گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

جزوهٔ کمک آموزشی

فیزیک ۱

فصل ۲

کار و انرژی

تهیه و تنظیم:
احد افتخار

@gozine2 gozine2.ir www.gozine2.ir ۲۰۰۰۰۳۱۶

۱- انرژی جنبشی:

انرژی وابسته به حرکت یک جسم انرژی حرکتی یا انرژی جنبشی نامیده می‌شود. اگر جسمی به جرم m با سرعت v حرکت کند انرژی جنبشی آن با رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$k = \frac{1}{2}mv^2$$

$K(J)$ انرژی جنبشی جسم - $v(m/s)$ سرعت جسم - $m(kg)$ جرم جسم

مثال ۱: اتومبیلی با سرعت $90 km/h$ در حال حرکت است سرعت اتومبیل تقریباً چند متر بر ثانیه افزایش یابد تا انرژی جنبشی آن ۲ برابر شود؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۵ ۳) ۳۵ ۴) ۵۰

پاسخ: گزینه ۱

$$v_1 = 90 Km/h \div 3/6 = 25 m/s$$

$$\frac{K_2}{K_1} = 2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = 2 \Rightarrow (\frac{v_2}{v_1})^2 = 2 \Rightarrow v_2 - \sqrt{2}\, v_1$$

$$v_2 \simeq 1/4 \rightarrow v_2 = 1/4 \times 25 \rightarrow v_2 = 35 m/s \Rightarrow \Delta V = 35 - 25 = 10 \frac{m}{s}$$

نکته ۱: مقایسه انرژی جنبشی جسم در دو حالت مختلف:

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} \times (\frac{v_2}{v_1})^2$$

مثال ۲: یک موشک در لحظه‌ی پرتاب به جرم m و دارای سرعت v می‌باشد پس از مدتی سرعت آن ۵۰ درصد افزایش یافته و جرم آن ۴۰ درصد کاهش می‌یابد انرژی جنبشی آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۳۵ درصد- افزایش ۲) ۳۵ درصد کاهش ۳) ۱۰ درصد- افزایش ۴) ۱۰ درصد- کاهش

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}m_2v_2^2}{\frac{1}{2}m_1v_1^2} = \frac{0/6m_1}{m_1} \times (\frac{1/5v_1}{v_1})^2 = 0/6 \times 2/25 = 1/35 \rightarrow K_2 = 1/35K_1$$ ۳۵% افزایش

نکته ۲: با توجه به روابط مربوط به اندازه حرکت جسم (ترکیب با فیزیک دوازدهم)

$v(m/s)$ سرعت جسم

$m(kg)$ جرم جسم

P اندازه حرکت (kgm/s) $\quad P = mv$

$\Delta T(s)$ زمان $\Delta P_{(kgm/s)}$ تغییر اندازه حرکت $F(N)$ نیرو $\quad F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$

رابطه بین انرژی جنبشی و اندازه حرکت بصورت زیر است. $\quad k = \frac{p^2}{2m}$

نکته ۳: اگر جسمی به جرم m از حال سکون تحت اثر نیروی F به حرکت درآید پس از گذشت زمان t اندازه حرکت آن با رابطه زیر به‌دست می‌آید. (ترکیب با فیزیک دوازدهم)

$$\boxed{k=\frac{(Ft)^2}{2m}} \Rightarrow \frac{k_2}{k_1}=\frac{p_2}{p_1}\times\frac{m_1}{m_2}$$

$$\frac{k_2}{k_1}=(\frac{F_2}{F_1})^2\times(\frac{t_2}{t_1})^2\times(\frac{m_1}{m_2})$$

مثال ۳: جسمی به جرم $2kg$ از حال سکون تحت اثر نیروی $F=5N$ به حرکت در می‌آید انرژی جنبشی جسم پس از ۴ ثانیه چقدر خواهد بود؟

۱) $100J$ ۲) $200J$ ۳) $400J$ ۴) $500J$

پاسخ: گزینه ۱

$$K=\frac{(Ft)^2}{2m}=\frac{(5\times4)^2}{2\times2}=\frac{400}{4}=100$$

$$K=100J$$

مثال ۴: تکانه‌ی اتومبیلی به جرم یک تن با تکانه کامیونی به جرم ۵ تن برابر است انرژی جنبشی کامیون چند برابر انرژی جنبشی اتومبیل است؟

۱) ۵ ۲) ۲۵ ۳) $\frac{1}{5}$ ۴) $\frac{1}{25}$

پاسخ: گزینه ۳

$$K=\frac{P^2}{2m}\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=(\frac{P_2}{P_1})^2\times(\frac{m_1}{m_2})=(1)^2\times\frac{1}{5}$$

$$K_2=\frac{1}{5}K_1$$

مثال ۵: دو گلوله‌ی A و B تکانه‌ی یکسانی دارند اگر جرم گلوله B، سه برابر جرم گلوله‌ی A باشد و انرژی جنبشی گلوله A برابر $18J$ باشد انرژی جنبشی گلوله B چند ژول است؟

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۴۸

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{cases}P_A=P_B\\ m_B=3m_A\end{cases}\quad K=\frac{P^2}{2m}$$

$$\frac{K_A}{K_B}=(\frac{P_A}{P_B})^2\times(\frac{m_B}{m_A})=1^2\times3$$

$$\frac{18}{K_B}=3\rightarrow K_B=6J$$

مثال ۶: اگر با ثابت ماندن جرم یک گلوله،انرژی جنبشی آن ۷۵ درصد کاهش یابد اندازه‌ی تکانه‌ی آن گلوله چند درصد کاهش می‌یابد؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینه ۳

$$K=\frac{P^2}{2m}\quad \frac{K_2}{K_1}=(\frac{P_2}{P_1})\times(\frac{m_1}{m_2})$$

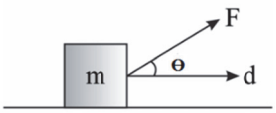
$$\frac{\frac{1}{4}K_1}{K_1}=(\frac{P_2}{P_1})^2\times1\quad \frac{P_2}{P_1}=\frac{1}{2}$$ ۵۰ درصد کاهش

مؤسسه آموزشی فرهنگی

۲- کار نیروی ثابت:

وقتی به جسمی نیرو وارد شود و جسم جابه‌جا شود کار انجام شده است کار کمیتی عددی (اسکالر) است

اگر نیروی F با زاویه θ نسبت به بردار جابه‌جایی به جسم وارد شود و جسم به اندازه d جابه‌جا شود مقدار کار با رابطه زیر به‌دست می‌آید.



$$W = Fd\cos\theta$$

W(J) کار d(m) جابه‌جایی F(N) نیرو Θ زاویه بین F,d

نکته ۴: اگر نیرو و جابه‌جایی هم جهت باشند $(\theta = 0) \Leftarrow W = Fd$

اگر نیرو و جابه‌جایی بر هم عمود باشند $(\theta = 90) \Leftarrow W = 0$

اگر نیرو و جابه‌جایی در خلاف جهت هم باشند $(\theta = 180) \Leftarrow W = -Fd$

نکته ۵: کار نیروی عمود بر سطح در جابه‌جایی جسم روی سطح صفر است.

