موج عرضی در تار یا فنر:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

v: تندی انتشار موج عرضی در تار یا فنر (m/s)

F: نیروی کشش (N)

μ: چگالی خطی جرم (kg/m)

$$\mu = \frac{m}{L}$$

m: جرم تار یا فنر (kg)

L: طول تار یا فنر (m)

اگر در مسئله‌ای با چگالی و سطح مقطع یک تار (یا طناب) روبه‌رو شدیم، می‌توانیم رابطهٔ بالا را به صورت زیر بنویسیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

A: سطح مقطع تار (m^2)

ρ: چگالی تار (kg/m^3)

سیمی به طول یک متر و جرم ۴ گرم بین دو نقطهٔ ثابت بسته شده است. اگر نیروی کشش سیم ۱۰ نیوتون باشد، سرعت انتقال امواج عرضی در آن چند متر بر ثانیه است؟ (ریاضی خارج ۹۰)

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

گزینهٔ «۴» **گام اول** محاسبهٔ μ:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{۴\times۱۰^{-۳}}{۱} = ۴\times۱۰^{-۳}\ kg/m$$

گام دوم محاسبهٔ v:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{۱۰}{۴\times۱۰^{-۳}}} = \sqrt{\frac{۱۰^{۴}}{۴}} = \frac{۱۰۰}{۲} = ۵۰\ m/s$$

موج عرضی در یک سیم که قطر مقطع آن ۲ میلی‌متر و چگالی آن $۸\ g/cm^{۳}$ است ایجاد کرده‌ایم. معادلهٔ مکان ـ زمان یک نقطه روی سیم به شکل $x = \frac{\pi}{۳}\cos ۳۰t$ است. اگر طول موج چهار برابر دامنه باشد، کشش سیم چند نیوتون است؟ $(\pi = ۳)$ (ریاضی ۹۵ با تغییر ـ مشابه ریاضی خارج ۹۴ ـ مشابه تجربی ۹۱)

۱) ۴/۸ ۲) ۹۶ ۳) ۹/۶ ۴) ۴۸

گزینهٔ «۳» **گام اول** محاسبهٔ سرعت موج: از معادلهٔ مکان ـ زمان نوسان داده‌شده می‌توانیم ω و A را به دست آوریم:

$$\omega = ۳۰\ rad/s \Rightarrow \omega = ۲\pi f \Rightarrow f = \frac{۳۰}{۲\pi} = \frac{۱۵}{\pi}\ Hz$$

$$A = \frac{\pi}{۳}\ m \xrightarrow{\lambda = ۴A} \lambda = \frac{۴\pi}{۳}\ m \Rightarrow v = \lambda f = \frac{۴\pi}{۳}\times\frac{۱۵}{\pi} = ۲۰\ m/s$$

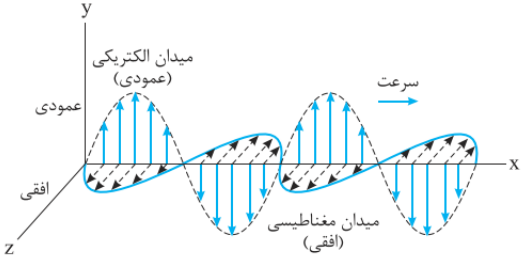
گام دوم اکنون از رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ استفاده می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow v^{۲} = \frac{F}{\rho A} \Rightarrow F = \rho A v^{۲}$$

$$\xrightarrow[(r=\frac{d}{۲}=\frac{۲}{۲}\times۱۰^{-۳})]{(A=\pi r^{۲})} F = ۸۰۰۰\times\pi(\frac{۲}{۲})^{۲}\times۱۰^{-۶}\times۲۰^{۲} \xrightarrow{(\pi=۳)} F = ۹/۶\ N$$

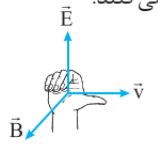
امواج الکترومغناطیسی

امواج الکترومغناطیسی از رابطهٔ متقابل میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به وجود می‌آیند. هر تغییری در یک میدان الکتریکی، یک میدان مغناطیسی متغیر ایجاد می‌کند و این میدان مغناطیسی متغیر، خود یک میدان الکتریکی متغیر به وجود می‌آورد. امواج الکترومغناطیسی برای انتشار به محیط مادی نیاز ندارند و انرژی را به صورت انرژی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منتقل می‌کنند. تصویر مقابل، قسمتی از یک موج الکترومغناطیسی است:



بر اساس تصویر می‌توانیم نکات زیر را برای امواج الکترومغناطیسی بیان کنیم:

- موج الکترومغناطیسی یک موج عرضی است؛ زیرا جهت نوسان‌ها بر راستای انتشار عمودند.
- میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هم بر یکدیگر و هم بر جهت حرکت موج عمود هستند.
- میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با بسامد یکسان و همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند.
- جهت انتشار موج الکترومغناطیسی، با قاعدهٔ دست راست و به صورت شکل مقابل به دست می‌آید:



رابطهٔ تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلأ:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 3 \times 10^8 \ m/s$$

تراوایی مغناطیسی خلأ: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \ \frac{T.m}{A}$

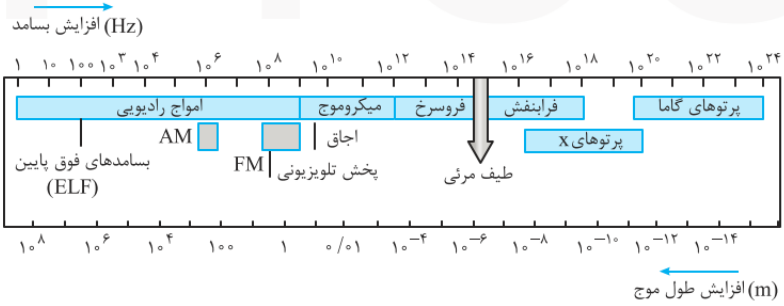
ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ: $\varepsilon_0 = 8/85 \times 10^{-12} \ \frac{C^2}{N.m^2}$

مقدار c در رابطهٔ بالا برابر تندی انتشار نور در خلأ است و نشان می‌دهد که نور، یک موج الکترومغناطیسی است.

در مورد تندی امواج الکترومغناطیسی در خلأ داریم: $v = \lambda f \xrightarrow{v=c} c = \lambda f$

طیف امواج الکترومغناطیسی

طیف امواج الکترومغناطیسی یک طیف پیوسته است که برحسب بسامد، از امواج رادیویی (با بسامد کم و طول موج زیاد) شروع شده و تا پرتوهای گاما (با بسامد زیاد و طول موج کم) ادامه می‌یابد.



نور مرئی قسمتی از طیف امواج الکترومغناطیسی است که گسترهٔ طول موجی آن، از حدود ۳۸۰ nm برای نور فرابنفش تا حدود ۷۵۰ nm برای نور قرمز است.

در باند AM، بسامد یک موج رادیویی ۱۲۰۰ کیلوهرتز است. طول موج آن چند متر است؟ $(c = 3 \times 10^8 \ m/s)$

(ریاضی خارج ۹۱)

۱) ۲/۵ ۲) ۴ ۳) ۲۵۰ ۴) ۴۰۰

$$c = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^{8}}{1200\times10^{3}} = 2/5\times10^{2} = 250\ m$$

گزینهٔ «۳»

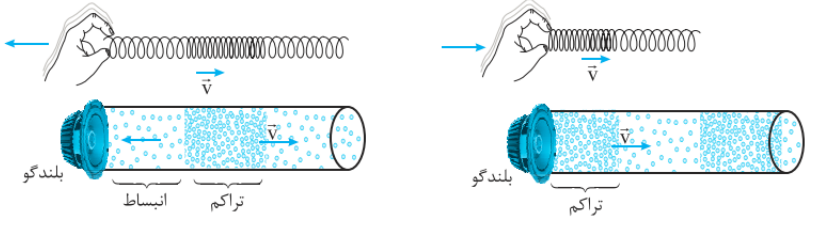
طول موج یک متر تا یک کیلومتر، مربوط به کدام محدودهٔ موج‌های الکترومغناطیسی است؟

۱) فروسرخ ۲) فرابنفش ۳) نور مرئی ۴) رادیویی *(تجربی ۹۲)*

گزینهٔ «۴» تصویر طیف امواج الکترومغناطیسی را در صفحهٔ قبل ببینید.

موج صوتی

صوت یک موج مکانیکی طولی است. تصاویر زیر، شباهت صوت با یک موج طولی در فنر را نشان می‌دهند:



تندی انتشار صوت: صوت نیز مانند هر موج دیگری با تندی $v = \lambda f$ در محیط منتشر می‌شود؛ اما برای صوت باید دو نکتهٔ زیر را هم بدانیم:

- معمولاً تندی صوت در جامدها بیشتر از مایع‌ها و در مایع‌ها بیشتر از گازها است:

$$v_{\text{جامد}}\ \text{صوت} > v_{\text{مایع}}\ \text{صوت} > v_{\text{گاز}}\ \text{صوت}$$

- تندی صوت علاوه بر جنس محیط به دما نیز بستگی دارد. با افزایش دما تندی صوت نیز افزایش می‌یابد.

شدت و تراز شدت صوت

شدت یک موج صوتی (I)، برابر با آهنگ متوسط انرژی‌ای است که توسط موج، عمود بر راستای انتشار صوت، به واحد سطح می‌رسد یا از آن عبور می‌کند:

$$I = \frac{\bar{P}}{A}$$

$\bar{P}$: آهنگ متوسط انتقال انرژی (W)

A: مساحت سطحی که صوت با آن برخورد می‌کند (m^2)

I: شدت صوت (وات بر متر مربع W/m^2)

معمولاً به جای شدت صوت از تراز شدت صوت (تراز صوتی) استفاده می‌کنیم:

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

I: شدت صوت

$I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$: شدت مرجع

β: تراز شدت صوت (دسی‌بل dB)

- شدت مرجع (I_0) نزدیک به حد پایین گسترهٔ شنوایی انسان است. صوتی با شدت $I = I_0$، تراز شدت صوتی برابر $0\ dB$، دارد.
- اگر با تغییر فاصله از چشمهٔ صوت، شدت صوتی از I_1 به I_2 تغییر کند، تغییر تراز شدت صوت (برحسب دسی‌بل) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = 10\log\frac{I_2}{I_1} = 10\log\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 20\log\frac{r_1}{r_2}$$

r_1: فاصلهٔ اولیه از چشمهٔ صوت

r_2: فاصلهٔ ثانویه از چشمهٔ صوت

برای حل تست‌های تراز شدت صوت لازم است چند رابطهٔ لگاریتم را در ذهن داشته باشیم:

$$\log A = x \Rightarrow A = 10^x \qquad \log A^n = n \log A$$

$$\log(AB) = \log A + \log B \qquad \log\left(\frac{A}{B}\right) = \log A - \log B$$

ادراک شنوایی

هر موج صوتی که شکل سینوسی داشته باشد، را تُنِ موسیقی (تُن) می‌نامیم. با شنیدن هر تُن دو ویژگی را درک می‌کنیم:

۱ ارتفاع: بسامدی که گوش درک می‌کند.

۲ بلندی: شدتی که گوش از صوت درک می‌کند.

بلندی با شدت متفاوت است. بلندی به احساس ما از صوت برمی‌گردد در حالی که شدت را می‌توان با آشکارساز اندازه گرفت.

گوش انسان قادر به شنیدن تُن صداهای $20\ Hz$ تا $20000\ Hz$ است؛ اما بیشترین حساسیت آن در گسترهٔ بسامدی $2000\ Hz$ تا $5000\ Hz$ است.