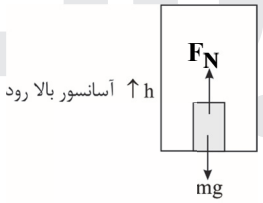
$$W_N = F_N d\cos 90 = 0$$

کار نیروی اصطکاک همیشه منفی است زیرا نیروی اصطکاک همیشه در خلاف جهت حرکت می‌باشد.

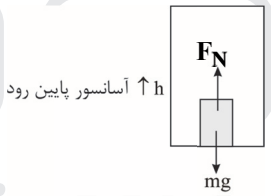
$$W_{fk} = f_k d\cos 180 = -fxd$$

کار نیروی عمود بر سطح و کار نیروی وزن در جابه‌جایی عمودی:

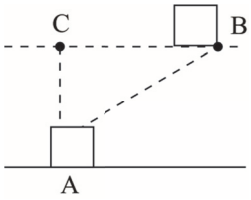
$$\begin{cases} W_N = F_N d\cos 0 = F_N h \\ W_{mg} = mgd\cos 180 = -mgh \end{cases}$$



$$\begin{cases} W_N = F_N d\cos 180 = -F_N h \\ W_{mg} = mgd\cos 0 = +mgh \end{cases}$$

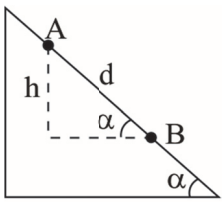


کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و فقط میزان جابه‌جایی عمودی اهمیت دارد. اگر جسمی از سطح زمین و از نقطه A تا ارتفاع h یعنی نقطه B بالا برده شود از هر مسیر کار نیروی وزن یکسان است.



$$W_{AB} = W_{ACB}$$

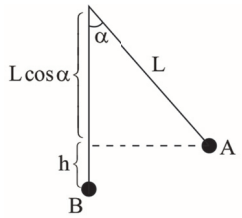
کار نیروی وزن روی سطح شیب‌دار



$$W_{mg} = mgh \Rightarrow W_{mg} = mgd\sin\alpha$$

کار نیروی وزن در آونگ:

اگر آونگ از نقطه A تا B حرکت کند.

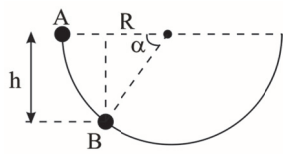


$$W_{mg} = +mgh = +mg(L - L\cos\alpha)$$

$$\boxed{W_{mg} = +mgL(1 - \cos\alpha)}$$

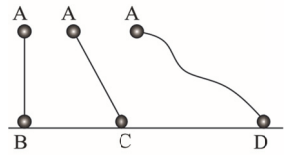
کار نیروی وزن در نیمکره:

اگر جسم از A تا Bجابه‌جا شود:



$$W_{mg} = +mgh = +mgR\sin\alpha$$

کار نیروی وزن در مسیرهای مختلف



$$W_{AB} = W_{AC} = W_{AD}$$

مثال ۷: جسمی به جرم $0/5kg$ را روی سطح شیب‌داری به زاویه شیب 30° به سمت بالا پرتاب می‌کنیم جسم پس از طی مسافت ۸ متر روی سطح شیب‌دار متوقف می‌شود کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چقدر می‌باشد؟

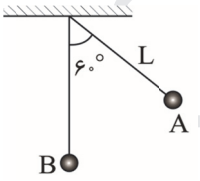
۱) $-10J$ ۲) $-20J$ ۳) $-40J$ ۴) $-80J$

پاسخ: گزینه ۲

$$W = -mgh = -mgd\sin 30^\circ$$

$$W = -0/5\times 10\times 8\times\frac{1}{2} = -20J$$

مثال ۸: گلوله آونگ از نقطه A رها می‌شود و تا نقطه B در پایین‌ترین نقطه حرکت می‌کند اگر جرم گلوله m و طول آونگ L باشد کار نیروی وزن در این جابه‌جایی کدام است؟



۱) mgL ۲) $mg\frac{L}{2}$

۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}mgL$ ۴) $mg\frac{L}{4}$

پاسخ: گزینه ۲

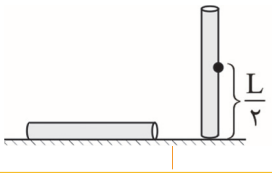
$$W = +mgh = +mg(L - L\cos 60)$$

$$W = +mgL\times\frac{1}{2} = mg\frac{L}{2}$$

گرانیگاه- مرکز ثقل:

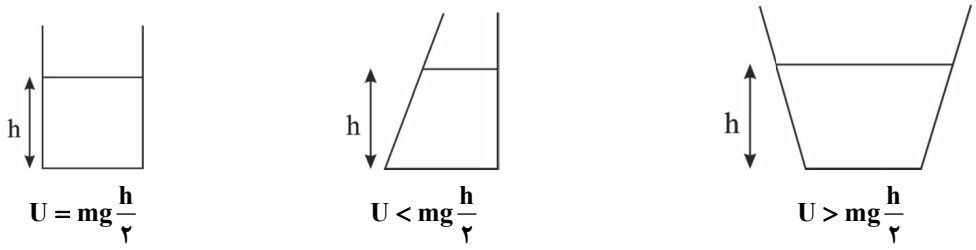
نقطه‌ای از جسم که برآیند نیروهای وزن ذرات جسم به آن نقطه وارد می‌شود را مرکز ثقل جسم گویند. برای محاسبه کار نیروی وزن جسم مقدار جابه‌جایی گرانیگاه آن اهمیت دارد.

مرکز ثقل اجسام متقارن در مرکز تقارن آن‌ها است. به‌عنوان مثال وقتی یک میله به طول L بطور افقی روی زمین قرار دارد ارتفاع مرکز ثقل آن صفر است وقتی آن را به حالت عمودی درمی‌آوریم مرکز ثقل آن به ارتفاع $\frac{L}{2}$ می‌رود و کار نیروی وزن آن $-mg\frac{L}{2}$ خواهد بود.



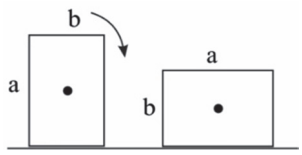
در اجسام نامتقارن مرکز ثقل به سمتی که جرم بیشتری دارد متمایل است.

مثال: اگر ارتفاع آب در هر سه ظرف شکل زیر h باشد ارتفاع مرکز تقارن هریک از آن‌ها متفاوت است.



$U = mg\frac{h}{2}$ $\quad U < mg\frac{h}{2}$ $\quad U > mg\frac{h}{2}$

در شکل زیر اگر جسم مکعب مستطیل سقوط کند کار نیروی وزن برابر خواهد بود با:



$$U_1 = mg\frac{a}{2} \quad U_2 = mg\frac{b}{2} \Rightarrow \boxed{W_{mg} = mg(\frac{a}{2} - \frac{b}{2})}$$

۳- کار کل:

کار کل نیروهای وارد بر جسم با جمع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم به‌دست می‌آید که مقدار آن برابر است با کار نیروی برایند.

کار کل $\sum W = W_1 + W_2 + \ldots$

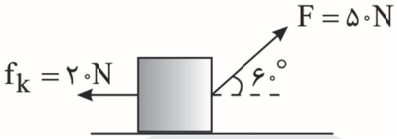
کار نیروی برایند $W_{F_T} = F_T d\cos\alpha$

$$\boxed{\sum W = W_{F_T}}$$

مثال ۹: در شکل زیر به جسمی به جرم $m = 10kg$ نیروی $F = 50N$ تحت زاویه 60° وارد شده و جسم روی سطح افقی $8m$ جابه‌جا می‌شود اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم $f_k = 20N$ است کار کل نیروهای وارد بر جسم در این جابه‌جایی را محاسبه کنید.

۱) ۴۰ ۲) ۸۰

۳) ۵۶۰ ۴) ۲۴۰



پاسخ: گزینه ۱

$$\sum w = W_F + W_{f_k} + W_{mg} + W_N$$

نیروهای وزن (mg) و عمود بر سطح (N) با جابه‌جایی زاویه 90° می‌سازند و کار آن‌ها صفر است.

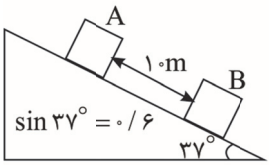
$$\sum w = Fd\cos 60 + f_k d\cos 180$$

$$\sum w = 50\times 8\times\frac{1}{2} + 20\times 8\times(-1) = 40J$$

مثال ۱۰: مطابق شکل جسمی به جرم $m = 8kg$ روی سطح شیب‌داری به زاویه شیب 37° از نقطه A رها شده و مسافت $10m$ را تا نقطه B طی می‌کند اگر نیروی اصطکاک در این مسیر مقدار ثابت $40N$ باشد از نقطه A تا B کار کل نیروهای وارد بر جسم چقدر است؟ $(g=10m/s^2)$

۱) ۸۸۰J ۲) ۴۸۰J

۳) ۴۰۰J ۴) ۸۰J



پاسخ: گزینه ۴

$$\sum w = W_{mg} + W_N + W_{fk}$$

$$\sum w = +mgd\sin 37 + 0 + fkd\cos 180$$

$$\sum w = 8\times 10\times 10\times 0/6 + 40\times 10\times(-1)$$

$$\sum w = 80J$$

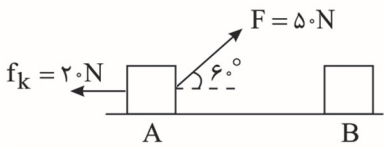
مؤسسه آموزشی فرهنگی

۴- کار و انرژی جنبشی:

بین کار کل انجام شده روی یک جسم و تغییر انرژی جنبشی آن رابطه‌ای وجود دارد که به قضیهٔ کار- انرژی جنبشی معروف است.

بر طبق قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل انجام شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است. $\boxed{W_t = k_2 - k_1}$

مثال ۱۱: در شکل زیر جسمی به جرم $m = 10kg$ نیروی $F = 50N$ با زاویه 60° نسبت به افق وارد می‌شود و جسم روی سطح افقی از نقطه A و از حال سکون تا نقطه B به اندازه $8m$ جابه‌جا می‌شود اگر اندازه نیروی اصطکاک در این مسیر $f_k = 20N$ باشد سرعت جسم در نقطه B چقدر خواهد بود؟



۱) $2m/s$ ۲) $\sqrt{2}\,m/s$

۳) $2\sqrt{2}\,m/s$ ۴) $4m/s$

پاسخ: گزینه ۲

$$W_t = k_2 - k_1$$

$$W_F + W_{fk} + W_{mg} + W_N = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$Fd\cos 60 + fkd\cos 180 + 0 + 0 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$50\times 8\times\frac{1}{2} + 20\times 8\times(-1) = \frac{1}{2}\times 10\times v^2$$

$$40 = 5v^2 \rightarrow v^2 = 8 \rightarrow v = 2\sqrt{2}\ \frac{m}{s}$$

مثال ۱۲: روی سطح شیب‌دار بدون اصطکاکی به زاویه 37° نسبت به افق نیروی F جعبه‌ای به جرم $10kg$ را از حال سکون در طول شیب ۲ متر پیش می‌برد و سرعت آن را به $2\frac{m}{s}$ می‌رساند کار نیروی F چند ژول است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6)$

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۴۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۲

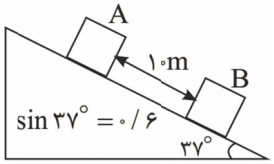
$$W_t = k_2 - k_1$$

$$W_{mg} + W_F + W_N = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$-mgd\sin 37^\circ + W_F + 0 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$-120 + W_F = 20 \rightarrow W_F = 140J$$

مثال ۱۳: مطابق شکل جسمی به جرم $m = 8kg$ روی سطح شیب‌دار به زاویه 37° از نقطه A و از حال سکون رها شده و مسافت $10m$ را تا نقطه B طی می‌کند اگر نیروی اصطکاک در این مسیر مقدار ثابت $40N$ باشد سرعت جسم در نقطه B چقدر است؟



۱) $4\sqrt{30}\,m/s$ ۲) $\sqrt{245}\,m/s$

۳) $2\sqrt{5}\,m/s$ ۴) $4\sqrt{5}\,m/s$

پاسخ: گزینه ۳

$$W_t = k_2 - k_1$$

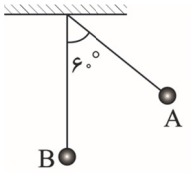
$$W_{mg} + W_N + W_{fk} = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$+mgd\sin 37^\circ + 0 + fkd\cos 180 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$480 - 400 = 4v^2 \rightarrow v^2 = 20 \rightarrow v = 2\sqrt{5}\ \frac{m}{s}$$