تراز شدت صوتی ۱۵ دسی‌بل است. شدت این صوت چند برابر شدت صوت مبنا است؟ $(\log 2 = 0/3)$

(تجربی ۹۳ ـ مشابه تجربی خارج ۹۱ و ۹۲ ـ مشابه ریاضی ۹۰)

۱) ۵۰ ۲) ۳۰ ۳) ۳۲ ۴) ۲۴

گزینهٔ «۳»

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 15\ dB \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 1/5 = 5 \times 0/3$$

$$\Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 5 \log 2 = \log 2^5 = \log 32 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 32$$

صفحهٔ حساسی به مساحت $3\ cm^2$ بر راستای انتشار صوت عمود است و در مدت ۵ ثانیه، $1/5 \times 10^{-11}\ J$ انرژی صوتی به صفحه می‌رسد. شدت صوت در سطح این صفحه چند میکروواط بر متر مربع است؟

(تجربی ۹۵)

۱) $2/5 \times 10^{-8}$ ۲) 10^{-8} ۳) ۰/۰۱ ۴) ۰/۲۵

گزینهٔ «۳» کافی است از رابطهٔ شدت صوت استفاده کنیم:

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow I = \frac{E}{At} \Rightarrow I = \frac{1/5 \times 10^{-11}}{3 \times 10^{-4} \times 5} \Rightarrow I = 10^{-8}\ W/m^2$$

$$\Rightarrow I = 10^{-2}\ \mu W/m^2 \Rightarrow I = 0/01\ \mu W/m^2$$

اختلاف تراز شدت دو صوت برابر با ۳ دسی‌بل است. شدت صوت قوی‌تر چند برابر شدت صوت ضعیف‌تر است؟ $(\log 2 = 0/3)$

(تجربی خارج ۹۷)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۲۰ ۴) ۳۰

گزینهٔ «۱» از رابطهٔ تراز شدت نسبی دو صوت استفاده می‌کنیم:

$$\beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰\log(\frac{I_۲}{I_۱}) \xrightarrow{(\beta_۲ - \beta_۱ = ۳\ dB)} ۳ = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱} \Rightarrow ۰/۳ = \log\frac{I_۲}{I_۱}$$

$$\Rightarrow \log ۲ = \log\frac{I_۲}{I_۱} \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱} = ۲$$

اگر دامنهٔ چشمهٔ صوتی را ۴ برابر کنیم، برای یک شنوندهٔ معین، تراز شدت صوت ۱/۳ برابر می‌شود. در این حالت تراز شدت صوت برای آن شنونده به چند دسی‌بل می‌رسد؟ $(\log ۲ = ۰/۳)$

(ریاضی ۹۵ ـ مشابه ریاضی خارج ۹۵)

۱) ۱۲ ۲) ۳۲ ۳) ۴۰ ۴) ۵۲

گزینهٔ «۴» از رابطهٔ تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\beta_۱ = ۱۰\log\frac{I_۱}{I_۰} \quad , \quad \beta_۲ = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۰} \Rightarrow \beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}$$

شدت صوت با مجذور دامنهٔ چشمه متناسب است، پس داریم:

$$I \propto \frac{A^۲f^۲}{r^۲} \xrightarrow[(r_۲ = r_۱)]{(f_۲ = f_۱)} \frac{I_۲}{I_۱} = (\frac{A_۲}{A_۱})^۲ \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱} = ۱۶$$

$$\beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱} \xrightarrow[(I_۲ = ۱۶I_۱)]{(\beta_۲ = ۱/۳\beta_۱)} ۱/۳\beta_۱ - \beta_۱ = ۱۰\log ۱۶$$

$$\Rightarrow ۰/۳\beta_۱ = ۱۰\log ۲^۴ \Rightarrow ۰/۳\beta_۱ = ۴۰\log ۲ \Rightarrow ۰/۳\beta_۱ = ۴۰ \times ۰/۳$$

$$\Rightarrow \beta_۱ = ۴۰\ dB \Rightarrow \beta_۲ = ۱/۳\beta_۱ = ۱/۳ \times ۴۰ = ۵۲\ dB$$

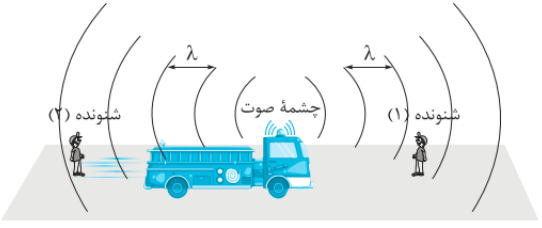
اثر دوپلر

وقتی چشمهٔ موج یا ناظر نسبت به یکدیگر در حال حرکت باشند، بسامدی که توسط ناظر دریافت می‌شود با بسامدی که منبع تولید می‌کند متفاوت است (اثر دوپلر).

اثر دوپلر برای امواج صوتی

الف) بررسی طول موج:

اگر مانند شکل (الف) چشمهٔ صوت ساکن باشد، فاصلهٔ جبهه‌های موج صوتی از هم، در جلو و عقب ماشین یکسان است. یعنی طول موجی که شنونده‌ها در جلو و عقب چشمه دریافت می‌کنند برابر طول موج چشمه است.

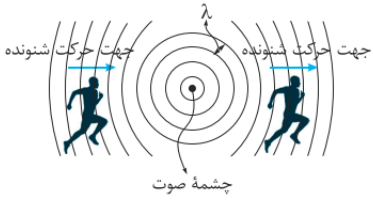


شکل (الف)

با حرکت چشمه، فاصلهٔ جبهه‌های موج در جلوی چشمه کم‌تر از پشت آن خواهد شد. شنوندهٔ جلوی چشمه، طول موج کوتاه‌تری نسبت به حالت ساکن دریافت می‌کند. شنوندهٔ پشت چشمه، طول موج بلندتری را نسبت به حالت ساکن دریافت می‌کند.

شکل (ب)

ب) بررسی بسامد:

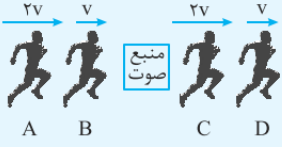


شنونده‌ای که به چشمه نزدیک می‌شود، در زمان کوتاه‌تری با جبهه‌های بیشتری برخورد می‌کند؛ یعنی بسامد صوت دریافتی برای آن افزایش می‌یابد.

شنونده‌ای که از چشمه دور می‌شود، در زمان یکسان، با جبهه‌های موج صوتی کم‌تر برخورد می‌کند؛ یعنی بسامد صوت دریافتی برای آن کاهش می‌یابد.

به طور کلی می‌توانیم بگوییم هر وقت شنونده و چشمهٔ صوت به هم نزدیک شوند، بسامدی که شنونده دریافت می‌کند از بسامد چشمه بیشتر و هر وقت شنونده و چشمه از هم دور شوند، بسامدی که شنونده می‌شنود کم‌تر از بسامد چشمه است.

در شکل زیر، شنونده‌های A و B به ترتیب با سرعت‌های ۲v و v در حال نزدیک‌شدن به منبع و شنونده‌های C و D با سرعت‌های ۲v و v در حال دورشدن از منبع صوت هستند. کدام گزینه دربارهٔ بسامد صوتی دریافتی توسط این افراد صحیح است؟



۱) $f_C = f_D < f_A = f_B$

۲) $f_D < f_B < f_C < f_A$

۳) $f_B = f_D < f_A = f_B$

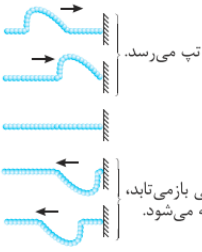
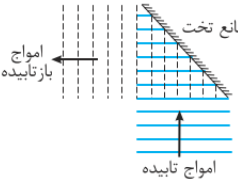
۴) $f_C < f_D < f_B < f_A$

گزینهٔ «۴» طبق اثر دوپلر شنونده‌هایی که به منبع نزدیک می‌شوند، بسامد بیشتری نسبت به بسامد منبع صوت دریافت می‌کنند. شنونده‌ای که سرعت بیشتری دارد، در زمان کوتاه‌تری با جبهه‌های بیشتری برخورد کرده و بسامد بالاتری دریافت می‌کند؛ پس: $f_B < f_A$

در هنگام دورشدن، بسامد دریافتی از بسامد منبع کم‌تر است و هر چه شنونده با سرعت بیشتری دور شود، بسامد کم‌تری دریافت می‌کند؛ پس: $f_C < f_D < f_B < f_A$

بازتاب موج

وقتی موج (مکانیکی و الکترومغناطیسی) به مانعی برخورد کند، بازتابیده می‌شود. انواع بازتاب و نمونه‌های آن را در جدول بالای صفحهٔ بعد ببینید:

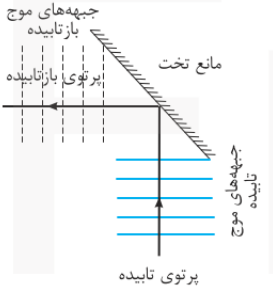
بازتاب در یک بُعد	**نمونه** بازتاب یک تپ عرضی در طنابی که انتهایش به یک تکیه‌گاه بسته شده است. 
بازتاب در دو و سه بُعد	**نمونه۱** بازتاب امواج روی سطح آب از یک مانع تخت. **نمونه۲** بازتاب نور از سطح یک آینه نمونه‌ای از این نوع بازتاب است. 

علت وارونه‌شدن موج در بازتاب یک‌بُعدی، قانون سوم نیوتون است. وقتی تپ به تکیه‌گاه می‌رسد، نیرویی به آن وارد می‌کند و طبق قانون سوم نیوتون، تکیه‌گاه نیز نیرویی برابر و در جهت مخالف به طناب وارد می‌نماید.

در امواج دو یا سه بُعدی، موج تابیده و بازتابیده را می‌توانیم به دو صورت:

الف) جبهه‌های موج تابیده و بازتابیده

ب) پرتوی تابیده و بازتابیده نشان دهیم. (شکل روبه‌رو)

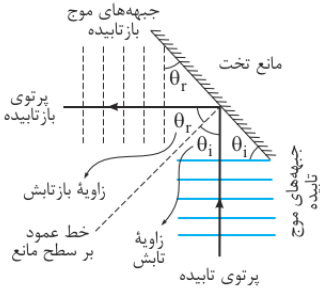


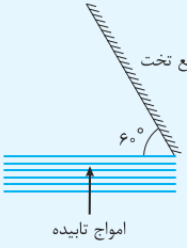
زاویهٔ تابش (θ_i)، زاویهٔ بازتابش (θ_r):

	زاویهٔ تابش (θ_i)	زاویهٔ بازتابش (θ_r)
روش رسم جبهه‌های موج	زاویهٔ بین جبههٔ موج تابیده و سطح مانع	زاویهٔ بین جبههٔ موج بازتابیده و سطح مانع
روش رسم پرتو	زاویهٔ بین پرتو تابیده و خط عمود بر سطح مانع	زاویهٔ بین پرتو بازتابیده و خط عمود بر سطح مانع

قانون بازتاب عمومی: برای هر وضعیت مانع و همهٔ انواع موج، همواره زاویهٔ تابش (θ_i) با زاویهٔ بازتابش (θ_r) برابر است ($\theta_i = \theta_r$).

زاویهٔ تابش (θ_i)، زاویهٔ بازتابش (θ_r) و خط عمود بر سطح مانع در شکل مقابل نشان داده شده است.