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

مثال ۱۴: گلوله آونگی به جرم ۲۰۰g از نخی به طول ۴۰cm آویزان است آن را ۶۰° از وضع تعادل خارج می‌کنیم و از نقطه A رها می‌کنیم. سرعت آونگ در لحظه‌ای که از پایین‌ترین نقطه می‌گذرد چقدر است؟



۱) $۲\,m/s$ ۲) $۲\sqrt{۲}\,m/s$

۳) $۲\sqrt{۳}\,m/s$ ۴) $۴\,m/s$

پاسخ: گزینه ۴

$$W_t = \frac{۱}{۲}mv^۲ - ۰$$

$$mgL(۱-\cos ۶۰) = \frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$gL\times\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲}v^۲$$

$$۴ = v^۲ \rightarrow v = ۲\,m/s$$

مثال ۱۵: چتربازی به جرم کل ۸۰kg از ارتفاع ۵۰۰ متری کوهی به پایین می‌پرد و در همان لحظه اول چتر خود را باز می‌کند نیروی مقاومت هوا بر چتر او ۷۸۰N است این چترباز با چه سرعتی به سطح زمین می‌رسد؟

۱) $۱۰\sqrt{۵}\,m/s$ ۲) $۵\sqrt{۲}\,m/s$ ۳) $۲۰\sqrt{۵}\,m/s$ ۴) $۵\sqrt{۱۰}\,m/s$

پاسخ: گزینه ۴

$$W_t = k_۲ - k_۱$$

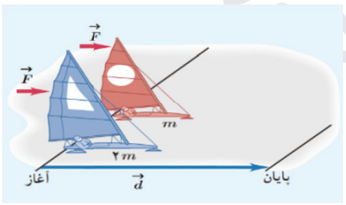
$$W_{mg} + W_{fk} = \frac{۱}{۲}mv^۲ - ۰$$

$$mgh - fk\,d = \frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$۴۰۰۰۰۰ - ۷۸۰\times۵۰۰ = ۴۰v^۲$$

$$v^۲ = ۲۵۰ \Rightarrow v = ۵\sqrt{۱۰}\,m/s$$

مثال ۱۶: دو قایق بادبانی A به جرم m و قایق B به جرم ۲m روی دریاچه هر دو از حال سکون بوسیله نیروی باد به حرکت در می‌آیند برایند نیروهای وارد بر هر کدام یکسان و برابر F است. این دو قایق پس از طی مسافت d از خط پایان می‌گذرند در لحظه‌ی عبور از خط پایان سرعت آن‌ها V_A و V_B نسبت V_A/V_B کدام است؟



۱) ۳

۲) ۴

۳) $\sqrt{۲}$

۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

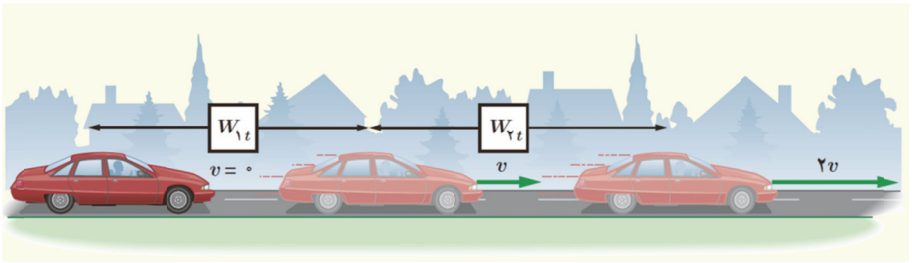
پاسخ: گزینه ۳

$$\left.\begin{matrix}F_۱ = F_۲\\ d_۱ = d_۲\end{matrix}\right\} \rightarrow W_{t_۱} = W_{t_۲} \rightarrow \Delta k_۱ = \Delta k_۲$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۲}m_A v_A^۲ = \frac{۱}{۲}mBv_B^۲$$

$$\rightarrow m\times v_A^۲ = ۲m\times v_B^۲ \rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{۲}$$

مثال ۱۷: برای آنکه تندی خودرویی از حال سکون به V برسد باید کار کل W_1 روی آن انجام شود. همچنین برای آنکه تندی خودرو از V به ۲V برسد باید کار کل W_2 روی آن انجام شود نسبت $\frac{W_1}{W_2}$ چقدر است؟



۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{4}$

۴) ۱

پاسخ: گزینه ۲

$$W_1 = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$W_2 = \frac{1}{2}m(2v)^2 - \frac{1}{2}mv^2 = 3\times\frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{1}{3}$$

۵- کار و انرژی پتانسیل:

کار نیروهای پایستار باعث تغییر انرژی پتانسیل می‌شود. انرژی پتانسیل انرژی ذخیره شده در جسم است که با فراهم شدن شرایط می‌تواند کار انجام دهد.

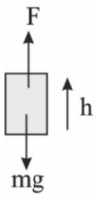
تغییر انرژی پتانسیل برابر است با قرینهٔ کاری که میدان نیروی پایستار بر روی جسم انجام می‌دهد

$$\boxed{\Delta u = -W}$$

میدان $u_2 - u_1 = -w$

انرژی پتانسیل گرانشی:

اگر جسمی از سطح زمین تا ارتفاع h بالا برود کار نیروی وزن جسم برابر است با:



$$W_{mg} = mgh\cos 180$$

$$W_{mg} = -mgh$$

در این حالت تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم برابر است با:

$$\Delta u = -W_{mg} \rightarrow \Delta u = -(-mgh) \rightarrow \Delta u = mgh$$

$$u_2 - u_1 = mgh \rightarrow u_2 - 0 = mgh \rightarrow \boxed{u = mgh}$$

اگر جسم به اندازه h بالا برود $\begin{cases} W_{mg} = -mgh \\ \Delta u = +mgh \end{cases}$

اگر جسم به اندازه h پایین برود $\begin{cases} W_{mg} = +mgh \\ \Delta u = -mgh \end{cases}$

مثال ۱۸: هواپیمائی در ارتفاع h به سرعت ۷۲۰ km/h در حرکت است اگر انرژی پتانسیل گرانشی آن نسبت به سطح زمین ۴ برابر انرژی جنبشی آن باشد ارتفاع h چند کیلومتر است؟

۱) ۴km ۲) ۸km ۳) ۱۰km ۴) ۲km

پاسخ: گزینه ۲

$$U = 4k \Rightarrow mgh = 4\times\frac{1}{2}mv^2 \qquad 10\times h = 2\times 200^2 \rightarrow h = 8000m \rightarrow h = 8km$$

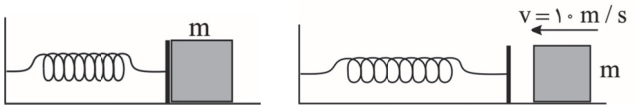
گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

انرژی پتانسیل کِشسانی (فنر):

هرگاه فنر از طول عادی کشیده و یا فشرده شود در آن انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود.

وقتی طول عادی فنر را تغییر می‌دهیم فنر نیروی مخالف اعمال می‌کند و کار منفی انجام می‌دهد بنابراین طبق رابطه ($\Delta u = -W_{\text{میدان}}$) انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد

مثال ۱۹: جسمی به جرم $2kg$ با سرعت $10\ m/s$ به فنری روی سطح افقی برخورد کرده و آن را فشرده می‌کند در لحظه‌ی توقف جسم $80\ J$ انرژی پتانسیل در فنر ذخیره شده است از لحظه برخورد تا لحظه توقف جسم کار نیروی فنر و کار نیروی اصطکاک چقدر است؟



۱) $-80J$ و $+20J$ ۲) $-80J$ و $-20J$ ۳) $+20J$ و $100J$ ۴) $-20J$ و $100J$

پاسخ: گزینه ۲

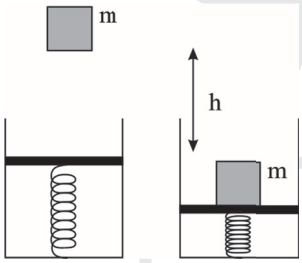
$$W_{\text{فنر}} = -\Delta u_e \Rightarrow W_{\text{فنر}} = -80$$

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_{\text{فنر}} + W_{fk} = 0 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$-80 + W_{fk} = -\frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 \Rightarrow -80 + W_{fk} = -100$$

$$W_{fk} = -20\,J$$

مثال ۲۰: در شکل مقابل جسمی به جرم $4kg$ از بالای فنری بر روی آن سقوط می‌کند و پس از فشرده شدن فنر متوقف می‌شود در این حالت 20 ژول انرژی پتانسیل کشسانی در فنر ذخیره می‌شود اگر جسم از لحظه سقوط تا توقف به اندازه h پایین آمده باشد مقدار h چند سانتی‌متر است؟



۱) $20cm$

۲) $40cm$

۳) $50cm$

۴) $100cm$

پاسخ: گزینه ۳

$$W_t = \Delta K \qquad W_{\text{فنر}} = -\Delta u = -20$$

$$W_{mg} + W_{\text{فنر}} = 0 - 0$$

$$mgh - 20 = 0 \rightarrow 40h = 20 \rightarrow h = 0/5m = 50cm$$

۶- پایستگی انرژی مکانیکی:

الف) پایستگی انرژی منکانیکی در حضور نیروهای پایستار:

نیروهای پایستار نیروهائی هستند که انرژی جسم را تلف نمی‌کند و اگر کار منفی انجام دهند به همان میزان انرژی پتانسیل ذخیره می‌کنند مانند نیروی وزن- نیروهای الکتریکی و مغناطیسی و نیروی فنر.

بنابراین اگر فقط نیروهای پایستار به جسم وارد شوند انرژی مکانیکی کل جسم ثابت است.

انرژی مکانیکی مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل جسم می‌باشد

$$\boxed{E = U + K}$$

در حضور نیروهای پایستار

$$\boxed{E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2}$$

$$\rightarrow U_1 - U_2 = K_2 - K_1 \rightarrow \boxed{\Delta k = -\Delta u}$$

مثال ۲۱: گلوله‌ای با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ به یک فنر برخورد کرده و سطح بدون اصطکاک است در لحظه‌ای که انرژی ذخیره شده در فنر $\frac{۱}{۳}$ انرژی جنبشی جسم است تندی جسم چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۲/۵ ۳) $\frac{۱۰}{۳}$ ۴) $۵\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینه ۴

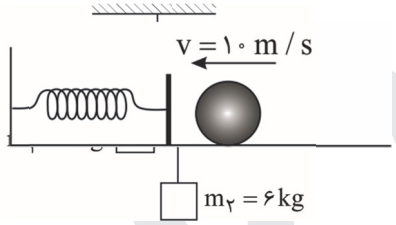
$$E_۱ = E_۲ \rightarrow u_۱ + k_۱ = u_۲ + k_۲$$

$$\rightarrow ۰ + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲}k_۲ + k_۲ \rightarrow$$

$$\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۴}{۳}\times\frac{۱}{۲}mv_۲^۲ \rightarrow ۱۰^۲ = \frac{۴}{۳}v_۲^۲$$

$$v^۲ = ۷۵ \rightarrow v = ۵\sqrt{۳}\frac{m}{s}$$

مثال ۲۲: جرم وزنه‌های شکل زیر $m_۱ = ۴kg$ و $m_۲ = ۶kg$ است اگر دستگاه رها شود پس از $۱m$ جابه‌جایی وزنه‌ها سرعت آن‌ها چقدر می‌شود؟



۱) $۲\ m/s$
۲) $\sqrt{۳}\ m/s$
۳) $۲\sqrt{۳}\ m/s$
۴) $۴\ m/s$

پاسخ: گزینه ۱

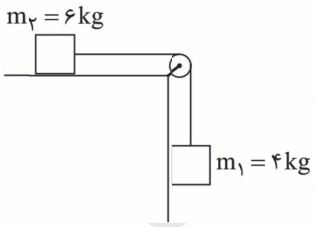
$$\Delta u = -\Delta k$$

$$-m_۲gh + m_۱gh = -(k_۲ - ۰)$$

$$-۶۰ + ۴۰ = -k_۲ \rightarrow k_۲ = ۲۰$$

$$\frac{۱}{۲}\times(۴+۶)v^۲ = ۲۰ \rightarrow v^۲ = ۴ \rightarrow v = ۲\frac{m}{s}$$

مثال ۲۳: جرم وزنه‌های شکل زیر $m_۱ = ۴kg$ و $m_۲ = ۶kg$ است اگر دستگاه رها شود پس از $۱m$ جابه‌جایی وزنه‌ها سرعت آن‌ها چقدر می‌شود؟



۱) $۲\ m/s$ ۲) $۲\sqrt{۲}\ m/s$
۳) $۴\ m/s$ ۴) $۴\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینه ۲

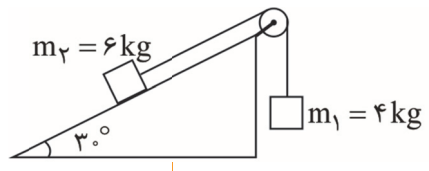
$$\Delta u = -\Delta k$$

$$-m_۱gh = -(k_۲ - ۰)$$

$$-۴۰ = -k_۲ \rightarrow k_۲ = ۴۰$$

$$\frac{۱}{۲}\times(۴+۶)v^۲ = ۴۰ \rightarrow v^۲ = ۸ \rightarrow v = ۲\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