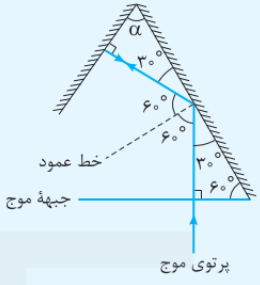


در شکل مقابل، زاویهٔ بین هر جبههٔ موج و مانع تخت، 60° است. مانع تخت دیگری را با چه زاویه‌ای نسبت به مانع تخت اولیه قرار دهیم تا موج تابیده در نهایت روی خودش بازتاب شود؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۵

۳) ۶۰ ۴) ۹۰

گزینهٔ «۳» برای راحتی، به جای رسم جبهه‌های موج، پرتوی موج (عمود بر جبهه‌ها) و یک جبهه را رسم می‌کنیم تا بتوانیم زوایای خواسته‌شده را به دست آوریم:



همان‌طور که در شکل پیدا است، $\theta_i = 60^\circ$.

ادامهٔ پرتوی بازتاب را براساس قانون بازتاب عمومی $(\theta_i = \theta_r)$ رسم کرده‌ایم. بر این اساس، برای این‌که در نهایت موج روی خودش بازتابیده شود، باید پرتوی موج به صورت عمود $(\theta_i = 0)$ به مانع دوم برخورد کند. بنابراین طبق شکل، قابل محاسبه است که $\alpha = 60^\circ$.

پژواک

به بازتاب صوتی که به گوش شنونده برسد، پژواک می‌گویند. برای این‌که گوش انسان بتواند پژواک را از صوت مستقیم اولیه تشخیص دهد، پژواک باید حداقل با تأخیر $0/1\ s$ نسبت به صوت مستقیم به گوش برسد.

در مسائل پژواک از فرمول $x = vt$ استفاده می‌کنیم، معمولاً v تندی صوت در محیط، t تأخیر زمانی و x فاصلهٔ طی‌شده توسط صوت در یک رفت و برگشت است.

مکان‌یابی پژواکی: تعیین مکان یک جسم براساس امواج صوتی بازتابیده از آن.

کاربردهایی از مکان‌یابی پژواکی: خفاش، وال عنبر، سونوگرافی، دستگاه سونار در کشتی (برای مکان‌یابی اجسام زیر آب).

فرض کنید در حالی که پشت یک بلندگوی دستی در حال صحبت هستید، از فاصلهٔ دور به یک دیوار سنگی بلند نزدیک می‌شوید. از چه فاصله‌ای تا دیوار، صدای پژواک برای شما قابل تشخیص نیست؟ (تندی صوت در هوا برابر $340\ m/s$ و فاصله‌ها برحسب متر هستند.)

۱) ۱۷ ۲) ۳۴ ۳) ۱۷۰ ۴) ۳۴۰

گزینهٔ «۱» برای آن‌که صدای پژواک قابل تشخیص باشد، حداقل تأخیر زمانی در دریافت بازتاب صدا باید $0/1\ s$ باشد. کل مسافتی که صوت طی می‌کند، دو برابر فاصلهٔ شخص تا دیوار است (رفت و برگشت). بنابراین می‌توان نوشت: کمینهٔ فاصلهٔ شخص تا دیوار $\rightarrow$

$$v = \frac{x}{t} = \frac{2L}{t}$$

$$\Rightarrow 2L = vt \Rightarrow L = \frac{vt}{2} = \frac{340 \times 0/1}{2} = 17\ m$$

بازتابش نور مرئی

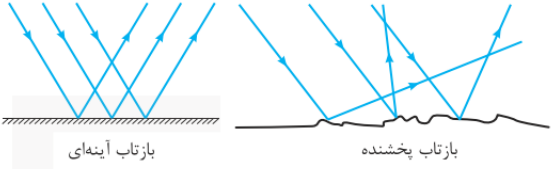
هر نور مرئی یک موج الکترومغناطیسی است که مانند بقیهٔ امواج از قانون بازتاب عمومی امواج $(\theta_i = \theta_r)$ پیروی می‌کند.

با توجه به این مطلب و مقداری استفاده از هندسه می‌توانیم مسائل مربوط به بازتابش نور مرئی را حل کنیم.

انواع بازتابش نور:
- آینه‌ای (منظم): بازتابش از سطح بسیار هموار
- پخشنده (نامنظم): بازتابش از سطح ناهموار

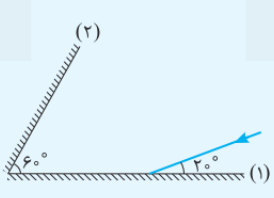
منظور از سطح ناهموار سطحی است که ناهمواری‌های روی آن از دید میکروسکوپی بزرگ‌تر از طول موج نور باشد.

در بازتاب آینه‌ای، بازتابش یک دسته پرتوی موازی فقط در یک جهت خواهد بود، اما در بازتاب پخشنده، بازتابش یک دسته پرتو را می‌توان در جهت‌های مختلف مشاهده کرد.



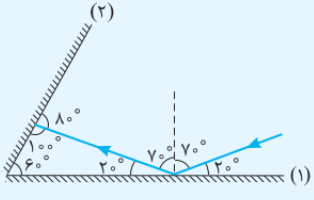
در حل مسائل آینه‌های متقاطع نکتهٔ هندسی زیر کاربرد دارد:
مجموع زوایای داخلی مثلث 180° است.

مطابق شکل مقابل، پرتو نوری با سطح آینهٔ تخت (۱) زاویهٔ 20° می‌سازد. این پرتو، در اولین برخورد به آینهٔ (۲) با سطح آن آینه زاویهٔ چند درجه می‌سازد؟ *(تجربی خارج ۹۳ ـ مشابه ریاضی ۸۷)*



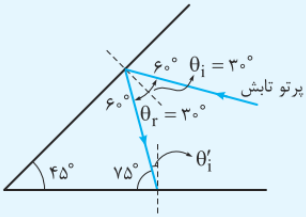
۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۷۰ ۴) ۸۰

گزینهٔ «۴» با استفاده از قوانین بازتاب، ادامهٔ پرتو تابش به سطح آینهٔ اول را رسم می‌کنیم و توجه داریم که مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰ درجه است.



پرتو نوری با زاویهٔ تابش ۳۰ درجه به یک آینهٔ تخت می‌تابد و بعد از بازتاب از آن به آینهٔ تخت دیگر برخورد می‌کند. اگر دو آینه با هم زاویهٔ ۴۵ درجه بسازند، زاویهٔ بازتاب از آینهٔ دوم چند درجه است؟ *(تجربی ۹۷)*

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰



گزینهٔ «۱» برای حل این تست کافی است که شکل را به دقت رسم کنید.

با توجه به این‌که مجموع زوایای داخلی مثلث برابر $۱۸۰°$ است، زاویهٔ θ'_i به سادگی به دست می‌آید:

$$۷۵° + \theta'_i = ۹۰° \Rightarrow \theta'_i = ۱۵°$$

زاویهٔ انحراف[۱]: اگر پرتو تابش به آینهٔ اول و پرتو بازتاب از آینهٔ دوم را به صورت دو بردار از یک مبدأ رسم کنیم، زاویهٔ بین آن‌ها زاویهٔ انحراف است.

- زاویهٔ انحراف به زاویهٔ تابش اولیه بستگی ندارد و فقط به زاویهٔ بین دو آینه وابسته است.

زاویهٔ بین دو آینه $\alpha < ۹۰°$ $\Rightarrow$ زاویهٔ انحراف $D = ۲\alpha$

$$\alpha = ۹۰° \Rightarrow \hat{D} = ۱۸۰°$$

$$\alpha > ۹۰° \Rightarrow \hat{D} = ۳۶۰° - ۲\alpha$$

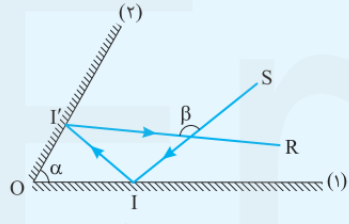
مطابق شکل زیر پرتو SI پس از بازتابش از آینه‌های تخت در مسیر I′R بازتاب می‌شود. اندازهٔ زاویهٔ β چند برابر زاویهٔ α است؟

۱) ۱ (ریاضی ۹۲ ـ مشابه ریاضی خارج ۸۹)

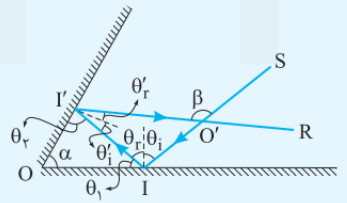
۲) ۲

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) بستگی به زاویهٔ تابش آینهٔ (۱) دارد.



گزینهٔ «۲» **روش اول**: زاویهٔ β، زاویهٔ خارجی مثلث $O'I'I$ است و داریم:



$$\beta = \theta_i + \theta_r + \theta'_i + \theta'_r$$

$$\xrightarrow[\theta'_i = \theta'_r]{\theta_i = \theta_r} \beta = ۲\theta_i + ۲\theta'_i$$

زاویهٔ $\theta_۱$ متمم زاویهٔ θ_r و زاویهٔ $\theta_۲$ متمم زاویهٔ θ'_i است: $\theta_۱ = ۹۰° - \theta_r = ۹۰° - \theta_i$

$$\theta_۲ = ۹۰° - \theta'_i$$

در مثلث OII' داریم: $\alpha + \theta_۱ + \theta_۲ = ۱۸۰° \Rightarrow \alpha + (۹۰° - \theta_i) + (۹۰° - \theta'_i) = ۱۸۰°$

$$\Rightarrow \alpha = \theta_i + \theta'_i \Rightarrow \frac{\beta}{\alpha} = \frac{۲\theta_i + ۲\theta'_i}{\theta_i + \theta'_i} = \frac{۲(\theta_i + \theta'_i)}{\theta_i + \theta'_i} = ۲$$

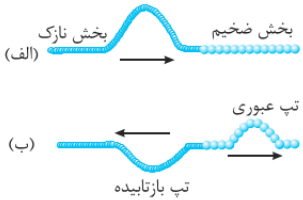
روش دوم: اگر پرتوهای تابش و بازتابش را از یک نقطه رسم کنیم، می‌بینیم که زاویهٔ β همان زاویهٔ انحراف (D) است و چون زاویهٔ بین دو آینه کوچک‌تر از $۹۰°$ است ($\alpha < ۹۰°$)، داریم: $\beta = D = ۲\alpha$

۱- در کتاب درسی، مستقیماً به زاویهٔ انحراف اشاره نشده، اما دانستن آن، حل بعضی از تست‌ها را خیلی راحت‌تر می‌کند.

شکست موج

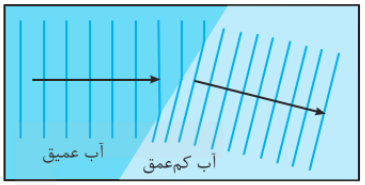
تغییرات موج هنگام عبور از یک محیط به محیط دیگر: وقتی موج از یک محیط به محیط دیگری می‌رود، بسامد موج (که از ویژگی‌های منبع است) ثابت می‌ماند، اما تندی و طول موج تغییر می‌کند.

الف حالت یک‌بُعدی:



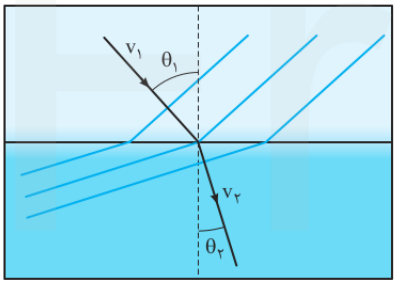
نمونه در شکل مقابل یک تپ از بخش نازک طناب به بخش ضخیم آن می‌رسد. بخشی از تپ به صورت وارونه بازتاب شده و بخش دیگر، با تندی و طول موج کم‌تری وارد قسمت ضخیم طناب می‌شود.