مثال ۲۴) جرم وزنه‌های شکل زیر $m_۱ = ۴kg$ و $m_۲ = ۶kg$ است اگر دستگاه رها شود پس از $۱m$ جابه‌جایی وزنه‌ها سرعت آن‌ها چقدر می‌شود؟



۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $۲\ m/s$
۳) $۲\sqrt{۲}\ m/s$ ۴) $۴\ m/s$

پاسخ: گزینه ۱

$$-\Delta u = \Delta k$$

$$-(-m_1 gh + m_2 gh \sin ۳۰) = k_2 - ۰$$

$$-(-۴۰ + ۳۰) = k_2 \rightarrow ۱۰ = \frac{۱}{۲}(۱۰)v^2 \rightarrow v = \sqrt{۲}\,\frac{m}{s}$$

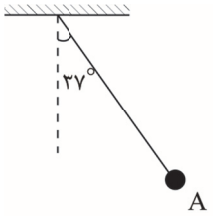
مثال ۲۵: مطابق شکل زیر آونگی به طول $۱/۲۵m$ با سرعت v از وضعیت نشان داده شده (نقطه A) عبور می‌کند کم‌ترین مقدار v چند متر بر ثانیه باشد تا ریسمان بتواند به وضعیت افقی برسد؟ (از مقاومت هوا صرفنظر شود، $g = ۱۰\ m/s^2$ و $\sin ۳۷^\circ$)

۱) ۲

۲) $۲\sqrt{۵}$

۳) $\sqrt{۵}$

۴) ۴



پاسخ: گزینه ۲

$$E_1 = E_2 \rightarrow u_1 + k_1 = u_2 + k_2$$

$$۰ + \frac{۱}{۲}mv^2 = mgL\cos ۳۷$$

$$\frac{۱}{۲}v^2 = ۱۰ \times ۱/۲۵ \times ۰/۸ \rightarrow v^2 = ۲۰ \rightarrow v = ۲\sqrt{۵}$$

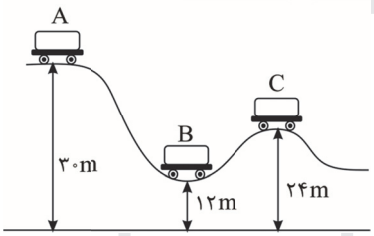
مثال ۲۶: در شکل روبرو اصطکاک ناچیز است و ارابه بدون سرعت اولیه از حالت A رها می‌شود نسبت سرعت ارابه در حالت B به سرعت آن در حالت C کدام است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) $\sqrt{۲}$

۴) $\sqrt{۳}$



پاسخ: گزینه ۴

$$E_B = E_A \rightarrow u_B + k_B = u_A + k_A$$

$$mgh_B + \frac{۱}{۲}mv_B^2 = mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_A^2$$

$$۱۰ \times ۱۲ + \frac{۱}{۲}v_B^2 = ۱۰ \times ۳۰ + ۰$$

$$\frac{۱}{۲}v_B^2 = ۱۸۰ \qquad v_B^2 = ۳۶۰$$

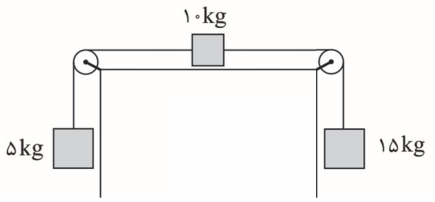
$$E_c = E_A \rightarrow u_c + k_c = u_A + k_A$$

$$mgh_c + \frac{۱}{۲}mv_c^2 = mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_A^2$$

$$۱۰ \times ۲۴ + \frac{۱}{۲}v_c^2 = ۱۰ \times ۳۰ + ۰$$

$$\frac{۱}{۲}v_c^2 = ۶۰ \qquad v_c^2 = ۱۲۰ \qquad \frac{v_B^2}{v_c^2} = \frac{۳۶۰}{۱۲۰} = ۳ \qquad v_B = \sqrt{۳}v_c$$

مثال ۲۷: در شکل زیر با صرفنظر از کلیه اصطکاک‌ها اگر دستگاه از حالت سکون شروع به حرکت کند پس از ۵۰cm جابه‌جا شدن سرعت حرکت هر جسم چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$



۱) $\sqrt{\frac{۵}{۳}}$ ۲) $\sqrt{\frac{۱۵}{۳}}$

۳) $\sqrt{\frac{۲۰}{۳}}$ ۴) $\sqrt{\frac{۱۰}{۳}}$

پاسخ: گزینه ۴

$$-\Delta u = \Delta k$$

$$-(m_۱gh + ۰ - m_۲gh) = \frac{۱}{۲}(m_۱ + m_۲ + m_۳)v^۲$$

$$-(۵\times ۱۰\times ۰/۵ - ۱۵\times ۱۰\times ۰/۵) = ۱۵v^۲$$

$$۵۰ = ۱۵v^۲ \qquad v^۲ = \frac{۱۰}{۳} \quad v = \sqrt{\frac{۱۰}{۳}} \ \frac{m}{s}$$

ب) پایستگی انرژی مکانیکی در حضور نیروهای ناپایستار:

اگر علاوه بر نیروهای پایستار نیروهای ناپایستار نیز بر جسم اثر کند بخشی از انرژی مکانیکی اولیه جسم صرف غلبه بر نیروهای اتلافی و اصطکاک می‌شود و به اندازه کار نیروی اصطکاک از انرژی مکانیکی کاسته می‌شود این مقدار انرژی به انرژی درونی جسم و سطح تبدیل می‌شود. در این صورت:

$$\boxed{W_{fk} = E_۲ - E_۱}$$

$$W_{fk} = (u_۲ + k_۲) - (u_۱ + k_۱)$$

$$W_{fk} = (u_۲ - u_۱) + (k_۲ - k_۱)$$

$$\boxed{W_{fk} = \Delta u + \Delta k}$$

مثال ۲۸: گلوله‌ای به جرم ۱kg از ارتفاع h نسبت به زمین رها می‌شود. اگر در هر متر سقوط ۳J از انرژی مکانیکی (انرژی کل) آن صرف غلبه بر مقاومت هوا شده و سرعت آن هنگام برخورد باز مین ۷m/s باشد ارتفاع h برحسب متر کدام است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۳/۵ ۳) ۵ ۴) ۷

پاسخ: گزینه ۲

$$W_{fk} = E_۲ - E_۱$$

$$-f_{kd} = (u_۲ + k_۲) - (u_۱ + k_۱)$$

$$-۳h^۲ = (۰ + \frac{۱}{۲}mv^۲) - (mgh + ۰)$$

$$-۳h = \frac{۱}{۲}\times ۱\times v^۲ - ۱\times ۱۰\times h$$

$$۷h = \frac{۱}{۲}\times v^۲ \rightarrow h = ۳/۵m$$

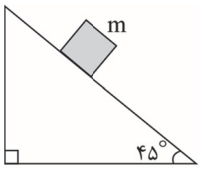
مثال ۲۹: گلوله‌ای به جرم ۱۰۰ گرم از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین با سرعت ۲m/s به طور قائم رو به پایین پرتاب می‌شود. اگر کار نیروی مقاومت هوا در طول مسیر −۲J باشد انرژی جنبشی گلوله در لحظه‌ی برخورد به زمین چند ژول است؟ $(g = ۱۰ m/s^۲)$

۱) ۸ ۲) ۸/۲ ۳) ۱۰/۲ ۴) ۱۲/۲

پاسخ: گزینه ۲

$$W_{fk} = E_2 - E_1$$
$$-2 = (u_2 + k_2) - (u_1 + k_1)$$
$$-2 = (0 + k_2) - (mgh + \frac{1}{2}mv^2)$$
$$-2 = (k_2) - (10 + 0/2)$$
$$k_2 = 8/2\,J$$

مثال ۳۰: در شکل مقابل جسم m به جرم ۴kg به طرف پایین از حال سکون شروع به لغزیدن می‌کند پس از طی مسافت d روی سطح شیب‌دار سرعتش به ۵m/s می‌رسد. اگر کار نیروی اصطکاک برابر ۱۵۰- ژول باشد مسافت d چند متر است؟



۱) ۵ ۲) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

۳) ۱۰ ۴) $5\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۴

$$W_{fk} = E_2 - E_1 = (u_2 + k_2) - (u_1 + k_1)$$
$$-50 = (0 + \frac{1}{2} \times 4 \times 5^2) - (4 \times 10 \times d \times \sin 45 + 0)$$
$$-50 = (50) - (10\sqrt{2}d)$$
$$20\sqrt{2}d = 200 \Rightarrow 5\sqrt{2}$$

مثال ۳۱: جسمی به جرم ۱kg با سرعت اولیه ۶m/s از پایین سطح شیب‌داری که با افق زاویه ۳۷° می‌سازد، به طرف بالا پرتاب می‌شود. هنگامی که جسم روی سطح شیب‌دار ۲m را طی می‌کند (به طرف بالا) سرعتش به ۲m/s می‌رسد. انرژی مکانیکی جسم در این جابه‌جایی چند ژول کاهش می‌یابد؟ $(g = 10\,m/s^2, \sin 37^\circ = 16)$

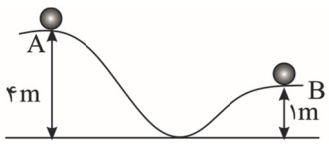
۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینه ۱

$$W_{fk} = E_2 - E_1 = (u_2 + k_2) - (u_1 + k_1)$$
$$W_{fk} = (mgd\sin 37 + \frac{1}{2}mv_1^2) - (0 + \frac{1}{2}mv_2^2)$$
$$W_{fk} = (12 + 2) - (18) = -4$$

انرژی مکانیکی ۴ ژول کاهش یافته است.

مثال ۳۲: جسمی به جرم ۴۰۰ گرم از نقطه A بدون سرعت اولیه رها می‌شود اگر اندازه کار نیروی اصطکاک در مسر از A تا B برابر ۴ ژول باشد سرعت جسم در نقطه B چقدر است؟



۱) $2\sqrt{10}\,m/s$ ۲) $2\sqrt{5}\,m/s$

۳) $4\sqrt{5}\,m/s$ ۴) $4\sqrt{10}\,m/s$

پاسخ: گزینه ۲

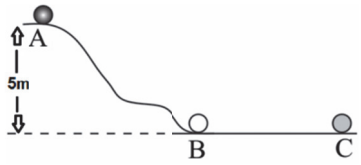
$$W_{fk} = E_2 - E_1 = (u_2 + k_2) - (u_1 + k_1)$$
$$-4 = (mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2) - (mgh_A + 0)$$
$$-4 = (4 + 0/2v_B^2) - (16)$$
$$8 = 0/2v_B^2 \rightarrow v_B = 2\sqrt{5}\ m/s$$

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

مثال ۳۳: در شکل مقابل جسم از نقطه A بدون سرعت اولیه شروع به حرکت می‌کند و مسیر بدون اصطکاک AB را طی می‌کند و سپس وارد مسیر افقی BC می‌شود اگر ضریب اصطکاک مسیر BC برابر $\mu_k = ۰/۲$ باشد،

الف) سرعت جسم در نقطه B چقدر است؟

ب) جسم روی مسیر BC چه مسافتی را طی می‌کند تا بایستد

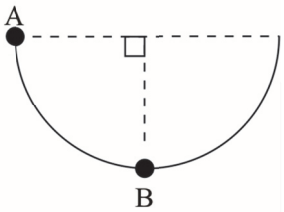


الف) $E_A = E_B \rightarrow u_A + k_A = u_B + k_B$

$۲۰۰ + ۰ = ۰ + \frac{۱}{۲} \times ۲ v_B^۲ \qquad v_B = ۱۰\sqrt{۲}$

ب) $W_{fk} = E_۲ - E_B \quad -f_k d = ۰ - \frac{۱}{۲} m v_B^۲ \qquad d = ۱۰m$

مثال ۳۴: جسمی در یک سطح نیم کره‌ای مطابق شکل از نقطه A رها می‌شود و پس از چند بار رفت و برگشت در نقطه B متوقف می‌شود نسبت کار نیروی اصطکاک به کار نیروی وزن در طی این حرکت کدام است؟



۱) ۴

۲) -۳

۳) ۲

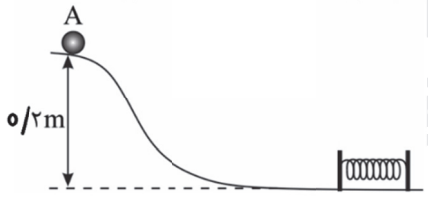
۴) -۱

پاسخ: گزینه ۴

$W_{fk} = E_B - E_A = ۰ - E_A = -mgR$

$\frac{W_{fk}}{W_{mg}} = \frac{-mgR}{mgR} = -۱$

مثال ۳۵: مطابق شکل زیر جسمی از نقطه A روی سطح شروع به حرکت می‌کند و به فنر برخورد کرده و متوقف می‌شود. اگر در لحظه توقف جسم فنر ۸cm فشرده شده باشد. نیروی متوسطی که فنر بر جسم وارد کرده است. چند نیوتن است؟ $(m = ۱kg)$ (از اصطکاک صرفنظر می‌شود)