ب حالت دو و سه بُعدی: در این حالت، علاوه بر تندی و طول موج، جهت موج نیز تغییر می‌کند که به آن، **شکست موج** می‌گوییم.



نمونه ورود امواجِ روی سطح آب از قسمت عمیق به کم‌عمق در شکل مقابل نشان داده شده است.

تندی امواجِ روی سطح آب به عمق آن بستگی دارد. با ورود موج به بخش کم‌عمق، تندی موج سطحی کاهش یافته و موج تغییر جهت می‌دهد (شکسته می‌شود).



قانون شکست عمومی: در شکل مقابل، موج از محیط (۱) به محیط (۲) می‌رود و $v_2 < v_1$.

زاویهٔ شکست

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

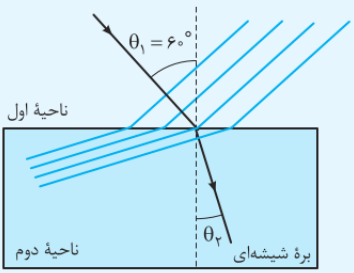
$\frac{v_2}{v_1}$ ← تندی موج در محیط (۲)

$\frac{v_1}{v_2}$ ← تندی موج در محیط (۱)

زاویهٔ تابش

اگر موج از محیطی با تندی کم‌تر به محیطی با تندی بیشتر برود، زاویهٔ شکست (θ_2) بزرگ‌تر از زاویهٔ تابش (θ_1) می‌شود.

در یک آکواریوم شیشه‌ای پر از آب، یک بُرهٔ شیشه‌ای قرار داده‌ایم. یک چشمهٔ موج تخت در کنار آکواریوم امواج تختی را ایجاد می‌کند و این امواج، هنگام رسیدن به ناحیهٔ روی بُرهٔ شیشه‌ای، مطابق شکل مقابل، تغییر جهت می‌دهند. اگر فاصلهٔ دو برآمدگی متوالی در ناحیهٔ اول، $\sqrt{3}$ برابر همین فاصله در ناحیهٔ دوم باشد، موج با رسیدن به ناحیهٔ دوم چند درجه تغییر جهت داده است؟



۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴۵ ۴) ۶۰

گزینهٔ «۲» منظور از فاصلهٔ دو برآمدگی متوالی همان طول موج (λ) است. از آن‌جایی که با تغییر محیط، بسامد (f) تغییری نمی‌کند، می‌توان نوشت:

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{v_1}{v_2}\Rightarrow\frac{\lambda_1 \cancel{f}}{\lambda_2 \cancel{f}}\Rightarrow\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sin\theta_2}=\sqrt{3}\Rightarrow\sin\theta_2=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow\theta_2=30^\circ\Rightarrow\theta_1-\theta_2=60^\circ-30^\circ=30^\circ$$

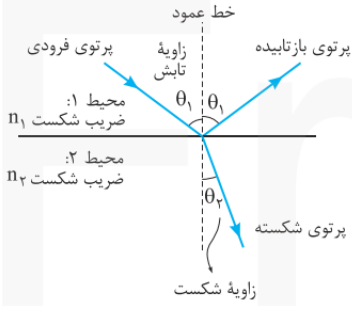
شکست نور مرئی

ضریب شکست (n): هر محیط شفافی یک ضریب شکست دارد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

ضریب شکست محیط ← $n=\frac{c}{v}$ ← تندی نور در خلأ / تندی نور در محیط

ضریب شکست خلأ مساوی ۱ و ضریب شکست محیط‌های دیگر، همواره بزرگ‌تر از ۱ است.

قانون شکست اسنل: از ترکیب قانون شکست عمومی و رابطهٔ ضریب شکست، رابطهٔ جدیدی به دست می‌آید که به نام قانون شکست اسنل معروف است:



$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{v_2}{v_1}=\frac{\frac{c}{n_2}}{\frac{c}{n_1}}=\frac{n_1}{n_2}$$

$$\Rightarrow\boxed{n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2}$$

اگر ضریب شکست محیط اول کوچک‌تر از ضریب شکست محیط دوم باشد $(n_1<n_2)$، پرتو نور به خط عمود نزدیک می‌شود. اگر ضریب شکست محیط اول بزرگ‌تر از ضریب شکست محیط دوم باشد $(n_1>n_2)$، پرتوی نور از خط عمود دور می‌شود.

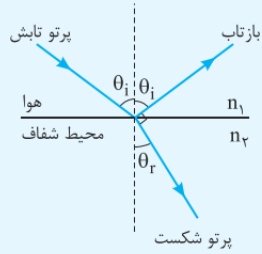
اگر نور عمود بر سطح جدایی دو محیط بتابد، زاویهٔ تابش صفر است و بنا بر قانون اسنل، مسیر نور تغییر نمی‌کند.

پرتو نوری از هوا تحت زاویهٔ تابش ۵۳ درجه بر سطح یک محیط شفاف می‌تابد. قسمتی از آن بازتابش پیدا می‌کند و قسمتی نیز وارد محیط شفاف می‌شود. اگر پرتوهای بازتابش و شکست بر هم عمود باشند، ضریب شکست محیط شفاف چه‌قدر است؟ $(\sin 53^\circ=0/8)$

۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{16}{9}$ ۴) $\frac{9}{4}$

(ریاضی خارج ۹۱ ـ مشابه ریاضی خارج ۸۶)

گزینهٔ «۱» با استفاده از $\theta_i = 53^\circ$ و عمودبودن پرتو بازتاب و پرتو شکست، می‌توانیم زاویهٔ شکست را تعیین کنیم:



$$\theta_i + 90^\circ + \theta_r = 180$$

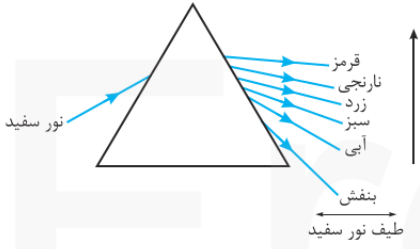
$$\xrightarrow{\theta_i = 53^\circ} 53^\circ + \theta_r = 90^\circ \Rightarrow \theta_r = 37^\circ$$

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_r \Rightarrow \sin 53^\circ = n_2 \sin 37^\circ$$

$$\Rightarrow n_2 = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{0/8}{0/6} = \frac{4}{3}$$

پاشندگی نور مرئی: به جز خلأ، ضریب شکست هر محیط به طول موج نور بستگی دارد. ضریب شکست یک محیط معین برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بیشتر است: n بزرگ‌تر $\rightarrow$ λ کوتاه‌تر

بنابراین، اگر باریکهٔ نور سفید (که همهٔ رنگ‌ها و طول موج‌ها را در بر دارد) به یک منشور تابانده شود، به مؤلفه‌های رنگی خود پاشیده می‌شود.



اگر ضریب شکست منشوری را برای پرتوهای سبز و زرد به ترتیب با n_G و n_Y نشان دهیم و سرعت هر کدام در منشور به ترتیب v_G و v_Y باشد، کدام رابطهٔ زیر صحیح است؟

۱) $v_G < v_Y \, , \, n_G < n_Y$

۲) $v_G > v_Y \, , \, n_G < n_Y$

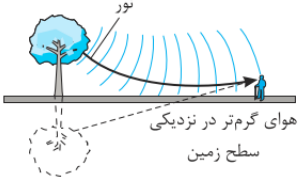
۳) $v_G < v_Y \, , \, n_G > n_Y$

۴) $v_G > v_Y \, , \, n_G > n_Y$

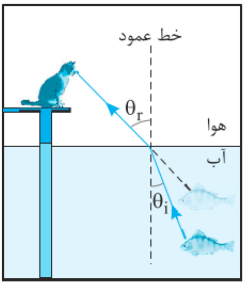
گزینهٔ «۳» با توجه به طیف نور سفید و مقایسهٔ سبز و زرد در آن، انحراف نور سبز از نور زرد بیشتر است. ضریب شکست منشور برای نور سبز از نور زرد بیشتر است: $n_G > n_Y$

سرعت نور سبز در منشور کم‌تر از نور زرد است: $v_G < v_Y$

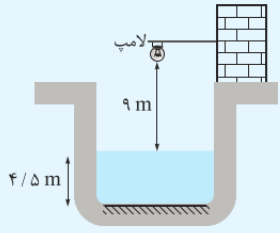
سراب: پدیدهٔ سراب (شکل زیر) در روزهای گرم اتفاق می‌افتد و روند کلی آن به این شکل است:



گرم‌تر شدن هوا در لایه‌های نزدیک به زمین ← کاهش چگالی هوا بر اثر افزایش دما ← کاهش ضریب شکست بر اثر کاهش چگالی ← شکست جبهه‌های موج و انحراف آن‌ها از نزدیک زمین به سمت بالاتر (سراب)



عمق ظاهری و عمق واقعی: اگر ناظر و جسم در دو محیط مختلف باشند، جسم در مکان واقعی خود دیده نمی‌شود. تصویر جسم، در امتداد پرتوهای شکستی است که به چشم ما می‌رسد. در شکل مقابل، گربه به دلیل شکست نور، ماهی را بالاتر از مکان واقعی‌اش می‌بیند.



در شکل مقابل، حداقل زمان لازم برای آن‌که نور لامپ پس از گذشتن از هوا و آب و بازتابش از روی آینهٔ تخت افقی که در کف مخزن نصب شده، دوباره به لامپ برگردد، چند ثانیه است؟ (ضریب شکست آب نسبت به هوا $\frac{۴}{۳}$ و تندی انتشار نور در هوا $۳\times۱۰^{۸}\ m/s$ است.) (تجربی خارج ۹۳)

۱) ۹×۱۰^{-۸} ۲) ۵×۱۰^{-۸} ۳) ۲×۱۰^{-۸} ۴) $۱۰^{-۷}$

گزینهٔ «۴»

$$\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{v_۱}{v_۲}\Rightarrow\frac{۴}{۳}=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{v_{آب}}\Rightarrow v_{آب}=\frac{۹}{۴}\times۱۰^{۸}=۲/۲۵\times۱۰^{۸}\ m/s$$

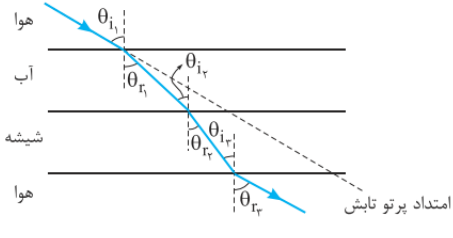
حالا با استفاده از فرمول سرعت در فصل حرکت، زمان رسیدن نور از لامپ تا آینه (مسیر رفت) را محاسبه می‌کنیم:

$$v=\frac{\Delta x}{t}\Rightarrow t=\frac{\Delta x}{v}\Rightarrow\begin{cases}t_{هوا}=\dfrac{۹}{۳\times۱۰^{۸}}=۳\times۱۰^{-۸}\ s\\ t_{آب}=\dfrac{۴/۵}{۲/۲۵\times۱۰^{۸}}=۲\times۱۰^{-۸}\ s\end{cases}$$

$$\Rightarrow t_{رفت}=t_{هوا}+t_{آب}=(۳\times۱۰^{-۸})+(۲\times۱۰^{-۸})=۵\times۱۰^{-۸}\ s$$

زمان رفت با زمان برگشت برابر است؛ بنابراین: $t_{کل}=۲t_{رفت}=۲\times۵\times۱۰^{-۸}=۱۰^{-۷}\ s$

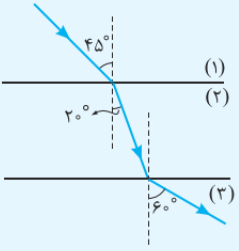
محیط‌های شفاف متوازی‌السطوح: گاهی نور از دو یا چند محیط شفاف که سطح جدایی موازی دارند، عبور می‌کند. شکل مقابل، مثالی از این اتفاق است، شکل را ببینید و به نکات زیر توجه کنید:



زوایای تشکیل‌شده در هر محیط با هم برابرند؛ یعنی: $\theta_{r_۱}=\theta_{i_۲}\ ,\ \theta_{r_۲}=\theta_{i_۳}\ ,\ \theta_{r_۳}=\theta_{i_۱}$

اگر نور بعد از عبور از چند محیط شفاف متوازی‌السطوح وارد محیطی از جنس محیط اول شود، پرتو خروجی موازی پرتو تابش اولیه است.

مطابق شکل مقابل پرتو نوری از محیط شفاف (۱) وارد محیط شفاف (۲) و سپس وارد محیط شفاف (۳) می‌شود. تندی نور در محیط (۳) چند برابر تندی نور در محیط (۱) است؟ *(تجربی ۹۲ ـ مشابه تجربی ۸۶)*



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۳) $\sqrt{\frac{۳}{۲}}$

۴) $\sqrt{\frac{۲}{۳}}$

گزینهٔ «۳» فرمول‌های شکست را می‌توانیم برای دو محیط دلخواه غیرمجاور از چند محیط شفاف متوازی‌السطوح به کار بگیریم. یعنی این‌جا محیط (۲) را نادیده می‌گیریم و این رابطه را برای محیط‌های (۱) و (۳) می‌نویسیم:

$$\frac{n_۳}{n_۱}=\frac{v_۱}{v_۳}=\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r} \Rightarrow \frac{v_۳}{v_۱}=\frac{\sin ۶۰^\circ}{\sin ۴۵^\circ} \Rightarrow \frac{v_۳}{v_۱}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=\sqrt{\frac{۳}{۲}}$$

فرمول‌های فصل

آشنایی با حرکت هماهنگ ساده

بسامد (فرکانس) (f):
$$f=\frac{۱}{T}$$

بسامد زاویه‌ای (ω):
$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=۲\pi f$$

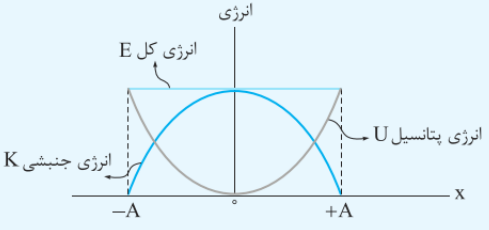
T و ω در سامانهٔ جسم ـ فنر:
$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\ ,\ \omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده:
$$x(t)=A\cos\omega t$$

$$E=K+U$$

انرژی در حرکت هماهنگ ساده:

نمودار انرژی ـ مکان:



انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم ـ فنر:
$$E=\frac{۱}{۲}kA^۲$$

انرژی مکانیکی برای هر حرکت هماهنگ ساده:
$$E=۲m\pi^۲A^۲f^۲$$

تندی بیشینه در حرکت هماهنگ ساده:
$$v_{max}=A\omega$$

آونگ ساده

دورهٔ تناوب آونگ ساده:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

تندی انتشار موج:

$$v = \lambda f = \frac{\lambda}{T}$$

تندی انتشار موج عرضی در تار یا فنر:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \quad , \quad \mu = \frac{m}{L}$$

تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلأ:

$$c = \frac{۱}{\sqrt{\mu_{\circ}\varepsilon_{\circ}}} = ۳\times ۱۰^{۸}\ m/s$$

تندی انتشار صوت:

$$v_{\text{گاز}} < v_{\text{مایع}} < v_{\text{جامد}}$$

شدت صوت:

$$I = \frac{\bar{P}}{A}$$

تراز شدت صوت:

$$\beta = ۱۰\log\frac{I}{I_{\circ}} \quad , \quad I_{\circ} = ۱۰^{-۱۲}\ \frac{W}{m^{۲}}$$

بازتاب موج

قانون بازتاب عمومی $(\theta_i = \theta_r)$

شکست موج

قانون شکست عمومی:

$$\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} = \frac{v_۲}{v_۱}$$

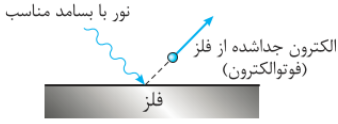
ضریب شکست:

$$n = \frac{c}{v}$$

قانون شکست اسنل:

$$n_۱ \sin\theta_۱ = n_۲ \sin\theta_۲$$

اثر فوتوالکتریک



پدیدهٔ فوتوالکتریک

وقتی نور با بسامد مناسب به سطح یک فلز بتابد، الکترون‌هایی از سطح فلز جدا شده و گسیل می‌شوند (شکل مقابل).

فیزیک کلاسیک دربارهٔ پدیدهٔ فوتوالکتریک پیش‌بینی‌هایی داشت اما با انجام آزمایش‌هایی، مشخص شد که این پیش‌بینی‌ها نادرست هستند. جدول زیر را ببینید:

انتظارات و پیش‌بینی‌های فیزیک کلاسیک	مشاهده و آزمایش (چالش‌های فیزیک کلاسیک)	توجیه پدیده توسط فیزیک جدید
هنگام برهم‌کنش موج الکترومغناطیسی (نور فرودی) با سطح فلز، میدان الکتریکی این موج، نیروی $\vec{F} = -e\vec{E}$ به الکترون‌های فلز وارد می‌کند و آن‌ها را به نوسان وامی‌دارد. وقتی دامنهٔ نوسان برخی از الکترون‌ها به اندازهٔ کافی بزرگ شود، از سطح فلز جدا می‌شوند. با این توجیه، این پدیده در هر بسامدی رخ می‌دهد.	وقتی بسامد نور فرودی از یک مقدار آستانه (f_0) کم‌تر باشد، حتی اگر شدت نور فرودی را خیلی زیاد کنیم، باز هم پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد و هیچ الکترونی از سطح فلز جدا نمی‌شود!	نور با بسامد f را به صورت بسته‌های انرژی[1] (فوتون) در نظر می‌گیریم. انرژی هر فوتون: $E = hf$ هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کند و اگر انرژی کافی داشته باشد، الکترون به طور آنی از فلز کنده می‌شود. اگر انرژی فوتون فرودی کافی نباشد، پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.
به ازای یک بسامد معین، اگر شدت نور فرودی بر سطح فلز را افزایش دهیم، باید الکترون‌ها با انرژی جنبشی بیشتری از فلز خارج شوند.	به ازای یک بسامد معین، هر چه‌قدر هم شدت نور فرودی بر سطح فلز را افزایش دهیم، بیشینهٔ انرژی جنبشی الکترون‌ها تغییری نمی‌کند!	برای نوری که فوتون‌های آن دارای حداقل انرژی لازم برای وقوع پدیدهٔ فوتوالکتریک هستند، افزایش شدت نور (با ثابت‌ماندن بسامد) فقط سبب افزایش تعداد فوتوالکترون‌ها می‌شود. در این حالت، انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها بدون تغییر می‌ماند.

۱- در واقع تفاوت فیزیک کلاسیک و فیزیک جدید، این است که در این‌جا فیزیک کلاسیک، نور را به صورت یک موج الکترومغناطیسی پیوسته در نظر می‌گیرد؛ اما فیزیک جدید می‌گوید که نور به صورت ذره (فوتون)هایی با انرژی گسسته (کوانتومی) است.

انرژی هر فوتون (E):

بسامد

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

طول موج

ثابت پلانک: $h = ۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\ J.s = ۴/۱\times۱۰^{-۱۵}\ eV.s$

$hc = ۱۲۴۰\ eV.nm$ [۱] $\quad ۱\ eV = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ J$

انرژی فوتونی ۲ keV است. طول موج وابسته به این فوتون چند نانومتر است؟ (ریاضی خارج ۹۵)

$(h = ۴\times۱۰^{-۱۵}\ eV.s, c = ۳\times۱۰^{۵}\ km/s)$

۱) ۵۰ ۲) ۶۰ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۶

گزینهٔ «۴»

$$E = hf \Rightarrow E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow ۲\times۱۰^{۳} = \frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda = ۶\times۱۰^{-۱۰}\ m \Rightarrow \lambda = ۰/۶\ nm$$

طیف خطی

اگر نوری را به یک منشور بتابانیم، منظره‌ای رنگارنگ در طرف دیگر منشور پدید می‌آید که به آن «طیف» گفته می‌شود. «طیف گسیلی» بر اثر تابش گرمایی اجسام به دست می‌آید.

انواع طیف گسیلی:

- **پیوسته:** وقتی یک جسم جامد تابش گرمایی دارد، امواجی شامل گستره‌ای پیوسته از طول موج‌ها را تابش می‌کند.
- **خطی:** تابش گرمایی حاصل از گازهای کم فشار و رقیق، طول موج‌های خاصی را شامل می‌شود که به صورت خط‌های رنگی جدا از هم نمایان می‌شوند.

طیف حاصل از بخار اتمی یک عنصر با طیف بخار عناصر دیگر متفاوت است. از روی همین منحصربه‌فرد بودن طیف خطی، می‌توان نوع گاز را تشخیص داد.

طیف گسیلی خطی هیدروژن اتمی

وقتی الکترون از یک تراز بالاتر (با شمارهٔ تراز n) به تراز پایین‌تر (با شمارهٔ تراز n') می‌رود، فوتونی با طول موج λ گسیل می‌کند. در طیف خطی، هر خط رنگی متناظر با یک طول موج است. تمام طول موج‌های طیف خطی هیدروژن اتمی از معادلهٔ زیر به دست می‌آیند:

معادلهٔ ریدبرگ

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right)$$

ثابت ریدبرگ $(R \simeq ۰/۰۱\ nm^{-۱})$

طول موج (nm)

n و n' عددهای صحیح مثبت هستند و $n > n'$.

رشته‌ها: به ازای هر n'، با قراردادن همهٔ nها (از $n = n'+۱$ تا $n = \infty$) در معادلهٔ بالا، یک رشته از طول موج‌ها به دست می‌آید. این رشته‌ها را در جدول صفحهٔ بعد ببینید:

۱- طبق توصیهٔ کتاب درسی، این مقدار و یکایش را به خاطر بسپارید.

نام رشته	مقدار n'	رابطهٔ ریدبرگ مربوط به رشته	مقدارهای n	ناحیهٔ طیف
لیمان	۱	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n^2})$	۲,۳,۴,...	فرابنفش
بالمر	۲	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2})$	۳,۴,۵,...	فرابنفش ـ مرئی
پاشن	۳	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{n^2})$	۴,۵,۶,...	فروسرخ
براکت	۴	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{n^2})$	۵,۶,۷,...	فروسرخ
پفوند	۵	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{5^2}-\frac{1}{n^2})$	۶,۷,۸,...	فروسرخ

در هر یک از رشته‌های جدول صفحهٔ قبل، با افزایش n، طول موج کاهش می‌یابد. بلندترین طول موج هر رشته به ازای $n=n'+1$ و کوتاه‌ترین طول موج هر رشته به ازای $n=\infty$ به دست می‌آید.

محدودهٔ نور مرئی (در رشتهٔ بالمر) از طول موج $\lambda=۳۸۰\ nm$ (معادل بسامد $f=۷/۹\times۱۰^{۱۴}\ Hz$ و مربوط به رنگ بنفش) تا طول موج $\lambda=۷۵۰\ nm$ (معادل بسامد $f=۴\times۱۰^{۱۴}\ Hz$ و مربوط به رنگ قرمز) است. به طور کلی، طول موج‌های کم‌تر، مربوط به ناحیهٔ فرابنفش (رشته‌های لیمان و بالمر) و طول موج‌های بیشتر، مربوط به ناحیهٔ فروسرخ (رشته‌های پاشن، براکت و پفوند) هستند.

بلندترین طول موج نور مرئی اتم هیدروژن چند نانومتر است؟ $(R\simeq ۰/۰۱\ nm^{-1})$

۱) ۴۵۰ ۲) ۵۵۰ (تجربی ۹۲- مشابه ریاضی ۹۰)

۳) ۷۲۰ ۴) ۸۰۰

گزینهٔ «۳» نور مرئی در رشتهٔ بالمر $(n'=۲)$ قرار دارد و بلندترین طول موج این رشته به ازای $n=n'+۱=۳$ به دست می‌آید:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=۰/۰۱\times(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2})=\frac{1}{۱۰۰}\times\frac{5}{36}$$

$$\Rightarrow\lambda=\frac{۳۶۰۰}{5}=۷۲۰\ nm$$

در اتم هیدروژن، الکترون از مدار n به n' می‌رود و نوری با بسامد ۵۶۲/۵ THz تابش می‌کند. n و n' به ترتیب کدام‌اند؟ $(c=۳\times۱۰^۸\ m/s, R_H=۰/۰۱\ nm^{-1})$

۱) ۲ و ۱ ۲) ۳ و ۱ (ریاضی ۹۶- مشابه تجربی ۹۵- مشابه تجربی ۹۱)

۳) ۴ و ۲ ۴) ۵ و ۳

گزینهٔ «۳» طول موج نور تابش‌شده برابر است با:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{۵۶۲/۵\times۱۰^{۱۲}} = \frac{۱۶}{۳}\times۱۰^{-۷}\ m$$

طول موج به دست آمده در حدود $۵۰۰\ nm$ و در محدودهٔ مرئی است؛ یعنی در رشتهٔ بالمر قرار دارد. بنابراین $n' = ۲$ است و ۳ درست است. برای به دست آوردن n از رابطهٔ ریدبرگ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}) \Rightarrow \frac{۳}{۱۶}\times۱۰^{۷}\times۱۰^{-۹} = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}})$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۱۶} = \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{n^{۲}} \Rightarrow \frac{۱}{n^{۲}} = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow n^{۲} = ۱۶ \Rightarrow n = ۴$$

مدل‌های اتمی

مدل‌های اتمی	تامسون (مدل کیک کشمشی)	رادرفورد (مدل هسته‌ای اتم)	بور
ویژگی	اتم کره‌ای است که بار مثبت به طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده و الکترون‌ها که سهم ناچیزی در جرم اتم دارند، در جاهای مختلف آن پراکنده شده‌اند.	اتم دارای یک هستهٔ بسیار چگال و کوچک با بار مثبت است که با تعدادی الکترون در فاصله‌هایی نسبتاً دور احاطه شده است.	بور با جایگزین‌کردن اصول و فرضیاتی به جای قوانین فیزیک کلاسیک، مدلی ارائه کرد که سه نتیجهٔ زیر را در بر داشت: ۱) حل مسئلهٔ ناپایداری اتم در مدل رادرفورد. ۲) توجیه معادلهٔ ریدبرگ برای طیف خطی اتم هیدروژن. ۳) محاسبهٔ انرژی یونش اتم هیدروژن.
چالش	۱) ناتوانی در توجیه نتایج تجربی آزمایش پراکندگی رادرفورد (پراکندگی ذرات آلفا از ورقهٔ نازک طلا) ۲) پیش‌بینی این مدل از بسامدهای تابش گسیل‌شده از اتم با نتایج تجربی هماهنگ نبود.	۱) ناتوانی در توجیه پایداری اتم: با فرض ساکن‌بودن الکترون، بر اثر نیروی جاذبه بین بارهای $(+)$ و $(-)$ هسته و الکترون، الکترون روی هسته سقوط می‌کند. ۲) ناتوانی در توجیه طیف خطی: با فرض حرکت سیاره‌ای الکترون به دور هسته، الکترون تابش می‌کند و به مرور انرژی خود را از دست می‌دهد. بنابراین، هنگام سقوط الکترون بر روی هسته، بسامد موج تابشی به طور پیوسته زیاد می‌شود (طیف پیوسته).	۱) محدود بودن به اتم‌های هیدروژن‌گونه: این مدل برای اتم‌ها و یون‌هایی که بیش از یک الکترون دارند، کاربرد ندارد. ۲) این مدل نمی‌تواند متفاوت‌بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد.

اصول و فرضیات مدل بور

۱ شعاع مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم فقط می‌توانند مقدارهای گسستهٔ معینی داشته باشند (کوانتیده‌اند).

$$r_n = a_0 n^2$$

شعاع بور

← شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن (nm)

در رابطهٔ بالا a_0 شعاع کوچک‌ترین مدار در اتم هیدروژن (یا همان r_1) است که به آن شعاع بور هم گفته می‌شود.

n: عدد کوانتومی $(n = 1, 2, 3, \ldots)$

$a_0 = r_1 \simeq 0/053\ nm$:شعاع بور (کوچک‌ترین مدار اتم هیدروژن به ازای $n = 1$)

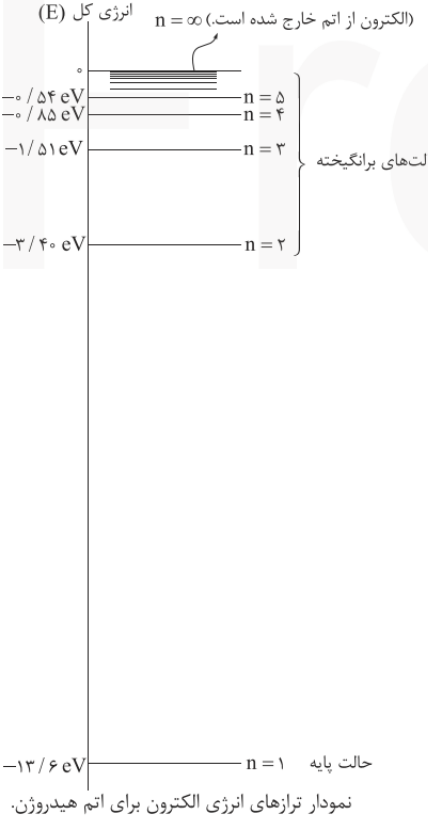
$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} = \frac{-13/6}{n^2}$$

انرژی معادل ۱ ریدبرگ

← انرژی الکترون در مدار n اُم اتم هیدروژن (eV)

$E_1 = -13/6\ eV$:انرژی الکترون در حالت پایه اتم هیدروژن $(n = 1)$

$\Rightarrow$ یک ریدبرگ: $E_R = -E_1 = 13/6\ eV$



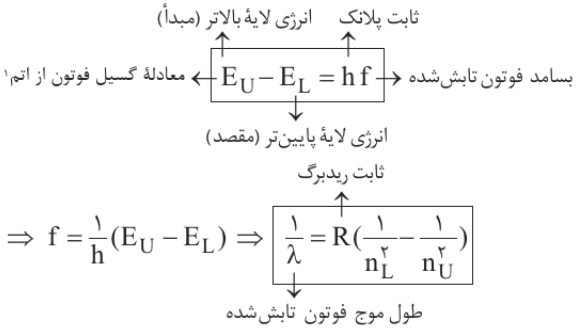
نمودار ترازهای انرژی الکترون برای اتم هیدروژن.

۲ وقتی الکترون در یکی از مدارهای مجاز (مدار مانا) باشد، هیچ نوع تابش الکترومغناطیسی ندارد (حالت مانا برای الکترون).

۳ الکترون می‌تواند از یک حالت مانا به حالت مانای دیگر برود. در این فرایند، فوتون جذب یا گسیل می‌شود.

الکترون می‌تواند با جذب انرژی، به حالت‌های مانا با انرژی بیشتر (E_U) برود. در اتم هیدروژن، برای بالابردن الکترون از حالت پایه $(n = 1)$ به بالاترین حالت برانگیخته $(n = \infty)$ باید **انرژی یونش الکترون** $(13/6\ eV)$ به آن داده شود. در این حالت، الکترون از اتم خارج‌شده و یون H^+ ایجاد می‌شود.

هنگامی که الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به حالت مانایی با انرژی کم‌تر (E_L) برود، یک فوتون تابش می‌کند. انرژی فوتون تابش‌شده، دقیقاً برابر تفاوت انرژی در دو حالت است:



پاسخ به چالش‌های مدل رادرفورد به کمک مدل بور:

۱ **توجیه پایداری اتم:** وقتی الکترون در یک حالت مانا باشد، انرژی از دست نمی‌دهد و پایدار می‌ماند.

۲ **توجیه طیف خطی:** الکترون تنها هنگام گذار از حالت‌های مانای با انرژی بیشتر به حالت‌های با انرژی کم‌تر، فوتون تابش می‌کند. انرژی و بسامد فوتون‌های تابش‌شده فقط می‌توانند مقادیر مجاز گسسته‌ای داشته باشند. این مقادیر، معادل همان طول موج‌های موجود در طیف خطی اتم هیدروژن است.

در اتم هیدروژن، الکترون از تراز $n = 1$ به تراز $n = 3$ می‌رود. در این انتقال، شعاع مدار و انرژی الکترون، نسبت به حالت قبل، به ترتیب چند برابر می‌شوند؟ (ریاضی ۹۳)

۱) $\frac{1}{3}$ و ۳ ۲) $\frac{1}{9}$ و ۹ ۳) ۳ و ۳ ۴) ۹ و ۹

گزینهٔ «۲» $r_n = a_0 n^2 \Rightarrow r_3 = a_0(3^2) = 9r_1$

$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_3 = \frac{E_1}{3^2} = \frac{1}{9}E_1$

در اتم هیدروژن اگر الکترون از تراز n که انرژی آن $-\frac{1}{16}E_R$ است به تراز n' انتقال یابد و فوتونی با طول موج $\frac{1600}{15}$ نانومتر تابش شود، n و n' به ترتیب کدام است؟ $(R_H = 0/01\,nm^{-1})$ (ریاضی خارج ۹۶)

۱) ۳ و ۱ ۲) ۴ و ۱ ۳) ۴ و ۲ ۴) ۵ و ۲

گزینهٔ «۲» در حالت کلی انرژی الکترون در تراز nاُم از رابطهٔ $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ به دست می‌آید، پس n برابر است با:

$-\frac{E_R}{n^2} = -\frac{1}{16}E_R \Rightarrow n^2 = 16 \Rightarrow n = 4$

اکنون از رابطهٔ ریدبرگ استفاده می‌کنیم:

$\frac{1}{\lambda} = R_H(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}) \Rightarrow \frac{1}{\frac{1600}{15}} = \frac{1}{100}(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{4^2})$

$\Rightarrow \frac{15}{16} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{1}{n'^2} = 1 \Rightarrow n'^2 = 1 \Rightarrow n' = 1$

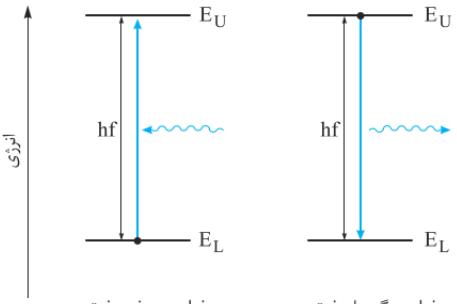
۱- L : Low و U: Up

طیف جذبی بخارات اتمی یک عنصر

اگر نور سفید (نوری که همهٔ طول موج‌ها در آن وجود دارد) از داخل گاز یک عنصر عبور کند و طیف آن تشکیل شود، در طیف آن خط‌های تاریکی وجود دارد؛ چنین طیفی را طیف جذبی آن گاز می‌نامند.

طیف گسیلی و طیف جذبی هیچ دو گازی مثل هم نیستند.

طول موج خط‌های روشن در طیف گسیلی یک گاز همان طول موج خط‌های تاریک در طیف جذبی آن گاز است؛ یعنی اتم‌های هر گاز دقیقاً همان طول موج‌هایی را از نور سفید جذب می‌کنند که اگر دمای آن‌ها به اندازهٔ کافی بالا رود و یا به هر صورت دیگری برانگیخته شوند، آن‌ها را تابش می‌کنند.

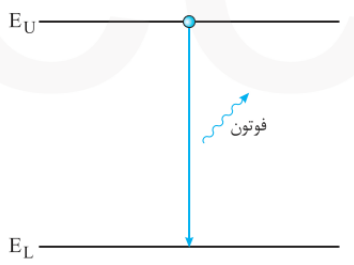
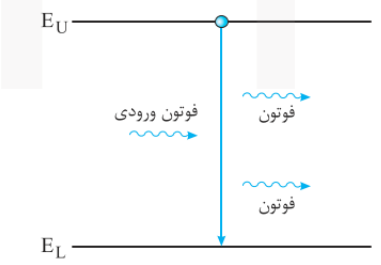


فرایند گسیل فوتون (عامل ایجاد طیف گسیلی)

فرایند جذب فوتون (عامل ایجاد طیف جذبی)

لیزر

براساس مدل اتمی بور دیدیم که وقتی یک الکترون از تراز انرژی بالاتر (E_U) به تراز انرژی پایین‌تر (E_L) برود، یک فوتون گسیل می‌کند. گسیل فوتون دو نوع است:

گسیل خودبه‌خود	گسیل القایی
	
فوتون در جهتی کاتوره‌ای گسیل می‌شود.	یک فوتون ورودی، الکترون برانگیخته را تحریک می‌کند تا به تراز پایین‌تر برود.

لیزر به معنای تقویت نور توسط **گسیل القایی تابش** است. گسیل القایی سه ویژگی عمده دارد که در نهایت به تولید باریکهٔ لیزر منجر می‌شود:

۱ یک فوتون ورودی به یک اتم برانگیخته باعث خروج دو فوتون از اتم می‌شود. هر کدام از آن دو فوتون، با ورود به یک اتم برانگیختهٔ دیگر دو فوتون دیگر ایجاد می‌کنند و ... این فرایند تعداد فوتون‌ها را افزایش می‌دهد و نور را تقویت می‌کند.

۲ جهت حرکت فوتون خروجی (گسیل شده) در همان جهت فوتون ورودی است.

۳ فوتون‌هایی که باریکهٔ لیزری را ایجاد می‌کنند (فوتون‌های گسیل شده) همگی با هم و با فوتون ورودی، هم‌بسامد، هم‌جهت و هم‌فاز (هم‌گام) هستند.

وارونی جمعیت: وقتی یک چشمهٔ انرژی خارجی، الکترون‌ها را به ترازهای انرژی بالاتر برانگیخته کند و تعداد الکترون‌ها در ترازهایی به نام ترازهای شبه پایدار بسیار بیشتر از تراز پایین‌تر باشد، با **وارونی جمعیت الکترون‌ها** روبه‌رو هستیم. ماندگاری طولانی‌تر الکترون‌ها در این ترازها (نسبت به حالت برانگیختهٔ معمولی) باعث می‌شود تا فرصت بیشتری برای افزایش وارونی جمعیت و تقویت نور لیزر فراهم شود.

کاربردهای لیزر: چاپگرها، ثبت اطلاعات روی CD و DVDها و خواندن آن‌ها، شبکه‌های کابل نوری، اندازه‌گیری دقیق طول، جوشکاری و برش فلزات، جراحی، برداشتن لکه‌های پوستی، اصلاح دید چشم، دندانپزشکی، پژوهش‌های علمی و سرگرمی.

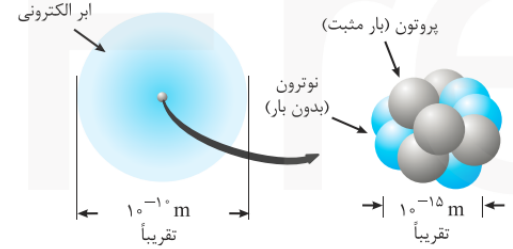
کدام‌یک از موارد زیر، گسیل القایی را نشان می‌دهد؟ (* نشانهٔ اتم برانگیخته است.) *(ریاضی ۸۸)*

۱) *اتم $\Rightarrow$ فوتون + اتم ۲) فوتون + اتم $\Rightarrow$ *اتم

۳) فوتون + اتم $\Rightarrow$ ۲ فوتون + *اتم ۴) ۲ فوتون + اتم $\Rightarrow$ فوتون + *اتم

گزینهٔ «۴» در گسیل القایی، یک فوتون به یک اتم برانگیخته می‌تابد و با تابش دو فوتون، اتم به حالت پایه می‌رود.

ساختار هسته



تقریباً تمام جرم اتم در هستهٔ آن متمرکز است؛ اما ابعاد هسته نسبت به ابعاد اتم بسیار کوچک است. در شکل مقابل ابعاد تقریبی اتم و هسته و اجزای تشکیل‌دهندهٔ هسته را ببینید:

نوکلئون: نوترون‌ها و پروتون‌ها را به طور کلی نوکلئون می‌نامند.

نماد هسته: هر هسته را به شکل زیر نشان می‌دهیم:

$^{A}_{Z}X_{N}$ — A: عدد جرمی (تعداد نوکلئون‌ها)، X: نماد شیمیایی عنصر، Z: عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها)، N: عدد نوترونی (تعداد نوترون‌ها)

$$A = Z + N$$

ایزوتوپ‌ها: هسته‌هایی که تعداد پروتون (Z) مساوی و تعداد نوترون (N) متفاوت دارند، در جدول تناوبی عناصر در یک مکان قرار می‌گیرند. به این هسته‌ها ایزوتوپ (هم‌مکان) می‌گویند.

نمونه هیدروژن (^{1}H)، دوتریم (هیدروژن ۲، ^{2}H یا D) و تریتیم (هیدروژن ۳، ^{3}H یا T) ایزوتوپ (هم‌مکان) هستند.

یکای جرم اتمی (u): در ابعاد اتم و هسته، علاوه بر یکای کیلوگرم از یکای جرم اتمی هم استفاده می‌کنیم. این یکا دقیقاً برابر $\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن ۱۲ است.

پایداری هسته: پروتون‌های موجود در هسته (با بار مثبت) به دلیل نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی که بین بارهای هم‌نام وجود دارد، یکدیگر را دفع می‌کنند. نیرویی که باعث می‌شود تا نوکلئون‌های یک هسته بتوانند بر نیروی دافعهٔ الکتریکی غلبه کنند و در کنار هم بمانند، نیروی هسته‌ای نامیده می‌شود.

ویژگی‌های نیروی هسته‌ای:

۱ کوتاه‌بُرد است و فقط در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند.

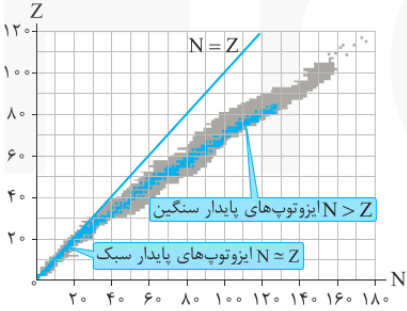
۲ مستقل از بار الکتریکی است. برای نیروی هسته‌ای، تفاوتی بین پروتون (p) و نوترون (n) نیست و نیروی ربایشی هسته‌ای بین هر دو نوکلئون ($p-p$ یا $n-n$ یا $p-n$) یکسان است.

- برای پایداری هسته باید نیروهای جاذبهٔ هسته‌ای و دافعهٔ الکتروستاتیکی برابر باشند.
- هر نوکلئون فقط به نزدیک‌ترین نوکلئون‌های مجاورش نیروی هسته‌ای (جاذبه) وارد می‌کند.
- یک پروتون، تمام پروتون‌های دیگر درون هسته را دفع می‌کند.

بنابراین

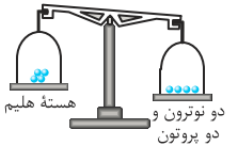
برای این‌که هسته‌های بزرگ‌تر پایدار بمانند، با افزایش عدد اتمی و بزرگ‌تر شدن هسته، باید تعداد بیشتری نوترون به هسته اضافه شود. نوترون‌های بدون بار، بدون تأثیر در نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی، باعث افزایش نیروی جاذبهٔ هسته‌ای می‌شوند.

نمودار $N-Z$: اگر نمودار عدد اتمی (Z) برحسب عدد نوترونی (N) را برای هسته‌های پایدار و پرتوزا رسم کنیم، در مورد ایزوتوپ‌های پایدار سبک، $N \simeq Z$ است. با سنگین‌ترشدن ایزوتوپ‌ها، $N > Z$ شده و نمودار از خط $Z = N$ به طرف محور N منحرف می‌شود.



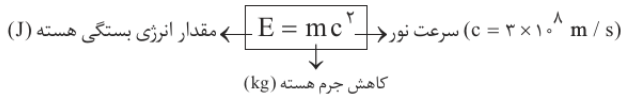
هستهٔ پایدار با بیشترین تعداد پروتون $(Z = ۸۳)$ مربوط به بیسموت $(^{۲۰۹}_{۸۳}Bi)$ است. هسته‌های بزرگ‌تر $(Z > ۸۳)$ به‌جز توریم $(Z = ۹۰)$ و اورانیوم $(Z = ۹۲)$، عملاً ناپایدارند.

کاستی جرم هسته: جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ آن کم‌تر است. به این تفاوت جرم، **کاستی جرم هسته** می‌گویند.



انرژی بستگی هسته‌ای: انرژی لازم برای جداکردن نوکلئون‌های یک هسته.

اندازهٔ انرژی بستگی را می‌توان از رابطهٔ معروف اینشتین به دست آورد:



ترازهای انرژی هسته: انرژی نوکلئون‌های هسته کوانتیده‌اند. نوکلئون‌ها می‌توانند با جذب انرژی به ترازهای بالاتر بروند (هستهٔ برانگیخته: $^{A}_{Z}X^{*}$) و با تابش فوتون به تراز پایین‌تر برگردند.

اختلاف بین ترازهای انرژی نوکلئون‌های هسته از مرتبهٔ keV و MeV است. اختلاف بین ترازهای انرژی الکترون‌های اتم از مرتبهٔ eV است. به همین دلیل هسته‌ها در واکنش‌های شیمیایی (که انرژی کمی دارند) برانگیخته نمی‌شوند.

اگر در یک واکنش هسته‌ای یک گرم جرم تبدیل به انرژی شود، انرژی حاصل چه جرمی از ماده را می‌تواند یک‌صد متر از سطح زمین بالا ببرد؟ $(c = 3 \times 10^8\ m/s, g = 10\ m/s^2)$ (ریاضی خارج ۹۳)

۱) ۹۰ میلیون تُن ۲) ۹۰ تُن ۳) ۴۵۰ میلیون گرم ۴) ۴۵۰ کیلوگرم

گزینهٔ «۱» **گام اول** محاسبهٔ انرژی حاصل از تبدیل جرم با استفاده از رابطهٔ معروف اینشتین:

$$E = mc^2 = 1 \times 10^{-3} \times (3 \times 10^8)^2 = 9 \times 10^{13}\ J$$

گام دوم انرژی حاصل از تبدیل جرم، می‌تواند به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل شود و جرم M را تا یک‌صد متر بالا ببرد، بنابراین:

$$E \rightarrow U = mgh \Rightarrow 9 \times 10^{13} = M \times 10 \times 100$$

$$\Rightarrow M = 9 \times 10^{10}\ kg = 9 \times 10^{7}\ ton = \text{۹۰ میلیون تُن}$$

پرتوزایی طبیعی

هسته‌های ناپایدار به طور خودبه‌خودی واپاشی می‌کنند. این واپاشی‌ها انواع معینی دارند که در جدول زیر آن‌ها را می‌بینید:

نوع واپاشی	آلفا (α)	بتا (β)	گاما (γ)
جنس پرتو	هستهٔ اتم هلیم ($^{4}_{2}He$)	$\beta^- =$ الکترون (e^-) $\beta^+ =$ پوزیترون (e^+)	فوتون‌های پرانرژی (پرتو گاما)
سازوکار	در هسته‌های سنگین‌تر صورت می‌گیرد و آن‌ها را به هسته‌های سبک تبدیل می‌کند.	β^-: یک نوترون درون هسته به پروتون و الکترون تبدیل می‌شود. β^+: یک پروتون درون هسته به نوترون و پوزیترون تبدیل می‌شود. متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته است.	اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با تابش پرتو گاما به حالت پایه می‌رسند.
میزان نفوذ در سرب	۰/۰۱ mm	۰/۱ mm	۱۰۰ mm

ادامهٔ جدول در صفحهٔ بعد

نوع واپاشی	آلفا (α)	بتا (β)	گاما (γ)
معادلهٔ واپاشی	$\overset{A}{Z}X \rightarrow \overset{A-4}{Z-2}Y + \overset{4}{2}He$ هستهٔ‌مادر ↓ هستهٔ‌دختر ↓	$\overset{A}{Z}X \rightarrow \overset{A}{Z+1}Y + \overset{0}{-1}e^- : \beta^-$ $\overset{A}{Z}X \rightarrow \overset{A}{Z-1}Y + \overset{0}{1}e^+ : \beta^+$	$\overset{A}{Z}X^* \rightarrow \overset{A}{Z}X + \gamma$
نمونه	$\overset{238}{92}U \rightarrow \overset{234}{90}Th + \overset{4}{2}He$ اورانیم — توریم	$\overset{234}{90}Th \rightarrow \overset{234}{91}Pa + \overset{0}{-1}e^- : \beta^-$ توریم — پروتکتینیم $\overset{124}{53}I \rightarrow \overset{124}{52}Te + \overset{0}{1}e^+ : \beta^+$ ید — تلوریم	$\overset{231}{90}Th^* \rightarrow \overset{231}{90}Th + \gamma$ توریم — توریم

تعداد نوکلئون‌ها قبل از واپاشی با تعداد نوکلئون‌ها بعد از واپاشی برابر است.

در واپاشی هسته‌های ناپایدار، کدام مورد درست است؟ $(e = 1/6\times10^{-19}\ C)$ (تجربی ۹۷)

۱) هنگام گسیل پوزیترون، بار هسته به اندازهٔ $1/6\times10^{-19}\ C$ افزایش می‌یابد.

۲) هنگام گسیل الکترون بار هسته به اندازهٔ $1/6\times10^{-19}\ C$ کاهش می‌یابد.

۳) هنگام گسیل α بار هسته به اندازهٔ $3/2\times10^{-19}\ C$ کاهش می‌یابد.

۴) هنگام گسیل گاما، پوزیترون و الکترون، بار هسته ثابت می‌ماند.

گزینهٔ «۳» معادلهٔ واپاشی α را می‌نویسیم: $\overset{A}{Z}X \Rightarrow \overset{4}{2}\alpha + \overset{A-4}{Z-2}Y$

در واپاشی α، عدد اتمی یعنی تعداد پروتون‌های هسته به اندازهٔ دو واحد کم می‌شود؛ یعنی بار هستهٔ اتم به اندازهٔ $2e$ کاهش می‌یابد. $2e = 2\times1/6\times10^{-19} = 3/2\times10^{-19}\ C$

یک هستهٔ آمرسیم (۲۴۱)، با تابش یک ذرهٔ آلفا واپاشیده شده و به یک ایزوتوپ نپتونیم طبق رابطهٔ $\overset{241}{95}Am \rightarrow \overset{237}{Z}Np + \alpha$ **تبدیل می‌شود. تعداد نوترون‌های این ایزوتوپ نپتونیم چه قدر است؟**

۱) ۹۱ ۲) ۹۳ ۳) ۹۶ ۴) ۱۴۴ (ریاضی ۹۱)

گزینهٔ «۴» معادلهٔ واپاشی به این شکل است: $\overset{241}{95}Am \rightarrow \overset{237}{Z}Np + \overset{4}{2}He$

از برابر نوکلئون‌ها در دو طرف معادله داریم: $Z + 2 = 95 \Rightarrow Z = 93$

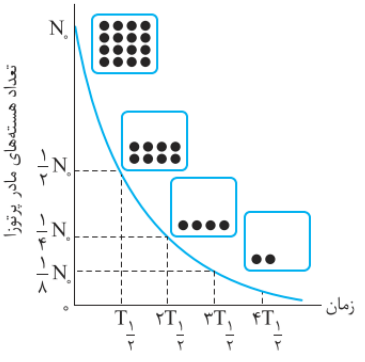
حالا از نماد $\overset{A}{Z}X_N$ استفاده می‌کنیم: $\overset{237}{93}Np_N \Rightarrow N = A - Z = 237 - 93 = 144$

نیمه‌عمر

نیمه‌عمر ($T_{\frac{1}{2}}$): زمانی است که نصف هسته‌های پرتوزای موجود در یک نمونه، واپاشیده می‌شوند.

با گذشت هر نیمه‌عمر، تعداد هسته‌های مادر پرتوزا نصف می‌شوند.

نمونه اگر ۱۶ هستهٔ مادر پرتوزا داشته باشیم، پس از یک نیمه‌عمر، ۸ هستهٔ مادر پرتوزا داریم. همین‌طور بعد از یک نیمه‌عمر دیگر، ۴ هسته و پس از نیمه‌عمر بعدی، ۲ هسته باقی می‌ماند. (شکل مقابل).



مسائل مربوط به نیمه‌عمر، با رابطه‌های زیر حل می‌شوند:

$N = \frac{N_0}{2^n}$ و $n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$

N: تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده
N_0: تعداد هسته‌های مادر اولیه
n: تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده
t: زمان سپری‌شده
$T_{\frac{1}{2}}$: زمان یک نیمه عمر

نیمه‌عمر یک مادهٔ پرتوزا ۸ روز است. پس از ۳۲ روز، چند درصد از هسته‌های آن ماده دچار واپاشی می‌شوند؟ *(ریاضی ۹۵)*

۱) ۶۴ ۲) ۷۵ ۳) ۸۲/۲۵ ۴) ۹۳/۷۵

گزینهٔ «۴» تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده برابر است با: $n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow n = \frac{32}{8} = 4$

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{n=4} N = \frac{N_0}{2^4} \Rightarrow \Delta N = N_0 - N = N_0 - \frac{N_0}{16}$$

$$\Rightarrow \Delta N = \frac{15}{16}N_0 \Rightarrow \frac{\Delta N}{N_0} = \frac{15}{16} \Rightarrow \frac{\Delta N}{N_0} = 0/9375 \Rightarrow \frac{\Delta N}{N_0} = \%93/75$$

اگر ۸۷/۵ درصد از تعداد هسته‌های یک مادهٔ رادیواکتیو در مدت ۲۴ ساعت واپاشیده شود، نیمه‌عمر آن چند ساعت است؟ *(ریاضی خارج ۹۶ ـ مشابه تجربی ۸۸)*

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

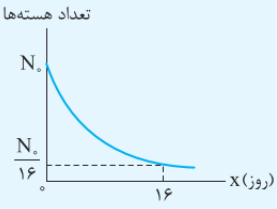
گزینهٔ «۴» تعداد هسته‌های باقی‌مانده: $N' = N_0 - N \Rightarrow \frac{87/5}{100}N_0 = N_0 - N$

$$\Rightarrow N = \frac{12/5}{100}N_0 \Rightarrow N = \frac{1}{8}N_0$$

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{8}N_0 = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 2^n = 8 = 2^3 \Rightarrow n = 3$$

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 3 = \frac{24}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 8\,h$$

نمودار تغییرات تعداد هسته‌های یک مادهٔ پرتوزا برحسب زمان، مطابق شکل مقابل است. پس از گذشت هشت روز چند درصد از هسته‌های آن فعال باقی می‌ماند؟ (تجربی خارج ۹۷)



۱) ۸۷/۵ ۲) ۵۰

۳) ۲۵ ۴) ۱۲/۵

گزینهٔ «۳» از فرمول نیمه‌عمر در مواد رادیواکتیو کمک می‌گیریم:

تعداد هسته‌های رادیواکتیو باقی‌مانده: $N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{N_0}{16} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = 4$

n همان تعداد نیمه‌عمرها است. $n = \frac{\Delta t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 4 = \frac{16 \text{ روز}}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 4$ روز

حالا می‌خواهیم بدانیم پس از ۸ روز چند درصد هسته‌ها فعال باقی می‌مانند:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow[\Delta t = 8 \text{ روز} \quad T = 4 \text{ روز}]{n = \frac{\Delta t}{T}} N = \frac{N_0}{2^2} = \frac{N_0}{4} = 0/25\, N_0$$

یعنی ۲۵ درصد هسته‌ها فعال باقی می‌ماند.

فرمول‌های فصل

اثر فوتوالکتریک و فوتون

انرژی هر فوتون: $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ و h: ثابت پلانک

طیف خطی

طیف خطی هیدروژن اتمی: $\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2})$ و R: ثابت ریدبرگ

رشته‌ها: لیمان $(n' = 1)$، بالمر $(n' = 2)$، پاشن $(n' = 3)$، براکت $(n' = 4)$، پفوند $(n' = 5)$

مدل‌های اتمی

اصول و فرضیات مدل بور:

شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن: $r_n = a_0 n^2 = r_1 n^2$

انرژی الکترون در اتم هیدروژن: $E_n = \frac{-13/6 \text{ eV}}{n^2}$

معادلهٔ گسیل فوتون از اتم: $E_U - E_L = hf$

طول موج فوتون تابش‌شده: $\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2})$

ساختار هسته

یکای جرم اتمی (u): $\frac{1}{12}$ جرم اتم ^{12}C.

نماد هسته: $A = Z + N \quad و \quad {}^{A}_{Z}X_{N}$

انرژی بستگی هسته‌ای: $E = mc^{۲}$

پرتوزایی طبیعی

واپاشی آلفا (α): ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-۴}_{Z-۲}Y + {}^{۴}_{۲}He$

واپاشی بتا (β):

β^{+}: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-۱}Y + {}^{۰}_{۱}e^{+}$

β^{-}: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+۱}Y + {}^{۰}_{-۱}e$

واپاشی گاما (γ): ${}^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma$

نیمه‌عمر

تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده: $n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}$

تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده: $N = \frac{N_{۰}}{۲^{n}}$