۱) ۲۰N

۲) ۲۵N

۳) ۳۰N

۴) ۳۵N

پاسخ: گزینه ۲

$E_B = E_A$

$u_B + k_A = u_A + k_A$

$u_B + ۰ = mgh_A + ۰$

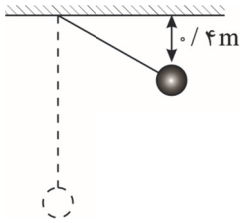
$u_B = ۲ \qquad W_{\text{فنر}} = -\Delta u_{\text{فنر}} = -۲$

$F_{\text{فنر}} d \cos ۱۸۰ = -۱۲۰ \rightarrow F_{\text{فنر}} \times \frac{۸}{۱۰۰} = -۲$

$F_{\text{فنر}} = ۲۵N$

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

مثال ۳۶: گلوله‌ای به جرم ۲۰۰g به انتهای یک آونگ به طول ۱/۲m متصل است. آونگ را از وضعیت قائم منحرف کرده و رها می‌کنیم اگر تندی وزنه هنگامی که از راستای قائم عبور می‌کند $۳\,m/s$ باشد چند ژول انرژی در مسیر حرکت تلف شده است؟ (جرم وزنه ۲۰۰g است)



۱) ۰/۷
۲) ۰/۱
۳) ۰/۹
۴) ۱/۵

پاسخ: گزینه ۱

$$W_{fk} = E_B - E_A = (u_B + k_B) - (u_A + k_A)$$

$$W_{fk} = (۰ + \frac{۱}{۲}mv_B^{۲}) - (mgL + ۰)$$

$$W_{fk} = ۰/۹ - ۱/۶ = -۰/۷$$

۷- توان: آهنگ انجام کار را توان گویند.

کار انجام شده توسط یک نیرو در واحد زمان را توان انجام کار توسط آن نیرو می‌نامیم، که برابر است با نسبت کار انجام شده به زمان انجام کار که واحد آن ژول بر ثانیه یا وات است.

$$P = \frac{w}{t}\left(\frac{J}{s} - w\right)$$

نکته: واحد ws (وات ثانیه) واحد انرژی است.

$$\frac{J}{s} = w \rightarrow J = ws$$

$$Wh = ۳۶۰۰ws = ۳۶۰۰J$$

$$kwh = ۳۶\times۱۰^{۵}ws = ۳۶\times۱۰^{۵}J$$

$$kwh \xrightarrow{\times ۳۶\times۱۰^{۵}} J \qquad kwh \xleftarrow{\div ۳۶\times۱۰^{۵}} J$$

مثال ۳۷: توان یک موتور الکتریکی که برای بالا بردن اجسام مورد استفاده قرار می‌گیرد ۰/۲kw است اگر توسط این موتور جسمی به جرم ۱۰۰kg را بالا بکشیم در مدت ۱۰s چند متر بالا می‌آید؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۱/۵ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۴

$$P = \frac{w}{t} = \frac{mgh}{t} \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{۱۰۰h}{۱۰} \Rightarrow h = ۲m$$

مثال ۳۸: پمپ آبی در مدت یک دقیقه ۲۰kg آب را از عمق ۲۵ متری زمین بالا می‌آورد و با تندی $۲۰\,m/s$ بیرون می‌ریزد توان این پمپ چند وات است؟

۱) $\frac{۲۵۰}{۳}$ ۲) ۱۵۰ ۳) $\frac{۲۰۰}{۳}$ ۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه ۲

$$P = \frac{w}{t} = \frac{u+k}{t} = \frac{mgh + \frac{۱}{۲}mv^{۲}}{t} = \frac{۵۰۰۰ + ۴۰۰۰}{۶۰} = ۱۵۰J$$

مثال ۳۸: گلوله آونگی به جرم ۲۰۰g را که از نخی به طول ۱m آویزان است از وضع تعادل خود به اندازه ۶۰° خارج و آن را رها می‌کنیم. اگر پس از ۲۰s این آونگ متوقف شود توان متوسط نیروی مقاومت هوا چند وات است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۰۵ ۳) ۰/۱ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۱

$$P = \frac{w}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{mg(L - L\cos 60)}{t}$$

$$P = \frac{1}{20} = 0/05\,w$$

نکته: اگر نیروی F بر جسم متحرکی که سرعت متوسط آن V است وارد شود توان این نیرو از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$P = \frac{w}{t} = \frac{Fd}{t} = F\bar{V}$$

$$\boxed{P = F\bar{V}} \rightarrow w = Nm/s$$

مثال ۴۰: یک بالابر وزنه به جرم ۵۰kg را با سرعت ثابت ۱۰m/s بالا می‌برد. اگر نیروی اصطکاک مقاوم در برابر حرکت جسم ۱۰۰N باشد توان موتور بالابر چند وات است؟ $(g = 10N/kg)$

۱) ۶۰۰۰ ۲) ۵۰۰۰ ۳) ۲۵۰۰ ۴) ۴۰۰۰

پاسخ: گزینه ۱

$$P = \frac{w}{t} = \frac{(f_k + mg)d}{t} = F_t v$$

$$P = (100 + 500) \times 10 = 6000\,J$$

۸- بازده یا راندمان:

نسبت کار مفید به کل ار یا توان خروجی به توان ورودی یک ماشین را بازده یا راندمان گویند.

$$\boxed{Ra = \frac{w_2}{w_1} = \frac{P_2}{P_1}}$$

مثال ۴۱: توان یک پمپ برقی ۲kw و راندمان آن ۸۰% است. این پمپ در هر دقیقه چند کیلوگرم آب را تا ارتفاع ۲۴ متری زمین بالا می‌برد؟

۱) ۱۰۰kg ۲) ۳۰۰kg ۳) ۴۰۰kg ۴) ۵۰۰kg

پاسخ: گزینه ۳

$$R_a = \frac{p_2}{p_1} \qquad \frac{80}{100} = \frac{p_2}{2000}$$

$$p_2 = 1600\,w \qquad p_2 = \frac{w}{t} = \frac{mgh}{t} \qquad 1600 = \frac{m \times 10 \times 24}{60}$$

$$m = 400\,kg$$

مثال ۴۱: توان یک ماشین ساده ۲۰w و بازده آن ۸۰% است. چند ثانیه طول می‌کشد تا باری به وزن ۴۰N را با این ماشین ۱۰ متر بالا ببریم؟

۱) ۱۶ ۲) ۲۰ ۳) ۲۴ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینه ۴

$$R_a = \frac{p_2}{p_1} \qquad \frac{80}{100} = \frac{p_2}{20} \qquad p_2 = 16\,w$$

$$p_2 = \frac{mgh}{t} \qquad 16 = \frac{40 \times 10}{t} \qquad t = 25\,s$$

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی