

دما و گرما (فیزیک دهم)

درسنامه جامع , نکات آموزشی و کنکوری

همراه با تست های سراسری داخل و خارج از کشور و جامع سنجش و قلم چی

۱۳۸۰-۹۷

ویژه ی داوطلبان رشته ی تجربی و ریاضی

مؤلف : سعید پناهی

دکتری مهندسی برق مخابرات

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مدرس کنکور

و دبیر دبیرستان های تهران

تیر ماه ۱۳۹۷

جزوه ی کلاسی تدریس شده

استاد پناهی

دبیر دبیرستان های تهران

امیدوارم جزوه ی ارائه شده مورد توجه شما دانش آموزان و داوطلبان عزیز کنکور قرار گرفته باشد.

به امید آن روزی که همه ی دانش آموزان عزیز به همه ی آرزوهای نرسیدشون برسند. مخصوصا در آزمون مهم و حیاتی کنکور.

شاد و سلامت باشید.

با تشکر ویژه از همکاری خانوم ملیکا محمودیان که بدون مساعدت ایشان

امکان ارائه ی این جزوه میسر نبود.

تیر ماه ۱۳۹۷

۱ - نور و بازتاب نور (آینه ها) ۲ - شکست نور (عدسی ها)

۳ - بردارها و اندازه گیری ۴ - حرکت شناسی در یک بعد و دو بعد

۵ - دینامیک و حرکت دایره ای ۶ - کار و انرژی

۷ - فشار ۸ - گرما و قانون گازها

۹ - ترمودینامیک ۱۰ - الکتروسیسته ی ساکن (خازن و ...)

۱۱ - جریان های الکتریکی (مقاومت و مدارها و ...)

۱۲ - مغناطیس

۱۳ - حرکت نوسانی ۱۴ - امواج مکانیکی

۱۵ - صوت ۱۶ - امواج الکترومغناطیسی

۱۷ - فیزیک حالت جامد و ساختار اتم ها ۱۸ - فیزیک اتمی

*** توجه فرمایید جزوه ها کاملا به روز شده و شامل سوالات سراسری داخل و خارج از کشور سال های ۸۰ تا ۹۷ و تست های جامع سنجش سال های ۹۰ تا ۹۷ و تست های جامع قلم چی سالهای اخیر بوده و با جدیدترین و تکنیکی ترین روش ها حل شده است . روش هایی که شما دانش آموزان می توانید در کمترین بازه ی زمانی پاسخگوی تست ها باشید.

شاد و سلامت و موفق باشید.

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

تیرماه ۱۳۹۷

مقدمه

یکی از مباحث دیگر در آزمون سراسری ، مبحث دما و گرما است که در کتاب فیزیک سال دهم و در قالب فصل ۴ برای داوطلبان رشته ی تجربی و ریاضی ارائه شده است.

معمولا از این مبحث هم برای داوطلبان رشته ی تجربی حداقل ۲ تست و بیشتر وقت ها ۳ تست و برای داوطلبان رشته ی ریاضی ۳ تست خواهیم داشت .. امیدوارم با ارائه مطالب و نکات بسیار مهمی که همراه با درسنامه ی جامع خدمت شما داوطلبان عزیز کنکور ارائه می کنیم ، حل تست های این مبحث را برای شما بسیار آسان کنیم.

تعریف دما از دیدگاه میکروسکوپی

از دیدگاه میکروسکوپی ، دما کمیتی ست که به انرژی جنبشی مولکول های ماده بستگی دارد.

منظور از دیدگاه میکروسکوپی دیدگاهی عمیق و مفهومی درباره ی یک کمیت است که در آن وضعیت تک تک ذرات توصیف می شود . کمیت های میکروسکوپی توسط حواس ما قابل درک نبوده و اساس مکانیک آماری ست.

تعریف دما از دیدگاه ماکروسکوپی

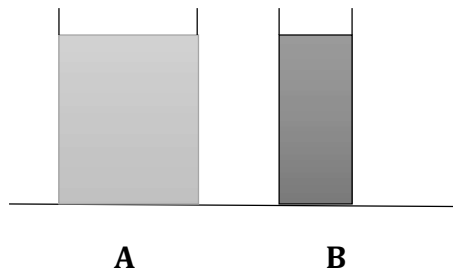
از دیدگاه ماکروسکوپی ، دما کمیتی ست که میزان سردی و گرمی اجسام را مشخص می کند.
در واقع می توان گفت دما همان **میانگین انرژی جنبشی ذرات تشکیل دهنده ی ماده** است.

منظور از دیدگاه ماکروسکوپی توصیفی ظاهری و قابل درک توسط حواس است. در این دیدگاه برای توصیف سیستم از کمیت های محدودی که در آزمایشگاه قابل اندازه گیری هستند ، استفاده می شود.
دیدگاه ماکروسکوپی اساس علم ترمودینامیک است.

مثال ۱- در شکل روبه رو دو ظرف A و B پر از آب 20°C هستند. کدام کمیت در مورد آب درون هر دو ظرف یکسان است؟

(سراسری تجربی ۸۹)

- (۱) انرژی درونی (۲) ظرفیت گرمایی (۳) نیروی وارده بر کف ظرف ها (۴) انرژی جنبشی متوسط مولکول ها



پاسخ صحیح: گزینه ی ۴ صحیح است.

بدیهی ست که با توجه به آنچه که در صورت تست نیز مطرح گردیده است، دمای آب هر دو ظرف یکسان است. و همانطور که گفتیم دما متوسط انرژی جنبشی مولکول های تشکیل دهنده ی یک ماده است. پس گزینه ی ۴ پاسخ صحیح و مطلوب تست است و انرژی جنبشی متوسط مولکول های دو ظرف با هم یکسان است.

*کمیت دماسنجی

هر مشخصه ی قابل اندازه گیری که با گرمی و سردی جسم تغییر کند، را کمیت دماسنجی می نامند. اساس کار همه ی دماسنج ها تغییر کمیت دماسنجی ست.

*مقیاس های دما

۱- درجه ی سلسیوس (سانتی گراد)

یکای متداول دما درجه ی سلسیوس است که با نماد $^{\circ}\text{C}$ نمایش داده شده و با θ نشان می دهند.

در متداول ترین مقیاس دما، عدد صفر (دمایی که آب در آن یخ می زند) و عدد ۱۰۰ (دمای جوش آب) را به عنوان نقاط ثابت در نظر گرفته و فاصله ی بین این دو نقطه را به ۱۰۰ قسمت مساوی به نام درجه تقسیم می کنند.

به افتخار آندره سلسیوس منجم سویدی که برای اولین بار این مقیاس بندی را پیشنهاد داد، آن را درجه بندی سلسیوس می نامند.

پس می توان گفت ...

دما کمیتی ست که نشان می دهد هر جسم با مقیاس استاندارد چقدر گرم یا سرد است.

۲- درجه ی کلون

اما در دستگاه بین المللی SI , دما را بر حسب کلون بیان می کنند . رابطه ی بین کلون و درجه ی سلسیوس به صورت زیر است :

$$^{\circ}C = +273^{\circ}K$$

۳- درجه ی فارنهایت

یکای متداول دما در صنعت و هواشناسی فارنهایت نام دارد .

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32$$

*نکته ی شماره ی ۱

توجه داشته باشید که دما بر حسب درجه ی سلسیوس و کلون یکسان نیستند , اما تغییرات دما بر حسب درجه ی کلون و سلسیوس با هم برابرند.

$$\Delta\theta = \Delta K$$

*نکته ی شماره ی ۲

برای نگهداری یاخته های بنیادی بند ناف خون به دمای $196^{\circ}C$ - نیاز داریم که به صورت فریز شده نگهداری می شود.

مثال ۲ - دمای محیطی بر حسب کلون ۳ برابر دمای همان محیط بر حسب درجه ی سلسیوس است . دمای آن محیط چند درجه ی سلسیوس

است؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۴)

۸۱ (۴)

۷۲.۵ (۳)

۱۳۶.۵ (۲)

۷۱۹ (۱)

جواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

$$K = 3\theta \rightarrow 273 + \theta = 3\theta \rightarrow 2\theta = 273 \rightarrow \theta = 136.5^{\circ}C$$

مثال ۳ - دمای جسمی بر حسب کلوین از ۳ برابر دمای آن بر حسب درجه ی سلسیوس ۴۵ واحد بیشتر است . دمای این جسم چند درجه ی سلسیوس است؟(قلم چی ۹۷)

- (۱) ۳۸۷ (۲) ۱۱۴ (۳) ۵۷ (۴) -۶۷

جواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

$$K = ۳\theta + ۴۵ \rightarrow ۲۷۳ + \theta = ۳\theta + ۴۵ \rightarrow ۲\theta = ۲۲۸ \rightarrow \theta = ۱۱۴^{\circ}\text{C}$$

مثال ۴ - داخل مایع دو دماسنج که یکی بر حسب کلوین و دیگری بر حسب درجه ی سلسیوس مدرج شده است قرار گرفته اند . اگر مجموع اعدادی که دو دماسنج نشان می دهند ۵ برابر عددی باشد که دماسنج مدرج شده بر حسب درجه ی سلسیوس نشان می دهد دمای مایع چند کلوین است؟(قلم چی ۹۷)

- (۱) ۹۱ (۲) ۳۶۴ (۳) $\frac{۲۷۳}{۴}$ (۴) ۲۷۳

جواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

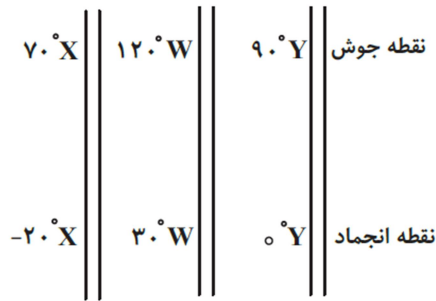
$$K + \theta = ۵\theta \rightarrow ۴\theta = K \rightarrow ۴\theta = \theta + ۲۷۳ \rightarrow ۳\theta = ۲۷۳ \rightarrow \theta = ۹۱^{\circ}\text{C} + ۲۷۳ = ۳۶۴\text{K}$$

*** به دست آوردن رابطه ی بین یگاهای دماسنجی**

اگر دمای مربوط به دو دماسنج مختلف را داشته باشیم ، می توانیم با استفاده از معادله ی خط رابطه ی بین دو دماسنج را به دست آوریم.

$$y = ax + b$$

مثال ۵ - در شکل روبه رو سه مقیاس دمایی خطی با نقطه های انجماد و جوش آب در شرایط متعارف نشان داده شده است . چه رابطه ای بین دماهای $50^{\circ} X$ و $50^{\circ} W$ و $50^{\circ} Y$ وجود دارد؟ (قلم چی ۹۷)



$$50^{\circ} X > 50^{\circ} Y < 50^{\circ} W \quad (۲)$$

$$50^{\circ} X = 50^{\circ} W = 50^{\circ} Y \quad (۱)$$

$$50^{\circ} X < 50^{\circ} Y < 50^{\circ} W \quad (۴)$$

$$50^{\circ} X > 50^{\circ} Y > 50^{\circ} W \quad (۳)$$

جواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

$$X: \frac{100-0}{\theta_1-0} = \frac{70-(-20)}{50-(-20)} \Rightarrow \theta_1 = 77/78^{\circ}C$$

$$W: \frac{100-0}{\theta_2-0} = \frac{120-30}{50-30} \Rightarrow \theta_2 = 22/22^{\circ}C$$

$$Y: \frac{100-0}{\theta_3-0} = \frac{90-0}{50-0} \Rightarrow \theta_3 = 55/56^{\circ}C$$

$$\theta_1 > \theta_3 > \theta_2 \Rightarrow 50^{\circ} X > 50^{\circ} Y > 50^{\circ} W$$

مثال ۶- فرض کنید که در یک دماسنج نقاط ذوب یخ و جوش آب را در شرایط متعارف ۴۰ و ۲۲۰ انتخاب کرده باشند. اگر دمای این دماسنج را با θ_C و دماسنج سلسیوس را با θ_F نشان دهیم کدام رابطه ی زیر درست است؟(قلم چی ۹۷)

$$\frac{\theta_F - 32}{180} = \frac{\theta_C}{100} \quad (2)$$

$$\theta_F = \frac{9}{5} \theta_C + 40 \quad (1)$$

$$\theta_F = 2.2 \theta_C + 40 \quad (4)$$

$$\theta_F = \frac{9}{5} \theta_C - 32 \quad (3)$$

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\frac{\theta_C - \theta_{C_1}}{\theta_{C_2} - \theta_{C_1}} = \frac{\theta_F - \theta_{F_1}}{\theta_{F_2} - \theta_{F_1}} \rightarrow \frac{\theta_C - 0}{100 - 0} = \frac{\theta_F - 40}{220 - 40} \rightarrow \frac{\theta_C}{100} = \frac{\theta_F - 40}{180} \rightarrow \frac{\theta_C}{100} = \frac{\theta_F - 40}{9} \rightarrow 9\theta_C = 10\theta_F - 400 \rightarrow 9\theta_C = 10\theta_F - 200 \rightarrow$$

$$10\theta_F = 9\theta_C + 200 \rightarrow \theta_F = \frac{9}{10}\theta_C + 20$$

مثال ۷- دماسنجی دمای ۲۰ °C را ۳۰ درجه و ۲۴ °C را ۳۶ درجه نشان می دهد. این دماسنج دمای ذوب یخ در فشار یک جو را چند درجه نشان می دهد؟(قلم چی ۹۷)

۴ (۴)

-۴ (۳)

-۱۰ (۲)

صفر (۱)

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\frac{\theta_C - \theta_{C_1}}{\theta_{C_2} - \theta_{C_1}} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \rightarrow \frac{\theta_C - 20}{24 - 20} = \frac{x - 30}{36 - 30} \rightarrow \frac{\theta_C - 20}{4} = \frac{x - 30}{6} \xrightarrow{\theta_C = 0^\circ C} \frac{0 - 20}{4} = \frac{x - 30}{6} \rightarrow x - 30 = -20 \rightarrow$$

$$x = 10$$

*کمیت دماسنجی در دماسنج های مختلف

۱- دماسنج گازی

یکی از دماسنج های معیار برای اندازه گیری علمی ست که اساس این گونه دماسنج ها مبتنی بر قانون گازهای کامل است.

۲- دماسنج مقاومت پلاتینی

یکی از دماسنج های معیار برای اندازه گیری علمی ست که اساس این گونه دماسنج ها مبتنی بر رسانایی الکتریکی است.

حسگر این دماسنج از پلاتینی ساخته شده است که از نظر شیمیایی خالص و از نظر فیزیکی پایدار است.

۳- دماسنج تف سنج

یکی دیگر از دماسنج های معیار برای اندازه گیری علمی ست که اساس این گونه دماسنج ها مبتنی بر تابش گرمایی است. این دماسنج بر اساس تابش فرورسرخ کار می کند.

برای اندازه گیری دماهای بیشتر از ۱۵۰۰ درجه ی سلسیوس از تف سنج نوری استفاده می کنند.

۴- دماسنج جیوه ای

در دماسنج های جیوه ای، کمیت دماسنجی، ارتفاع مایع درون لوله ی دماسنج است.

دماسنج جیوه ای درست همان کار دماسنج گاليله را انجام می دهد. با این تفاوت که در این نوع دماسنج به جای هوا، جیوه تعبیه شده است.

گستره ی دماسنجی دماسنج های جیوه ای، ۳۹- تا ۳۵۰ درجه ی سلسیوس است و با این نوع دماسنج ها نمی توان دمای قطب جنوب را که به ۵۰- درجه ی سلسیوس می رسد را اندازه گیری کرد.

جیوه بسیار سمی است و از این رو امروزه غالباً از الکل در دماسنج ها استفاده می شود.

۵- دماسنج الکلی

در دماسنج های الکلی، کمیت دماسنجی، ارتفاع مایع درون لوله ی دماسنج است.

مایع درون دماسنج هایی که اصطلاحاً الکلی نامیده می شوند می تواند (الکل - تولوین - نفت چراغ و ...) باشد. به همین دلیل گستره ی دماسنجی آنها متفاوت است.

گستره ی دماسنجی دماسنج های الکلی، $۱۱۵-۷۸$ تا درجه ی سلسیوس است.

۶- دماسنج نواری (کریستال مایع)

رنگ برخی از اجسام با تغییر دما عوض می شود. در دماسنج نواری هر رنگ معرف یک دمای معین است.

تغییر رنگ کریستال ها به مایع در این گونه دماسنج ها سبب اندازه گیری دمای بدن یک بیمار می شود.

۷- دماسنج الکترونیکی

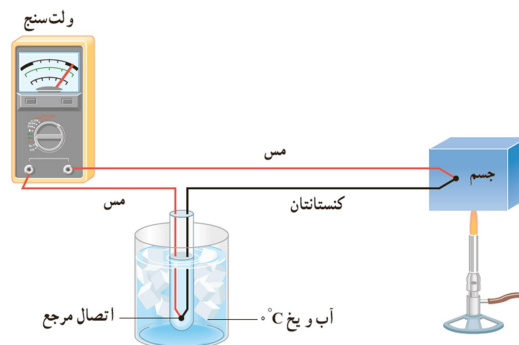
نوعی از دماسنج ها که گرمای بدن را به صورت درجه ی دیجیتال روی نمایشگر کوچکشان نمایش می دهد.

دماهای بالاتر از ۱۵۰ درجه ی سانتی گراد با این دماسنج اندازه گیری نمی شوند. زیرا تریستور استفاده شده در این نوع دماسنج ها آسیب می بینند.

(تریستور یک نیمه رسانای قدرت است که به عنوان کلید معمولاً در مدار به کار می رود.)

۸- دماسنج ترموکوپل

دماسنجی پر کاربرد و با دقت بالا که البته نسبت به دماسنج های معیار دقت پایین تری دارد.



پناهی - دبیر دبیرستان های تهران ➤

این دماسنج از دو فلز غیر هم جنس تشکیل شده است که اتصال آنها در دو دمای متفاوت انجام می گیرد . این اختلاف دما سبب ایجاد اختلاف پتانسیل و در نهایت جریان الکتریکی در مدار دماسنج شده و اندازه گیری دما بر مبنای تغییر جریان الکتریکی عبوری از آن صورت می گیرد.

در دماسنج ترموکوپل ، کمیت دماسنجی ، جریان الکتریکی یا ولتاژ است.

گستره ی دماسنجی نوعی از ترموکوپل ها از 270°C تا 1372°C بوده و به جنس دو سیم بستگی دارد.

مزیت ترموکوپل در این است که به خاطر جرم کوچک ، خیلی سریع با دستگاهی که دمای آن اندازه گیری می شود به حالت تعادل گرمایی می رسد و علاوه بر آن می تواند در مدارهای الکترونیکی به کار رود.

مثال ۸ - کدام یک از ویژگی های دماسنج ترموکوپل نمی باشد؟ (قلم چی جامع تجربی ۹۴)

- ۱) سرعت زیاد پاسخ نسبت به تغییر دما
- ۲) دقت بالای اندازه گیری دما
- ۳) قابلیت اندازه گیری دماهای بالا
- ۴) اندازه گیری دما بر مبنای تغییر طول فلز

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

مثال ۹ - ترموکوپل چیست؟ (سراسری تجربی ۸۹ خارج از کشور)

- ۱) وسیله ای برای سنجش رسانایی حرارتی جسم است.
- ۲) دماسنجی است که در آن تغییر دما باعث تغییر شدت جریان الکتریکی می شود.
- ۳) دماسنجی است که در آن تغییر دما باعث تغییر حجم گاز یا مایع می شود.
- ۴) وسیله ای برای ثابت نگه داشتن دمای داخلی ساختمان است.

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

مثال ۱۰ - کدام یک از گزینه های زیر صحیح نیست؟ (قلم چی ۹۷)

- ۱) اساس کار دماسنج ها تغییر کمیت دماسنجی است.
- ۲) مقیاس دما بر حسب درجه ی سلسیوس مبتنی بر دو نقطه ی ثابت است.
- ۳) 273.15 K - کمترین دمای ممکن است.
- ۴) سه دماسنج گازی و مقاومت پلاتینی و تف سنج دماسنج های معیار هستند.

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

کمترین دمای ممکن صفر کلوین یا $273.15 \text{ }^\circ\text{C}$ - است.

مثال ۱۱ - چه تعداد از موارد زیر در مورد دماسنج ترموکوپل نادرست است؟ (قلم چی ۹۷)

- الف - اساس کار ترموکوپل انبساط گرمایی است.
- ب - جز دماسنج های معیار است.
- ج - گستره ی دمایی آن به جنس سیم های آن وابسته است.
- د - دماسنج ترموکوپل نمی تواند در مدارهای الکترونیکی به کار رود.

۱) یک مورد ۲) دو مورد ۳) سه مورد ۴) چهار مورد

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

تنها مورد ج صحیح است.

مثال ۱۲ - چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟ (قلم چی ۹۷)

- الف - 5°C تغییر دما معادل تغییر دمایی به اندازه ی 9°F است.
- ب - دمای جسمی 27°C است . این دما از صفر کلوین 27°C بیشتر است.
- ج - در دماسنج های جیوه ای و الکلی کمیت دماسنجی ارتفاع مایع درون لوله ی دماسنج است.

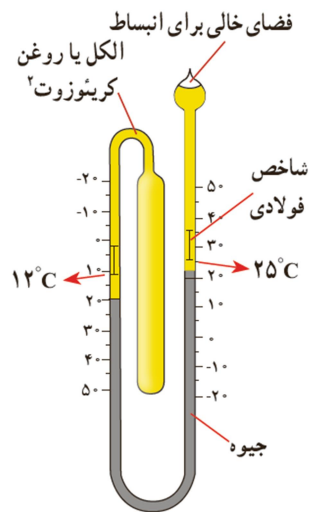
۱) یک مورد ۲) دو مورد ۳) سه مورد ۴) صفر مورد

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

تنها مورد ب اشتباه است.

$$\theta = 27^{\circ}\text{C} = 27 + 273 = 300\text{K} - 0 = 300\text{K} \rightarrow \Delta\theta = 300^{\circ}\text{C}$$

۹-دماسنج بیشینه - کمینه



نوع ویژه ای از دماسنج های مایعی که بیشینه و کمینه ی دما را در یک مدت زمان معین نشان می دهد .
از این نوع دماسنج ها در (مراکز پرورش گل و گیاه - باغداری و هواشناسی و ...) استفاده می شود.

نحوه ی کار دماسنج های بیشینه و کمینه بدین صورت است که ...

با افزایش دما در اثر انبساط الکل در سمت چپ , جیوه در شاخه ی سمت راست بالا می رود و شاخص فلزی را با خود بالا می برد .

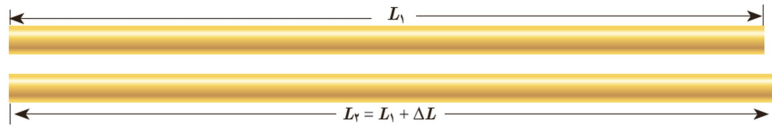
و اگر در اثر کاهش دما و انقباض الکل , جیوه در شاخه ی سمت راست پایین آید به دلیل وجود فنرهای کوچک روی شاخص فلزی , این شاخص پایین نمی رود و شاخص دمای بیشینه را نشان می دهد .

در اثر انقباض الکل جیوه در شاخه ی سمت چپ بالا رفته و شاخص را با خود بالا برده و دمای کمینه را نشان می دهد.

* انبساط گرمایی

- ۱- بیشتر اجسام با افزایش دما انبساط پیدا می کنند و با کاهش دما حجمشان کم می شود. این پدیده اساس ساخت برخی از دماسنج ها و ترموستات هاست.
- ۲- بی توجهی به پدیده ی انبساط , در ساختن پل ها , خطوط آهن , خطوط انتقال نیرو و خطوط انتقال سوخت و ... ممکن است موجب بروز مشکلات اساسی شود.
- ۳- ماده ی پرکننده ی دندان همان مشخصه های انبساط گرمایی دندان را باید داشته باشد . زیرا در غیر این صورت خوردن و آشامیدنی های چه سرد و چه داغ بسیار دردناک بوده و حتی برخی مواقع باعث شکسته شدن دندان ها می شود.
- ۴- بهتر است قفل و کلید یک در , هم جنس باشند . زیرا ...
در اثر تغییر دما هر دو به یک اندازه منقبض و منبسط می شوند و اگر جنس آنها متفاوت باشد ممکن است به دلیل تفاوت در تغییر ابعاد در اثر تغییرات دما در هم گیر کنند.
- ۵- دلیل اینکه در برخی فصل های سال , بعضی از درها در چارچوب خود گیر می کنند آن است که...
در فصل های گرم چارچوب و در انبساط پیدا می کنند و فاصله ی کم بین آنها هنگام بسته شدن کاهش یافته و در هم گیر می کنند.
- ۶- اگر فاصله ی بین قسمت های متوالی خطوط راه آهن قدیمی به حد کافی زیاد نمی بود ...
در اثر انبساط ریل ها به یکدیگر نیرو وارد کرده و انحنا پیدا می کردند.
- ۷- امروزه بین قسمت های متوالی خط آهن فاصله ای در نظر گرفته نمی شود و این قسمت ها پشت سر هم جوشکاری می شوند ...
در این روش , ریل ها را در گرمترین روز سال و با دمایی بالاتر از دمای منطقه جاگذاری می کنند تا مطمئن شوند که دما از این مقدار بالاتر نمی رود و باعث تاب برداشتن خط آهن نمی شود . در ضمن انقباض ریل ها در اثر کاهش دما نیز مشکلی ایجاد نمی کند.

*** انبساط طولی**



اگر میله ای به طول اولیه ی L_1 را به اندازه ی ΔT گرم کنیم , به طول آن به اندازه ی ΔL افزوده شده و می توان نوشت :

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T \quad \text{و} \quad L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta T)$$

به α ضریب انبساط طولی میله گویند که به جنس میله بستگی دارد و یکای آن در SI , بر کلونین ($\frac{1}{K}$) یا بر درجه ی سلسیوس ($\frac{1}{C}$) است.

ضریب انبساط طولی علاوه بر جنس ماده , وابستگی ناچیزی به دما دارد.

*** نکته ی شماره ی ۳**

امروزه طول پل ها بسیار بلند است و در نتیجه انبساط آن ها نیز زیاد است .
برای مقابله با انبساط آنها از تعدادی بست انبساطی انگشتی از جنس فلز استفاده می کنند.



مثال ۱۳ - طول یک قطعه ریل در زمستان برابر با ۱۶ متر است . برای اینکه در فاصله ی ۸۰۰۸ متری بین دو شهر در تابستان و در دمای $40^{\circ}C$ آسیبی به ریل ها نرسد باید ۵۰۰ تا از این ریل ها را پشت سر هم قرار داد . حداقل دمای زمستان چند درجه ی سلسیوس بوده است؟

(ضریب انبساط طولی فلز ریل ها $1/K = 10^{-5}$ است و دمای زمستان را به عنوان دمای مرجع در نظر بگیرید) (قلم چی ۹۷)

(۴) -۲۰

(۳) صفر

(۲) -۵

(۱) -۱۰

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

چون در فاصله ۸۰۰۸ متری بین دو شهر در تابستان تعداد ۵۰۰ ریل قرار گرفته است، ابتدا طول هر ریل را در دمای ۴۰°C به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از رابطه تغییر طول، حداقل دمای زمستان را حساب می‌کنیم.

$$L_2 = \frac{\text{فاصله بین دو شهر}}{\text{تعداد ریل‌ها}} \quad (L_2 \text{ طول هر ریل در دمای } 40^\circ\text{C})$$

$$\Rightarrow L_2 = \frac{8008}{500} \Rightarrow L_2 = 16/016 \text{ m}$$

$$L_2 = L_1 + L_1 \alpha \Delta T \quad \begin{matrix} L_2 = 16/016 \text{ m}, L_1 = 16 \text{ m} \\ \alpha = 2 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \end{matrix} \rightarrow$$

$$16/016 = 16 + 16 \times 2 \times 10^{-5} \times \Delta T$$

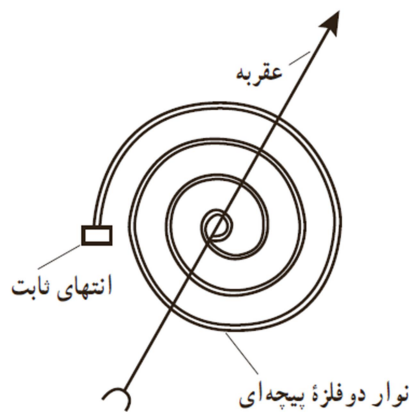
$$\Rightarrow 0/016 = 32 \times 10^{-5} \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{16 \times 10^{-3}}{32 \times 10^{-5}} \Rightarrow \Delta T = 50 \text{ K} = 50^\circ\text{C}$$

$$\Delta \theta = \Delta T = \theta_2 - \theta_1 \quad \begin{matrix} \theta_2 = 40^\circ\text{C} \\ \Delta \theta = 50^\circ\text{C} \end{matrix} \rightarrow$$

$$50 = 40 - \theta_1 \Rightarrow \theta_1 = -10^\circ\text{C}$$

*دماسنج نواری دوفلزی



این دماسنج از دو تیغه فلزی متفاوت مانند برنج و آهن ساخته شده است که به صورت سرتاسری به هم جوش داده شده اند.

در اثر تغییر دما به دلیل تفاوت ضریب انبساط های طولی مجموعه خم می شود و از این خاصیت مطابق شکل با اتصال مجموعه ی دو فلزی حلزونی شکل به عقربه به عنوان دماسنج استفاده می شود.

* دماپا (ترموستات)

- ۱ - دماپا کلیدی الکتریکی ست که در آن قطع وصل جریان با استفاده از حسگرهای گرمایی استفاده می شود.
- ۲ - دماپا ها در بسیاری از وسایل الکتریکی (یخچال - آبگرمکن - کتری برقی و ...) کاربرد دارند.
- ۳ - اغلب از نوارهای دوفلزه به عنوان حسگرهای گرمایی در دماپا استفاده می شود.

* توجیه میکروسکوپی انبساط گرمایی

از دیدگاه میکروسکوپی ، انبساط گرمایی یک جسم پیامد تغییر فاصله ی بین اتم ها یا مولکول های تشکیل دهنده ی آن است.

* نکته ی شماره ی ۴

در مایعات با افزایش دما ، حرکت کاتوره ای اتم ها و مولکول ها بیشتر شده و این افزایش حرکت ها باعث دور شدن اتم ها و مولکول ها از هم شده و حجم مایع افزایش می یابد.

* نکته ی شماره ی ۵

توجه داشته باشید که در موارد ذیل هم می توانید از رابطه ی یاد شده ی اخیر برای محاسبه ی تغییرات طولی استفاده کنید . . .
(محاسبه ی تغییر فاصله ی دو نقطه روی یک صفحه - محاسبه ی تغییرات شعاع یک دایره یا یک حفره ی توخالی یا یک محاسبه ی تغییرات قطر یک مستطیل ، مربع و ...)

* انبساط سطحی

$$\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T \quad \text{و} \quad A_2 = A_1 (1 + 2\alpha \Delta T)$$

توجه داشته باشید که برای محاسبه ی تغییرات هر مساحتی از این رابطه می توان استفاده نمود . به عنوان مثال برای محاسبه ی تغییرات مساحت سطح کره و ..

انبساط حجمی

$$\Delta V = \beta V_1 \Delta T \quad , \quad \beta_{\text{جامدات}} = 3\alpha \quad \text{و} \quad V_2 = V_1 (1 + 3\alpha \Delta T)$$

توجه داشته باشید که ...

۱- انبساط حجمی جامدات به مراتب کمتر از مایعات است و به همین دلیل می توان در بیشتر محاسبات از مقدار افزایش حجم جامدات در مقابل مایعات صرف نظر نمود.

۲- چون مایعات شکل معینی ندارند ، انبساط آنها را می توان فقط به صورت حجمی بررسی نمود.

نکته ی شماره ی ۶

برای محاسبه ی درصد تغییرات طول ، سطح و حجم می توان نوشت :

$$\text{درصد تغییرات طول} = \frac{\Delta L = L_1 \alpha \Delta T}{L_1} \times 100 = \alpha \Delta T \times 100\%$$

$$\text{درصد تغییرات سطح} = \frac{\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T}{A_1} \times 100 = 2\alpha \Delta T \times 100\%$$

$$\text{درصد تغییرات حجم} = \frac{\Delta V = 3\alpha V_1 \Delta T}{V_1} \times 100 = 3\alpha \Delta T \times 100\%$$

پس می توان نتیجه گرفت که درصد تغییرات سطح ۲ برابر و درصد تغییرات حجم ۳ برابر درصد تغییرات طول می باشد.

مثال ۱۴ - یکای ضریب انبساط سطحی جامدات در SI کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۲)

- (۱) بر کلوین
- (۲) بر متر مربع
- (۳) متر مربع بر کلوین
- (۴) کلوین بر متر مربع

جواب : گزینه ی ۱ صحیح است.

مثال ۱۵ - ضریب انبساط طولی یک جسم جامد تقریباً چند برابر ضریب انبساط حجمی آن است؟ (سراسری ریاضی ۸۲)

- (۱) ۳
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{2}{3}$
- (۴) $\frac{3}{2}$

جواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۱۶ - یک تیر آهن در اثر افزایش دمای ۵۰ درجه ی سلسیوس ، ۰.۰۶ درصد به طولش اضافه می شود. ضریب انبساط طولی این تیر آهن در SI کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۷)

- (۱) 1.2×10^{-5} (۲) 1.6×10^{-5} (۳) 6×10^{-5} (۴) 8×10^{-5}

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\text{درصد تغییرات طول} = \alpha \Delta T \times 100\% \rightarrow 0.06 = \alpha \times 50 \times 100 \rightarrow \alpha = \frac{0.06}{5000} = 1.2 \times 10^{-5}$$

مثال ۱۷ - دمای یک قرص فلزی ۱۰۰ کلوین افزایش می یابد. اگر شعاع اولیه ی آن ۱۰ cm و ضخامت اولیه ی آن ۴ mm باشد، تغییر حجم قرص چند سانتی متر مکعب است؟ (خارج ریاضی ۹۷)

($\alpha = 5 \times 10^{-5}$ و $\pi = 3$)

- (۱) ۰.۱۲ (۲) ۰.۱۸ (۳) ۱.۲ (۴) ۱.۸

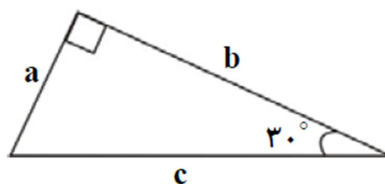
جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

$$V_1 = \pi r^2 h = (3)(10)^2(0.4) = 120 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = 3\alpha V_1 \Delta T = 3 \times 5 \times 10^{-5} \times 120 \times 100 = 1.8 \text{ cm}^3$$

مثال ۱۸ - سه میله ی a و b و c مطابق شکل زیر به هم متصل شده اند. ضریب انبساط طولی میله ها به ترتیب α_a و α_b و α_c می باشند به طوری که $\alpha_a = \alpha_b = \alpha$ است. می خواهیم در هر دمایی زاویه ی بین a و b ۹۰ درجه بماند در این صورت نسبت $\frac{\alpha_c}{\alpha}$ کدام است؟ (قلم چی ۹۷)

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{\sqrt{2}}$



جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

اگر دمای همه ی میله ها به اندازه ی $\Delta\theta$ تغییر کند و طول نهایی میله ها به ترتیب a' و b' و c' شود برای این که مثلث باز هم قائم الزاویه بماند باید رابطه ی فیثاغورس بین اضلاع آن برقرار باشد ...

$$c'^2 = a'^2 + b'^2$$

و با توجه به رابطه‌ی تغییر طول بر حسب تغییر دما ($L_2 = L_1(1 + \alpha\Delta\theta)$) داریم:

$$[c(1 + \alpha_c\Delta\theta)]^2 = [a(1 + \alpha_a\Delta\theta)]^2 + [b(1 + \alpha_b\Delta\theta)]^2$$

$$\frac{a = \frac{1}{\sqrt{3}}c}{b = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}c} \rightarrow c^2(1 + \alpha_c\Delta\theta)^2 = \frac{c^2}{4}(1 + \alpha\Delta\theta)^2 + \frac{3}{4}c^2(1 + \alpha\Delta\theta)^2$$

$$\Rightarrow \alpha_c = \alpha \Rightarrow \frac{\alpha_c}{\alpha} = 1$$

مثال ۱۹ - طول یک میله ی آهنی در دمای صفر درجه ی سلسیوس ، یک میلی متر بیشتر از طول طول یک میله ی مسی در همین دماست . اگر دمای میله ها را به ۱۰۰ درجه ی سلسیوس برسانیم طول میله ی مسی ۰.۵ میلیمتر بیشتر از طول میله ی آهنی خواهد شد . طول اولیه ی میله ی آهنی چند متر است؟ ($\alpha_{\text{آهن}} = 12 \times 10^{-6} \frac{1}{K}$, $\alpha_{\text{مس}} = 18 \times 10^{-6} \frac{1}{K}$) (سراسری تجربی ۹۵)

۴.۴۴۸ (۴)

۲.۵۰۳ (۳)

۲.۴۹۸ (۲)

۱.۱۰۲ (۱)

✓ جواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

$$L_{\text{آهن}_1} = L_{\text{مس}_1} + 0.001$$

$$L_{\text{مس}_2} - L_{\text{آهن}_2} = L_{\text{مس}_1}(1 + \alpha_{\text{مس}}\Delta T) - L_{\text{آهن}_1}(1 + \alpha_{\text{آهن}}\Delta T) = (L_{\text{مس}_1} - L_{\text{آهن}_1}) + \Delta T(L_{\text{مس}_1}\alpha_{\text{مس}} - L_{\text{آهن}_1}\alpha_{\text{آهن}}) \rightarrow$$

$$0.5 \times 10^{-3} = -1 \times 10^{-3} + \Delta T(L_{\text{مس}_1}\alpha_{\text{مس}} - L_{\text{آهن}_1}\alpha_{\text{آهن}}) \rightarrow 100(L_{\text{مس}_1}\alpha_{\text{مس}} - L_{\text{آهن}_1}\alpha_{\text{آهن}}) = 1.5 \times 10^{-3} \rightarrow$$

$$L_{\text{مس}_1}\alpha_{\text{مس}} - L_{\text{آهن}_1}\alpha_{\text{آهن}} = 15 \times 10^{-6}$$

$$(L_{\text{آهن}_1} - 0.001)(18 \times 10^{-6}) - (L_{\text{آهن}_1})(12 \times 10^{-6}) = 15 \times 10^{-6} \rightarrow L_{\text{آهن}_1}(18 - 12) - 0.018 = 15 \rightarrow 6L_{\text{آهن}_1} = 0.018 + 15$$

$$= 5000.018 \rightarrow$$

$$L_{\text{آهن}_1} = \frac{15.018}{6} = 2.503$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

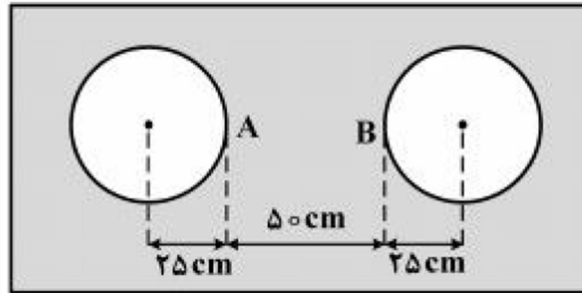
مثال ۲۰ - در وسط یک صفحه ی فلزی نازک که ضریب انبساط سطحی آن $3.6 \times 10^{-5} K^{-1}$ است . دو دایره به شعاع های ۲۵ سانتی متر را در دمای صفر درجه ی سلسیوس خارج نموده ایم . اگر دمای صفحه را به آرامی از صفر به ۲۰۰ درجه ی سلسیوس برسانیم فاصله ی AB چند میلی متر می شود؟ (خارج تجربی ۹۵)

۵۰۳.۶ (۴)

۵۰۱.۸ (۳)

۴۹۸.۲ (۲)

۴۹۶.۴ (۱)



جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

$$\text{ضریب انبساط سطحی} = 2\alpha \Rightarrow 3/6 \times 10^{-5} = 2\alpha \Rightarrow \alpha = 1/8 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$$

بر حسب mm

$$\Delta L_{AB} = L_{AB} \alpha \Delta \theta = 500 \times 1/8 \times 10^{-5} \times 200 = 1/8 \text{ mm}$$

$$\text{طول جدید AB: } L'_{AB} = L_{AB} + \Delta L_{AB} = 500 + 1/8 = 501/8 \text{ mm}$$

مثال ۲۱ - ضریب انبساط طولی فلزی $10^{-5} K^{-1}$ است . اگر دمای قطعه ای از این فلز را ۱۰۰ درجه ی سلسیوس افزایش دهیم ، حجم آن چند درصد افزایش می یابد؟ (سراسری تجربی ۹۴)

۳ (۴)

۱ (۳)

۰.۳ (۲)

۰.۱ (۱)

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\text{درصد تغییرات حجم} = 3\alpha \Delta T \times 100\% = 3 \times 10^{-5} \times 100 \times 100 = 0.3\%$$

مثال ۲۲ - ضریب انبساط طولی مکعبی $10^{-6} K^{-1}$ در دمای صفر درجه ی سلسیوس قرار دارد . اگر دمای آن 100 درجه ی سلسیوس شود ، حجم مکعب چند درصد افزایش می یابد؟ (سراسری تجربی ۹۴ خارج از کشور)

- (۱) ۰.۱۲ (۲) ۰.۳۶ (۳) ۱۲ (۴) ۳۶

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\text{درصد تغییرات حجم} = 3\alpha\Delta T \times 100\% = 3 \times 12 \times 10^{-6} \times 100 \times 100 = 0.36\%$$

مثال ۲۳ - به یک میله آنقدر گرما می دهیم تا طول آن یک درصد افزایش یابد . حجم آن تقریباً چند درصد افزایش می یابد؟

(سراسری ریاضی ۹۱)

- (۱) ۰.۵ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

درصد تغییرات حجم ۳ برابر درصد تغییرات طول است . پس گزینه ی ۴ صحیح است.

مثال ۲۴ - یک سیم نازک به طول L و جرم 50 گرم را به صورت حلقه درمی آوریم . اگر به این حلقه به طور یکنواخت 1500 ژول گرما بدهیم ، مساحت محصور توسط حلقه چند درصد افزایش می یابد؟ ($c_{\text{سیم}} = 600 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ، $\frac{1}{c} = 10^{-5}$ ضریب انبساط طولی سیم)

(قلم چی جامع تجربی ۹۴)

- (۱) ۰.۰۱ (۲) ۰.۵ (۳) ۰.۱ (۴) ۱

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{1500}{0.05 \times 600} = \frac{1500}{30} = 50^\circ\text{C}$$

$$\text{درصد تغییرات سطح} = 2\alpha\Delta T \times 100\% = 2 \times 10^{-5} \times 50 \times 100 = 0.1$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۲۵ - طول یک میله در دمای ۰ °C برابر ۸۰۰cm است . اگر طول آن در دمای ۵۰°C به ۸۰۱cm برسد , ضریب انبساط طولی آن کدام است؟ (سنجش جامع ۹۷)

- ۴ × ۱۰^{-۵} (۴)
- ۴ × ۱۰^{-۴} (۳)
- ۲.۵ × ۱۰^{-۵} (۲)
- ۲.۵ × ۱۰^{-۴} (۱)

جواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T \rightarrow 801 - 800 = 800 \times \alpha \times (50 - 0) \rightarrow \alpha = \frac{1}{40000} = 0.25 \times 10^{-5} = 2.5 \times 10^{-5}$$

مثال ۲۶ - اگر دمای یک کره ی فلزی را ۲۰۰ درجه ی سلسیوس افزایش دهیم حجم آن ۳ درصد افزایش می یابد . در این صورت ضریب انبساط سطحی فلز در SI کدام است؟ (قلم چی جامع تجربی و ریاضی ۹۴)

- ۳ × ۱۰^{-۴} (۴)
- ۱۰^{-۴} (۳)
- ۵ × ۱۰^{-۴} (۲)
- ۵ × ۱۰^{-۵} (۱)

جواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

$$\text{درصد تغییرات حجم} = 3\alpha\Delta T \times 100\% = 3 \rightarrow 3 \times \alpha \times 200 \times 100 = 3 \rightarrow \alpha = \frac{1}{20000} \rightarrow 2\alpha = 10^{-4}$$

مثال ۲۷ - از یک ورقه ی فلزی مربع شکل , دایره ای به شعاع R بریده ایم . اگر دمای ورقه را به اندازه ی Δθ افزایش دهیم , تغییر شعاع بخش بریده شده برابر کدام است؟ (سنجش جامع ۹۷)

- RαΔθ (۴)
- 1/3 RαΔθ (۳)
- 2RαΔθ (۲)
- R / αΔθ (۱)

جواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

تغییر شعاع یک پارامتر طولی است و می توان نوشت :

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta$$

مثال ۲۸- ضریب انبساط طولی یک حلقه ی فلزی $2 \times 10^{-5} K^{-1}$ است. اگر دمای این حلقه را به آرامی 50 درجه ی سلسیوس افزایش دهیم، قطر حلقه چند درصد افزایش می یابد؟ (سراسری تجربی ۹۳)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۰.۱ (۴) ۰.۲

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

$$\text{درصد تغییرات قطر حلقه} = \Delta T \times \alpha \times 100\% = 50 \times 2 \times 10^{-5} \times 100 = 0.2\%$$

مثال ۲۹- دمای یک قرص فلزی را 250 درجه ی سلسیوس افزایش می دهیم. در نتیجه مساحت آن ۱ درصد افزایش می یابد. در این صورت ضریب انبساط خطی فلز در SI کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۳)

- (۱) 2×10^{-5} (۲) 3×10^{-5} (۳) 2×10^{-6} (۴) 4×10^{-6}

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\text{درصد تغییرات مساحت} = \Delta T \times \alpha \times 100\% = 1 \rightarrow 250 \times \alpha \times 100 = 1 \rightarrow \alpha = \frac{1}{50000} = 2 \times 10^{-5}$$

مثال ۳۰- درون یک مکعب فلزی به ضلع 20 cm حفره ای خالی کروی به شعاع 5 cm وجود دارد. اگر در اثر افزایش دما ضلع مکعب به اندازه ی 0.004 میلی متر افزایش یابد، شعاع حفره چگونه تغییر می کند؟ (سراسری تجربی ۸۵)

- (۱) 0.001 میلی متر کاهش (۲) 0.001 میلی متر افزایش (۳) 0.003 میلی متر کاهش (۴) 0.003 میلی متر افزایش

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

با توجه به اینکه شعاع حفره یک چهارم ضلع مکعب است، پس بالطبع تغییرات شعاع هم باید یک چهارم تغییرات ضلع مکعب باشد و یک چهارم 0.0004 یعنی 0.0001 صحیح است.

مثال ۳۱- درون یک صفحه ی فلزی به ضریب انبساط طولی $\frac{1}{K} \times 10^{-5}$ یک سوراخ دایره ای شکل وجود دارد. اگر دمای صفحه را به آرامی 100 درجه ی سلسیوس افزایش دهیم، سطح سوراخ چگونه تغییر می کند؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۴)

- (۱) ۰.۲ درصد افزایش (۲) ۰.۲ درصد کاهش (۳) ۰.۱ درصد افزایش (۴) ۰.۱ درصد کاهش

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\text{درصد تغییرات سطح} = \Delta T \times \alpha \times 100\% = 100 \times \frac{1}{K} \times 10^{-5} \times 100 = 0.2\%$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۳۲- طول هر یک از دو میله ی مسی و آهنی در دمای صفر درجه ی سلسیوس برابر L است. اگر دمای هر دو میله به ۸۰ درجه ی سلسیوس برسانیم طول میله ی مسی ۰.۲ میلیمتر بیشتر از طول میله ی آهنی می شود. L چند سانتی متر است؟

(سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۳) $(\alpha_{\text{آهن}} = ۱۲ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{K}$, $\alpha_{\text{مس}} = ۱۷ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{K}$)

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۵۰

پاسخ: گزینه ی ۴ صحیح است.

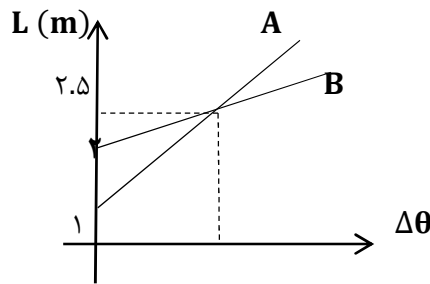
$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$$

$$\Delta L_{\text{مس}} - \Delta L_{\text{آهن}} = L \alpha \Delta \theta - L \alpha' \Delta \theta'$$

$$۰.۲ = L \times ۸۰ (۱۷ \times ۱۰^{-۶} - ۱۲ \times ۱۰^{-۶}) \Rightarrow L = ۵۰ \text{ mm} = ۵ \text{ cm}$$

مثال ۳۳- در شکل داده شده تغییرات طول دو میله ی A و B را بر حسب تغییرات دما نشان داده ایم. نسبت ضریب انبساط طولی $\frac{\alpha_A}{\alpha_B}$ کدام است؟ (سنجش جامع ۹۶)

- (۱) ۲.۵ (۲) ۱.۵ (۳) ۶ (۴) ۳



پاسخ: گزینه ی ۳ صحیح است.

$$\Delta L_A = L_{1A} \alpha_A \Delta T_A \quad , \quad \Delta L_B = L_{1B} \alpha_B \Delta T_B$$

$$\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{L_{1A} \alpha_A \Delta T_A}{L_{1B} \alpha_B \Delta T_B} \rightarrow \frac{2.5 - 1}{2.5 - 2} = \frac{1 \times \alpha_A}{2 \times \alpha_B} \rightarrow 6 = \frac{\alpha_A}{\alpha_B}$$

مثال ۳۴- طول دو میله ی فلزی A و B در دمای ۲۰°C هر یک برابر ۲ متر است. دمای دو میله را چند درجه ی سلسیوس افزایش دهیم تا اختلاف طول آنها برابر ۰.۸ mm شود؟ $(\alpha_A = ۱۲ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{K}$, $\alpha_B = ۲۰ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{K}$) (سراسری تجربی ۹۳ خارج از کشور)

- (۱) ۳۰ (۲) ۵۰ (۳) ۷۰ (۴) ۹۰

پاسخ: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$L_{rB} - L_{rA} = L_{1B}(1 + \alpha_B \Delta T) - L_{1A}(1 + \alpha_A \Delta T) = 2(1 + \alpha_B \Delta T - 1 - \alpha_A \Delta T) = 2(\alpha_B \Delta T - \alpha_A \Delta T)$$

$$= 2\Delta T(20 \times 10^{-6} - 12 \times 10^{-6}) = 2\Delta T \times 8 \times 10^{-6} = 0.8 \times 10^{-3} \rightarrow \Delta T = \frac{10^{-4}}{2 \times 10^{-6}} = 50^\circ\text{C}$$

مثال ۳۵- ضریب انبساط طولی یک میله ی فلزی $\frac{1}{K} \times 10^{-4}$ است. دمای آن را چند درجه ی سلسیوس افزایش دهیم تا طول آن ۲ درصد افزایش یابد؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۴)

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\text{درصد تغییرات طول} = \alpha \Delta T \times 100 \rightarrow 2 = 2 \times 10^{-4} \times \Delta T \times 100 \rightarrow \Delta T = \frac{1}{10^{-2}} = 100^\circ\text{C}$$

مثال ۳۶- اگر دمای یک قطعه فلز را 500°C افزایش دهیم، چند درصد بر سطح آن افزوده می شود؟ ($\alpha_{\text{فلز}} = 3 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$) (سنجش جامع ۹۵)

- (۱) ۱.۵ (۲) ۳ (۳) ۴.۵ (۴) ۷

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\text{درصد تغییرات سطح} = 2\alpha \Delta T \times 100 = 2 \times 3 \times 10^{-5} \times 500 \times 100 = 3\%$$

مثال ۳۷- اگر با افزایش دما طول یک ورقه ی فلزی مستطیل شکل ۰.۴ درصد افزایش یابد، مساحت آن تقریباً چند درصد افزایش می یابد؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۳)

- (۱) ۱.۶ (۲) ۰.۸ (۳) ۰.۴ (۴) ۰.۲

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

همانطور که گفته شد درصد تغییرات سطح ۲ برابر درصد تغییرات طول می باشد. یعنی ۲ برابر ۰.۴ که می شود ۰.۸ درصد.

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۳۸ - دو میله ی فلزی A و B در دمای 20°C به ترتیب دارای طول های ۵۰ و ۷۰ سانتی متر است . دمای دو میله را 30° درجه ی سلسیوس افزایش می دهیم. باز اختلاف طول آنها برابر 20cm می شود . نسبت ضریب انبساط طولی میله ی A به ضریب انبساط طولی میله ی B کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۳ خارج از کشور)

$$\frac{7}{5} \quad (4)$$

$$\frac{5}{7} \quad (3)$$

$$\frac{7}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{7} \quad (1)$$

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

$$L_{rB} - L_{rA} = L_{1B}(1 + \alpha_B \Delta T) - L_{1A}(1 + \alpha_A \Delta T) = 70(1 + 30\alpha_B) - 50(1 + 30\alpha_A) = 20 \rightarrow$$

$$7(1 + 30\alpha_B) - 5(1 + 30\alpha_A) = 2 \rightarrow 7 + 210\alpha_B - 5 - 150\alpha_A = 2 \rightarrow 210\alpha_B = 150\alpha_A \rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{7}{5}$$

مثال ۳۹ - دو کره ی مسی A و B با شعاع و دمای اولیه ی مساوی را در نظر بگیرید . درون کره ی A حفره ی توخالی وجود دارد . اگر دمای آنها را به یک اندازه بالا ببریم ، کدام رابطه بین افزایش شعاع کره ها و گرمای گرفته شده توسط کره ها یکسان است؟ (سراسری ریاضی ۸۷)

$$\Delta R_A = \Delta R_B , Q_B > Q_A \quad (1)$$

$$\Delta R_A > \Delta R_B , Q_B > Q_A \quad (2)$$

$$\Delta R_A < \Delta R_B , Q_B < Q_A \quad (3)$$

$$\Delta R_A = \Delta R_B , Q_B < Q_A \quad (4)$$

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

گرمای گرفته شده توسط کره ی A کمتر از کره ی B است . به علت داشتن حفره ی توخالی .

تغییرات شعاع کره ها هم ربطی به توپر یا توخالی بودن آنها ندارد . پس گزینه ی پاسخ صحیح و مطلوب تست است.

مثال ۴۰ - ضریب انبساط طولی یک میله ی فلزی $\frac{1}{K} \times 10^{-5}$ است . دمای میله را از 20° درجه ی سلسیوس به 70° درجه ی سلسیوس می رسانیم و در این عمل 0.36 میلیمتر به طول میله اضافه می شود . طول این میله در دمای اولیه (20° درجه ی سلسیوس) چند سانتی متر است؟

(سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۳)

$$30 \quad (4)$$

$$60 \quad (3)$$

$$90 \quad (2)$$

$$120 \quad (1)$$

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T \rightarrow 0.36 = L_1 \times 1.2 \times 10^{-5} \times (70 - 20) \rightarrow L_1 = \frac{0.36}{6 \times 10^{-4}} = 60$$

مثال ۴۱ - طول تیر آهنی ۱۲ متر است. اگر دمای آن از صفر درجه ی سلسیوس به ۵۰ درجه ی سلسیوس برسد، طول آن چند میلیمتر افزایش می یابد؟ ($\alpha_{\text{آهن}} = 1.2 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$) (سراسری تجربی ۹۲ خارج از کشور)

- (۱) ۷.۲ (۲) ۷۲ (۳) ۰.۷۲ (۴) ۰.۰۷۲

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T = 12 \times 1.2 \times 10^{-5} \times 50 = 72 \times 10^{-6} \text{ m} = 72 \times 10^{-6} \times 1000 = 0.072 \text{ mm}$$

مثال ۴۲ - از یک ورقه ی مسی دو صفحه ی دایره ای شکل به مساحت های S_1 و $S_2 = 2S_1$ بریده و جدا کرده ایم. حال اگر به اولی گرمای Q_1 و به دومی گرمای $Q_2 = 2Q_1$ را بدهیم و بر اثر این گرما افزایش شعاع آنها به ترتیب ΔR_1 و ΔR_2 باشد، $\frac{\Delta R_2}{\Delta R_1}$ کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۲)

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

با توجه به رابطه ی $Q = mc\Delta\theta$ می توان گفت ...

چون مساحت دایره ی دومی ۲ برابر مساحت دایره ی بریده شده ی اولی است، پس جرم آن نیز ۲ برابر جرم دایره ی اولی است. از طرفی گرمای داده شده دایره ی دومی نیز ۲ برابر گرمای داده شده به دایره ی اولی است. پس ...

$$\Delta\theta = \frac{Q}{mc} \rightarrow \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \times \frac{m_1}{m_2} = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \rightarrow \Delta\theta_2 = \Delta\theta_1$$

تغییر شعاع یک پارامتر طولی است و می توان نوشت:

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta\theta \quad \text{و} \quad S = \pi R^2 \rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \rightarrow R \propto \sqrt{S}$$

$$\frac{\Delta R_2}{\Delta R_1} = \frac{R_2}{R_1} \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} = \sqrt{\frac{S_2}{S_1}} = \sqrt{\frac{2S_1}{S_1}} = \sqrt{2}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۴۳ - دمای یک میله ی مسی را 100°C افزایش می دهیم . طول آن 0.17 درصد افزایش می یابد . اگر دمای یک ورقه ی مسی را 100°C افزایش دهیم مساحت آن چند برابر می شود؟ (سراسری ریاضی ۹۱ خارج از کشور)

- (۱) 1.0017 (۲) 0.0034 (۳) 0.34 (۴) 1.0034

کجواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

همانطور که گفته شد درصد تغییرات سطح ۲ برابر درصد تغییرات طول می باشد. یعنی ۲ برابر 0.17 که می شود 0.34 درصد. یعنی ...

$$S_2 = 100.34\% = \frac{100.34}{100} = 1.0034S_1$$

مثال ۴۴ - دمای یک میله ی فلزی از θ_1 به θ_2 می رسد . اگر طول آن 0.1 درصد افزایش یابد , چگالی آن تقریباً ...

(سراسری ریاضی ۹۰ خارج از کشور)

- (۱) 0.1 درصد کاهش (۲) 0.3 درصد کاهش (۳) 0.1 درصد افزایش (۴) 0.3 درصد افزایش

کجواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

همانطور که گفته شد درصد تغییرات حجم ۳ برابر درصد تغییرات طول می باشد. یعنی حجم میله 0.3 درصد افزایش می یابد و با توجه به رابطه ی

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \rho \propto \frac{1}{V} \xrightarrow{\text{افزایش درصد } 0.3 \text{ حجم } 1} \text{کاهش درصد } 0.3 \text{ چگالی}$$

مثال ۴۵ - مساحت جانبی یک مکعب فلزی 0.25 متر مربع و ضریب انبساط خطی آن $\frac{1}{K} \times 10^{-5}$ است . اگر دمای این مکعب 100 درجه ی

سلسیوس افزایش یابد , مساحت سطح جانبی آن تقریباً چند سانتی متر مربع افزایش می یابد؟ (سراسری تجربی ۸۸ خارج از کشور)

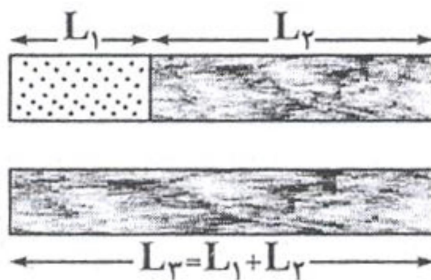
- (۱) 8 (۲) 10 (۳) 80 (۴) 100

کجواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T = 2 \times 2 \times 10^{-5} \times 0.25 \times 100 = 10^{-3} \text{m}^2 = 10 \text{cm}^2$$

مثال ۴۶ - در دمای صفر درجه ی سلسیوس مجموع طول میله های به هم چسبیده ی L_1 و L_2 با طول میله ی L_3 برابر است و ضریب انبساط طولی میله ها نیز به ترتیب α_1 و α_2 و α_3 است. اگر در هر دمایی بالاتر از صفر نیز این تساوی طول برقرار باشد، کدام رابطه درست است؟ (سراسری ریاضی ۸۸ خارج از کشور)

$$\alpha_3 = \alpha_1 + \alpha_2 \quad (1) \quad \alpha_3 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \quad (2) \quad \alpha_3 = \frac{L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2}{L_3} \quad (3) \quad \alpha_3 = \frac{|L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2|}{L_3} \quad (4)$$



جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

بدیهی ست برای برابر بودن طول میله در هر دمایی باید میزان افزایش طول دو میله با هم برابر باشد ...

$$\Delta L_3 = \Delta L_{1,2} \rightarrow L_3 \alpha_3 \Delta T = L_2 \alpha_2 \Delta T + L_1 \alpha_1 \Delta T \rightarrow L_3 \alpha_3 = L_2 \alpha_2 + L_1 \alpha_1 \rightarrow \alpha_3 = \frac{L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2}{L_3}$$

مثال ۴۷ - ریل های ۱۰ متری راه آهنی را در یک روز زمستانی به دمای -10°C به دنبال هم کار می گذارند. اگر دما در تابستان تا 40°C بالا رود، از ابتدا حداقل چند میلی متر باید فاصله ی بین ریل ها خالی بماند تا در اثر انبساط حرارتی به هم فشار نیابند؟ ($\alpha_{\text{آهن}} = 1.2 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$)

(سراسری تجربی ۸۶)

$$3.65 \quad (1) \quad 4.8 \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

$$\Delta L = L_1 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta = (10 \times 1000) \times (1.2 \times 10^{-5}) (40 - (-10)) = 12 \times 10^{-2} \times 50 = 6 \text{ mm}$$

مثال ۴۸ - دمای یک ورقه ی قلزی را 250°C درجه ی سلسیوس افزایش می دهیم. مساحت آن یک درصد افزایش می یابد. ضریب انبساط حجمی آن در SI کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۴)

$$2 \times 10^{-4} \quad (1) \quad 2 \times 10^{-5} \quad (2) \quad 6 \times 10^{-4} \quad (3) \quad 6 \times 10^{-5} \quad (4)$$

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

$$\Delta A = A_1 (\alpha) \Delta \theta$$

$$\frac{1}{100} A_1 = A_1 (\alpha) \times 250 \Rightarrow \alpha = 2 \times 10^{-5}$$

$$\beta \cong 3\alpha = 6 \times 10^{-5}$$

مثال ۴۹ - طول میله ای در دمای صفر درجه ی سلسیوس برابر ۸۰۰ سانتی متر است . اگر طول آن در دمای ۵۰ درجه ی سلسیوس به ۸۰۱ سانتی متر برسد ضریب انبساط طولی آن در SI کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۳)

- (۱) 2.5×10^{-4} (۲) 2.5×10^{-5} (۳) 4×10^{-4} (۴) 4×10^{-5}

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\Delta L = L_1 \times \alpha \times \Delta \theta \rightarrow 801 - 800 = 800\alpha \times 50$$

$$1 = 40000\alpha \rightarrow \alpha = \frac{1}{40000} = 0.25 \times 10^{-4} = 2/5 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

مثال ۵۰ - ضریب انبساط طولی میله ای $2 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$ است . اگر دمای این میله 50°C افزایش یابد ، طول آن چند درصد افزایش می یابد؟

(سراسری تجربی ۸۱)

- (۱) ۰.۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۲۰

کجواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\text{درصد تغییرات طول} = \alpha \Delta T \times 100 = 2 \times 10^{-5} \times 50 \times 100 = 0.1\%$$

مثال ۵۱ - ضریب انبساط طولی فلزی $2.5 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$ است . دمای یک میله از آن فلز را چند درجه ی سلسیوس افزایش دهیم تا بر طول آن تقریبا به اندازه ی یک هزارم طول اولیه اضافه شود؟ (سراسری ریاضی ۸۰)

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T \Rightarrow 0.001 \times L_1 = L_1 \times 2/5 \times 10^{-5} \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 40 \text{ K} \Rightarrow \Delta \theta = 40^\circ\text{C}$$

***انبساط ظاهری مایعات**

۱- مایعات به علت آنکه ذرات آنها دارای آزادی عمل بیشتری هستند، بیشتر از جامدات منبسط می شوند.

۲- مایعات دیرتر از جامدات منبسط می شوند.

فرض کنید ظرفی جامد را پر از مایع کرده ایم. اگر به این ظرف گرما بدهیم، آن گاه ...

ابتدا ظرف منبسط خواهد شد و ابعاد ظرف افزایش خواهد یافت. اما هنوز مایع منبسط نشده و همان حجم قبلی خود را دارد. پس از مدتی مایع شروع به منبسط شدن می کند و چون انبساط مایع از جامد بیشتر است، مقداری از مایع از ظرف بیرون خواهد ریخت.

توجه داشته باشید که .. میزان مایع ریخته شده از ظرف همان میزان انبساط واقعی صورت گرفته نیست و این حجم از مایع انبساط ظاهری مایع را به ما خواهد داد.

برای محاسبه ی انبساط واقعی مایعات ...

توجه داشته باشید که میزان انبساط واقعی مایع از میزان انبساط ظاهری آن بیشتر است.

$$\text{انبساط ظاهری مایع} > \text{انبساط واقعی مایع}$$

این میزان تفاوت به اندازه ی انبساط صورت گرفته برای ظرف خواهد بود.

اگر a را ضریب انبساط حجمی واقعی یا مطلق مایع و 3α را ضریب انبساط حجمی ظرف جامد در نظر بگیریم و حجمی از مایع را که بیرون ریخته شده است را به عنوان ΔV در نظر بگیریم، آن گاه می توان نوشت:

$$\Delta V = v_1 (a - 3\alpha) \Delta \theta$$

که در این رابطه ΔV انبساط ظاهری مایع یا حجمی از مایع که بیرون ریخته شده است را به ما می دهد.

مثال ۵۲- بالونی به حجم یک لیتر در دمای 0°C پر از مایع است. دمای بالون و مایع داخل آن را به 25°C می رسانیم. با فرض صورت نگرفتن تبخیر یک سانتی متر مکعب مایع از بالون بیرون می ریزد. اگر ضریب انبساط خطی ظرف α باشد، ضریب انبساط مطلق مایع کدام است؟

(سنجش جامع ۹۷)

$$\left(\alpha = 5 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \right)$$

(۱) 5×10^{-6}

(۲) 55×10^{-6}

(۳) 35×10^{-6}

(۴) 20×10^{-6}

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\Delta V = V \times \text{ضریب انبساط ظاهری مایع} \rightarrow 1 = 1000 \times \text{ضریب انبساط ظاهری مایع} \times 25 \rightarrow \frac{1}{25000} = \text{ضریب انبساط ظاهری مایع} \\ = 0.04 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-5} = 40 \times 10^{-6} = a - 3\alpha \rightarrow a = 40 \times 10^{-6} + 3(5 \times 10^{-6}) = 55 \times 10^{-6}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۵۳ - ظرفی به حجم ۴ لیتر از مایعی با دمای ۰°C کاملاً از مایع پر شده است و در تعادل گرمایی با آن قرار دارد. اگر دمای ظرف و مایع داخل آن را به ۳۰°C می‌رسانیم. تقریباً چند سانتی متر مکعب مایع از ظرف بیرون می‌ریزد. اگر ضریب انبساط خطی ظرف $\frac{1}{10^6} \times 5$ و ضریب انبساط حجمی مایع $\frac{1}{10^5} \times 6$ باشد؟ (قلم چی جامع ریاضی ۹۴)

- ۱) ۱.۸ (۲) ۵.۴ (۳) ۷.۲ (۴) ۸.۱

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\Delta V = V_0 \times \text{ضریب انبساط ظاهری مایع} \times \Delta \theta \rightarrow \Delta V = 4000 \times (a - 3\alpha = 6 \times 10^{-5} - 15 \times 10^{-6}) \times 30$$

$$= 120000 \times (6 \times 10^{-5} - 1.5 \times 10^{-5} = 4.5 \times 10^{-5}) = 120000 \times 4.5 \times 10^{-5} = 54 \times 10^{-1} = 5.4$$

دقت داشته باشید که هر لیتر معادل ۱۰۰۰ سانتی مترمکعب است.

مثال ۵۴ - در دمای صفر درجه ی سلسیوس حجم ظرف شیشه ای توسط یک لیتر جیوه کاملاً پر شده است. وقتی دمای مجموعه را به ۸۰ درجه ی سلسیوس می‌رسانیم 12 cm^3 جیوه از ظرف خارج می‌شود. اگر ضریب انبساط حجمی جیوه $\frac{1}{10^4} \times 1.8$ باشد، ضریب انبساط خطی شیشه در SI کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۶)

- ۱) 1.2×10^{-4} (۲) 10^{-4} (۳) 10^{-5} (۴) 2×10^{-5}

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

$$\Delta V_{\text{جیوه}} = V_0 \beta \Delta \theta = 1000 \times 1/8 \times 10^{-4} \times 80 = 14/4 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{جیوه}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = 12 \text{ cm}^3 \Rightarrow 14/4 - \Delta V_{\text{ظرف}} = 12 \Rightarrow \Delta V_{\text{ظرف}} = 2/4 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_0 \cdot 3\alpha \Delta \theta \Rightarrow 2/4 = 10^3 \times 3 \times \alpha \times 80 \Rightarrow 2/4 = 2/4 \times 10^5 \alpha \Rightarrow \alpha = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

*** تغییرات چگالی با تغییرات دما**

گرچه افزایش دما بر جرم جسم تاثیری ندارد، اما به طور معمول باعث افزایش حجم جسم می شود و با توجه به رابطه ی معروف چگالی $(\rho = \frac{m}{V})$ ، چگالی جسم کاهش می یابد.

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m \text{ ثابت}} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{V_1(1 + \beta\Delta T)} = \frac{1}{(1 + \beta\Delta T)} \rightarrow \rho_2 = \frac{\rho_1}{(1 + \beta\Delta T)}$$

اگر صورت و مخرج نتیجه ی به دست آمده را در مزدوج مخرج ضرب کنیم، خواهیم داشت ...

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{(1 + \beta\Delta T)} \times \frac{(1 - \beta\Delta T)}{1 - \beta\Delta T} = \frac{\rho_1(1 - \beta\Delta T)}{(1 - \beta^2\Delta T^2)}$$

به دلیل ناچیز بودن مقدار β^2 می توان آن را معادل صفر در نظر گرفت و نوشت ...

$$\beta^2 = 0 \rightarrow 1 - \beta^2\Delta T^2 = 1$$

در نتیجه ...

$$\rho_2 = \rho_1(1 - \beta\Delta T)$$

*** نکته ی شماره ی ۷**

برای محاسبه ی درصد تغییرات چگالی نیز مطابق آنچه که برای تغییرات طول و سطح و حجم گفتیم می توان نوشت ...

$$\text{درصد تغییرات چگالی} = (1 - \beta\Delta T) \times 100\%$$

مثال ۵۵ - مقداری روغن زیتون به ضریب انبساط حجمی $\frac{1}{K} \times 10^{-4}$ در دمای 175°C قرار دارد. اگر دمای این روغن را به 25°C برسانیم چگالی آن تقریباً چند درصد و چگونه تغییر می کند؟ (قلم چی ۹۷)

(۴) - ۳۱.۵ - افزایش

(۳) - ۱۰.۵ - افزایش

(۲) - ۱۰.۵ - کاهش

(۱) - ۳۱.۵ - کاهش

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{درصد تغییرات چگالی} &= (1 - \beta\Delta T) \times 100\% = \left(1 - \left(\frac{1}{K} \times 10^{-4}\right)(25 - 175)\right) \times 100 \\ &= \left(1 - \left(\frac{1}{K} \times 10^{-4}\right)(-150)\right) \times 100 = (1 + 10.5 \times 10^{-3}) \times 100 = (1 + 0.105) \times 100 \\ &= 1.105 \times 100 = 110.5\% - 100\% = 10.5\% \uparrow \end{aligned}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۵۶- اگر دمای الکل را ۵۰ درجه ی سلسیوس افزایش دهیم چگالی آن از 800 kg/m^3 به 756 kg/m^3 کاهش می یابد. ضریب انبساط حجمی الکل در SI چند واحد است؟ (قلم چی ۹۷)

10^{-4} (۴)

1.1×10^{-3} (۳)

1.1×10^{-2} (۲)

10^{-3} (۱)

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

با استفاده از رابطه $\rho_2 = \rho_1(1 - \beta\Delta T)$ ، ضریب انبساط حجمی الکل را به دست می آوریم.

$$\rho_2 = \rho_1(1 - \beta\Delta T) \xrightarrow[\Delta T = 50^\circ \text{C}]{\rho_1 = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \rho_2 = 756 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

$$756 = 800(1 - \beta \times 50) \Rightarrow 756 = 800 - 800 \times 50 \beta$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^4 \beta = 800 - 756 \Rightarrow 4 \times 10^4 \beta = 44$$

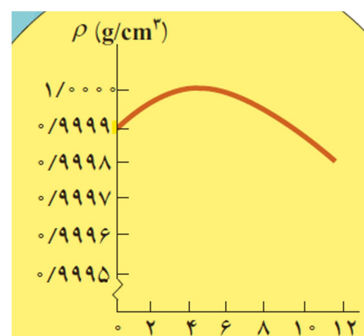
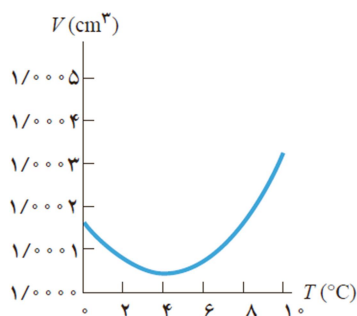
$$\Rightarrow \beta = 1/1 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$$

* انبساط غیر عادی آب

حجم بیشتر مایعات با کم شدن دما کاهش و در نتیجه چگالی آنها افزایش می یابد.

اما رفتار آب در محدوده ی دمایی صفر تا ۴ درجه ی سلسیوس متفاوت است و با کاهش دما حجم آب افزایش و چگالی آن کاهش می یابد.

در واقع همین تغییر حجم غیر عادی آب است که موجب می شود دریاچه ها به جای اینکه از پایین به بالا یخ بزنند ، از بالا یخ بزنند.



اما دلیل رفتار شگفت انگیز آب چیست؟

رفتار شگفت انگیز آب را می توان با ساختار مولکول های آن در یخ توضیح داد . مولکول های آب در یخ شبکه ای بلوری تشکیل می دهند . به طوری که مولکول ها در برخی نواحی به هم نزدیک و در برخی از نواحی بین آنها فضای خالی وجود دارد.

وقتی آب از یخ به حالت مایع تبدیل می شود ساختار شبکه ی بلوری درهم شکسته و آرایش مولکول های آن یکنواخت شده و در نتیجه حجم اشغال شده کاهش می یابد .

در محدوده ی دماهای صفر تا ۴ درجه ی سلسیوس بقایای ساختار مولکولی یخ هنوز در آب وجود دارد و موجب رفتار غیرعادی آب می شود.

* نکته ی شماره ۸

وقتی آب درون یک ظرف روباز یخ می بندد معمولا یک برآمدگی مرکزی ایجاد می شود . علت این برآمدگی آن است که . . . هنگام یخ زدن آب ابتدا قسمت های نزدیکتر به جداره ها یخ می زند و آب هایی که از پایین ظرف یخ زده و افزایش حجم پیدا می کنند آب را به سمت بالا هل می دهند. این آب از وسط ظرف بالا آمده و پس از یخ زدگی برآمدگی ایجاد می شود.

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران ➤

مثال ۵۷ - مقداری آب با دمای 10°C را سرد می کنیم تا به یخ صفر درجه ی سلسیوس تبدیل شود . حجم آن در این تحول چگونه تغییر می کند؟ (قلم چی ۹۷)

(۱) ابتدا افزایش و بعد کاهش (۲) ابتدا کاهش و بعد افزایش (۳) همواره افزایش (۴) همواره کاهش

کجواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

حجم بیشتر مایعات با کم شدن دما کاهش می یابد و با رسیدن به نقطه ی انجماد این کاهش حجم بیشتر می شود .

ولی آب همان طور که گفته شد رفتاری متفاوت دارد . به این ترتیب که آب از 100°C تا 4°C درجه مانند هر مایع معمولی با کاهش دما حجمش نیز کاهش می یابد . اما از 4°C تا صفر درجه این رفتار تغییر کرده حجمش افزایش می یابد .

مثال ۵۸ - مقداری آب را که در فشار یک اتمسفر قرار دارد به تدریج سرد می کنیم و همزمان فشار محیط را افزایش می دهیم . در این صورت آب در دمای.....درجه ی سلسیوس منجمد می شود.(خارج تجربی ۹۷)

(۱) صفر (۲) ۴ (۳) پایین تر از صفر (۴) بین ۴ و صفر درجه

کجواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

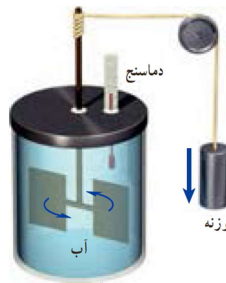
با افزایش فشار نقطه ی ذوب یخ کاهش می یابد . همچنین نقطه ی انجماد هم کاهش می یابد.

* گرما

گرما، مقدار انرژی است که به دلیل اختلاف دما بین دو جسم مبادله می شود و مجموع انرژی جنبشی ذرات تشکیل دهنده ی یک ماده می باشد.

۱- تا پیش از قرن نوزدهم درباره ی مبادله ی گرما همه فکر می کردند که چیزی به نام کالریک از جسم گرم به جسم سرد جریان می یابد.

۲- آزمایش ژول



طبق آزمایش ژول، کار نیروی وزن برابر با مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای آب است.

۳- گرما انرژی در حال گذار مربوط به یک جسم است و به کار بردن گرمای مربوط به یک جسم نادرست است.

۴- گرما را با نماد Q نشان می دهند و واحد آن در SI ژول است. یکای دیگر مورد استفاده و متداول برای این کمیت کالری است.

۵- از دیدگاه میکروسکوپی هنگام تبادل گرما چه اتفاقی می افتد؟

از دیدگاه میکروسکوپی هنگام تبادل دو جسم گرم و سرد، آنچه که اتفاق می افتد کاهش انرژی های پتانسیل و جنبشی مربوط حرکت کاتوره ای اتم ها، مولکول ها و سایر اجزای میکروسکوپی داخل جسم گرم و افزایش همین انرژی ها در داخل جسم سرد است تا آنکه دو جسم به تعادل گرمایی برسند.



۶- هر چه اختلاف دمای دو جسم بیشتر باشد، آهنگ انتقال گرما بیشتر است.

***منظور از این جمله که ((دماسنج ها دمای خودشان را اندازه گیری می کنند)) چیست؟**

یعنی اینکه دماسنج ها با محیطی که در آن قرار دارند همدمای می شوند . پس دمای خود را در واقع اندازه گیری می کنند.

***اگر دو جسم سرد و گرم را با هم تماس دهیم میانگین انرژی جنبشی ذرات آنها چگونه تغییر می کنند؟**

ابتدا میانگین انرژی جنبشی ذرات جسم گرم بیشتر از جسم سرد است . با انتقال گرما از جسم گرم به جسم سرد این کمیت برای جسم گرم کاهش و برای جسم سرد افزایش می یابد و پس از رسیدن به تعادل گرمایی برای دو جسم یکسان می شود.

***شرایط محاسبه ی گرما در حالت های مختلف**

۱ - حالت اول : تغییر فاز نداشته باشیم و فقط دمای جسم تغییر کند.

$$Q = mc\Delta\theta = mc\Delta T \quad , \quad \Delta\theta \text{ (تغییرات دما در مقیاس سلسیوس)} = \Delta T \text{ (تغییرات دما در مقیاس کلوین)}$$

در سیستم بین المللی SI

واحد گرما ژول - جرم کیلوگرم - ظرفیت گرمایی یا گرمای ویژه ژول بر کیلوگرم.درجه ی سلسیوس - دما بر حسب درجه ی سلسیوس یا کلوین

در سیستم بین المللی CGS

واحد گرما کالری - جرم گرم - ظرفیت گرمایی یا گرمای ویژه کالری بر گرم.درجه ی سلسیوس - دما بر حسب درجه ی سلسیوس یا کلوین

***گرمای ویژه**

گرمای ویژه ی هر جسم , مقدار گرمایی ست که باید به یک کیلوگرم از آن جسم داده شود تا دمای آن یک درجه ی سلسیوس (یا یک کلوین) افزایش یابد.

یکای ظرفیت گرمایی ژول بر کیلوگرم . کلوین یا ژول بر کیلوگرم.درجه ی سلسیوس است.

$$Q = mc\Delta\theta$$

هرگاه جسم گرما بگیرد $Q > 0$ و هرگاه جسم گرما از دست دهد $Q < 0$ است.

به یاد داشته باشید که افزایش انرژی درونی معادل گرمایی ست که سبب افزایش دمای دستگاه می شود.

$$\Delta U = Q$$

*** منظور از ظرفیت گرمایی جسم چیست؟**

توجه داشته باشید که منظور از ظرفیت آن نیست که جسم توانایی محدودی در مبادله ی گرما دارد . بلکه مقصود آن است که تا وقتی که اختلاف دما وجود داشته باشد این تبادل گرما ادامه خواهد داشت. برای مثال ...

وقتی می گوئیم ظرفیت گرمایی یک جسم 2000 J/K است . یعنی آن که ...

اگر به جسم 2000 ژول گرما بدهیم دمای آن 1 کلوین افزایش پیدا می کند.

*** نکته ی شماره ی ۹**

دقت داشته باشید که ظرفیت گرمایی (C) با ظرفیت گرمایی ویژه (c) تفاوت دارد :

$$C = m \cdot c$$

یعنی ظرفیت گرمایی ویژه به جرم جسم بستگی ندارد . اما ظرفیت گرمایی با افزایش جرم جسم , افزایش می یابد و بالعکس.

دقت داشته باشید که واحد ظرفیت گرمایی (C) در SI برابر با ژول بر درجه سانتیگراد یا کلوین ($\text{J}/^\circ\text{C}$) و در CGS برابر با کالری بر درجه ی سلسیوس یا کلوین ($\text{cal}/^\circ\text{C}$) می باشد.

مثال ۵۹ - یک لوله ی مسی را بریده و جرم آن را نصف می کنیم . ظرفیت گرمایی و گرمای ویژه ی آن به ترتیب چند برابر می شوند؟

(خارج تجربی ۹۶)

۱ و ۱ (۴)

۱ و $\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ و ۱ (۱)

کجواب : گزینه ی ۱ صحیح است.

گرمای ویژه ی جسم به جرم جسم بستگی ندارد و با نصف شدن جرم لوله ی مسی , مقدار آن تغییری نخواهد کرد.

اما گرمایی ویژه ی جسم به جرم جسم وابستگی مستقیم داشته و با نصف شدن آن , خود نیز نصف می شود.

$$\begin{array}{c}
 \frac{1}{4} \text{ برابر} \\
 \uparrow \\
 m \times c = \text{ظرفیت گرمایی} \left(\frac{1}{4} \text{ برابر} \right) \\
 \downarrow \\
 \text{ثابت}
 \end{array}$$

۲ - حالت دوم : تغییر فاز داشته باشیم

زمانی که تغییر فاز روی دهد , دما ثابت مانده و تغییری نمی کند و می توان نوشت :

$$\Delta\theta = \Delta T = 0$$

در این حالت گرمایی که از جسم گرفته شده صرف تغییر فاز جسم شده و خواهیم داشت :

$$Q = mL_V \text{ (گرمای نهان تبخیر یا میعان)} \quad \text{یا} \quad Q = mL_F \text{ (گرمای نهان ذوب یا انجماد)}$$

دقت داشته باشید که واحد گرمای نهان (L) در SI برابر با ژول بر کیلوگرم (j/kg) و در Cgs برابر با کالری بر گرم (cal/g) می باشد.

*انواع تغییر حالت های ماده

تبدیل جامد به مایع به جامد را انجماد

تبدیل مایع به بخار را تبخیر

تبدیل جامد به مایع را ذوب

تبدیل بخار به جامد را چگالش

تبدیل جامد به بخار را تصعید

تبدیل بخار به مایع را میعان

مثال ۶۰ - تبدیل بخار به مایع , جامد به بخار و مایع به بخار را به ترتیب چه می نامند؟ (سراسری تجربی ۹۷)

(۱) تصعید - چگالش - تبخیر

(۲) میعان - چگالش - تصعید

(۳) تصعید - تبخیر - میعان

(۴) میعان - تصعید - تبخیر

کجواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

* نکته ی شماره ی ۱۰ *

به یاد داشته باشید که جرم یک لیتر آب معادل یک کیلوگرم آب است.

* مول و عدد آووگادرو *

در بسیاری از موارد یکای مناسب برای تعیین مقدار یک ماده ، مول (mol) است. مقدار ماده بر حسب مول را با n نشان می دهند.

یک مول از هر ماده ...

به معنای 6.02×10^{23} از واحد سازنده ی از واحد سازنده ی آن ماده ست که به آن عدد آووگادرو گفته می شود. اگر جرم نمونه ای از ماده را با m و جرم یک مول از ماده را با M نشان دهیم ، خواهیم داشت ...

$$n = \frac{m}{M} = \frac{\text{جرم مولکولی}}{\text{جرم مولی}}$$

که در این رابطه n تعداد مول های یک ماده بر حسب مول ، m جرم مولکولی ماده بر حسب kg و M جرم مولی ماده بر حسب kg/mol است.

* گرمای ویژه ی مولی *

وقتی مقدار ماده به جای جرم بر حسب مول بیان شود باید به جای ظرفیت گرمایی واحد جرم از ظرفیت گرمایی واحد مول استفاده کنیم که به آن ظرفیت گرمایی مولی یا گرمای ویژه ی مولی گفته می شود.

در واقع گرمای ویژه ی مولی یک ماده ...

مقدار گرمایی ست که باید به یک مول از آن ماده بدهیم تا در شرایط فیزیکی تعیین شده دمای آن یک کلون افزایش یابد.

***قاعده ی دولن و پتی**

با مقایسه ی گرمای ویژه ی مولی مواد بلورین مختلف در حجم ثابت به نظم شگفت انگیزی رسیده و در می یابیم که برای بیشتر فلزها مقدار آن تقریباً مساوی 25 J/mol.K است. این نظم شگفت انگیز با آن که تقریبی ست به قاعده ی ((دولن و پتی)) مشهور است و بیان می دارد که گرمای لازم برای بالا بردن دمای یک مول از هر کدام از این فلزات مقدار یکسانی داشته و برخلاف ویژگی های ذاتی دیگر ماده مانند (ضریب انبساط طولی - ظرفیت گرمایی - گرمای ویژه و ...) به جنس شان بستگی ندارد.

بر طبق این قاعده ...

ظرفیت گرمایی ویژه ی بلورها ناشی از ارتعاشات شبکه ی آنها را به صورت تجربی بیان می کند و ظرفیت گرمایی ویژه ی تمام بلورها مستقل از ماهیت بلور بوده و برابر است با ...

$$C_m = \frac{3R}{M}$$

که در آن R ثابت عمومی گازها و M جرم مولی ماده است.

***ذوب (تغییر حالت جامد به مایع)**

در جامدهای خالص و بلورین، وقتی دمای جسم به مقدار مشخصی برسد، افزایش دما متوقف شده و دما ثابت می شود. در این حالت جسم شروع به ذوب شدن کرده و به مایع تبدیل می شود. این دمای ثابت را نقطه ی ذوب (دمای گذار جامد به مایع) می نامند.

۱ - نقطه ی ذوب به جنس جسم و فشار وارد بر جسم بستگی دارد.

۲ - برخلاف جامدهای خالص و بلورین، جامدهای بی شکل (شیشه و قیر و ...) نقطه ذوب کاملاً مشخصی ندارند.

۳ - نقطه ی ذوب یخ در فشار یک اتمسفر برابر صفر درجه ی سلسیوس است.

۴ - عمل ذوب فرایندی گرماگیر است.

۵ - موادی مانند شیشه یا قیر را در فیزیک آمورف نامیده و در برخی کتابها شیشه را مایع سفت نیز می نامند.

۶ - افزایش فشار وارد بر جسم سبب بالا رفتن نقطه ی ذوب جسم می شود. اما در یخ و به شکل بسیار ناچیزی افزایش فشار باعث پایین آمدن نقطه ی ذوب اش می شود.

***چرا برف روی قله ها دیرتر آب می شود؟**

در قله ها به علت کاهش فشار، نقطه ی ذوب یخ افزایش می یابد و برای آنکه برف ذوب شود باید دمای قله بیشتر افزایش یابد.

* برف و یخ دو شکل آشنای حالت جامد آب هستند . اما دلیل تفاوت ظاهر آنها چیست؟

یخ از انجماد آب تشکیل می شود . اما برف از تبدیل مستقیم بخار آب به یخ (چگالش) .

علت تفاوت در ظاهر برف و یخ به نحوه ی تشکیل شدن بلور در آنهاست که آب هنگام تبدیل شدن به یخ چون دما در محیط بالاتر بوده زمان کافی را برای تشکیل بلور داشته است . اما برف به دلیل سرد شدن بسیار سریع در دمای پایین دارای بلورهای بسیار ریز است.

* نقطه ی سه گانه ی آب

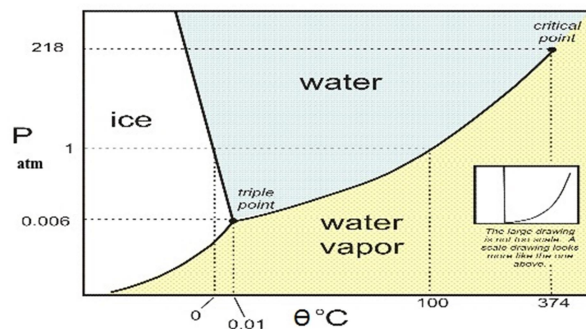
برای آب نقطه ای موسوم به نقطه ی سه گانه وجود دارد که در آن سه حالت یخ ، آب و بخار در تعادل اند .

دمای نقطه ی سه گانه ی آب برابر 0.01°C است . برای رسیدن به این نقطه به فشار بسیار پایین ۶۱۲ پاسکال نیاز است.



در نقطه سه گانه آب، سه فاز آب در تعادل اند.

اولین بار وسیله ای که برای تعیین نقطه ی سه گانه ی آب به کار رفت ظرف شیشه ای U شکل بود.



* گرمای نهان ذوب

گرمای لازم برای تغییر حالت جسم از جامد به مایع در دمای ذوب با جرم آن نسبت مستقیم دارد. نسبت این گرما به جرم جسم را گرمای نهان ذوب نامیده و با L_f نمایش می دهند:

$$L_f = \frac{Q}{m}$$

گرمای ذوب به جنس جسم بستگی داشته و یکای آن در SI ژول بر کیلوگرم است.

* انجماد (تبدیل حالت مایع به جامد)

وقتی از مایع خالصی گرما می گیریم سرد می شود تا به نقطه ی انجماد خود برسد.

۱- دمای نقطه ی ذوب هر ماده با دمای انجماد آن در فشار یکسان برابر است.

۲- وجود ناخالصی باعث می شود که مایع نقطه ی انجماد مشخصی نداشته باشد.

۳- هنگام یخ زدن آب نمک، اولین بلورها در دمای کمتر از صفر درجه ی سلسیوس تشکیل شده و انجماد کامل در -18 درجه ی سلسیوس رخ می دهد.

* وجود ناخالصی در مایع چه تاثیری بر نقطه ی انجماد آن دارد؟

وجود ناخالصی در یک مایع نقطه ی انجماد آن را پایین می آورد.

* تبخیر (تغییر حالت مایع به بخار)

* فرایند تبخیر سطحی

برخی از مولکول های مایع که به سرعت های بسیار زیاد می رسند از سطح مایع فرار می کنند. به این فرایند تبخیر سطحی می گویند.

*** آهنگ تبخیر سطحی به چه عواملی بستگی دارد؟ ***

- ۱ - **دما:** با افزایش دما تبخیر سطحی نیز افزایش می یابد.
- ۲ - **سطح مایع:** هر چه سطح مایع که با هوای اطراف در تماس است بیشتر باشد، تبخیر سطحی نیز بیشتر می شود.
- ۳ - **فشار هوای اطراف:** هر چه فشار هوا بیشتر باشد، تبخیر سطحی کمتر می شود.
- ۴ - **جنس مایع:** میزان تبخیر سطحی برای دو مایع مختلف در شرایط یکسان متفاوت است.

*** گرمای نهان تبخیر ***

در نقطه ی جوش، هر چه به مایع گرما دهیم، دمای آن افزایش نیافته و همه ی گرما صرف تبخیر مایع می شود. گرمای لازم برای تبخیر هر مایع با جرم آن نسبت مستقیم دارد. نسبت این گرما به جرم مایع بخار شده را گرمای تبخیر مایع نامیده و با L_V نمایش می دهند:

$$L_V = \frac{Q}{m}$$

گرمای تبخیر هر مایع به جنس و دمای جسم بستگی داشته و یکای آن در SI ژول بر کیلوگرم است.

$$Q = mL_V \quad ; \quad P = \frac{Q}{t}$$

دقت داشته باشید که گرمای نهان تبخیر آب با افزایش دمای آن کاهش می یابد.

به فرایند تبخیر تا پیش از رسیدن به نقطه ی جوش تبخیر سطحی می گویند.

*** چرا گرمای نهان تبخیر آب با افزایش دمای آن کاهش می یابد؟ ***

برای تبخیر آب باید تندی مولکول ها را تا حد کافی بالا ببریم. هر چه دمای آب بیشتر باشد با گرمای کمتری می توان تندی مولکول ها را به مقدار مورد نظر رساند.

*** میعان**

میعان معکوس فرایند تبخیر است. میعان نیز مانند تبخیر در هر دمایی رخ می دهد و گرمای مربوط به آن از رابطه ی زیر حساب می شود :

$$Q = -mL_V$$

علامت منفی بیانگر آن است بخار هنگام میعان گرما از دست می دهد و باعث گرما شدن محیط پیرامون خود می شود.

*** چرا هنگامی که رطوبت هوا زیاد است , احساس گرمای بیشتری می کنید؟**

دلیل این امر میعان بخار آب روی بدنمان است.

*** نکته ی شماره ی ۱۱**

توجه داشته باشید که ظرفیت گرمایی آب در سیستم بین المللی SI , برابر با $4200 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C \text{ or } K}$ و در سیستم CGS برابر با $1 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C \text{ or } K}$ می باشد و ظرفیت گرمایی ویژه ی یخ همواره نصف ظرفیت گرمایی ویژه ی آب است.

*** نکته ی شماره ی ۱۲**

به یاد داشته باشید که همواره گرمای نهان ذوب یخ (L_F) و گرمای نهان تبخیر آب (L_V) برابر است :

$$L_F = 80 \cdot C_{\text{آب}} = 160 \cdot C_{\text{یخ}}$$

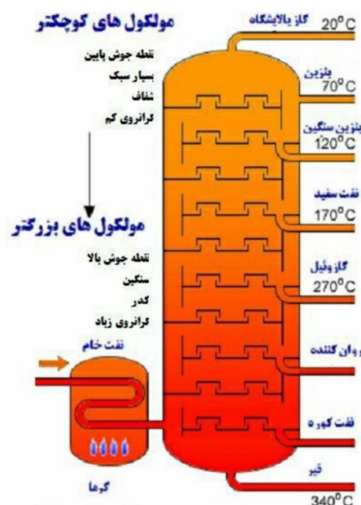
$$L_V = 540 \cdot C_{\text{آب}} = 1080 \cdot C_{\text{یخ}}$$

*** از دیدگاه مولکولی افزایش دما و افزایش سطح مایع چگونه بر آهنگ تبخیر سطحی مایع اثر می گذارد؟**

افزایش دما باعث افزایش تندی مولکول ها می شود . در نتیجه تعداد مولکول هایی که از سطح مایع فرار می کنند بیشتر می شود.

با افزایش سطح نیز تعداد مولکول هایی که از سطح فرار می کنند بیشتر شده و آهنگ تبخیر سطحی افزایش می یابد.

*** از تفاوت نقطه ی جوش اجسام مختلف در صنعت استفاده ی زیادی می شود . چگونه از این ویژگی برای جدا کردن محصولات نفتی استفاده می شود؟**



اجزای تشکیل دهنده ی یک محلول چند جزئی مانند نفت خام نقطه جوش های متفاوتی دارند . به طوری که سنگین ترین آنها بالاترین نقطه ی جوش و سبک ترین آنها کمترین نقطه ی جوش را دارند .

وقتی نفت خام را چنان حرارت دهیم که ناگهان همه ی اجزای آن تبدیل به بخار گردد و سپس آنها را سرد کنیم تا به مایع تبدیل شوند .

اجزای مختلف نفت خام با نقاط جوش مختلف را می توان در یک ستون تقطیر از هم جدا کرد . سبک ترین محصولات با پایین ترین نقطه ی جوش از بالای ستون و سنگین ترین محصولات با بالاترین نقطه ی جوش از پایین ستون خارج می شود.

*** چرا غذا در دیگ زودپز سریع تر پخته می شود؟**

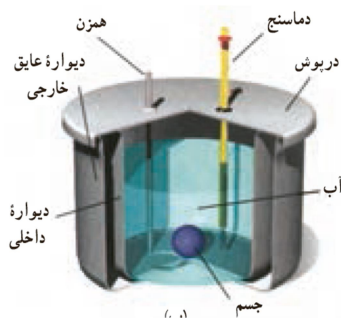
به دلیل بسته بودن در دیگ زودپز ، فشار افزایش می یابد و نقطه ی جوش افزایش می یابد. در نتیجه غذا در دمای بیشتر و زمان کمتری پخته می شود.

*** دلیل دیرپخته شدن تخم مرغ در ارتفاعات چیست؟ کوهنوردان برای رفع این مشکل چه کاری انجام می دهند؟**

در ارتفاعات به دلیل کاهش فشار هوا نقطه ی جوش کاهش می یابد و زمان بیشتری برای پخت نیاز است.

کوهنوردان با اضافه کردن ناخالصی مانند نمک نقطه ی جوش را افزایش می دهند.

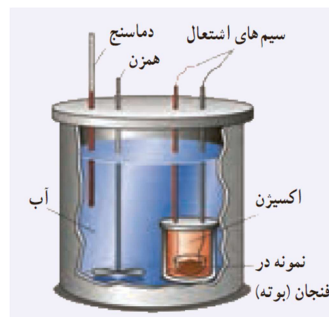
*** گرماسنج (کالری متر)**



گرماسنج، ظرفی فلزی و درپوش دار است که به خوبی عایق بندی گرمایی شده است و برای تعیین گرمای ویژه ی اجسام به کار می رود.

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{جسم}} + Q_{\text{ظرف}} + \dots = 0$$

*** گرماسنج بمبی**



نوعی گرماسنج است که برای تعیین ارزش غذایی مواد با اندازه گیری انرژی آزاد شده ی آنها در حین سوختن استفاده می شود.

$$\text{گرماسنج} (C\Delta\theta) + (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} = \text{انرژی حاصل از احتراق نمونه ی غذایی}$$

مثال ۶۱ - دو کره ی فلزی هم جنس A و B اولی توپر با شعاع ۲۰ cm و دیگری توخالی که شعاع خارجی آن ۲۰ cm و شعاع حفره ی داخلی ۱۰ cm است. اگر به دو کره به یک اندازه گرما بدهیم و تغییر حجم کره ی A برابر ΔV_A و تغییر حجم فلز به کار رفته در کره ی B برابر ΔV_B

باشد، نسبت $\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۶)

$\frac{8}{7}$ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

$\frac{7}{8}$ (۱)

پاسخ: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \boxed{V}$$

حجم فلز به کار رفته

مقایسه دو کره تحت گرمای یکسان:

$$\boxed{Q} = m \boxed{c} \Delta\theta \Rightarrow m_{\text{توپر}} \Delta\theta_{\text{توپر}} = m_{\text{توخالی}} \Delta\theta_{\text{توخالی}} \Rightarrow \rho V_{\text{توپر}} \times \Delta\theta_{\text{توپر}} = \rho V_{\text{توخالی}} \times \Delta\theta_{\text{توخالی}}$$

یکسان یکسان

مقایسه تغییر حجم کره A و تغییر حجم فلز به کار رفته در B:

$$\Delta V = V\beta\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta V_{\text{توپر}}}{\Delta V_{\text{توخالی}}} = \frac{V_{\text{توپر}} \Delta\theta_{\text{توپر}}}{V_{\text{توخالی}} \Delta\theta_{\text{توخالی}}} = 1$$

دقت: در این سؤال اگر طراح مقایسه تغییر حجم ظاهری دو کره را می پرسید، آنگاه پاسخ برابر $\frac{7}{8}$ می شد (چرا؟).

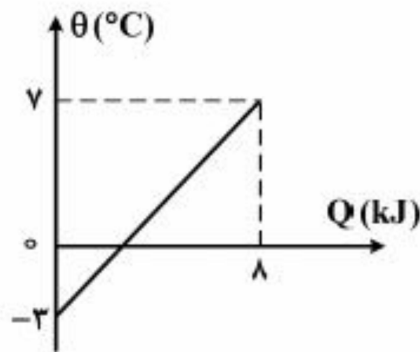
مثال ۶۲ - نمودار تغییرات دما بر حسب گرمای داده شده به جسمی به جرم ۲ kg مطابق شکل زیر است. چند کیلوژول گرما لازم است تا دمای این جسم ۳ کلوین افزایش یابد؟ (خارج ریاضی ۹۶)

۲.۴ (۴)

۳ (۳)

۴.۸ (۲)

۶ (۱)



کجواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

با توجه به نمودار ...

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow 8000 = 2 \times c \times (7 - (-3)) \rightarrow c = \frac{8000}{20} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

حال برای افزایش دمای جسم تا ۳ درجه ی کلوین ...

$$Q = mc\Delta\theta = 2 \times 400 \times 3 = 2400 \text{ J} = 2.4 \text{ kJ}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۶۳ - حجم جسم A دو برابر حجم جسم B و چگالی آن ۰.۸ چگالی جسم B است. گرمای ویژه ی A نصف گرمای ویژه ی B باشد و به

هر دو به یک اندازه گرما بدهیم، نسبت $\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۶)

(۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

کجواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$Q_A = Q_B \rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \rightarrow \rho_A V_A c_A \Delta\theta_A = \rho_B V_B c_B \Delta\theta_B \rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{\rho_B V_B c_B}{(\rho_A V_A c_A)} = \frac{5}{4}$$

مثال ۶۴ - چند کیلوژول گرما لازم است تا ۲۰۰ گرم یخ 5°C به آب 50°C تبدیل شود؟ (تجربی ۹۵)

($L_f = 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و $c_{\text{آب}} = 4.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$ و $c_{\text{یخ}} = 2.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$)

(۱) ۱۱.۳۲ (۲) ۱۱۱.۱ (۳) ۱۱۳.۲ (۴) ۱۱۱۱.۰۰

کجواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

فرایندهایی که در این مساله طی می شود را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\text{آب } 50^\circ\text{C} \Rightarrow \text{آب } 0^\circ\text{C} \Rightarrow \text{یخ } 0^\circ\text{C} \Rightarrow \text{یخ } -5^\circ\text{C}$$

$$Q = (mc\Delta\theta + mL_f)_{\text{یخ}} + mc\Delta\theta_{\text{آب}} = (0.2 \times 2100 \times 5) + (0.2 \times 335000) + (0.2 \times 4200 \times 50) = 2100 + 67000 + 42000 = 111100 \text{ J} = 111.1 \text{ kJ}$$

مثال ۶۵ - دو کره ی فلزی هم جنس A و B اولی توپر با شعاع ۲۰ cm و دومی توخالی با شعاع خارجی آن ۲۰ cm و شعاع حفره ی داخلی

۱۰ cm است. اگر به دو کره به یک اندازه گرما بدهیم و تغییر دمای A برابر $\Delta\theta_A$ و تغییر دمای B برابر $\Delta\theta_B$ باشد، نسبت $\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$ کدام است؟

(خارج تجربی ۹۵)

(۱) ۱ (۲) $\frac{8}{7}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) ۲

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$Q_A = Q_B \rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \rightarrow \rho_A V_A c_A \Delta\theta_A = \rho_B V_B c_B \Delta\theta_B \rightarrow \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} = \frac{\rho_A V_A c_A}{\rho_B V_B c_B} \xrightarrow{\text{هم جنس}} \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{\frac{4}{3}\pi(20)^3}{\frac{4}{3}\pi(20^3 - 10^3)} = \frac{8000}{8000 - 1000} = \frac{8000}{7000} = \frac{8}{7}$$

مثال ۶۶ - گرمای Q دمای ۳ گرم از ماده A را ۵ درجه ی سلسیوس و دمای ۲ گرم از ماده B را ۳ درجه ی سلسیوس بالا می برد . گرمای ویژه ی ماده ی A چند برابر گرمای ویژه ی ماده ی B است؟ (سراسری تجربی ۹۴)

- (۱) ۰.۴ (۲) ۰.۵ (۳) ۱.۵ (۴) ۲.۵

کجواب : گزینه ی ۱ صحیح است.

$$Q_A = Q_B \rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \rightarrow 3 \times c_A \times 5 = 2 \times c_B \times 3 \rightarrow \frac{c_A}{c_B} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0.4$$

مثال ۶۷ - اگر به یک قطعه ی ۵۰۰ گرمی مس ، $۵KJ$ گرما بدهیم ، دمای آن $۲۵^\circ C$ افزایش می یابد . گرمای ویژه ی مس چند ژول بر کیلوگرم درجه ی سلسیوس است؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۴)

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۲۵۰ (۳) ۳۰۰ (۴) ۴۰۰

کجواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow 5000 = 0.5 \times c \times 25 \rightarrow c = \frac{5000}{0.5 \times 25} = \frac{10000}{25} = 400 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$$

مثال ۶۸ - جسمی به جرم ۲ کیلوگرم بدون تغییر حالت $۴۰KJ$ گرما از دست می دهد . اگر دمای اولیه ی جسم $۵۰^\circ C$ باشد ، دمای ثانویه ی آن به چند درجه ی سلسیوس می رسد؟ ($c = 400 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$) (سراسری تجربی ۸۷)

- (۱) صفر (۲) ۲۵ (۳) ۵۰ (۴) ۱۰۰

کجواب : گزینه ی ۱ صحیح است.

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow 40000 = 2 \times 400 \times \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = 50^\circ C \rightarrow \theta_1 - \theta_2 = 50^\circ C \rightarrow 50 - \theta_2 = 50 \rightarrow \theta_2 = 0^\circ C$$

چون فرایند گرماده است ، دمای اولیه از دمای ثانویه بیشتر خواهد بود.

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۶۹ - اگر نسبت جرم جسم A به جرم جسم B برابر $\frac{۳}{۴}$ و نسبت گرمای ویژه ی جسم A به جرم جسم B برابر $\frac{۳}{۵}$ باشد و به آنها گرمای مساوی بدهیم ، تا بدون تغییر حالت دمای جسم A ، ۴۰ درجه ی سلسیوس افزایش یابد ، افزایش دمای جسم B چند درجه ی سلسیوس خواهد بود؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۳)

۴۰ (۴)

۳۲ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

کجواب : گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \rightarrow 1 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{40}{\Delta\theta_B} \rightarrow \frac{40}{\Delta\theta_B} = \frac{20}{9} \rightarrow \frac{2}{\Delta\theta_B} = \frac{1}{9} \rightarrow \Delta\theta_B = 18^\circ\text{C}$$

مثال ۷۰ - چند درصد از جرم یک جسم کم کنیم تا در اثر مقدار گرمای معین دمای آن در مقایسه با حالت اول ۲۵ درصد افزایش یابد؟ (قلم چی جامع تجربی ۹۴)

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

کجواب : گزینه ی ۱ صحیح است.

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{c \text{ ثابت}, Q \text{ ثابت}} \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \rightarrow 1 = \frac{m_A}{m_B} \times 1 \times \frac{\Delta\theta_A}{\frac{5}{4}\Delta\theta_A} \rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{5}{4} \rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{4}{5} = 0.8 \rightarrow 20\% \text{ درصد کاهش}$$

دقت داشته باشید که هر ۱۰ درصد معادل ۰.۱ است و به ازای افزایش این مقدار به عدد یک اضافه شده و به ازای کاهش این مقدار از عدد یک کم خواهد شد.

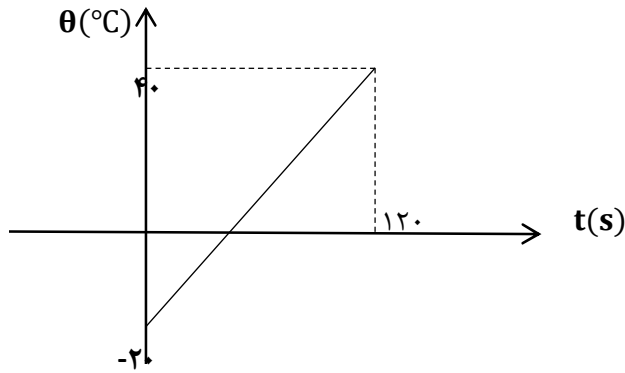
*نکته ی شماره ی ۱۳

اگر مقدار کل انرژی را بر کل زمان تقسیم کنیم ، مقدار انرژی در واحد زمان (توان) به دست می آید .

$$P = \frac{E}{t}$$

همانطور که می دانیم واحد توان در دستگا بین المللی SI برابر با ژول بر ثانیه (وات) می باشد.

مثال ۷۱ - نمودار تغییرات دمای جسمی به جرم ۱۰۰ گرم بر حسب زمان مطابق شکل است. اگر گرمای ویژه ی جسم $400 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$ باشد، جسم در هر ثانیه چند ژول گرما گرفته است؟ (سنجش جامع ۹۷)



۲۴ (۴)

۲۰ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ صحیح است.

جسم در هر ثانیه چند ژول گرفته است؟ یعنی همان توان

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{mc\Delta\theta}{t} = \frac{0.1 \times 400 \times (40 - (-20))}{120} = \frac{40 \times 60}{120} = 20 \text{ W}$$

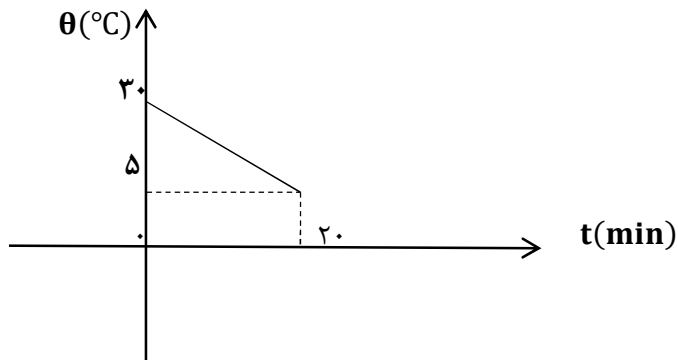
مثال ۷۲ - از جسمی به جرم ۳۰۰ گرم که در یک وسیله ی سرمازا قرار گرفته است، با آهنگ ثابت ۳ وات گرما گرفته ایم. اگر نمودار تغییرات دما بر حسب زمان این جسم به شکل مقابل باشد. گرمای ویژه ی جسم چند $\frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$ است؟ (سراسری تجربی ۹۰ خارج از کشور)

۴۸۰ (۴)

۴۰۰ (۳)

۸ (۲)

۰.۴۸ (۱)



پاسخ: گزینه ۴ صحیح است.

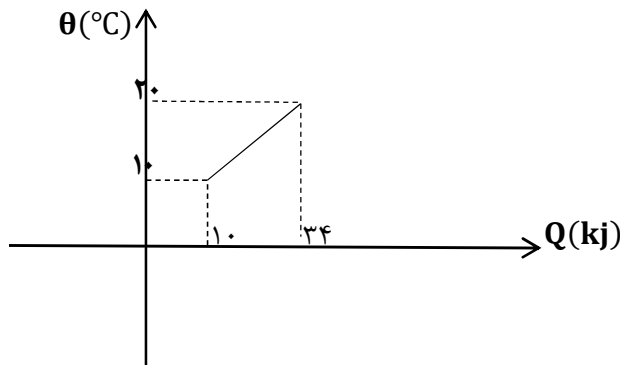
پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

$$P = \frac{Q}{t} \rightarrow 3 = \frac{Q}{20 \times 60 = 1200} \rightarrow Q = 3600 \text{ J} = mc\Delta\theta \rightarrow 3600 = 0.3c(30 - 5) \rightarrow c = \frac{3600}{7.5} = \frac{3000 + 300 + 300}{7.5}$$

$$= 400 + 40 + 40 = 480 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

مثال ۷۳ - نمودار تغییرات دمای ۱۰ کیلوگرم از یک ماده بر حسب گرمای داده شده به آن مطابق شکل است . گرمای ویژه ی جسم چند است؟ (سنجش جامع ۹۶) $\frac{\text{Kj}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$

(۱) ۰.۱۷ (۲) ۰.۲۴ (۳) ۰.۳۴ (۴) ۲.۴

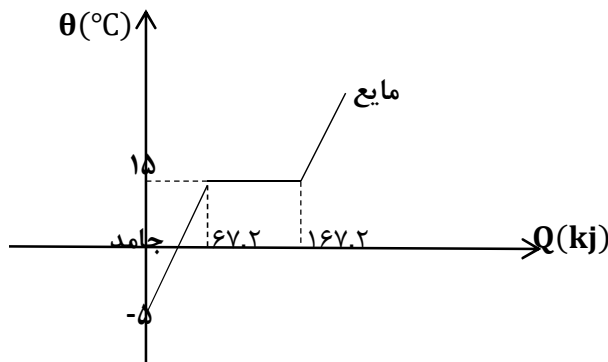


جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow (34 - 10) = 10 \cdot c(20 - 10) \rightarrow c = \frac{24}{100} = 0.24 \frac{\text{Kj}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

مثال ۷۴ - در شکل زیر نمودار تغییرات دمای جسم بر حسب گرمای داده شده به آن نشان داده شده است . ظرفیت گرمایی ویژه ی این جسم در حالت جامد چند واحد است؟ ($L_f = 50 \text{ kJ/kg}$) (سنجش جامع ۹۵)

(۱) ۴۲۰ (۲) ۰.۴ (۳) ۱۶۸۰ (۴) جرم جسم باید معلوم باشد.



جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

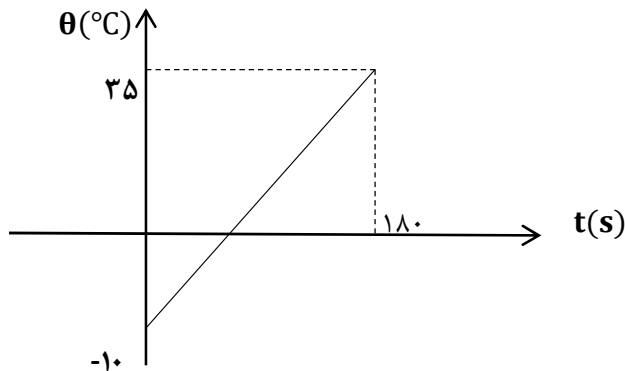
بدیهی ست که در مرحله ای از نمودار که دمای جسم ثابت و برابر ۱۵ درجه ی سلسیوس است ، فرایند ذوب رخ داده است و برای محاسبه ی گرمای این مرحله خواهیم داشت :

$$Q = mL_f \rightarrow (167.2 - 67.2) = m(50) \rightarrow m = \frac{100}{50} = 2 \text{ kg}$$

از طرفی در حالت جامد تغییر دما داریم و می توان نوشت :

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow 67.2 \times 1000 = 2 \times c \times (15 - (-5)) \rightarrow c = \frac{67200}{40} = \frac{6720}{4} = \frac{3360}{2} = 1680$$

مثال ۷۵ - نمودار تغییرات دمای جسمی بر حسب زمان مطابق شکل است . اگر گرمای ویژه ی جسم $500 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$ باشد ، و در هر دقیقه ۳ کیلوژول گرما به جسم داده شود ، جرم این جسم چند گرم است؟ (سراسری تجربی ۸۷ خارج از کشور)



۷۲۰ (۴)

۴۰۰ (۳)

۷۲ (۲)

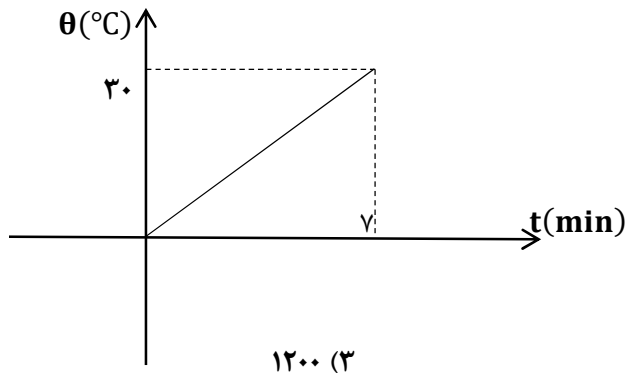
۴۰ (۱)

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

$$Q = Pt = mc\Delta\theta \rightarrow 3000 \times 3 = m \times 500 \times (35 - (-10)) \rightarrow m = \frac{9000}{500 \times 45} = 0.4 \text{ kg} = 400 \text{ gr}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۷۶ - یک گرمکن درون ظرفی که محتوی ۲ کیلوگرم آب است قرار دارد . نمودار تغییرات دمای آب بر حسب زمان این گرمکن داده شده است . توان گرمکن چند وات است؟ ($c = 4200 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$) (سراسری ریاضی ۸۴)



۳۶۰۰۰ (۴)

۱۲۰۰ (۳)

۶۰۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

کجواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{mc\Delta\theta}{t} = \frac{2 \times 4200 \times 30}{420} = 600W$$

مثال ۷۷ - یک گرمکن با توان الکتریکی یک کیلووات دمای ۴۰۰ گرم آب $20^\circ C$ را پس از چند ثانیه به $70^\circ C$ می رساند؟ ($c = 4200 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$)

(سنجش جامع ۹۷)

۴۲ (۴)

۸۴ (۳)

۴۲۰ (۲)

۸۴۰ (۱)

کجواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

$$P = \frac{Q}{t} \rightarrow 1000 = \frac{mc\Delta\theta}{t} \rightarrow 1000 = \frac{0.4 \times 4200 \times (70 - 20)}{t} \rightarrow t = \frac{84000}{1000} = 84s$$

مثال ۷۸ - یک اجاق الکتریکی با توان گرمایی ثابت دمای یک کیلوگرم آب را در ۱۰ دقیقه ، به اندازه ی $30^\circ C$ بالا می برد. اگر این اجاق دمای ۳ کیلوگرم روغن را در مدت ۱۵ دقیقه همان اندازه بالا ببرد ، نسبت گرمای ویژه ی روغن به گرمای ویژه ی آب کدام است؟ (سنجش جامع ۹۶)

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

کجواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{mc\Delta\theta}{t} \xrightarrow{\text{توان گرمایی ثابت}} \frac{mc\Delta\theta}{t_{\text{آب}}} = \frac{mc\Delta\theta}{t_{\text{روغن}}} \rightarrow \frac{1 \times c_{\text{آب}}}{10} = \frac{3 \times c_{\text{روغن}}}{15} \rightarrow \frac{c_{\text{روغن}}}{c_{\text{آب}}} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

مثال ۷۹ - یک گرمکن با توان گرمایی ثابت در مدت ۱۰ دقیقه، ۱۰۰ گرم یخ صفر درجه ی سلسیوس را به آب صفر درجه ی سلسیوس تبدیل می کند. این گرمکن همین مقدار آب را در مدت چند دقیقه به بخار آب ۱۰۰ درجه ی سلسیوس تبدیل می کند؟ (سراسری تجربی ۸۹)

$$(\quad \text{و} \quad c = 4.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \quad \text{و} \quad L_f = 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \text{و} \quad L_v = 2256 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$$

۸۰ (۴)

۵۶ (۳)

۴۰ (۲)

۲۶ (۱)

کجواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

فرایندهایی که در این مساله طی می شود را می توان به صورت زیر نوشت:

$$100 \text{ گرم بخار آب } 100^\circ\text{C} \Rightarrow 100 \text{ گرم آب } 100^\circ\text{C} \Rightarrow 100 \text{ گرم آب } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{دقیقه } 10} 100 \text{ گرم یخ } 0^\circ\text{C}$$

$$Q = Pt \xrightarrow{\text{ثابت } P} Q \propto t$$

در مرحله ی اول و در مدت ۱۰ دقیقه

$$Q = mL_f = 0.1 \times 80 = 8 \text{ J}$$

برای تبدیل آب صفر درجه ی سلسیوس به بخار آب ۱۰۰ درجه ی سلسیوس خواهیم داشت:

$$Q = mc\Delta\theta + mL_v = 0.1 \times 1 \times 100 + 0.1 \times 540 = 10 + 54 = 64 \text{ J}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{t_1}{t_2} \rightarrow \frac{8}{64} = \frac{10}{t_2} \rightarrow t_2 = 80 \text{ min}$$

مثال ۸۰ - یک گلوله ی سربی به جرم ۲۰ گرم با سرعت ۴۰۰ متر بر ثانیه به یک قطعه چوب برخورد می کند و درون آن متوقف می شود. اگر ۵۰ درصد انرژی جنبشی گلوله صرف گرم کردن خودش شود و گرمای ویژه ی سرب ۱۲۵ ژول بر کیلوگرم کلون باشد، دمای گلوله چند کلون افزایش می یابد؟ (سراسری تجربی ۹۱)

۹۱۳ (۴)

۶۴ (۳)

۵۹۳ (۲)

۳۲۰ (۱)

کجواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\frac{1}{2}K = mc\Delta\theta \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mc\Delta\theta \rightarrow v^2 = 4c\Delta\theta \rightarrow 400^2 = 4 \times 125\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{160000}{500} = 320^\circ\text{C}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ٨١ - یک قطعه یخ صفر درجه ی سلسیوس به جرم ٥٥.٥ کیلوگرم روی یک سطح افقی با سرعت اولیه ی ٦ متر بر ثانیه شروع به حرکت می کند و پس از لغزیدن مسافتی متوقف می شود. اگر همه ی گرمای حاصل از اصطکاک به یخ برسد تقریباً چند گرم از یخ ذوب می شود؟

$$(L_f = 333 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}) \text{ (سراسری ریاضی ٨٥ خارج از کشور)}$$

٣٠٠ (٤)

١٥٠ (٣)

٣٠ (٢)

٣ (١)

کجواب: گزینه ی ١ صحیح است.

$$\frac{1}{2}mv^2 = m'L_f \rightarrow \frac{1}{2} \times 55.5 \times 36 = m' \times 333000 \rightarrow m' = 3 \text{ گرم}$$

مثال ٨٢ - درون ظرفی با ظرفیت گرمایی ١٠٠ ژول بر درجه ی سلسیوس، ٢٠٠ گرم آب و ١٠٠ گرم یخ در حالت تعادل می ریزیم. چند ژول گرما باید به ظرف بدهیم تا دمای ظرف و محتویات آن به ٥ °C برسد؟ (c = ٤.٢ $\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{C}}$ و $L_f = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ (سنجش جامع ٩٧))

٢٤٦٨٠ (٤)

٣٥٦٠٠ (٣)

٤٠٤٠٠ (٢)

٣٨٣٠٠ (١)

کجواب: گزینه ی ٢ صحیح است.

همانطور که پیش هم گفتیم هرگاه در حالت تعادل یخ درون آب قرار داشته باشد، دمای تعادل و مجموعه برابر صفر خواهد بود.

$$Q_{\text{کل}} = Q_{\text{ظرف}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{یخ}} = (100 \times 5) + (0.2 \times 4200 \times 5) + (0.1 \times 336000 + 0.1 \times 4200 \times 5) = 500 + 4200 + 33600 + 2100 = 40400 \text{ J}$$

مثال ٨٣ - مقدار معینی آب توان حرارتی ثابتی دریافت می کند. اگر این آب در مدت ١٠ دقیقه از دمای ٢٠°C به دمای ١٠٠ درجه (نقطه ی جوش) برسد، پس از آن چند دقیقه وقت لازم دارد تا کاملاً بخار شود؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ٩٤)

$$(L_v = 2251 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و } L_f = 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و } c = 4.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{C}})$$

٦٧ (٤)

٦.٧ (٣)

٤٦ (٢)

٤.٦ (١)

کجواب: گزینه ی ٤ صحیح است.

در مرحله ی اول و در مدت ١٠ دقیقه

$$Q = mc\Delta\theta = m \times 4200 \times 80$$

برای تبدیل آب ١٠٠ درجه ی سلسیوس به بخار آب ١٠٠ درجه ی سلسیوس خواهیم داشت: $Q = mL_v = m \times 2251200$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{t_1}{t_2} \rightarrow \frac{m \times 4200 \times 80}{m \times 2251200} = \frac{10}{t_2} \rightarrow t_2 = \frac{2251200}{4200 \times 80} = 67 \text{ min}$$

مثال ۸۴- به اندازه ی Q به جسمی گرما می دهیم و دمای آن را از θ_1 به $\theta_2 = 3\theta_1$ می رسانیم . چند Q گرما به جسم بدهیم تا دمای جسم بدون تغییر حالت از θ_2 به $4\theta_2$ برسد؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۳)

- (۱) ۶ (۲) ۴.۵ (۳) ۳ (۴) ۲

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow Q \propto \Delta\theta$$

$$\frac{Q}{?} = \frac{3\theta_1 - \theta_1 = 2\theta_1}{4\theta_2 - \theta_2 = 3\theta_2 = 3(3\theta_1) = 9\theta_1} \rightarrow ? = \frac{9}{2} Q = 4.5Q$$

مثال ۸۵- چند کیلوژول گرما لازم است تا ۲ کیلوگرم یخ 10°C به آب 20°C تبدیل شود؟ (قلم چی جامع ریاضی ۹۳)

$$\left(L_f = 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و } c_{\text{آب}} = 4.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}} \text{ و } c_{\text{یخ}} = 2.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}} \right)$$

- (۱) ۸۷۸ (۲) ۸۷۸۰۰۰ (۳) ۲۱۰۶۶۸ (۴) ۲۰۶۶۸

کجواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

فرایندهایی که در این مساله طی می شود را می توان به صورت زیر نوشت :

$$2 \text{ کیلوگرم آب } 20^\circ\text{C} \Rightarrow 2 \text{ کیلوگرم آب } 0^\circ\text{C} \Rightarrow 2 \text{ کیلوگرم یخ } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{دقیقه } 10} 2 \text{ کیلوگرم یخ } 10^\circ\text{C}$$

$$Q = (mc\Delta\theta + mL_f)_{\text{یخ}} + mc\Delta\theta_{\text{آب}} = (2 \times 2100 \times 10) + (2 \times 334000) + (2 \times 4200 \times 20) = 42000 + 668000 + 168000 = 42 + 668 + 168 = 878 \text{ kJ}$$

مثال ۸۶- یک گرمکن برقی در مدت ۲۴ ثانیه دمای ۶۰ گرم مایعی را از ۳۰ درجه ی سلسیوس به ۵۰ درجه ی سلسیوس می رساند . اگر توان

این گرمکن ۳۰۰ وات باشد و گرمای ویژه ی مایع $1500 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ باشد , چند درصد گرمای تولیدی به مایع فوق رسیده است؟

(سراسری ریاضی ۹۳ خارج از کشور)

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۵ (۳) ۷۵ (۴) ۸۴

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$Q_{\text{کل}} = P.t = 300 \times 24 = 7200 \text{ J}$$

گرمایی که به مایع می رشد صرف بالا بردن دمای جسم می شود و از رابطه ی زیر قابل محاسبه است . . .

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران ➤

$$Q_{\text{مفید}} = mc\Delta\theta = 0.06 \times 1500 \times 20 = 1800 \text{ ج}$$

$$\text{بازده گرمکن} = \frac{Q_{\text{مفید}}}{Q_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{1800}{7200} \times 100 = \frac{1}{4} \times 100 = 25\%$$

مثال ۸۷ - کدام یک از فرایندهای زیر گرماگیر است؟ (سراسری ریاضی ۸۴)

- (۱) جگالش - تبخیر (۲) انجماد - میعان (۳) ذوب - میعان (۴) تصعید - ذوب

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

مثال ۸۸ - پس از اینکه ۴۰.۲kj گرما از ۱۸۰ گرم آب صفر درجه گرفته شود چند گرم آب یخ نرده باقی می ماند؟ ($L_f = 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$)

(سراسری تجربی ۹۲ خارج از کشور)

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۶۰ (۳) ۴۰ (۴) ۳۵

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$Q = mL_f \rightarrow 40.2 = m_{\text{یخ نرده}} \times 335 \rightarrow m_{\text{یخ نرده}} = \frac{40.2}{335} = 120 \text{ gr}$$

$$\text{گرم آب یخ نرده} = 180 - 120 = 60$$

مثال ۸۹ - کدام عامل زیر تأثیری در میزان تبخیر سطحی یک مایع ندارد؟ (سنجش جامع ۹۷)

- (۱) دمای مایع (۲) مساحت مایع (۳) حجم مایع (۴) وزش باد

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

مثال ۹۰ - مساحت دریاچه ای 500 km^2 است. در زمستان لایه ای از یخ صفر درجه ی سلسیوس به ضخامت متوسط 10 cm سطح دریاچه را

می پوشاند. دریاچه در بهار چند مگاژول انرژی برای ذوب یخ جذب می کند؟ ($\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ و $L_f = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$) (سراسری تجربی ۹۳)

- (۱) 1.512×10^7 (۲) 1.512×10^{10} (۳) 1.512×10^{13} (۴) 1.512×10^{16}

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

گرما لازم برای ذوب یخ را می توان از رابطه ی زیر محاسبه نمود ...

$$Q = mL_f = \rho vL_f = \rho AhL_f = 900 \times 500 \times 10^{-6} \times 0.1 \times 336000 = 45 \times 336 \times 10^{12} = 15120 \times 10^{12} \text{ J} = 15120 \times 10^6 \text{ Mj}$$

$$1.512 \times 10^{11} \text{ Mj}$$

مثال ۹۱ - کدام گزینه در مورد تبخیر سطحی صحیح است؟ (سنجش جامع ۹۶)

- (۱) دمای مایع در اثر تبخیر سطحی کاهش می یابد.
- (۲) مولکول های بخار شده انرژی لازم جهت بخار شدن را از مولکول های باقیمانده دریافت می کنند.
- (۳) تبخیر سطحی در هر دمایی روی می دهد و نیازی به رسیدن به دمای نقطه ی جوش نمی باشد.
- (۴) همه ی موارد

پاسخ: گزینه ی ۴ صحیح است.

مثال ۹۲ - از ۵۰۰ گرم آب صفر درجه ی سلسیوس در فشار یک اتمسفر ، ۱۰۰.۸ KJ گرما می گیریم . چند درصد آب منجمد می شود؟

$$(L_f = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}) \text{ (سراسری ریاضی ۹۰)}$$

- (۱) ۲۰
- (۲) ۴۰
- (۳) ۸۰
- (۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ی ۴ صحیح است.

$$Q = mL_f \rightarrow 100.8 = m_{\text{یخ زده}} \times 336 \rightarrow m_{\text{یخ زده}} = \frac{100.8}{336} = 0.3 \text{ kg} = 300 \text{ gr}$$

$$\text{درصد آب یخ زده} = \frac{300}{500} \times 100 = 60\%$$

مثال ۹۳ - یک نیروگاه هسته ای روزانه ۱۰^۵ m^۳ آب از رودخانه می گیرد و ۲۱۰۰ گیگاژول از گرمای اتلافی خود را به این آب می دهد . اگر دمای

$$\text{آب ورودی } 25^\circ\text{C} \text{ باشد , دمای آب خروجی چند درجه ی سلسیوس است؟ } (c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} , \rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$

(سراسری ریاضی ۹۰ خارج از کشور)

- (۱) ۵۰
- (۲) ۲۵.۵
- (۳) ۳۰
- (۴) ۷۵

پاسخ: گزینه ی ۳ صحیح است.

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

$$Q = mc\Delta\theta = pvc\Delta\theta \rightarrow 2100 \times 10^9 = 1000 \times 10^5 \times 4200 \times \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{21 \times 10^{11}}{42 \times 10^{10}} = 5 = \theta_{\text{خروجی}} - \theta_{\text{ورودی}} \rightarrow 5 = \theta_{\text{خروجی}} - 25 \rightarrow \theta_{\text{خروجی}} = 30^\circ\text{C}$$

مثال ٩٤ - یک کیلوگرم یخ و ٤ کیلوگرم آب در فشار یک جو در تعادل حرارتی قرار دارند. به این مجموعه ٥٤٦ کیلوژول گرما می دهیم. بعد از رسیدن به تعادل، دمای آب به چند درجه ی سلسیوس می رسد؟ ($L_f = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ، $c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$) (سراسری ریاضی ٨٩ خارج از کشور)

- (١) صفر (٢) ١٠ (٣) ٤٠ (٤) ١٠٠

کجواب: گزینه ی ٢ صحیح است.

$$mc\Delta\theta = 546000 - mL_f = 546000 - 1 \times 336000 = 210000 \rightarrow (4 + 1) \times 4200 \times \Delta\theta = 210000 \rightarrow \Delta\theta = \frac{210000}{21000} = 10^\circ\text{C}$$

مثال ٩٥ - حداقل گرمایی که یک کیلوگرم یخ 10°C به آب تبدیل کند چند کیلوژول است؟ (سراسری تجربی ٨٨ خارج از کشور)

$$(L_f = 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و } c_{\text{آب}} = 4.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}} \text{ و } c_{\text{یخ}} = 2.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}})$$

- (١) ٣٥٥ (٢) ٤٣٦ (٣) ٥٤٢ (٤) ٦٤٣

کجواب: گزینه ی ١ صحیح است.

فرایندهایی که در این مساله طی می شود را می توان به صورت زیر نوشت:

$$1 \text{ کیلو گرم آب } 0^\circ\text{C} \Rightarrow 1 \text{ کیلو گرم یخ } 0^\circ\text{C} \rightarrow 1 \text{ کیلو گرم یخ } 10^\circ\text{C}$$

$$Q = (mc\Delta\theta + mL_f)_{\text{یخ}} = (1 \times 2100 \times 10) + (1 \times 334000) = 210000 + 334000 = 544000 \text{ J} = 544 \text{ kJ}$$

مثال ٩٦ - اگر به ١٠٠ گرم آب صفر درجه ی سلسیوس ١٦٨٠ ژول گرما بدهیم، حجم آب ... ($c_{\text{آب}} = 4.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$)

(سراسری تجربی ٨٧ خارج از کشور)

- (١) کاهش می یابد. (٢) افزایش می یابد. (٣) ابتدا کاهش سپس افزایش می یابد. (٤) ابتدا افزایش سپس کاهش می یابد.

کجواب: گزینه ی ١ صحیح است.

می دانیم که آب با افزایش دما از ٠ تا ٤ درجه ی سلسیوس کاهش حجم دارد و بعد از ٤ درجه ی سلسیوس افزایش حجم خواهد داشت ...

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{1680}{0.1 \times 4200} = \frac{1680}{420} = 4^\circ\text{C}$$

پس آب فقط کاهش حجم خواهد داشت.

مثال ۹۷ - به مقداری یخ صفر درجه ی سلسیوس گرما می دهیم تا به آب ۲۰ درجه ی سلسیوس تبدیل شود . چند درصد گرمای داده شده صرف ذوب یخ شده است؟ ($C_{\text{آب}} = 4.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$ و $L_f = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$) (سراسری ریاضی ۸۷ خارج از کشور)

(۱) ۵۵ (۲) ۶۰ (۳) ۷۵ (۴) ۸۰

کجواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

$$\frac{mL_f}{mL_f + mc\Delta\theta} \times 100 = \frac{336000}{336000 + 4200 \times 20} \times 100 = \frac{336000}{420000} \times 100 = 80\%$$

مثال ۹۸ - یک قطعه آلومینیوم یک کیلوگرمی با دمای ۹۰ درجه ی سلسیوس و یک قطعه مس ۲ کیلوگرمی با دمای ۹۵ درجه ی سلسیوس را در یک محیط قرار می دهیم تا با محیط به تعادل حرارتی برسند . مقدار گرمایی که در این فرایند آلومینیوم از دست داده چند برابر گرمایی است

که مس از دست داده است؟ ($C_{\text{Cu}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$, $C_{\text{Al}} = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$)

(سراسری تجربی ۸۶)

(۱) $\frac{8}{9}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{9}{8}$ (۴) بستگی به دمای محیط دارد.

کجواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

$$\frac{Q_{\text{Al}}}{Q_{\text{Cu}}} = \frac{m_{\text{Al}} \times C_{\text{Al}}(\theta - 90)}{m_{\text{Cu}} \times C_{\text{Cu}}(\theta - 95)} = \frac{10900 \times (\theta - 90)}{20400 \times (\theta - 95)}$$

$$= \frac{9}{8} \times \frac{\theta - 90}{\theta - 95} = \frac{9}{8} \times \left(\frac{\theta - 90 + 5 - 5}{\theta - 95} \right) = \frac{9}{8} \times \left(1 + \frac{5}{\theta - 95} \right)$$

کاملا بدیهی است پاسخ تست به دمای تعادل وابسته است که دمای تعادل نیز به دمای محیط وابسته است .

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران ➤

مثال ۹۹ - یک قطعه مس به جرم ۳ کیلوگرم با دمای 11.1°C را به داخل ظرف عایق بندی شده ای حاوی مخلوط به حالت تعادل رسیده ی آب و یخ می اندازیم . هنگامی که تعادل مجدد برقرار شود دمای مس صفر درجه ی سلسیوس است . چند گرم یخ در این فرایند ذوب شده است؟

$$(L_f = 333 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و } c_{\text{مس}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}) \text{ (سراسری تجربی ۸۵ خارج از کشور)}$$

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

کجواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

$$mL_f = mc\Delta\theta \rightarrow m \times 333000 = 3 \times 400 \times 11.1 \rightarrow m = 40 \text{ گرم}$$

مثال ۱۰۰ - به دو گلوله ی مسی به ترتیب 1200 و 300 ژول گرما می دهیم . دمای هر کدام از آنها 30 درجه ی سلسیوس افزایش می یابد . اگر گرمای ویژه ی مس $c_{\text{مس}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$ باشد اختلاف جرم آنها کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۵ خارج از کشور)

۱۲۵ (۴)

۷۵ (۳)

۵۰ (۲)

۲۵ (۱)

کجواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

$$Q_2 - Q_1 = [mc\Delta\theta]_2 - [mc\Delta\theta]_1 \rightarrow 1200 - 300 = 900 = 400 \times 30 (m_2 - m_1) \rightarrow (m_2 - m_1) = \frac{900}{12000} = \frac{3}{40} \times 1000 = 75 \text{ gr}$$

مثال ۱۰۱ - یک قطعه فلز به جرم 2.5 کیلوگرم با دمای 68°C را روی یک قطعه یخ بزرگ صفر درجه ی سلسیوس می اندازیم . هنگامی که تعادل مجدد برقرار شود دمای مس صفر درجه ی سلسیوس است . چند گرم یخ در این فرایند ذوب شده است؟

$$(L_f = 340 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و } c_{\text{فلز}} = 380 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}) \text{ (سراسری تجربی ۸۳)}$$

۵۷۰ (۴)

۳۸۰ (۳)

۱۹۰ (۲)

۹۵ (۱)

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$m'L_f = mc\Delta\theta \rightarrow m' \times 340000 = 2.5 \times 380 \times 68 \rightarrow m' = 190 \text{ گرم}$$

*** روشهایی بسیار بی نظیر و فوق العاده در حل تست های مربوط به تعادل گرمایی**

۱ - حالت اول - همه ی مواد هم جنس و مشابه باشند , جرم ها را نفریندی می کنیم .

برای این کار بزرگترین مقسوم علیه مشترک همه ی جرم های داده شده برای مواد در صورت مساله را به عنوان معیار و مبنای خود یک نفر در نظر می گیریم .

۲ - حالت دوم - همه ی مواد هم جنس و مشابه نباشند , ظرفیت گرمایی ها را نفریندی می کنیم .

$$A = mc$$

۳ - حالت سوم را می توان به دو شکل دسته بندی کرد :

الف - اگر مواد یکسان باشند (m ها مشابه باشند)

ب - اگر مواد یکسان نباشند (A = mc ها مشابه باشند)

در هر دو حالت دمای تعادل میانگین دماها می شود . یعنی

$$\theta_e = \frac{\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n}{n}$$

مثال ۱۰۳ - ۱۰۰ گرم آب ۲۰ °C را با ۲۰۰ گرم آب ۴۰ °C و ۷۰۰ گرم آب ۵۰ °C مخلوط می کنیم . اگر اتلاف حرارت نداشته باشیم , دمای تعادل چند درجه ی سلسیوس است؟ (سنجش جامع تجربی ۹۰)

۵۵ (۴)

۵۰ (۳)

۴۵ (۲)

۴۰ (۱)

کجواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

روش اول

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2 + m_3 c_3 \theta_3}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3} \xrightarrow{\text{همه ی مواد آب هستند و C آنها را میتوان خط زد}} \theta_e = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2 + m_3 \theta_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{(100 \times 20) + (200 \times 40) + (700 \times 50)}{(100) + (200) + (700)} = \frac{2000 + 8000 + 35000}{1000} = 45^{\circ}\text{C}$$

روش دوم

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۱۰۵ - ۲۰۰ گرم آب °C ۲۲.۵ را با ۱۵۰ گرم آب °C ۴۰ مخلوط می کنیم . پس از برقراری تعادل گرمایی ، دمای آب به چند درجه ی سلسیوس می رسد؟(سراسری تجربی ۹۲)

- ۲۲.۵ (۴)
- ۳۲ (۳)
- ۳۰ (۲)
- ۲۷.۵ (۱)

جواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

مواد مشابه هستند . پس جرم ها را نفر بندی می کنیم . بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۲۰۰ و ۱۵۰ بالطبع عدد ۵۰ است . پس ۵۰ گرم را به عنوان مبنا و معیار خود برای یک نفر در نظر می گیریم . یعنی ۲۰۰ گرم را چهار نفر و ۱۵۰ گرم را ۳ نفر در نظر می گیریم . دقت داشته باشید که در این حالت دمای هر ماده در حکم مقدار اولیه ی آن ماده است .
توجه کنید ...

- ۱ - جسم اول یعنی ۲۰۰ گرم آب حکم چهار نفر را دارد که مقدار اولیه ی هر نفر ۲۲.۵ درجه ی سلسیوس است .
- ۲ - جسم دوم یعنی ۱۵۰ گرم آب حکم سه نفر را دارد که مقدار اولیه ی هر نفر ۴۰ درجه ی سلسیوس است .
یعنی مجموع کل دماهای مساله به صورت زیر است .

$$\theta_e = \text{دمای تعادل} = 30^{\circ}\text{C} = 210 \div 7 = 210 = \text{تعداد نفرها} \div 210 = 90 + 120 = 3(40) + 4(22.5)$$

نکته ی شماره ی ۱۴

هرگاه در صورت مساله دو ماده داشته باشیم ، برای نفر بندی می توانیم جرم ها را بر هم تقسیم کرده و تا حد امکان حاصل تقسیم را ساده کنیم . یعنی اگر احیاناً در محاسبه ی ب م م اعداد مشکل داشته باشید کافی ست آنها را بر هم تقسیم کرده و تا حد امکان ساده سازی کنید تا تعداد نفرات برای هر جسمی مشخص گردد . مثلاً در تست یاد شده ی اخیر ...

$$\frac{200}{150} = \frac{4}{3}$$

مثال ۱۰۶ - ۲۰۰ گرم آب °C ۴۰ را با ۴۰۰ گرم آب °C ۱۰ مخلوط می کنیم . پس از برقراری تعادل گرمایی ، دمای آب به چند درجه ی سلسیوس می رسد؟(قلم چی جامع تجربی ۹۴)

- ۳۵ (۴)
- ۲۵ (۳)
- ۳۰ (۲)
- ۲۰ (۱)

جواب : گزینه ی ۱ صحیح است.

مواد مشابه هستند . پس جرم ها را نفر بندی می کنیم . بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۲۰۰ و ۴۰۰ بالطبع عدد ۲۰۰ است .

پس ۲۰۰ گرم را به عنوان مبنا و معیار خود برای یک نفر در نظر می گیریم. یعنی ۲۰۰ گرم را یک نفر و ۴۰۰ گرم را ۲ نفر در نظر می گیریم. دقت داشته باشید که در این حالت دمای هر ماده در حکم مقدار اولیه ی آن ماده است. توجه کنید ...

- ۱ - جسم اول یعنی ۲۰۰ گرم آب حکم یک نفر را دارد که مقدار اولیه ی هر نفر ۴۰ درجه ی سلسیوس است.
 - ۲ - جسم دوم یعنی ۴۰۰ گرم آب حکم دو نفر را دارد که مقدار اولیه ی هر نفر ۱۰ درجه ی سلسیوس است.
- یعنی مجموع کل دماهای مساله به صورت زیر است.

$$\theta_e = \text{دمای تعادل} = 20^{\circ}\text{C} = 60 \div 3 = 60 \div \text{تعداد نفر ها} = 40 + 20 = 60 = 40 + 2(10)$$

نکته ی شماره ی ۱۵

به یاد داشته باشید که همانطور که در مبحث فشار هم به آن اشاره کردیم :
اولا هر لیتر آب معادل یک کیلوگرم است . چون چگالی آب ۱ گرم بر سانتی متر مکعب است.
ثانیا برای حل تست های مربوط به تعادل گرمایی همانطور که اشاره هم شد باید میزان گرمایی که اجسام گرم از دست می دهند را با گرمایی که اجسام سرد قرار دهیم. یعنی ...

$$Q_{\text{اجسام سرد}} = Q_{\text{اجسام گرم}}$$

مثال ۱۰۷ - چند لیتر آب 80°C را با ۴۰ لیتر آب 10°C مخلوط می کنیم تا دمای تعادل تقریبی 40°C شود؟ (سراسری تجربی ۸۵)

۵۰ (۴)

۴۵ (۳)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$Q_{\text{اجسام گرم}} = Q_{\text{اجسام سرد}} \rightarrow mc\Delta\theta_{\text{اجسام گرم}} = mc\Delta\theta_{\text{اجسام سرد}}$$

چون هر دو جسم ساده هستند ، می توان ظرفیت گرمایی ویژه را از دو طرف تساوی خط زد

$$m\Delta\theta_{\text{اجسام گرم}} = m\Delta\theta_{\text{اجسام سرد}}$$

$$m(80 - 40) = 40(40 - 10) \rightarrow m(40) = 40(30) \rightarrow m = 30 \text{ Lit}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۱۰۸-۱۰ لیتر آب 10°C را با چند لیتر آب 90°C مخلوط کنیم . تا آب بادمای 74°C حاصل شود ؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۴)
(چگالی آب را 1 گرم بر سانتی متر مکعب فرض کنید و تبادل گرما فقط بین آب سرد و گرم صورت می گیرد.)

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۷ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

هر گاه جرم یکی از مواد معلوم و جرم ماده ی دومی نامعلوم باشد ، جرم ماده ی معلوم را یک نفر و جرم ماده ی مجهول را X نفر در نظر می گیریم.

$$10 + 90X \rightarrow 74 = \frac{10 + 90X}{1 + X} = \theta_e$$

$$74 + 74X = 10 + 90X \rightarrow 16X = 64 \rightarrow X = 4 \text{ نفر} \rightarrow \text{جرم ماده ی مجهول} = 4 \times 10 = 40 \text{ لیتر}$$

مثال ۱۰۹- 200 گرم آب 20°C را با 100 گرم آب $\theta^{\circ}\text{C}$ مخلوط می کنیم . اگر از اتلاف گرما چشمپوشی کنیم ، دمای تعادل 40°C خواهد شد .
میزان دمای θ کدام است؟ (سنجش جامع ۹۷)

- (۲) ۶۰ (۳) ۷۰ (۴) ۸۰ (۵) ۹۰

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

$$\frac{200}{100} = \frac{2}{1} \text{ یعنی جسم اول دو نفر و جسم دوم یک نفر است}$$

$$2(20) + 1(\theta) = \frac{40 + \theta}{2 + 1 = 3} = 40 \rightarrow 40 + \theta = 120 \rightarrow \theta = 80^{\circ}\text{C}$$

مثال ۱۱۰- m_1 گرم آب 25°C را با m_2 گرم آب 40°C مخلوط می کنیم . اگر از اتلاف گرما چشمپوشی کنیم ، 450 گرم آب 30°C خواهیم داشت . مقدار m_1 و m_2 به ترتیب کدام است؟ (سنجش جامع ۹۶)

- (۱) ۱۵۰ و ۳۰۰ (۲) ۱۵۰ و ۳۰۰ (۳) ۲۲۵ و ۲۲۵ (۴) ۲۵۰ و ۲۰۰

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

راه حل تشریحی

$$m\Delta\theta_{\text{اجسام گرم}} = m\Delta\theta_{\text{اجسام سرد}} \rightarrow m_1(30 - 25) = m_2(40 - 30) \rightarrow 5m_1 = 10m_2 \rightarrow m_1 = 2m_2$$

$$m_1 + m_2 = 450 \rightarrow 2m_2 + m_2 = 3m_2 = 450 \rightarrow m_2 = 150 \text{ gr} , m_1 = 300 \text{ gr}$$

راه حل تستی (رد گزینه)

چون دمای تعادل به دمای جسم اول نزدیکتر است ، پس حتما جرم جسم اول از جرم جسم دوم بیشتر است که توانسته است دمای تعادل را به دمای جسم خود نزدیکتر کند.

$$m_1 > m_2$$

یعنی گزینه های ۲ و ۳ نادرست است.

با توجه به اینکه دو جسم مشابه هستند ، می توان گفت ارتباطی که بین $\Delta\theta$ ها وجود دارد ، کاملا برعکس ارتباطی است که در مورد m ها گفته شد.

$$\Delta\theta_2 > \Delta\theta_1 \rightarrow 40 - 30 > 30 - 25 > 10 > 5 \xrightarrow{\text{در نتیجه}} \Delta\theta_2 = \frac{1}{2}\Delta\theta_1 \xrightarrow{\text{پس}} m_1 = 2m_2$$

پس گزینه ی ۴ نیز نادرست است و گزینه ی ۱ پاسخ صحیح و مطلوب تست است و شما می توانستید با توجه به همین نکته هر سه گزینه را رد کنید و نیازی به طی مرحله ی اول برای رد گزینه ها نبود.

مثال ۱۱۱ - m_1 گرم آب 18°C را با m_2 گرم آب 26°C مخلوط می کنیم . پس از برقراری تعادل گرمایی 20°C گرم آب خواهیم داشت . مقدار m_1 و m_2 به ترتیب کدام است؟ (سنجش جامع ۹۵)

۵۰ و ۱۵۰ (۴)

۱۵۰ و ۵۰ (۳)

۱۰۰ و ۱۰۰ (۲)

۱۲۰ و ۸۰ (۱)

پاسخ: گزینه ی ۴ صحیح است.

راه حل تشریحی

$$m\Delta\theta_{\text{اجسام گرم}} = m\Delta\theta_{\text{اجسام سرد}} \rightarrow m_1(20 - 18) = m_2(26 - 20) \rightarrow 2m_1 = 6m_2 \rightarrow m_1 = 3m_2$$

$$m_1 + m_2 = 200 \rightarrow 3m_2 + m_2 = 4m_2 = 200 \rightarrow m_2 = 50\text{ gr} , m_1 = 150\text{ gr}$$

راه حل تستی (رد گزینه)

چون دمای تعادل به دمای جسم اول نزدیکتر است ، پس حتما جرم جسم اول از جرم جسم دوم بیشتر است که توانسته است دمای تعادل را به دمای جسم خود نزدیکتر کند.

$$m_1 > m_2$$

یعنی گزینه های ۱ و ۲ و ۳ نادرست است و همین الان ش هم به پاسخ صحیح تست رسیدیم.

با توجه به اینکه دو جسم مشابه هستند ، می توان گفت ارتباطی که بین $\Delta\theta$ ها وجود دارد ، کاملا برعکس ارتباطی است که در مورد m ها گفته شد.

$$\Delta\theta_2 > \Delta\theta_1 \rightarrow 26 - 20 > 20 - 18 > 6 > 2 \xrightarrow{\text{در نتیجه}} \Delta\theta_2 = 3\Delta\theta_1 \xrightarrow{\text{پس}} m_1 = 3m_2$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

پس گزینه ی ۴ پاسخ صحیح و مطلوب تست است.

مثال ۱۱۲ - m_1 کیلوگرم آب 10°C را با m_2 کیلوگرم آب 50°C مخلوط می کنیم . دمای تعادل بدون اتلاف گرما 30°C می شود . m_2 چند برابر m_1 است؟ (سراسری ریاضی ۸۸ خارج از کشور)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{3}{5}$

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$m\Delta\theta_{\text{اجسام سرد}} = m\Delta\theta_{\text{اجسام گرم}} \rightarrow m_1(30 - 10) = m_2(50 - 30) \rightarrow 20m_1 = 20m_2 \rightarrow m_1 = m_2$$

مثال ۱۱۳ - چند لیتر آب 50°C را با چند لیتر آب 20°C مخلوط کنیم تا 60 لیتر آب با دمای 40 درجه ی سلسیوس داشته باشیم؟ (سراسری تجربی ۸۶ خارج از کشور)

- (۱) 40 و 20 (۲) 25 و 35 (۳) 20 و 40 (۴) 35 و 35

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

راه حل تشریحی

$$m\Delta\theta_{\text{اجسام سرد}} = m\Delta\theta_{\text{اجسام گرم}} \rightarrow m_1(50 - 40) = m_2(40 - 20) \rightarrow 10m_1 = 20m_2 \rightarrow m_1 = 2m_2$$

$$m_1 + m_2 = 60 \rightarrow 2m_2 + m_2 = 3m_2 = 60 \rightarrow m_2 = 20 \text{ لیتر}, m_1 = 40$$

مثال ۱۱۴ - 200 گرم آب 40°C را با 200 گرم آب 60°C مخلوط می کنیم . اگر از اتلاف گرما چشمپوشی کنیم , دمای تعادل کدام است؟ (سنجش جامع ۹۷)

- (۱) 42 (۲) 45 (۳) 50 (۴) 55

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

اگر به یاد داشته باشید قبلا هم اشاره کردیم

الف - اگر مواد یکسان باشند (m ها مشابه باشند)

ب - اگر مواد یکسان نباشند ($A = mc$ ها مشابه باشند)

در هر دو حالت دمای تعادل میانگین دماها می شود . یعنی

$$\theta_e = \frac{\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n}{n}$$

در این مساله

$$\theta_e = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \frac{40 + 60}{2} = 50^\circ\text{C}$$

مثال ۱۱۵ - درون وان حمامی ۲۰۰ لیتر آب ۵۰ °C وجود دارد. چند لیتر آب ۱۰ °C وارد آن کنیم . تا دمای وان حمام به ۳۰ °C برسد؟
(سنجش جامع ۹۶)

- | | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| ۴۰۰ (۴) | ۳۰۰ (۳) | ۲۰۰ (۲) | ۱۰۰ (۱) |
|---------|---------|---------|---------|

☞ جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

چون هر دو ماده آب هستند , از طرفی دمای تعادل میانگین دمای دو ماده ی موجود در صورت مساله می باشند . یعنی

$$30 = \frac{50 + 10}{2}$$

پس طبق نکات گفته شده در متن درس و در مساله ی قبلی میزان آب ۱۰ °C نیز برابر ۲۰۰ لیتر خواهد بود.

مثال ۱۱۶ - ۸ کیلو گرم ماده ی ۲۰ °C را با ۲ کیلوگرم ماده ی ۹۰ °C مخلوط می کنیم . اگر از اتلاف گرما چشمپوشی کنیم , دمای تعادل کدام است؟ (ظرفیت گرمایی ماده ی اول ۶۰۰ و ظرفیت گرمایی ماده ی دوم ۴۰۰ ژول بر کیلوگرم. درجه ی سلسیوس است.) (سنجش جامع ۹۶)

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| ۵۰ (۴) | ۴۰ (۳) | ۳۰ (۲) | ۲۰ (۱) |
|--------|--------|--------|--------|

☞ جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

چون ظرفیت گرمایی دو ماده یکی نیست , پس دو ماده یکسان نیستند . در مورد دو ماده ی غیریکسان می توان گفت

همان طور که گفته شد در مورد مواد غیر یکسان , ظرفیت گرمایی (mc) ها را نفریندی می کردیم . یعنی

$$mc \text{ ماده ی اول} = 8 \times 600$$

$$mc \text{ ماده ی دوم} = 2 \times 400$$

چون دو ماده داریم حاصل mc های دو ماده را بر هم تقسیم کرده و تا حد امکان ساده می کنیم.

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران ➤

$$\frac{mc \text{ ماده ی اول}}{mc \text{ ماده ی دوم}} = \frac{۸ \times ۶۰۰}{۲ \times ۴۰۰} = \frac{۶}{۱}$$

پس ماده ی اول ۶ نفر و ماده ی دوم ۱ نفر خواهد بود و دمای تعادل به صورت زیر محاسبه خواهد شد .

$$\theta_e = \frac{۶(۲۰) + ۱(۹۰)}{۶ + ۱} = \frac{۱۲۰ + ۹۰}{۷} = \frac{۲۱۰}{۷} = ۳۰^\circ\text{C}$$

مثال ۱۱۷ - ۸۰۰ گرم آب 32°C را با ۱۰۰۰ گرم الکل 38°C و ۱۶۰۰ گرم روغن 44°C مخلوط می کنیم . اگر از اتلاف گرما چشمپوشی کنیم ،

دمای تعادل کدام است؟ ($c_{\text{روغن}} = \frac{0.5 \text{ cal}}{\text{gr}^\circ\text{C}}$ ، $c_{\text{الکل}} = \frac{0.8 \text{ cal}}{\text{gr}^\circ\text{C}}$ ، $c_{\text{آب}} = \frac{1 \text{ cal}}{\text{gr}^\circ\text{C}}$) (سنجش جامع ۹۵)

(۱) ۴۶ (۲) ۴۸ (۳) ۳۹.۵ (۴) ۳۸

ک جواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

چون ظرفیت گرمایی مواد یکی نیست همان طور که گفته شد در مورد مواد غیر یکسان ، ظرفیت گرمایی (mc) ها را نفریندی می کردیم . یعنی

$$mc \text{ آب} = ۸۰۰ \times ۱ = ۸۰۰$$

$$mc \text{ الکل} = ۱۰۰۰ \times ۰.۸ = ۸۰۰$$

$$mc \text{ روغن} = ۱۶۰۰ \times ۰.۵ = ۸۰۰$$

چون حاصل mc های سه ماده یکسان است . پس دمای تعادل میانگین دماهای سه ماده خواهد شد.

$$\theta_e = \frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3}{۳} = \frac{۳۲ + ۳۸ + ۴۴}{۳} = \frac{۱۱۴}{۳} = ۳۸^\circ\text{C}$$

مثال ۱۱۸ - یک قطعه ی فلزی به جرم ۴۲۰ گرم و دمای 98°C را درون آبی ۹۵۰ گرمی با دمای 20°C وارد می کنیم . اگر گرما فقط بین آب و

فلز مبادله شود ، دمای تعادل چند درجه سلسیوس خواهد شد ؟ ($c_{\text{مس}} = ۳۸ \cdot \frac{\text{j}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$ ، $c_{\text{آب}} = ۴۲۰۰ \cdot \frac{\text{j}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$) (سنجش جامع ۹۷)

(۱) ۳۷ (۲) ۳۲ (۳) ۲۹ (۴) ۲۳

ک جواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

روش سوم (تستی)

چون ظرفیت گرمایی دو ماده یکی نیست ، پس دو ماده یکسان نیستند .

همان طور که گفته شد در مورد مواد غیر یکسان ، ظرفیت گرمایی (mc) ها را نفریندی می کردیم . یعنی

$$mc_{\text{فلز}} = ۴۲۰ \times ۳۸۰$$

$$mc_{\text{آب}} = ۹۵۰ \times ۴۲۰۰$$

چون دو ماده داریم حاصل mc های دو ماده را بر هم تقسیم کرده و تا حد امکان ساده می کنیم.

$$\frac{mc_{\text{فلز}}}{mc_{\text{آب}}} = \frac{۴۲۰ \times ۳۸۰}{۹۵۰ \times ۴۲۰۰} = \frac{۳۸}{۹۵۰} = \frac{۱}{۲۵}$$

پس ماده ی اول یعنی فلز ۱ نفر و ماده ی دوم یعنی آب ۲۵ نفر خواهد بود و دمای تعادل به صورت زیر محاسبه خواهد شد.

$$\theta_e = \frac{۱(۹۸) + ۲۵(۲۰)}{۱ + ۲۵} = \frac{۹۸ + ۵۰۰}{۲۶} = \frac{۵۹۸}{۲۶} = \frac{۵۲۰ + ۷۸}{۲۶} = ۲۰ + ۳ = ۲۳^{\circ}\text{C}$$

مثال ۱۱۹- در ظرفی ۵۰ گرم آب 10°C موجود است. ۱۰ گرم از این آب برمی داریم و ۱۰ گرم آب صفر درجه ی سلسیوس به آن اضافه می کنیم. صبر می کنیم تا دمای مجموعه به تعادل برسد. یکبار دیگر نیز از آب به تعادل رسیده ۱۰ گرم برمی داریم و به جای آن ۱۰ گرم آب صفر درجه می ریزیم. اگر از تبادل گرمایی ظرف و محیط صرف نظر شود دمای نهایی تعادل به چند درجه ی سلسیوس می رسد؟

(سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۳)

۸ (۴)

۶.۴ (۳)

۵.۶ (۲)

۴ (۱)

کجواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

مواد مشابه هستند. پس جرم ها را نفریندی می کنیم. در حالت اول ...

۴۰ گرم آب ۱۰ درجه ی سلسیوس و ۱۰ گرم آب صفر درجه ی سلسیوس داریم ...

بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۴۰ و ۱۰ بالطبع عدد ۱۰ است.

پس ۱۰ گرم را به عنوان مبنا و معیار خود برای یک نفر در نظر می گیریم. یعنی ۱۰ گرم را یک نفر و ۴۰ گرم را ۴ نفر در نظر می گیریم.

توجه کنید ...

یعنی مجموع کل دماهای مساله به صورت زیر است.

$$۴۰ + ۱(۰) = ۴۰ \div ۵ = ۸^{\circ}\text{C} = \theta_e = \text{دمای تعادل}$$

در حالت دوم

۴۰ گرم آب ۸ درجه ی سلسیوس و ۱۰ گرم آب صفر درجه ی سلسیوس داریم ...

۱۰ گرم را به عنوان مبنا و معیار خود برای یک نفر در نظر می گیریم. یعنی ۱۰ گرم را یک نفر و ۴۰ گرم را ۴ نفر در نظر می گیریم.

یعنی مجموع کل دماهای مساله به صورت زیر است.

$$\theta_e = \text{دمای تعادل} = ۶.۴^\circ\text{C} = ۳۲ \div ۵ = ۳۲ \div \text{تعداد نفرها} = ۳۲ \div ۵ = ۶.۴^\circ\text{C} = \theta_e + ۱(۰) + ۴(۸)$$

مثال ۱۲۰ - قطعه ی مسی به جرم m و دمای ۲۰۰°C را داخل آبی ۳ کیلوگرمی با دمای ۱۰°C وارد می کنیم. اگر اتلاف گرما نداشته باشیم، دمای تعادل ۵۰°C خواهد شد. مقدار m چند کیلوگرم است؟ (ظرفیت گرمایی ویژه ی مس ۰.۱ برابر ظرفیت گرمایی ویژه ی آب است.) (سنجش جامع ۹۷)

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

ک جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

روش اول

آب و مس دو ماده غیر مشابه هستند. وضعیت دو ماده هم به نحوی نیست که تغییر فاز داشته باشیم.

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \rightarrow ۵۰ = \frac{m(c_{\text{مس}})(۲۰۰) + (۳)(c_{\text{آب}})(۱۰)}{m(c_{\text{مس}}) + (۳)(c_{\text{آب}})} \rightarrow ۵۰ \cdot m(۰.۱c_{\text{آب}}) + ۱۵۰ \cdot c_{\text{آب}} = ۲۰۰ \cdot m(۰.۱c_{\text{آب}}) + ۳۰ \cdot c_{\text{آب}}$$

$$\xrightarrow{\div c_{\text{آب}}} ۵m + ۱۵۰ = ۲۰m + ۳۰ \rightarrow ۱۵m = ۱۲۰ \rightarrow m = ۸\text{kg}$$

روش دوم (تستی)

چون ظرفیت گرمایی دو ماده یکی نیست، پس دو ماده یکسان نیستند.

همان طور که گفته شد در مورد مواد غیر یکسان، ظرفیت گرمایی (mc) ها را نفریندی می کردیم. یعنی

$$mc_{\text{مس}} = ۰.۱mc_{\text{آب}}$$

$$mc_{\text{آب}} = ۳c_{\text{آب}}$$

چون دو ماده داریم حاصل mc های دو ماده را بر هم تقسیم کرده و تا حد امکان ساده می کنیم.

$$\frac{mc_{\text{مس}}}{mc_{\text{آب}}} = \frac{۰.۱mc_{\text{آب}}}{۳c_{\text{آب}}} = \frac{m}{۳۰}$$

پس ماده ی اول یعنی مس m نفر و ماده ی دوم یعنی آب ۳۰ نفر خواهد بود و دمای تعادل به صورت زیر محاسبه خواهد شد.

$$\theta_e = \frac{m(۲۰۰) + ۳۰(۱۰)}{m + ۳۰} = \frac{۲۰۰m + ۳۰۰}{m + ۳۰} = ۵۰^\circ\text{C} \rightarrow ۲۰۰m + ۳۰۰ = ۵۰m + ۱۵۰۰ \rightarrow ۱۵۰m = ۱۲۰۰ \rightarrow m = ۸\text{kg}$$

مثال ۱۲۱ - یک قطعه ی مسی به جرم ۵۰۰ گرم و دمای ۶۷ °C را درون آبی ۳۸۰ گرمی با دمای ۲۰ °C وارد می کنیم. اگر اتلاف گرما نداشته باشیم، دمای تعادل چند درجه سلسیوس خواهد شد. ؟ $c_{\text{مس}} = \frac{۳۸۰\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$ ، $c_{\text{آب}} = \frac{۴۲۰۰\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$ (سنجش جامع ۹۶)

۲۸ (۴)

۲۵ (۳)

۲۴ (۲)

۲۳ (۱)

کجواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

روش اول

آب و مس دو ماده غیر مشابه هستند. وضعیت دو ماده هم به نحوی نیست که تغییر فاز داشته باشیم. یعنی دمای آب به آنقدری نمیرسد که جوش بیاید یا منجمد شود.

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = \frac{0.5(380)(67) + (0.38)(4200)(20)}{0.5(380) + (0.38)(4200)} = \frac{190(67) + 38(840)}{190 + 38(42)} = \frac{19(670 + 1680)}{19(10 + 84)} = \frac{2350}{94}$$

$$= \frac{940 + 940 + 470}{94} = 10 + 10 + 5 = 25^{\circ}\text{C}$$

روش دوم

جسمی که دمایش بیشتر است، جسم گرم است

$$m\Delta\theta_{\text{جسم گرم}} = m\Delta\theta_{\text{جسم سرد}} \rightarrow 500 \times 380 \cdot (67 - \theta_e) = 380 \times 4200 \cdot (\theta_e - 20)$$

$$\Delta(67 - \theta_e) = 42(\theta_e - 20) \rightarrow 335 - 5\theta_e = 42\theta_e - 840 \rightarrow 47\theta_e = 1175 \rightarrow \theta_e = \frac{1175}{47} = \frac{470 + 470 + 235}{47} = 10 + 10 + 5 = 25^{\circ}\text{C}$$

روش سوم (تستی)

چون ظرفیت گرمایی دو ماده یکی نیست، پس دو ماده یکسان نیستند.

همان طور که گفته شد در مورد مواد غیر یکسان، ظرفیت گرمایی (mc) ها را نفریندی می کردیم. یعنی

$$mc_{\text{مس}} = 500 \times 380$$

$$mc_{\text{آب}} = 380 \times 4200$$

چون دو ماده داریم حاصل mc های دو ماده را بر هم تقسیم کرده و تا حد امکان ساده می کنیم.

$$\frac{mc_{\text{مس}}}{mc_{\text{آب}}} = \frac{500 \times 380}{380 \times 4200} = \frac{5}{42}$$

پس ماده ی اول یعنی مس ۵ نفر و ماده ی دوم یعنی آب ۴۲ نفر خواهد بود و دمای تعادل به صورت زیر محاسبه خواهد شد.

$$\theta_e = \frac{5(67) + 42(20)}{5 + 42} = \frac{335 + 840}{47} = \frac{1175}{47} = \frac{470 + 470 + 235}{47} = 10 + 10 + 5 = 25^{\circ}\text{C}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۱۲۲ - ظرفی که عایق گرماست، محتوی ۸۰ گرم آب ۱۱.۵ درجه ی سلسیوس است. یک قطعه مس به جرم ۴۲۰ گرم و دمای ۱۰۰ درجه ی سلسیوس را درون آب می اندازیم. اگر فقط بین آب و مس تبادل گرما صورت گیرد، تا برقراری تعادل گرمایی دمای آب چند کلوین افزایش می یابد. (؟) $c_{\text{مس}} = ۳۸۰ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ ، $c_{\text{آب}} = ۴۲۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ (سراسری تجربی ۹۳ خارج از کشور)

۳۰۱.۵ (۴)

۳۱۳ (۳)

۴۰ (۲)

۲۸.۵ (۱)

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

روش دوم

$$m\Delta\theta_{\text{جسم گرم}} = m\Delta\theta_{\text{جسم سرد}} \xrightarrow{\text{جسمی که دمایش بیشتر است، جسم گرم است}} ۴۲۰ \times ۳۸۰ (۱۰۰ - \theta_e) = ۸۰ \times ۴۲۰۰ (\theta_e - ۱۱.۵)$$

$$۳۸(۱۰۰ - \theta_e) = ۸۰(\theta_e - ۱۱.۵) \rightarrow ۳۸۰۰ - ۳۸\theta_e = ۸۰\theta_e - ۹۲۰ \rightarrow ۱۱۸\theta_e = ۴۷۲۰ \rightarrow \theta_e = \frac{۴۷۲۰}{۱۱۸} = ۴۰^\circ\text{C}$$

روش سوم (تستی)

چون ظرفیت گرمایی دو ماده یکی نیست، پس دو ماده یکسان نیستند.

همان طور که گفته شد در مورد مواد غیر یکسان، ظرفیت گرمایی (mc) ها را نفریندی می کردیم. یعنی

$$mc_{\text{مس}} = ۴۲۰ \times ۳۸۰$$

$$mc_{\text{آب}} = ۸۰ \times ۴۲۰۰$$

چون دو ماده داریم حاصل mc های دو ماده را بر هم تقسیم کرده و تا حد امکان ساده می کنیم.

$$\frac{mc_{\text{مس}}}{mc_{\text{آب}}} = \frac{۴۲۰ \times ۳۸۰}{۸۰ \times ۴۲۰۰} = \frac{۳۸}{۸۰} = \frac{۱۹}{۴۰}$$

پس ماده ی اول یعنی مس ۱۹ نفر و ماده ی دوم یعنی آب ۴۰ نفر خواهد بود و دمای تعادل به صورت زیر محاسبه خواهد شد.

$$\theta_e = \frac{۱۹(۱۰۰) + ۴۰(۱۱.۵)}{۱۹ + ۴۰} = \frac{۱۹۰۰ + ۴۶۰}{۵۹} = \frac{۲۳۶۰}{۵۹} = \frac{۴(۵۹۰)}{۵۹} = ۴۰^\circ\text{C}$$

پس دمای آب از ۱۱.۵ درجه ی سلسیوس به ۴۰ درجه ی سلسیوس رسیده است و با توجه به اینکه تغییرات دما بر حسب درجه ی سلسیوس با تغییرات دما بر حسب درجه ی کلوین برابر است، پس ۲۸.۵ درجه ی کلوین افزایش دما خواهیم داشت.

مثال ۱۲۳- یک شمش آلومینیوم به حجم 200 cm^3 و چگالی 2.7 gr/cm^3 را که دمایش 100°C است، درون 540 cm^3 آب 20°C می اندازیم. پس از برقراری تعادل گرمایی دمای آب تقریباً به چند درجه ی سلسیوس می رسد؟ (از مبادله ی گرمای بین آب و ظرف صرف نظر شود و چگالی آب 1 gr/cm^3 و گرمای ویژه ی آب و آلومینیوم به ترتیب $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$ و $900 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$ می باشد؟) (سراسری تجربی ۸۹ خارج از کشور)

۵۳ (۴)

۴۶ (۳)

۳۴ (۲)

۲۸ (۱)

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

روش سوم (نفربندی)

چون ظرفیت گرمایی دو ماده یکی نیست، پس دو ماده یکسان نیستند.

$$m_{\text{آلومینیوم}} = \rho v = 2.7 \times 200 = 540 \text{ gr} \quad , \quad m_{\text{آب}} = \rho v = 1 \times 540 = 540 \text{ gr}$$

همان طور که گفته شد در مورد مواد غیر یکسان، ظرفیت گرمایی (mc) ها را نفربندی می کردیم. یعنی

$$mc_{\text{آلومینیوم}} = 540 \times 900$$

$$mc_{\text{آب}} = 540 \times 4200$$

چون دو ماده داریم حاصل mc های دو ماده را بر هم تقسیم کرده و تا حد امکان ساده می کنیم.

$$\frac{mc_{\text{آلومینیوم}}}{mc_{\text{آب}}} = \frac{540 \times 900}{540 \times 4200} = \frac{3}{14}$$

پس ماده ی اول یعنی آلومینیوم ۳ نفر و ماده ی دوم یعنی آب ۱۴ نفر خواهد بود و دمای تعادل به صورت زیر محاسبه خواهد شد.

$$\theta_e = \frac{3(100) + 14(20)}{3 + 14} = \frac{300 + 280}{17} = \frac{580}{17} = \frac{(510 + 68 + 2)}{17} = 30 + 4 + 0.1176 \cong 34^\circ\text{C}$$

مثال ۱۲۴- یک قطعه ی ۱۰۰ گرمی از مس با دمای ۸۱ درجه ی سلسیوس را در ظرف عایقی که حاوی ۲۰۰ گرم آب با دمای ۱۵ درجه ی سلسیوس است، می اندازیم. اگر گرمای ویژه ی مس و آب به ترتیب ۴۰۰ و ۴۲۰۰ ژول بر کیلوگرم.کلوین باشد، دمای تعادل چند درجه ی سلسیوس می شود؟ (سراسری ریاضی ۸۳)

۲۸ (۴)

۲۳ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

کجواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

روش دوم (تستی)

چون ظرفیت گرمایی دو ماده یکی نیست، پس دو ماده یکسان نیستند.

همان طور که گفته شد در مورد مواد غیر یکسان ، ظرفیت گرمایی (mc) ها را نفر بندی می کردیم. یعنی

$$mc_{\text{مس}} = 100 \times 400$$

$$mc_{\text{آب}} = 200 \times 4200$$

چون دو ماده داریم حاصل mc های دو ماده را بر هم تقسیم کرده و تا حد امکان ساده می کنیم.

$$\frac{mc_{\text{مس}}}{mc_{\text{آب}}} = \frac{40000}{840000} = \frac{1}{21}$$

پس ماده ی اول یعنی مس ۱ نفر و ماده ی دوم یعنی آب ۲۱ نفر خواهد بود و دمای تعادل به صورت زیر محاسبه خواهد شد .

$$\theta_e = \frac{1(81) + 21(15)}{1 + 21} = \frac{81 + 315}{22} = \frac{396}{22} = 18^\circ\text{C}$$

مثال ۱۲۵- اگر یک کیلوگرم آب با دمای 8°C را درون ظرفی با ظرفیت گرمایی $200 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}$ با دمای 14°C بریزیم. اگر اتلاف گرما نداشته باشیم ، دمای تعادل چند درجه سلسیوس خواهد شد .؟ (سنجش جامع ۹۵)

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ی ۳ صحیح است.

روش اول

آب و ظرف دو ماده غیر مشابه هستند . وضعیت دو ماده هم به نحوی نیست که تغییر فاز داشته باشیم . یعنی دمای آب به آنقدری نمیرسد که جوش بیاید یا منجمد شود.

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = \frac{1000(1)(8) + (200)(14)}{1000(1) + (200)} = \frac{8000 + 2800}{1200} = \frac{10800}{1200} = 9^\circ\text{C}$$

روش دوم (تستی)

چون ظرفیت گرمایی دو ماده یکی نیست ، پس دو ماده یکسان نیستند .

همان طور که گفته شد در مورد مواد غیر یکسان ، ظرفیت گرمایی (mc) ها را نفر بندی می کردیم. یعنی

$$mc_{\text{ظرف}} = 200$$

$$mc_{\text{آب}} = 1000 \times 1$$

چون دو ماده داریم حاصل mc های دو ماده را بر هم تقسیم کرده و تا حد امکان ساده می کنیم.

$$\frac{mc \text{ ظرف}}{mc \text{ آب}} = \frac{۲۰۰}{۱۰۰۰} = \frac{۱}{۵}$$

پس ماده ی اول یعنی ظرف ۱ نفر و ماده ی دوم یعنی آب ۵ نفر خواهد بود و دمای تعادل به صورت زیر محاسبه خواهد شد .

$$\theta_e = \frac{۵(۸) + ۱(۱۰)}{۵ + ۱} = \frac{۵۴}{۶} = ۹^\circ\text{C}$$

مثال ۱۲۶ - یک قطعه ی ۵۰۰ گرمی از مس با دمای ۶۷ درجه ی سلسیوس را در ظرف عایقی که حاوی ۳۸۰ گرم آب با دمای ۲۰ درجه ی سلسیوس است ، می اندازیم . اگر گرمای ویژه ی مس و آب به ترتیب ۴۰۰ و ۴۲۰۰ ژول بر کیلوگرم.کلوین باشد ، دمای تعادل چند درجه ی سلسیوس می شود؟ (سراسری ریاضی ۸۲)

۲۸ (۴)

۲۵ (۳)

۲۴ (۲)

۲۳ (۱)

کجواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

روش دوم (تستی)

چون ظرفیت گرمایی دو ماده یکی نیست ، پس دو ماده یکسان نیستند .

همان طور که گفته شد در مورد مواد غیر یکسان ، ظرفیت گرمایی (mc) ها را نفریندی می کردیم. یعنی

$$mc \text{ مس} = ۵۰۰ \times ۴۰۰$$

$$mc \text{ آب} = ۳۸۰ \times ۴۲۰۰$$

چون دو ماده داریم حاصل mc های دو ماده را بر هم تقسیم کرده و تا حد امکان ساده می کنیم.

$$\frac{mc \text{ مس}}{mc \text{ آب}} = \frac{۵۰۰ \times ۴۰۰}{۳۸۰ \times ۴۲۰۰} = \frac{۵۰}{۱۹ \times ۲۱} = \frac{۵۰}{۳۹۹}$$

پس ماده ی اول یعنی مس ۵۰ نفر و ماده ی دوم یعنی آب ۳۹۹ نفر خواهد بود و دمای تعادل به صورت زیر محاسبه خواهد شد .

$$\theta_e = \frac{۵۰(۶۷) + ۳۹۹(۲۰)}{۵۰ + ۳۹۹} = \frac{۳۳۵۰ + ۷۹۸۰}{۴۴۹} = ۱۱۳۳۰ / ۴۴۹ = ۲۵^\circ\text{C}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۱۲۷ - گرماسنجی با ظرفیت گرمایی $\frac{1}{100} \text{ cal/}^\circ\text{C}$ حاوی ۰.۵ کیلوگرم آب 8°C است. فلزی به دمای 110°C را وارد آن می کنیم. اگر اتلاف گرما نداشته باشیم، دمای تعادل 10°C خواهد شد. ظرفیت گرمایی فلز چند ژول بر درجه ی سلسیوس است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$)

(سنجش جامع ۹۷)

۴۵ (۴)

۳۹ (۳)

۱۰۰ (۲)

۵۴ (۱)

کجواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

روش اول

آب و فلز و گرماسنج سه ماده غیر مشابه هستند. وضعیت آنها هم به نحوی نیست که تغییر فاز داشته باشیم. دقت داشته باشید که زمانی که دمای آب 8°C درجه ی سلسیوس است، دمای گرماسنج هم همان اندازه خواهد بود.

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2 + m_3 c_3 \theta_3}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3} \rightarrow 10 = \frac{150(8) + (0.5)(4200)(8) + (m_3 c_3)(110)}{150 + 2100 + m_3 c_3} \rightarrow 10 = \frac{1200 + 16800 + 110 m_3 c_3}{2250 + m_3 c_3}$$

$$\rightarrow 22500 + 10 m_3 c_3 = 18000 + 110 m_3 c_3 \rightarrow 10 m_3 c_3 = 4500 \rightarrow m_3 c_3 = 45$$

روش دوم (تستی)

همان طور که گفته شد در مورد مواد غیر یکسان، ظرفیت گرمایی (mc) ها را نفر بندی می کردیم. یعنی

$$mc = 150 \text{ گرما سنج}$$

$$mc \text{ آب} = 0.5 \times 4200 = 2100 = 14 \times 150$$

$$mc = ? \text{ فلز}$$

در این گونه مسایل که هیچ اطلاعاتی از mc ماده ی سوم یعنی فلز نداریم، کوچکترین عدد بین mc ها را به عنوان m سه ماده و به عنوان معیار خود برای یک نفر در نظر می گیریم. یعنی عدد 150 را.

پس ماده ی اول یعنی گرماسنج 1 نفر و ماده ی دوم یعنی آب 14 نفر و تعداد نفرات فلز مجهول خواهد بود و دمای تعادل به صورت زیر محاسبه خواهد شد.

$$\theta_e = \frac{1(8) + 14(8) + x(110)}{1 + 14 + x} = 10^\circ\text{C} \rightarrow 8 + 112 + 110x = 150 + 10x \rightarrow 100x = 30 \rightarrow x = 0.3 \text{ نفر فلز}$$

هر نفر چون 150 بود، پس خواهیم داشت:

$$x = 0.3 \times 150 = 45 = mc \text{ فلز}$$

***تعادل آب و یخ**

تست های مطرح شده از این بخش را در حالت کلی می توان به حالت های زیر دسته بندی کرد :

حالت اول – یخ صفر درجه ی سلسیوس درون آب صفر درجه ی سلسیوس

در این حالت هیچ اتفاقی نخواهد افتاد . زیرا همانطور که پیش هم گفتیم ، شرط انتقال گرما از یک جسم به جسم دیگر اختلاف دماست .

در این حالت دمای آب و یخ هر دو صفر بوده و اختلاف دمای آنها صفر است و در نتیجه هیچ گرمایی بین دو جسم مبادله نخواهد شد.

حالت دوم – یخ صفر درجه ی سلسیوس درون آب θ درجه ی سلسیوس

در این حالت ، یخ ذوب خواهد شد . زیرا دمای آب θ درجه ی سلسیوس و بیشتر از دمای یخ است و مبادله ی گرما از جسم گرم که آب است به جسم سرد که یخ است اتفاق خواهد افتاد.

در این حالت از جرم یخ کاسته و به جرم آب افزوده خواهد شد و می توان نوشت :

$$Q_{\text{جسم گرم}} = Q_{\text{جسم سرد}} \rightarrow [m_{\text{آب اولیه}} c \Delta \theta]_{\text{آب}} = [m_{\text{یخ شده ذوب}} L_F]_{\text{یخ}}$$

$$m_{\text{یخ شده ذوب}} = m_{\text{یخ اولیه}} - m_{\text{یخ نهایی}} \quad \text{و} \quad m_{\text{آب نهایی}} = m_{\text{آب اولیه}} + m_{\text{یخ شده ذوب}}$$

حالت سوم – یخ θ – درجه ی سلسیوس درون آب صفر درجه ی سلسیوس

در این حالت ، آب یخ خواهد زد . این اتفاق تا زمانی ادامه خواهد یافت که اگر به مقدار کافی آب داشته باشیم ، دمای یخ از θ به صفر برسد.

در این حالت دوباره با حالت اول مواجه خواهیم شد و یا مخلوط آب صفر و یخ صفرسروکار خواهیم داشت و می توان نوشت :

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}} \rightarrow [m_{\text{یخ اولیه}} c \Delta \theta]_{\text{یخ}} = [m_{\text{آب منجمد شده}} L_F]_{\text{آب}}$$

$$m_{\text{آب منجمد شده}} = m_{\text{یخ اولیه}} + m_{\text{یخ نهایی}} \quad \text{و} \quad m_{\text{آب نهایی}} = m_{\text{آب اولیه}} - m_{\text{آب منجمد شده}}$$

دقت داشته باشید که تمام روابط اشاره شده در صورتی برقرار است که اتلاف گرما ناچیز باشد . در غیر این صورت و در صورت وجود اتلاف گرما باید آن را نیز در حل مساله وارد کنیم . گرچه نگاهی اجمالی به تست های ۱۴ سال اخیر نشان می دهد که طراحان محترم سوالات کنکور معمولا با نادیده گرفتن اتلاف حرارتی سوال ها را مطرح می کنند. پس با در نظر گرفتن اتلاف حرارتی می توان نوشت :

$$Q_{\text{جسم گرم}} = Q_{\text{جسم سرد}} + \text{اتلاف گرما}$$

حالت چهارم - یخ θ - درجه ی سلسیوس درون آب θ درجه ی سلسیوس

در این حالت که سخت ترین تست های کنکور در ۱۴ سال اخیر نیز مربوط به مسائل این حالت است. در این حالت باید دید چه تراکنش هایی بین آب و یخ اتفاق خواهد افتاد و با توجه به شرایط مساله باید دید که آب منجمد خواهد شد یا یخ ذوب خواهد شد.

نکته ی شماره ی ۱۶

فرایندی که یخ θ - درجه ی سلسیوس درون آب θ درجه ی سلسیوس را طی می کند، می توان به صورت زیر بیان کرد:

بخار آب 100°C \Rightarrow آب 100°C \Rightarrow آب صفر \Rightarrow یخ صفر \Rightarrow یخ θ -

فرایندهایی که طی مراحل ۱ تا ۴ روی می دهد، فرایندهایی گرماگیر و فرایندهایی که طی مراحل ۴ تا ۱ روی می دهند گرماده هستند.

$$Q_1 = mc\theta \quad , \quad Q_2 = Q_{\text{ذوب}} = Q_{\text{انجماد}} = mL_F$$

$$Q_3 = 100mc \quad , \quad Q_4 = mL_V$$

نکته ی شماره ی ۱۷

هر میزان آب داغ 80°C به همان اندازه ی خودش یخ 0°C را به طور کامل ذوب می کند.

دقت داشته باشید که اگر دمای آب 80°C نباشد، آن را به 80°C می رسانیم. البته به شرطی که مقدار $m\theta$ ثابت بماند.

یعنی آن که اگر θ را k برابر کنید، آن گاه باید m را $\frac{1}{k}$ برابر کنید. دلیل این کار کاملا بدیهی است ...

زیرا همانطور که گفته شد، نباید هیچ تغییری در مقدار $m\theta$ نباید حاصل شود.

نکته ی شماره ی ۱۸

به این نکته ی بسیار مهم دقت داشته باشید که اگر پس از برقراری تعادل گرمایی یخ در آب باقی بماند، آن گاه دمای تعادل صفر خواهد بود.

نکته ی شماره ی ۱۹

اگر هر مقدار یخ 0°C را در صورت مساله به عنوان یک نفر در نظر بگیریم، در این حالت مطابق روش ارائه شده در حل تست های تعادل گرمایی آب و

در بحث نرفندی که به طور مفصل به آن پرداخته شد، یخ نه تنها مقداری به میزان مجموع دماهای به دست آمده در مساله اضافه نمی کند،

بلکه 80 تا از این میزان جمع شده را نیز از بین می برد.

* نکته ی شماره ی ۲۰

هر نفر یخ θ - برای تبدیل شدن به یخ صفر درجه ی سلسیوس نه تنها مقداری به میزان مجموع دماهای به دست آمده در مساله اضافه نمی کند ، بلکه $\frac{\theta}{\gamma}$ تا از این میزان جمع شده را نیز از بین می برد.

$$\text{آب صفر } \xrightarrow{80} \text{ یخ صفر } \xrightarrow{\frac{\theta}{\gamma}} \theta - \text{ یخ}$$

و یخ صفر نیز برای تبدیل به آب صفر به اندازه ی 80°C از میزان مجموع دماهای به دست آمده را از بین می برد.

مثال ۱۲۸-۸۰۰ گرم یخ صفر درجه ی سلسیوس را با ۸۰۰ گرم آب 20° درجه ی سلسیوس مخلوط می کنیم . اگر گرما فقط بین آب و یخ مبادله شود پس از برقراری تعادل گرمایی چند گرم آب و با چه دمای بر حسب درجه ی سلسیوس خواهیم داشت؟ (سراسری ریاضی ۹۷)

$$(L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{gr}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}})$$

۴ و ۱۶۰۰ (۴)

۲ و ۱۶۰۰ (۳)

۱۲۰۰ و صفر (۲)

۱۰۰۰ و صفر (۱)

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$Q_{\text{جسم گرم}} = Q_{\text{جسم سرد}} \rightarrow [m_{\text{آب اولیه}} c \Delta \theta]_{\text{آب}} = [m_{\text{یخ شده ذوب}} L_F]_{\text{یخ}}$$

$$800 \times 1 \times 20 = m_{\text{یخ شده ذوب}} \times 80 \rightarrow m_{\text{یخ شده ذوب}} = 200 \text{ gr}$$

$$\text{آب } ^\circ\text{C} = 800 + 200 = 1000 \text{ gr} = \text{میزان آب نهایی بر حسب گرم}$$

مثال ۱۲۹- درون ۵ کیلوگرم آب 20°C ، یک کیلوگرم یخ 10°C - را می اندازیم . اگر اتلاف گرما ناچیز باشد ، در فشار یک جو پس از برقراری تعادل حرارتی چه خواهیم داشت؟ (سراسری ریاضی ۸۹)

$$(L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{gr}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}, c_{\text{یخ}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}})$$

۳۷.۵ $^\circ\text{C}$ آب ۶ kg (۴)۲.۵ $^\circ\text{C}$ آب ۶ kg (۳)۰ $^\circ\text{C}$ آب ۶ kg (۲)۰ $^\circ\text{C}$ یخ ۶ kg (۱)

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

دانش آموزان عزیز توجه داشته باشید که به هیچ وجه حتی برای یک لحظه هم فکر حل تست به صورت تشریحی نباشید . چون واقعا حل تست به صورت تشریحی واقعا ما رو با اعداد خیلی سنگینی مواجه می کند.

با توجه به اینکه دو ماده ی یکسان داریم , برای نفر بندی جرم آنها را بر هم تقسیم می کنیم .

$$\frac{m_{\text{آب}}}{m_{\text{یخ}}} = \frac{5}{1} \quad \text{یعنی ۵ نفر آب داریم و یک نفر یخ}$$

$$100 = 5(20) = \text{میزان دمای جمع شده برای آب}$$

$$85 = 5 + 80 = \text{میزان دمای مصرف شده توسط یخ} \xrightarrow{\text{در نتیجه}} \text{آب صفر} \xrightarrow{80} \text{یخ صفر} \xrightarrow{10} \text{یخ} \rightarrow \text{آب صفر} \xrightarrow{80} \text{یخ} \xrightarrow{\theta} \text{یخ}$$

$$\theta_e = 2.5^\circ\text{C} = 15 \div 6 \text{ نفر} = 100 - 85 = \text{دمای باقیمانده}$$

با توجه به اینکه اندازه ی دمای تعادل از صفر بیشتر است , پس حتما تمام یخ ذوب شده است . در واقع یخ 2.5°C اصلا معنا و مفهومی ندارد و ماکزیمم دمای یخ می تواند صفر باشد. پس بالطبع گزینه ی ۱ نادرست است.

پس ۱ کیلوگرم یخ نیز به آب تبدیل شده است و الان ۶ کیلوگرم آب 2.5°C داریم و گزینه ی ۳ پاسخ صحیح و مطلوب تست است.

روش دوم

می توان از روش تشریحی معمول برای حل این تست ها استفاده کرد . اما اگر تغییراتی در روند محاسباتی معمول اعمال کنیم , سرعت حل مساله به اندازه ی بسیار زیادی افزایش خواهد یافت.

این تغییرات عبارت اند از

الف - در محاسبات از اعدادی به این شکل استفاده کنید . به جای L_F عدد ۸۰ و به جای $C_{\text{آب}}$ عدد یک و به جای $C_{\text{یخ}}$ عدد ۰.۵ و به جای L_V ۵۴۰ قرار دهید.

دقت داشته باشید که مرز تعادل های حرارتی در این گونه تست ها آب صفر درجه است . یعنی باید آب و یخ صورت مساله را در هر شرایطی هستند , به آب صفر درجه ی سلسیوس تبدیل کنیم و برای این تبدیل از اعدادی که اشاره شد استفاده می کنیم.

$$Q_{\text{آب}} = mc\Delta\theta = 5 \times 1 \times (20 - 0) = 100 \text{ ج}$$

$$Q_{\text{یخ}} = mc\Delta\theta + mL_F = 1 \times 0.5 \times (10) + 1 \times 80 = 85 \text{ ج}$$

دقت داشته باشید که چون $Q_{\text{آب}} > Q_{\text{یخ}}$ است , پس در این فرایند گرمایی آب بر یخ غلبه می کند و تمام یخ ذوب می شود.

تحت این شرایط دمای تعادل را می توان به صورت زیر محاسبه نمود :

$$\theta_e = \frac{Q_{\text{آب}} - Q_{\text{یخ}}}{\sum m} = \frac{100 - 85}{5 + 1} = \frac{15}{6} = 2.5^\circ\text{C}$$

از آن جا که دمای تعادل بزرگتر از صفر است ، یخ کاملا ذوب می شود و هیچ چیزی از یخ باقی نمی ماند.
 پس ۱ کیلوگرم یخ نیز به آب تبدیل شده است و الان ۶ کیلوگرم آب 2.5°C داریم و گزینه ی ۳ پاسخ صحیح و مطلوب تست است.

مثال ۱۳۰-۱۰۰ گرم یخ صفر درجه ی سلسیوس را داخل ۴۰۰ گرم آب ۳۰ درجه ی سلسیوس می اندازیم . اگر فقط بین آب و یخ تبادل گرما صورت گیرد ، پس از برقراری تعادل گرمایی ، دمای آب چند درجه ی سلسیوس می شود؟ (سراسری تجربی ۹۴ خارج از کشور)

$$(L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} , c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}})$$

۱۲ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ی ۳ صحیح است.

روش نفر بندی

با توجه به اینکه دو ماده ی غیریکسان داریم ، برای نفر بندی آنها را بر هم تقسیم می کنیم .

$$\frac{m_{\text{آب}}}{m_{\text{یخ}}} = \frac{400}{100} = \frac{4}{1} \quad \text{یعنی ۴ نفر آب داریم و یک نفر یخ}$$

$$= 4(30) = 120 = \text{میزان دمای جمع شده برای آب}$$

$$80 = \text{میزان دمای مصرف شده توسط یخ} \xrightarrow{\text{در نتیجه}} \text{آب صفر} \Rightarrow \text{یخ صفر}$$

$$= 8^{\circ}\text{C} = \theta_e = 40 \div 5 = 8^{\circ}\text{C} = \text{دمای باقیمانده}$$

مثال ۱۳۱-۱۸۰ گرم یخ 0°C ، را درون مقداری آب 40°C می اندازیم . ۲۰ گرم یخ 0°C در حالت تعادل در ظرف باقی می ماند . اگر اتلاف گرما ناچیز باشد ، جرم آب اولیه چقدر بوده است ؟ ($L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ ، $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ ، $c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$) (سنجش جامع ۹۷)

۳۶۰ (۴)

۳۲۰ (۳)

۱۸۰ (۲)

۱۶۰ (۱)

پاسخ: گزینه ی ۳ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی!

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

دقت داشته باشید که رابطه ی اشاره شده در صورتی برقرار است که اتلاف گرما ناچیز باشد

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

همان طور که در صورت مساله نیز اشاره شده است ، پس از برقراری تعادل هنوز ۲۰ گرم یخ درون ظرف باقی مانده است . یعنی آن که دمای تعادل صفر است .

$$Q_{\text{جسم گرم}} = Q_{\text{جسم سرد}} \rightarrow [m_{\text{آب اولیه}} c \Delta \theta]_{\text{آب}} = [m_{\text{یخ شده ذوب}} L_F]_{\text{یخ}}$$

$$m_{\text{آب اولیه}} \times 1 \times (40 - 0) = (180 - 20) \times 80 \rightarrow m_{\text{آب اولیه}} = 320 \text{ gr}$$

روش دوم (تستی)

هر گاه جرم یکی از مواد معلوم و جرم ماده ی دومی نامعلوم باشد ، جرم ماده ی معلوم را یک نفر و جرم ماده ی مجهول را X نفر در نظر می گیریم.

جرم ماده ی معلوم (یخ ذوب شده) که ۱۶۰ گرم است را یک نفر و جرم ماده ی مجهول یعنی آب را X نفر در نظر می گیریم.

$$40X = \text{میزان دمای جمع شده برای آب}$$

$$1 \times 80 = \text{میزان دمای مصرف شده توسط یخ صفر درجه سلسیوس}$$

$$40X - 80 = \theta_e = 0 \rightarrow X = 2 \text{ نفر}$$

هر نفر ۱۶۰ گرم بود . پس دو نفر معادل ۳۲۰ گرم خواهد بود . یعنی جرم اولیه ی آب ۳۲۰ گرم خواهد بود و گزینه ی ۳ پاسخ صحیح و مطلوب تست است.

روش سوم (تستی تر)

هر میزان آب داغ 80°C به همان اندازه ی خودش یخ 0°C را به طور کامل ذوب می کند .

با توجه به اینکه که ۱۶۰ گرم یخ صفر درجه ی سلسیوس کاملا ذوب شده است و m مقدار آب ۴۰ درجه ی سلسیوس داریم . برای تبدیل 40°C به 80°C

باید آن را در عدد ۲ ضرب کنیم . برای اینکه مقدار $m\theta$ ثابت بماند ، باید m را تقسیم بر ۲ کنیم . پس می توان نوشت :

$$\frac{m}{2} = 160 \rightarrow m = 320 \text{ gr}$$

مثال ۱۳۲ - ۵۰۰ گرم یخ 0°C ، را درون ۱.۶ kg آب 20°C می اندازیم . چند گرم یخ ذوب نشده در حالت تعادل در ظرف باقی می ماند . اتلاف گرما را ناچیز فرض کنید؟ ($L_F = 80$) (سنجش جامع ۹۷)

(۱) ۴۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه ی ۴ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی!

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

دقت داشته باشید که رابطه ی اشاره شده در صورتی برقرار است که اتلاف گرما ناچیز باشد و به یاد داشته باشید که چون یخ در حالت تعادل در ظرف باقی مانده است ، پس دمای تعادل برابر صفر است.

$$Q_{\text{جسم گرم}} = Q_{\text{جسم سرد}} \rightarrow [m_{\text{آب اولیه}} c \Delta \theta]_{\text{آب}} = [m_{\text{یخ شده ذوب}} L_F]_{\text{یخ}}$$

$$1600 \times 1 \times (20 - 0) = m_{\text{یخ شده ذوب}} \times 80 \rightarrow m_{\text{یخ شده ذوب}} = 400 \text{ gr} \rightarrow m_{\text{یخ نشده ذوب}} = 500 - 400 = 100 \text{ gr}$$

روش دوم (تستی)

می خواهیم ببینیم که ۱۶۰۰ گرم آب ۲۰ °C چند گرم یخ صفر درجه ی سلسیوس را ذوب می کند؟

هر گاه جرم یکی از مواد معلوم و جرم ماده ی دومی نامعلوم باشد ، جرم ماده ی معلوم را یک نفر و جرم ماده ی مجهول را X نفر در نظر می گیریم.

جرم ماده ی معلوم که ۱۶۰۰ گرم است را یک نفر و جرم ماده ی مجهول یعنی یخ ذوب شده را X نفر در نظر می گیریم.

$$20 = 1 \times 20 = \text{میزان دمای جمع شده برای آب}$$

$$80 \times X = \text{میزان دمای مصرف شده توسط یخ صفر درجه سلسیوس}$$

$$\text{نفر } X = \frac{1}{4} \rightarrow \theta_e = 0 = 80X - 20 = \text{دمای باقیمانده}$$

هر نفر ۱۶۰۰ گرم بود . پس $\frac{1}{4}$ نفر معادل ۴۰۰ گرم خواهد بود . یعنی ۴۰۰ گرم از یخ ذوب شده و ۱۰۰ گرم باقی خواهد ماند و گزینه ی ۴ پاسخ صحیح و مطلوب تست است.

روش سوم (تستی تر) (دقت داشته باشید که این روش از روش دوم زمانی که یخ صفر در آب θ درجه ی سلسیوس داشته باشیم سریع تر است).

هر میزان آب داغ ۸۰ °C به همان اندازه ی خودش یخ ۰ °C را به طور کامل ذوب می کند .

با توجه به اینکه که ۱۶۰۰ گرم آب ۲۰ درجه ی سلسیوس داریم . برای تبدیل ۲۰ °C به ۸۰ °C

باید آن را در عدد ۴ ضرب کنیم . برای اینکه مقدار $m\theta$ ثابت بماند ، باید ۱۶۰۰ را تقسیم بر ۴ کنیم . پس می توان نوشت :

$$\frac{1600}{4} = 400 \rightarrow m_{\text{باقیمانده}} = 500 - 400 = 100 \text{ gr}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران ➤

مثال ۱۳۳- یک قطعه یخ 0°C ، را درون 250 گرم آب 40°C می اندازیم. 15°C گرم یخ 0°C در حالت تعادل در ظرف باقی می ماند. اگر اتلاف گرما ناچیز باشد، جرم یخ اولیه چقدر بوده است؟ ($c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$ ، $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$ ، $L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$) (سنجش جامع ۹۵)

(۱) ۹۵ (۲) ۱۱۰ (۳) ۱۲۵ (۴) ۱۴۰

کجواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

دانش آموزان عزیز توجه داشته باشند که از این به بعد زمانی که یخ صفر در آب θ درجه ی سلسیوس داشته باشیم دیگر از روش سوم استفاده می کنیم که سریع ترین روش برای حل این گونه تست هاست. (روش آب 80°C درجه ی سلسیوس)

روش سوم (تستی تر)

هر میزان آب داغ 80°C به همان اندازه ی خودش یخ 0°C را به طور کامل ذوب می کند.

با توجه به اینکه که m گرم یخ صفر درجه ی سلسیوس ذوب شده است و 250 گرم آب 40°C درجه ی سلسیوس داریم. برای تبدیل 40°C به 80°C

باید آن را در عدد ۲ ضرب کنیم. برای اینکه مقدار $m\theta$ ثابت بماند، باید 250 گرم را تقسیم بر ۲ کنیم. پس می توان نوشت:

$$\frac{250}{2} = 125 \rightarrow m_{\text{اولیه}} = 125 + 15 = 140 \text{ gr}$$

مثال ۱۳۴- 800 گرم یخ 0°C ، را با 800 گرم آب 60°C مخلوط می کنیم. اگر فقط بین آب و یخ تبادل صورت گیرد، تا برقراری تعادل چند کیلوگرم آب صفر درجه ی سلسیوس ایجاد می شود؟ ($L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ ، $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$) (سراسری تجربی ۹۱ خارج از کشور)

(۱) ۰.۲ (۲) ۰.۶ (۳) ۱.۲ (۴) ۱.۴

کجواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی!

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}} \rightarrow [m_{\text{آب اولیه}} c \Delta \theta]_{\text{آب}} = [L_F m_{\text{یخ شده ذوب}}]_{\text{یخ}}$$

$$800 \times 1 \times (60 - 0) = m_{\text{یخ شده ذوب}} \times 80 \rightarrow m_{\text{یخ شده ذوب}} = 600 \text{ gr} \rightarrow m_{\text{نهایی آب}} = 800 + 600 = 1400 \text{ gr} = 1.4 \text{ kg}$$

روش دوم (تستی)

می خواهیم ببینیم که 800 گرم آب 60°C چند گرم یخ صفر درجه ی سلسیوس را ذوب می کند؟

هر گاه جرم یکی از مواد معلوم و جرم ماده ی دومی نامعلوم باشد، جرم ماده ی معلوم را یک نفر و جرم ماده ی مجهول را X نفر در نظر می گیریم.

جرم ماده ی معلوم که ۸۰۰ گرم است را یک نفر و جرم ماده ی مجهول یعنی یخ ذوب شده را X نفر در نظر می گیریم.

$$۱ \times ۶۰ = ۶۰ = \text{میزان دمای جمع شده برای آب}$$

$$۸۰ \times X = \text{میزان دمای مصرف شده توسط یخ صفر درجه سلسیوس}$$

$$\text{نفر } X = \frac{۳}{۴} \rightarrow \theta_e = ۰ = ۸۰X - ۶۰ = \text{دمای باقیمانده}$$

هر نفر ۸۰۰ گرم بود. پس $\frac{۳}{۴}$ نفر معادل ۶۰۰ گرم خواهد بود. یعنی ۶۰۰ گرم از یخ ذوب شده و جرم نهایی آب ۱۴۰۰ گرم بوده و گزینه ی ۴ پاسخ صحیح و مطلوب تست است.

روش سوم (تستی تر) (دقت داشته باشید که این روش از روش دوم زمانی که یخ صفر در آب θ درجه ی سلسیوس داشته باشیم سریع تر است).

هر میزان آب داغ ۸۰°C به همان اندازه ی خودش یخ ۰°C را به طور کامل ذوب می کند .

با توجه به اینکه که ۸۰۰ گرم آب ۶۰°C درجه ی سلسیوس داریم . برای تبدیل ۶۰°C به ۸۰°C

باید آن را در عدد $\frac{۴}{۳}$ ضرب کنیم . برای اینکه مقدار $m\theta$ ثابت بماند ، باید ۸۰۰ را ضرب در $\frac{۳}{۴}$ کنیم . پس می توان نوشت :

$$۸۰۰ \times \frac{۳}{۴} = ۶۰۰ \rightarrow \text{جرم نهایی آب} = ۸۰۰ + ۶۰۰ = ۱۴۰۰ \text{ gr}$$

مثال ۱۳۵- یک قطعه یخ ۰°C ، را درون مقداری آب ۴۰°C می اندازیم . تمام یخ ذوب شده و ۳۰۰ گرم آب صفر درجه ی سلسیوس پس از برقراری تعادل به دست می آید . اگر اتلاف گرما ناچیز باشد ، جرم آب اولیه چقدر بوده است ؟ (سنجش جامع ۹۷)

$$(\quad) \quad c_{\text{یخ}} = ۴۲۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}} \quad , \quad c_{\text{آب}} = ۴۲۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}} \quad , \quad L_F = ۳۳۶۰۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

۱۵۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۵۰ (۱)

☞ جواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

چون یخ صفر در آب θ درجه ی سلسیوس داریم از روش سوم استفاده می کنیم که سریع ترین روش برای حل این گونه تست هاست . (روش آب ۸۰°C درجه ی سلسیوس)

روش سوم (تستی تر)

هر میزان آب داغ ۸۰°C به همان اندازه ی خودش یخ ۰°C را به طور کامل ذوب می کند .

با توجه به اینکه که m گرم آب ۴۰°C درجه ی سلسیوس داریم . برای تبدیل ۴۰°C به ۸۰°C

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

باید آن را در عدد ۲ ضرب کنیم . برای اینکه مقدار $m\theta$ ثابت بماند , باید m را تقسیم بر ۲ کنیم . پس می توان نوشت :

$$\frac{m}{2} + m = \frac{3m}{2} = 300 \rightarrow m = 200 \text{ gr}$$

مثال ۱۳۶- ۲ گرم یخ 0°C , را درون m گرم آب 40°C می اندازیم . پس از برقراری تعادل اگر اتلاف گرما ناچیز باشد , دمای تعادل چقدر بوده است ؟ (سنجش جامع ۹۶)

$$(L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} , c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}} , c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}})$$

۴) صفر

۳) ۵۰

۲) ۲۰

۱) ۱۰

جواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

چون یخ صفر در آب θ درجه ی سلسیوس داریم از روش سوم استفاده می کنیم که سریع ترین روش برای حل این گونه تست هاست . (روش آب 80°C درجه ی سلسیوس)

روش سوم (تستی تر)

هر میزان آب داغ 80°C به همان اندازه ی خودش یخ 0°C را به طور کامل ذوب می کند .

با توجه به اینکه که m گرم آب 40°C درجه ی سلسیوس داریم . برای تبدیل 40°C به 80°C

باید آن را در عدد ۲ ضرب کنیم . برای اینکه مقدار $m\theta$ ثابت بماند , باید m را تقسیم بر ۲ کنیم . پس می توان نوشت :

$$\frac{m}{2} = \text{میزان به دست آمده} \rightarrow \frac{3m}{2} \rightarrow \text{میزان یخ باقیمانده} \rightarrow \frac{m}{2} + m = \frac{3m}{2} \rightarrow \text{میزان یخ ذوب شده} = \frac{m}{2}$$

چون پس از برقراری تعادل هنوز یخ در آب باقی مانده است , پس دمای تعادل صفر بوده و گزینه ی ۴ پاسخ صحیح و مطلوب تست است.

مثال ۱۳۷- مقداری یخ 0°C را با هم وزن خود آب 30°C می اندازیم. پس از برقراری تعادل اگر اتلاف گرما ناچیز باشد، میزان یخ ذوب شده چقدر بوده است؟ (سنجش جامع ۹۵)

$$\left(L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}, c_{\text{یخ}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}} \right)$$

(۱) تمام یخ ذوب می شود.

(۲) $\frac{5}{8}$ یخ ذوب می شود.

(۳) $\frac{3}{8}$ یخ ذوب می شود.

(۴) $\frac{1}{2}$ یخ ذوب می شود.

✓ جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

چون یخ صفر در آب θ درجه ی سلسیوس داریم از روش سوم استفاده می کنیم که سریع ترین روش برای حل این گونه تست هاست. (روش آب 80°C درجه ی سلسیوس)

روش سوم (تستی تر)

هر میزان آب داغ 80°C به همان اندازه ی خودش یخ 0°C را به طور کامل ذوب می کند.

با توجه به اینکه که m گرم آب 30°C درجه ی سلسیوس داریم. برای تبدیل 30°C به 80°C

باید آن را در عدد $\frac{8}{3}$ ضرب کنیم. برای اینکه مقدار $m\theta$ ثابت بماند، باید m را تقسیم بر $\frac{8}{3}$ کنیم. پس می توان نوشت:

$$\frac{3m}{8} = \text{میزان یخ ذوب شده}$$

به یاد داشته باشید که در این گونه تست ها اگر جرم آب با جرم یخ برابر باشد، می توان از طریق تناسب تست را به سادگی به جواب رساند.

$$\frac{80}{30} = \frac{\text{کل یخ ذوب میشود}}{\varphi} \rightarrow \varphi = \frac{3}{8}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران >

مثال ۱۳۸- مقداری یخ 0°C ، را درون همان مقدار آب 90°C می اندازیم . پس از برقراری تعادل اگر اتلاف گرما ناچیز باشد ، دمای تعادل چقدر بوده است ؟ (سراسری ریاضی ۸۱)

$$\left(L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} , c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}} , c_{\text{یخ}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}} \right)$$

(۴) صفر

(۳) ۲.۵

(۲) ۵

(۱) ۱۰

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

روش سوم (تستی) (روش نفر بندی)

چون دو ماده داریم آنها را بر هم تقسیم می کنیم :

$$\frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم یخ}} = \frac{\text{نفر ۱}}{\text{نفر ۱}}$$

$$90^{\circ}\text{C} = 90 \times 1 = \text{میزان دمای جمع شده برای آب}$$

$$80^{\circ}\text{C} = 80 \times 1 = \text{میزان دمای مصرف شده توسط یخ صفر درجه سلسیوس}$$

$$\theta_e = \text{دمای تعادل} = 5^{\circ}\text{C} = \text{نفر ۲} \div 10 = 90 - 80 = \text{دمای باقیمانده}$$

روش چهارم (نکته ی مهم)

هرگاه آب θ درجه ی سلسیوس و یخ صفر درجه ی سلسیوس هم جرم باشند ، دمای تعادل را به راحتی می توانید با استفاده از رابطه ی زیر محاسبه کنید.

$$\theta_e = \frac{\theta - 80}{2} = \frac{90 - 80}{2} = \frac{10}{2} = 5^{\circ}\text{C}$$

مثال ۱۳۹- m گرم یخ 0°C ، را درون ۴ m گرم آب 20°C می اندازیم . پس از برقراری تعادل اگر اتلاف گرما ناچیز باشد ، دمای تعادل چقدر است ؟ (سنجش جامع ۹۷)

$$\left(L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} , c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}} , c_{\text{یخ}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}} \right)$$

(۴) صفر

(۳) ۵۰

(۲) ۲۰

(۱) ۱۰

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

چون یخ صفر در آب θ درجه ی سلسیوس داریم از روش سوم استفاده می کنیم که سریع ترین روش برای حل این گونه تست هاست . (روش آب 80°C درجه ی سلسیوس)

هر میزان آب داغ 80°C به همان اندازه ی خودش یخ 0°C را به طور کامل ذوب می کند .

با توجه به اینکه که m گرم آب 20°C درجه ی سلسیوس داریم . برای تبدیل 20°C به 80°C

باید آن را در عدد ۴ ضرب کنیم . برای اینکه مقدار $m\theta$ ثابت بماند , باید m را تقسیم بر ۴ کنیم . پس می توان نوشت :

$$\frac{4m}{4} = m$$

پس از برقراری تعادل تمام یخ ذوب شده است , پس دمای تعادل صفر بوده و گزینه ی ۴ پاسخ صحیح و مطلوب تست است.

مثال ۱۴۰- m گرم یخ 0°C , را درون m گرم آب 60°C می اندازیم . پس از برقراری تعادل اگر اتلاف گرما ناچیز باشد , دمای تعادل چقدر است ؟ (سنجش جامع ۹۶)

$$(L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} , c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}} , c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}})$$

۳۵ (۴)

۲۵ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

✓ جواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

چون یخ صفر در آب θ درجه ی سلسیوس داریم از روش سوم استفاده می کنیم که سریع ترین روش برای حل این گونه تست هاست . (روش آب 80°C درجه ی سلسیوس)

روش سوم (تستی تر)

هر میزان آب داغ 80°C به همان اندازه ی خودش یخ 0°C را به طور کامل ذوب می کند .

با توجه به اینکه که m گرم آب 60°C درجه ی سلسیوس داریم . برای تبدیل 60°C به 80°C

باید آن را در عدد $\frac{4}{3}$ ضرب کنیم . برای اینکه مقدار $m\theta$ ثابت بماند , باید m را تقسیم بر $\frac{4}{3}$ کنیم . پس می توان نوشت :

$$\frac{9m}{4}$$

پس از برقراری تعادل تمام یخ نه تنها ذوب شده است , بلکه آب توانایی آن را دارد که دمای تعادل را خیلی بالا ببرد .

در تست هایی به این شکل که پس از برقراری تعادل , یخ در آب باقی می ماند یا یخ تازه به صورت کامل ذوب شده است , روش آب 80°C درجه ی سلسیوس سریع ترین روش برای حل مساله است . اما

اگر توان آب بیشتر از آن باشد که بتواند علاوه بر ذوب تمام یخ , دمای تعادل را بالا هم ببرد , استفاده از روش نفر بندی بهترین راه ممکن برای حل تست خواهد بود.

چون دو ماده داریم , آنها را بر هم تقسیم می کنیم تا تعداد نفرات به راحتی مشخص گردد.

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

$$\theta_e = \text{دمای تعادل} = 25^\circ\text{C} = \text{نفر } 4 \div 100 = 1(80) - 3(60) = \text{مجموع دماهای به دست آمده} \rightarrow \frac{3m}{m} = \frac{\text{نفر } 3}{\text{نفر } 1}$$

دقت داشته باشید که از اعداد داده شده همان ابتدا می شد فهمید که تمام یخ ذوب شده است و دیگه آنچه که در ابتدای حل مساله به آن اشاره کردیم ، نیازی به آن نبود.

مثال ۱۴۱- در ظرفی ۱۰۰ گرم یخ 0°C ، و ۱۰۰ گرم آب 100°C می ریزیم . در صورتی که ظرفیت گرمایی ظرف ناچیز باشد و از مبادله ی گرما با محیط صرف نظر شود ، دمای نهایی سیستم چند درجه ی سلسیوس می شود؟ (سراسری ریاضی ۸۶)

$$(L_F = 80, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}})$$

۱۰ (۴)

۲۰ (۳)

۳۰ (۲)

۱) صفر

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

روش اول (تشریحی کتاب)

$$Q_{\text{جسم گرم}} = Q_{\text{جسم سرد}} \rightarrow Q_{\text{آب}} = Q_{\text{یخ}} \rightarrow [m_{\text{آب اولیه}} c \Delta\theta]_{\text{آب}} = [m_{\text{یخ شده ذوب}} L_F]_{\text{یخ}} + [m_{\text{یخ شده ذوب}} c \Delta\theta]_{\text{یخ}}$$

دقت داشته باشید که چون جرم آب و یخ برابر است ، پس می توانید تمام m ها را از طرفین رابطه ی نوشته شده خط بزنید.

$$[c\Delta\theta]_{\text{آب}} = [L_F]_{\text{یخ}} + [c\Delta\theta]_{\text{یخ}} \rightarrow [c\Delta\theta]_{\text{آب}} = [80 \cdot c]_{\text{یخ}} + [c\Delta\theta]_{\text{یخ}} \rightarrow [\Delta\theta]_{\text{آب}} = 80 + [\Delta\theta]_{\text{یخ}}$$

$$\text{آب } 100^\circ\text{C} \leftarrow \theta_e \rightarrow \text{یخ صفر درجه}$$

$$[100 - \theta_e]_{\text{آب}} = 80 + [\theta_e - 0]_{\text{یخ}} \rightarrow 100 - \theta_e = 80 + \theta_e \rightarrow 2\theta_e = 20 \rightarrow \theta_e = 10^\circ\text{C}$$

تازه توجه داشته باشید که در این مساله جرم ها برابر بود! و گفته شده بود که L_F ۸۰ برابر $c_{\text{آب}}$ است . و گرنه معلوم نبود با چه محاسبات وحشتناکی روبرو بودیم!!!

روش تشریحی سرعتی!

$$Q_{\text{جسم گرم}} = Q_{\text{جسم سرد}}$$

دقت داشته باشید که رابطه ی اشاره شده در صورتی برقرار است که اتلاف گرما ناچیز باشد . در این حالت مرز ما آب صفر درجه ی سلسیوس خواهد بود.

$$Q_{\text{جسم گرم}} = [m_{\text{آب اولیه}} c \Delta\theta]_{\text{آب}} = 100 \times 1 \times (100 - 0) = 10000 \text{ J}$$

$$Q_{\text{جسم سرد}} = [m_{\text{یخ شده ذوب}} L_F]_{\text{یخ}} = 100 \times 80 = 8000 \text{ J}$$

$$\theta_e = \frac{Q_{\text{آب}} - Q_{\text{یخ}}}{\sum m} = \frac{10000 - 8000}{100 + 100} = \frac{2000}{200} = 10^\circ\text{C}$$

روش سوم (تستی) (روش نفر بندی)

چون دو ماده داریم آنها را بر هم تقسیم می کنیم :

$$\frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم یخ}} = \frac{100}{100} = \frac{1 \text{ نفر}}{1 \text{ نفر}}$$

$$100^\circ\text{C} = 1 \times 100 = 100^\circ\text{C}$$

$$80^\circ\text{C} = 1 \times 80 = 80^\circ\text{C}$$

$$\theta_e = \text{دمای تعادل} = 100^\circ\text{C} = 10^\circ\text{C} = 2 \div 2 \text{ نفر} = 100 - 80 = 20^\circ\text{C}$$

روش چهارم (نکته ی مهم)

هرگاه آب θ درجه ی سلسیوس و یخ صفر درجه ی سلسیوس هم جرم باشند ، دمای تعادل را به راحتی می توانید با استفاده از رابطه ی زیر محاسبه کنید.

$$\theta_e = \frac{\theta - 80}{2} = \frac{100 - 80}{2} = \frac{20}{2} = 10^\circ\text{C}$$

مثال ۱۴۲-قطعه یخی به جرم m و دمای 0°C را درون همان جرم آب 90°C درجه ی سلسیوس می اندازیم اگر از اتلاف گرما صرف نظر شود ،

دمای تعادل چند درجه ی سلسیوس می شود؟ (سراسری تجربی ۹۰)

$$\left(L_F = 80 \text{ کالری} , c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{جول}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \right)$$

۱۰ (۴)

۵ (۳)

۲.۵ (۲)

۱ (صفر)

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

روش اول (تشریحی کتاب)

$$Q_{\text{جسم گرم}} = Q_{\text{جسم سرد}} \rightarrow Q_{\text{آب}} = Q_{\text{یخ}} \rightarrow [m_{\text{آب اولیه}} c \Delta\theta]_{\text{آب}} = [m_{\text{یخ شده ذوب}} L_F]_{\text{یخ}} + [m_{\text{یخ شده ذوب}} c \Delta\theta]_{\text{یخ}}$$

دقت داشته باشید که چون جرم آب و یخ برابر است ، پس می توانید تمام m ها را از طرفین رابطه ی نوشته شده خط بزنید.

$$[c\Delta\theta]_{\text{آب}} = [L_F]_{\text{یخ}} + [c\Delta\theta]_{\text{یخ}} \rightarrow [c\Delta\theta]_{\text{آب}} = [80 \cdot c]_{\text{یخ}} + [c\Delta\theta]_{\text{یخ}} \rightarrow [\Delta\theta]_{\text{آب}} = 80 + [\Delta\theta]_{\text{یخ}}$$

$$\text{آب } 90^\circ\text{C} \leftarrow \theta_e \rightarrow \text{یخ صفر درجه}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران ➤

$$[90 - \theta_e]_{\text{آب}} = 80 + [\theta_e - 0]_{\text{یخ}} \rightarrow 90 - \theta_e = 80 + \theta_e \rightarrow 2\theta_e = 10 \rightarrow \theta_e = 5^\circ\text{C}$$

تازه توجه داشته باشید که در این مساله جرم ها برابر بود! و گفته شده بود که L_F برابر 80 برای $c_{\text{آب}}$ است. و گرنه معلوم نبود با چه محاسبات وحشتناکی روبرو بودیم!!!

روش تشریحی سرعتی!

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

دقت داشته باشید که رابطه ی اشاره شده در صورتی برقرار است که اتلاف گرما ناچیز باشد. در این حالت مرز ما آب صفر درجه ی سلسیوس خواهد بود.

$$Q_{\text{جسم گرم}} = [m_{\text{آب اولیه}} c \Delta\theta]_{\text{آب}} = m \times 1 \times (90 - 0) = 90m$$

$$Q_{\text{جسم سرد}} = [m_{\text{یخ شده ذوب}} L_F]_{\text{یخ}} = m \times 80 = 80m$$

$$\theta_e = \frac{Q_{\text{آب}} - Q_{\text{یخ}}}{\sum m} = \frac{90m - 80m}{m + m} = \frac{10m}{2m} = 5^\circ\text{C}$$

روش سوم (تستی) (روش نفر بندی)

چون دو ماده داریم آنها را بر هم تقسیم می کنیم:

$$\frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم یخ}} = \frac{m}{m} = \frac{1 \text{ نفر}}{1 \text{ نفر}}$$

$$\text{میزان دمای جمع شده برای آب} = 1 \times 90 = 90^\circ\text{C}$$

$$\text{میزان دمای مصرف شده توسط یخ صفر درجه سلسیوس} = 1 \times 80 = 80^\circ\text{C}$$

$$\theta_e = \text{دمای تعادل} = 5^\circ\text{C} = \text{نفر} \div 2 = 90 - 80 = 10$$

روش چهارم (نکته ی مهم)

هرگاه آب θ درجه ی سلسیوس و یخ صفر درجه ی سلسیوس هم جرم باشند، دمای تعادل را به راحتی می توانید با استفاده از رابطه ی زیر محاسبه کنید.

$$\theta_e = \frac{\theta - 80}{2} = \frac{90 - 80}{2} = \frac{10}{2} = 5^\circ\text{C}$$

مثال ۱۴۳ - چند گرم آب 50°C را روی 450 گرم یخ صفر درجه ی سلسیوس بریزیم تا پس از برقراری تعادل 520 گرم آب صفر درجه ی سلسیوس در ظرف ایجاد شود؟ (تبادل گرما فقط بین آب و یخ انجام شود). (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۴)

$$\left(L_F = 80 \text{ cal/g} = 80 \times 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}} \right)$$

(۱) ۷۰ (۲) ۲۶۰ (۳) ۳۰۰ (۴) ۳۲۰

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

روش سوم (تستی) (روش نفرندی)

چون دو ماده داریم آنها را بر هم تقسیم می کنیم:

جرم یکی از ماده ها معلوم و جرم یکی نامعلوم است. همانطور که قبلا هم گفته شد، ماده ای که جرمش معلوم است را یک نفر و جرم ماده ی نامعلوم را X نفر در نظر می گیریم.

چون دمای آب از 50 درجه به صفر درجه ی سلسیوس رسیده است. پس 50 درجه ی سلسیوس هدر رفته است.

از طرفی یخ صفر به آب صفر درجه ی سلسیوس رسیده است. پس کلا مصرف دمایی یخ به صورت زیر بوده است:

$$80 = \text{میزان دمای گرفته شده توسط یخ}$$

$$50X = \text{میزان دمای مصرف شده توسط آب}$$

$$\text{میزان دمای گرفته شده توسط یخ} = \text{میزان دمای مصرف شده توسط آب}$$

$$80 = 50X \rightarrow X = \frac{8}{5} \text{ نفر} \rightarrow \frac{8}{5} \times 450 \text{ g} = 720 \text{ g} \rightarrow \text{جرم اولیه ی آب} = 720 - 520 = 300 \text{ گرم}$$

مثال ۱۴۴ - چند گرم یخ صفر درجه را درون 6 کیلوگرم آب 40 درجه ی سلسیوس بریزیم تا در نهایت آب با دمای 10 درجه ی سلسیوس حاصل شود؟ (اتلاف حرارت ناچیز بوده و گرمای ویژه ی آب $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ و گرمای نهان ذوب یخ $336000 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ است). (سراسری ریاضی ۸۷)

(۱) ۵۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۱۵۰۰ (۴) ۲۰۰۰

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

روش اول (تشریحی کتاب)

$$Q_{\text{جسم گرم}} = Q_{\text{جسم سرد}} \rightarrow Q_{\text{آب}} = Q_{\text{یخ}} \rightarrow [m_{\text{آب اولیه}} c \Delta\theta]_{\text{آب}} = [m_{\text{یخ شده ذوب}} L_F]_{\text{یخ}} + [m_{\text{یخ شده ذوب}} c \Delta\theta]_{\text{یخ}}$$

$$6 \times 1 \times (40 - 10) = [m \times 80] + [m \times 1 \times (10 - 0)] \rightarrow 180 = 80m + 10m = 90m \rightarrow m = 2 \text{ kg} = 2000 \text{ gr}$$

آب $40^{\circ}\text{C} \leftarrow \theta_e \rightarrow$ یخ صفر درجه

روش تشریحی سرعتی!

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

دقت داشته باشید که رابطه ی اشاره شده در صورتی برقرار است که اتلاف گرما ناچیز باشد. در این حالت مرز ما آب صفر درجه ی سلسیوس خواهد بود.

$$Q_{\text{جسم گرم}} = [m_{\text{آب اولیه}} c \Delta\theta]_{\text{آب}} = 6 \times 1 \times (40 - 0) = 240$$

$$Q_{\text{جسم سرد}} = [m_{\text{یخ شده ذوب}} L_F]_{\text{یخ}} = m \times 80 = 80 \cdot m$$

$$\theta_e = \frac{Q_{\text{آب}} - Q_{\text{یخ}}}{\sum m} \rightarrow 10 = \frac{240 - 80 \cdot m}{6 + m} \rightarrow 60 + 10 \cdot m = 240 - 80 \cdot m \rightarrow 90 \cdot m = 180 \rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

روش سوم (تستی) (روش نفر بندی)

چون دو ماده داریم آنها را بر هم تقسیم می کنیم:

جرم یکی از ماده ها معلوم و جرم یکی نامعلوم است. همانطور که قبلا هم گفته شد، ماده ای که جرمش معلوم است را یک نفر و جرم ماده ی نامعلوم را X نفر در نظر می گیریم.

چون دمای آب از 40° درجه به 10° درجه ی سلسیوس رسیده است. پس 30° درجه ی سلسیوس هدر رفته است.

از طرفی یخ صفر ابتدا به آب صفر و سپس به آب 10° درجه ی سلسیوس رسیده است. پس کلا مصرف دمایی یخ به صورت زیر بوده است:

$$\text{میزان دمای گرفته شده توسط یخ} = 80 \cdot X + 10 \cdot X = 90 \cdot X$$

میزان دمای گرفته شده توسط یخ = میزان دمای مصرف شده توسط آب

$$90 \cdot X = 30 \rightarrow X = \frac{1}{3} \text{ نفر} \rightarrow \frac{1}{3} \times 6 \text{ kg} = 2 \text{ kg} = 2000 \text{ gr}$$

مثال ۱۴۵ - چند گرم یخ صفر درجه را درون یک کیلوگرم آب 30° درجه ی سلسیوس بریزیم تا پس از برقراری تعادل گرمایی آب 20° درجه ی

سلسیوس حاصل شود؟ (تبادل گرمایی فقط بین آب و یخ بوده و گرمای ویژه ی آب $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ و گرمای نهان ذوب یخ $336000 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ است.)

(سراسری ریاضی ۹۲ خارج از کشور)

۱۷۵ (۴)

۱۲۵ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

کجواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی!

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

مرز ما آب صفر درجه ی سلسیوس است.

$$Q_{\text{جسم گرم}} = [m_{\text{آب اولیه}} c \Delta \theta] = 1 \times 1 \times (30 - 0) = 30$$

$$Q_{\text{جسم سرد}} = [m_{\text{یخ شده ذوب}} L_F] = m \times 80 = 80 \cdot m$$

$$\theta_e = \frac{Q_{\text{آب}} - Q_{\text{یخ}}}{\sum m} \rightarrow 20 = \frac{30 - 80 \cdot m}{1 + m} \rightarrow 20 + 20 \cdot m = 30 - 80 \cdot m \rightarrow 100 \cdot m = 10 \rightarrow m = 0.1 \text{ kg} = 100 \text{ gr}$$

روش سوم (تستی) (روش نفر بندی)

چون دو ماده داریم آنها را بر هم تقسیم می کنیم :

جرم یکی از ماده ها معلوم و جرم یکی نامعلوم است . همانطور که قبلا هم گفته شد ، ماده ای که جرمش معلوم است را یک نفر و جرم ماده ی نامعلوم را X نفر در نظر می گیریم.

چون دمای آب از 30 درجه به 20 درجه ی سلسیوس رسیده است . پس 10 درجه ی سلسیوس هدر رفته است.

از طرفی یخ صفر ابتدا به آب صفر و سپس به آب 20 درجه ی سلسیوس رسیده است . پس کلا مصرف دمایی یخ به صورت زیر بوده است :

$$\text{میزان دمای گرفته شده توسط یخ} = 80 \cdot X + 20 \cdot X = 100 \cdot X$$

$$\text{میزان دمای گرفته شده توسط آب} = \text{میزان دمای مصرف شده توسط آب}$$

$$100 \cdot X = 10 \rightarrow X = \frac{1}{10} \text{ نفر} \rightarrow \frac{1}{10} \times 1 \text{ kg} = 100 \text{ gr}$$

مثال ۱۴۶- ظرفی حاوی 100 گرم یخ 0°C است . حداقل چند گرم آب 50°C باید داخل آن بیندازیم تا . تمام یخ ذوب شود ؟

(سراسری ریاضی ۸۶ خارج از کشور)

$$\left(c_{\text{یخ}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}, L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \text{ و از اتلاف گرما صرف نظر شود.} \right)$$

۱۶۰ (۴)

۱۴۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۸۰ (۱)

جواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

چون یخ صفر در آب 0 درجه ی سلسیوس داریم از روش سوم استفاده می کنیم که سریع ترین روش برای حل این گونه تست هاست . (روش آب 80 درجه ی سلسیوس)

روش سوم (تستی تر)

هر میزان آب داغ 80°C به همان اندازه ی خودش یخ 0°C را به طور کامل ذوب می کند .

با توجه به اینکه که m گرم آب 50°C درجه ی سلسیوس داریم . برای تبدیل 50°C به 80°C

باید آن را در عدد $\frac{8}{5}$ ضرب کنیم . برای اینکه مقدار $m\theta$ ثابت بماند ، باید m را تقسیم بر $\frac{8}{5}$ کنیم . پس می توان نوشت :

$$\frac{5m}{8} = 100 \rightarrow m = 160 \text{ gr}$$

* حل تست های مربوط به یخ θ - در آب صفر

یادآوری :

هر نفر یخ θ - برای تبدیل شدن به یخ صفر درجه ی سلسیوس نه تنها مقداری به میزان مجموع دماهای به دست آمده در مساله اضافه نمی کند ، بلکه $\frac{\theta}{3}$ تا از این میزان جمع شده را نیز از بین می برد.

$$\text{آب صفر} \xRightarrow{80} \text{یخ صفر} \xRightarrow{\theta} \text{یخ } -\theta$$

و یخ صفر نیز برای تبدیل به آب صفر به اندازه ی 80°C از میزان مجموع دماهای به دست آمده را از بین می برد.

دقت داشته باشید که

در حل تست های مربوط به این گونه تست ها ، روش تشریحی سرعتی بهترین روش می باشد و نیازی به استفاده از سایر روش ها نیست.

همانطور که پیش تر هم گفته شد ، زمانی که یخ θ - را درون آب صفر می ریزیم ، آب منجمد شده و بالطبع بر جرم یخ افزوده و از جرم آب کاسته می شود.

فرایند منجمد شدن آب تا زمانی ادامه می یابد که اگر آب به اندازه ی کافی داشته باشیم ، دمای یخ از θ - به صفر برسد . در این صورت دیگر هیچ اختلاف دمایی بین آب و یخ وجود نخواهد داشت و مبادله ی گرمایی بین آب و یخ پایان خواهد یافت.

پس آب منجمد شده و تغییر فاز می دهد ، اما یخ فقط تغییر دما خواهد داشت . اگر از اتلاف گرما صرف نظر کنیم ، آن گاه می توان نوشت :

$$Q_{\text{یخ اولیه}} = [m c \Delta\theta]_{\text{یخ}} = [m L_F]_{\text{آب منجمد شده}} = Q_{\text{یخ}} = Q_{\text{آب}} = Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

در روش تشریحی سرعتی همانطور که پیش تر هم گفته شد ، به جای L_F عدد 80 و به جای C آب عدد 1 و به جای C یخ عدد 0.5 و به جای L_V هم عدد 540 قرار باید داد.

جرم آب منجمد شده + جرم اولیه ی یخ = جرم نهایی یخ

مثال ۱۴۷ - یک قطعه یخ به جرم ۲۰۰ گرم با دمای 10°C - را درون ظرف بزرگ پر از آبی که در هوای صفر درجه ی سلسیوس قرار دارد می ریزیم. پس از برقراری تعادل حرارتی چند گرم آب یخ می زند؟ (اتلاف حرارت ناچیز بوده و گرمای ویژه ی یخ $2.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}$ و گرمای نهان ذوب یخ $336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ است.) (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۳)

(۱) ۶.۲۵ (۲) ۱۲.۵ (۳) ۲۵ (۴) ۵۰

جواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی!

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

دقت داشته باشید که رابطه ی اشاره شده در صورتی برقرار است که اتلاف گرما ناچیز باشد .

$$\left[m_{\text{آب منجمد شده}} L_F \right]_{\text{آب}} = \left[m_{\text{یخ اولیه}} c \Delta\theta \right]_{\text{یخ}} \rightarrow m_{\text{آب منجمد شده}} \times 80 = 200 \times \frac{1}{2} \times (10) \rightarrow m_{\text{آب منجمد شده}} = \frac{1000}{80} = 12.5 \text{ gr}$$

روش دوم (روش نقربندی) (در این گونه تست ها توصیه نمی شود.)

۲۰۰ گرم یخ 10°C - و m گرم آب صفر درجه ی سلسیوس داریم .

جرم یکی از ماده ها معلوم و جرم یکی نامعلوم است . همانطور که قبلا هم گفته شد ، ماده ای که جرمش معلوم است را یک نفر و جرم ماده ی نامعلوم را X نفر در نظر می گیریم.

دمای یخ از 10°C - درجه به صفر درجه ی سلسیوس رسیده است .

$$\begin{aligned} \text{آب صفر} \xrightarrow{-80} \text{یخ صفر} &\xrightarrow{-5} 10^{\circ}\text{C} - \text{یخ} \rightarrow \text{آب صفر} \xrightarrow{80} \text{یخ صفر} \xrightarrow{\theta} \text{یخ} \\ &\xrightarrow{-5} -10 \xrightarrow{\theta} \text{یخ} \end{aligned}$$

$$80 \times X = \text{میزان دمای تولید شده توسط آب} \qquad 80 + 5 = 85 = \text{میزان دمای مصرف شده توسط یخ}$$

میزان دمای گرفته شده توسط یخ = میزان دمای مصرف شده توسط آب

$$80 \times X = 85 \rightarrow X = \frac{1}{16} \text{ نفر} \rightarrow \frac{1}{16} \times 200 \text{ g} = 12.5 \text{ gr}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران ➤

مثال ۱۴۸ - یک قطعه یخ با دمای -10°C را درون استخر بزرگ پر از آب صفر درجه ی سلسیوس قرار دارد می ریزیم. پس از برقراری تعادل حرارتی ۵ گرم بر جرم یخ افزود می شود. در این حالت جرم یخ اولیه چند گرم بوده است؟ (اتلاف حرارت ناچیز بوده و $c_{\text{آب}} = ۸۰ \text{ J/kg}\cdot\text{C}$.) (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۱)

۱۲۰ (۴)

۸۰ (۳)

۶۰ (۲)

۴۰ (۱)

کجواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی!

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

دقت داشته باشید که رابطه ی اشاره شده در صورتی برقرار است که اتلاف گرما ناچیز باشد.

$$\left[m_{\text{آب}} L_F \right]_{\text{آب منجمد شده}} = \left[m_{\text{یخ اولیه}} c \Delta \theta \right]_{\text{یخ}} \rightarrow 5 \times 80 = m_{\text{یخ اولیه}} \times \frac{1}{4} \times (10) \rightarrow m_{\text{یخ اولیه}} = 80 \text{ gr}$$

مثال ۱۴۹ - ۶.۴ کیلوگرم یخ با دمای -10°C را درون استخر بزرگ پر از آب صفر درجه ی سلسیوس می ریزیم. پس از برقراری تعادل حرارتی جرم یخ چند کیلوگرم است؟ (اتلاف حرارت ناچیز بوده و اتلاف حرارت ناچیز بوده و گرمای ویژه ی یخ $\frac{1}{4} \text{ J/kg}\cdot\text{C}$ و گرمای نهان ذوب یخ 336000 J/kg است.) (سنجش جامع ۹۷)

۱۰.۴ (۴)

۶.۸ (۳)

۶.۴۴ (۲)

۶ (۱)

کجواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی!

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

$$\left[m_{\text{آب}} L_F \right]_{\text{آب منجمد شده}} = \left[m_{\text{یخ اولیه}} c \Delta \theta \right]_{\text{یخ}} \rightarrow m_{\text{آب منجمد شده}} \times 80 = 6.4 \times \frac{1}{4} \times (10) \rightarrow m_{\text{آب منجمد شده}} = 0.4 \text{ kg}$$

$$m_{\text{یخ نهایی}} = 6.4 + 0.4 = 6.8 \text{ kg}$$

مثال ۱۵۰ - حداقل چند گرم یخ با دمای -20°C را داخل 200 گرم آب صفر درجه بیندازیم تا تمام آب یخ ببندد. گرمای ویژه ی یخ $2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$ و گرمای نهان ذوب یخ $336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ است. (سراسری ریاضی ۸۸)

(۱) ۱۶۰ (۲) ۱۲۰۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۱۶۰۰

پاسخ: گزینه ی ۴ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی!

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

$$\left[m_{\text{آب منجمد شده}} L_F \right]_{\text{آب}} = \left[m_{\text{یخ اولیه}} c \Delta \theta \right]_{\text{یخ}} \rightarrow 200 \times 80 = m_{\text{یخ اولیه}} \times \frac{1}{2} \times (20) \rightarrow m_{\text{یخ اولیه}} = 1600 \text{ g}$$

مثال ۱۵۱ - 80 گرم یخ با دمای -10°C را درون ظرفی بزرگ پر از آب صفر درجه ی سلسیوس می اندازیم. پس از برقراری تعادل

(اتلاف حرارت ناچیز بوده و اتلاف حرارت ناچیز بوده و گرمای ویژه ی یخ $0.5 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ و گرمای نهان ذوب یخ $80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ است.) (سنجش جامع ۹۶)

(۱) 5 گرم بر جرم یخ اضافه می شود.

(۲) 5 گرم از جرم یخ کاسته می شود.

(۳) تمام یخ ذوب می شود.

(۴) جرم یخ تغییری نمی کند.

پاسخ: گزینه ی ۱ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی!

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

$$\left[m_{\text{آب منجمد شده}} L_F \right]_{\text{آب}} = \left[m_{\text{یخ اولیه}} c \Delta \theta \right]_{\text{یخ}} \rightarrow m_{\text{آب منجمد شده}} \times 80 = 80 \times \frac{1}{2} \times (10) \rightarrow m_{\text{آب منجمد شده}} = 5 \text{ gr}$$

$$m_{\text{یخ نهایی}} = 80 + 5 = 85 \text{ gr}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران ➤

مثال ۱۵۲ - یک قطعه یخ به جرم ۲۰ گرم و دمای 10°C - را درون یک استخر پر از آب صفر درجه ی سلسیوس می ریزیم. جرم یخ چند گرم افزایش می یابد؟ (تبادل گرمایی فقط بین آب و یخ و $c_{\text{یخ}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$, $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$, $L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$)

(قلم چی جامع تجربی ۹۴)

۲۵ (۴)

۵ (۳)

۲.۵ (۲)

۱.۲۵ (۱)

کجواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی!

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

$$\left[m_{\text{آب منجمد شده}} L_F \right]_{\text{آب}} = \left[m_{\text{یخ اولیه}} c \Delta \theta \right]_{\text{یخ}} \rightarrow m_{\text{آب منجمد شده}} \times 80 = 20 \times \frac{1}{2} \times (10) \rightarrow m_{\text{آب منجمد شده}} = \frac{100}{80} = 1.25 \text{ gr}$$

$$m_{\text{یخ نهایی}} = 80 + 5 = 85 \text{ gr}$$

*** برای حل تست های یخ θ - درجه ی سلسیوس درون آب θ درجه ی سلسیوس**

که سخت ترین تست های کنکور در ۱۴ سال اخیر نیز مربوط به مسائل این حالت بوده است، همانطور که گفته شد، باید دید چه تراکنش هایی بین آب و یخ اتفاق خواهد افتاد و با توجه به شرایط مساله باید دید که آب منجمد خواهد شد یا یخ ذوب خواهد شد.

*** نکته ی شماره ی ۲۱**

فرایندی که یخ θ - درجه ی سلسیوس درون آب θ درجه ی سلسیوس را طی می کند، می توان به صورت زیر بیان کرد:

بخار آب 100°C \Rightarrow آب 100°C \Rightarrow آب صفر \Rightarrow یخ صفر \Rightarrow یخ θ -

فرایندهایی که طی مراحل ۱ تا ۴ روی می دهد، فرایندهایی گرماگیر و فرایندهایی که طی مراحل ۴ تا ۱ روی می دهند گرماده هستند.

$$Q_1 = mc\theta \quad , \quad Q_2 = Q_{\text{ذوب}} = Q_{\text{انجماد}} = mL_F$$

$$Q_3 = 100mc \quad , \quad Q_4 = mL_V$$

مثال ۱۵۳ - در گرماسنجی که ظرفیت گرمایی آن ناچیز است ۵۰۰ گرم یخ با دمای 6°C وجود دارد. اگر یک گرمکن الکتریکی که توان آن ۷۵۰ وات و بازده آن ۸۰ درصد است درون یخ قرار می‌گیرد. پس از ۱۲۲.۵ ثانیه چند گرم یخ درون گرماسنج باقی می‌ماند؟

(از اتلاف گرما چشمپوشی کنید و $c_{\text{یخ}} = 2.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$, $L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{gr}}$ (خارج تجربی ۹۶)

(۱) ۳۰۰ (۲) ۲۵۴ (۳) ۲۰۰ (۴) ۱۵۰

کجواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

روش تشریحی

میزان گرمایی که در طی $122/5$ ثانیه با بازده ۸۰ درصد توسط گرمکن به یخ داده می‌شود، برابر است با:

$$A = R_a \times Pt = 0.8 \times 750 \times 122/5 = 73500 \text{ J}$$

برای شروع فرایند ذوب یخ، نیاز است در اولین مرحله دمای یخ به صفر درجه سلسیوس برسد و برای این منظور گرمای Q_1 لازم است:

$$Q_1 = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta = 0.5 \times 2100 \times (0 - (-6)) = 6300 \text{ J}$$

گرمای $Q - Q_1$ صرف ذوب یخ می‌شود و میزان یخ ذوب شده برابر است با:

$$Q - Q_1 = m' L_f \Rightarrow 73500 - 6300 = m' \times 336000 \Rightarrow m' = 0.2 \text{ kg} = 200 \text{ g}$$

بنابراین ۲۰۰ گرم یخ ذوب شده و $m'' = 500 - 200 = 300 \text{ g}$ از آن در گرماسنج باقی می‌ماند.

روش تستی

$$Q = 0.8Pt = 0.8 \times 750 \times 122.5 = 73500 \div 4200 = 17.5$$

$$17.5 = \left[m_{\text{یخ اولیه}} c \Delta\theta \right]_{\text{یخ}} + \left[m_{\text{یخ ذوب شده}} L_F \right]_{\text{یخ}} \rightarrow 17.5 = \left(0.5 \times \frac{1}{4} \times 6 \right) + \left(m_{\text{یخ ذوب شده}} \times 80 \right) \rightarrow 80 m_{\text{یخ ذوب شده}} = 16$$

$$m_{\text{یخ ذوب شده}} = \frac{16}{80} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ kg} = 200 \text{ gr} \rightarrow m_{\text{یخ باقیمانده}} = 500 - 200 = 300 \text{ گرم}$$

مثال ۱۵۴ - درون ۵ کیلوگرم آب 20°C ، یک کیلوگرم یخ 10°C را می‌اندازیم. اگر اتلاف گرما ناچیز باشد، در فشار یک جو پس از برقراری تعادل حرارتی چه خواهیم داشت؟ (سراسری ریاضی ۸۹)

$$\left(L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{gr}} , c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}} , c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}} \right)$$

(۱) ۶ کیلوگرم یخ 0°C (۲) ۶ کیلوگرم آب 0°C (۳) ۶ کیلوگرم آب 2.5°C (۴) ۶ کیلوگرم آب 37.5°C

کجواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

با توجه به اینکه دو ماده ی غیریکسان داریم ، برای نغربندی آنها را بر هم تقسیم می کنیم .

$$\frac{m_{\text{آب}}}{m_{\text{یخ}}} = \frac{5}{1} \quad \text{یعنی ۵ نفر آب داریم و یک نفر یخ}$$

$$100 = 5(20) = \text{میزان دمای جمع شده برای آب}$$

$$85 = 5 + 80 = \text{میزان دمای مصرف شده توسط یخ} \xrightarrow{\text{در نتیجه}} \text{آب صفر} \xrightarrow{80} \text{یخ صفر} \xrightarrow{\frac{10}{4}=5} 10 - \text{یخ} \rightarrow \text{آب صفر} \xrightarrow{80} \text{یخ صفر} \xrightarrow{\frac{\theta}{4}} \theta - \text{یخ}$$

$$\theta_e = 2.5^{\circ}\text{C} = 15 \div 6 = 100 - 85 = \text{دمای باقیمانده}$$

با توجه به اینکه اندازه ی دمای تعادل از صفر بیشتر است ، پس حتما تمام یخ ذوب شده است . در واقع یخ 2.5°C اصلا معنا و مفهومی ندارد و ماکزیمم دمای یخ می تواند صفر باشد. پس بالطبع گزینه ی ۱ نادرست است.

پس ۱ کیلوگرم یخ نیز به آب تبدیل شده است و الان ۶ کیلوگرم آب 2.5°C داریم و گزینه ی ۳ پاسخ صحیح و مطلوب تست است.

مثال ۱۵۵ - در ظرفی ۲۰۰ گرم یخ -5 درجه ی سلسیوس قرار دارد . حداقل چند گرم آب 100 درجه ی سلسیوس به ظرف وارد کنیم تا یخی در ظرف باقی نماند؟ (سراسری ریاضی ۹۴ خارج از کشور)

$$(\text{تبادل گرما فقط بین آب و یخ انجام می شود و } c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}, L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}})$$

$$(1) \quad 5 \quad (2) \quad 160 \quad (3) \quad 165 \quad (4) \quad 200$$

جواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی !

فرآیندی که یخ -5 درجه ی سلسیوس درون آب 100 درجه ی سلسیوس را طی می کند ، می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$200 \text{ گرم آب صفر} \xrightarrow{200 \times 80} 200 \text{ گرم یخ صفر} \xrightarrow{200 \times \frac{1}{4} \times 5} 200 \text{ گرم یخ } -5$$

$$m \text{ گرم آب صفر} \xrightarrow{m \times 1 \times 100 = 100 \cdot m} m \text{ گرم آب } 100$$

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}} \rightarrow 100 \cdot m = 500 + 16000 = 16500 \rightarrow m = 165 \text{gr}$$

روش نغربندی

چون دو ماده داریم آنها را بر هم تقسیم می کنیم :

جرم یکی از ماده ها معلوم و جرم یکی نامعلوم است . همانطور که قبلا هم گفته شد ، ماده ای که جرمش معلوم است را یک نفر و جرم ماده ی نامعلوم را X نفر در نظر می گیریم.

مصرف دمایی یخ به صورت زیر بوده است :

$$200 \text{ گرم آب صفر} \xrightarrow{1 \times 80 = 80} 200 \text{ گرم یخ صفر} \xrightarrow{\frac{1}{3} \times 5 = 2.5} 200 \text{ گرم یخ } -5$$

$$m \text{ گرم آب صفر} \xrightarrow{100x} m \text{ گرم آب } 100$$

$$\text{میزان دمای گرفته شده توسط یخ} = 80 + 2.5 = 82.5^\circ\text{C}$$

میزان دمای گرفته شده توسط یخ = میزان دمای مصرف شده توسط آب

$$100x = 82.5 \rightarrow x = \frac{82.5}{100} \text{ نفر} \rightarrow \frac{33}{40} \times 200 \text{ g} = 165 \text{ gr}$$

مثال ۱۵۶ - درون ظرفی ۲۰۰ گرم یخ ۱۰- درجه ی سلسیوس قرار دارد . حداقل چند گرم آب با دمای ۲۰ درجه ی سلسیوس به آن اضافه کنیم تا تمام یخ ذوب شود ؟ (سراسری ریاضی ۹۲)

(تبادل گرما فقط بین آب و یخ انجام می شود و $c_{\text{یخ}} = \frac{1}{3} c_{\text{آب}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ ، $L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{gr}}$)

۱۲۰۰ (۴)

۸۵۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۵۰ (۲)

کجواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی !

فرایندی که یخ ۱۰- درجه ی سلسیوس درون آب ۲۰ درجه ی سلسیوس را طی می کند ، می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$200 \text{ گرم آب صفر} \xrightarrow{200 \times 80} 200 \text{ گرم یخ صفر} \xrightarrow{200 \times \frac{1}{3} \times 10} 200 \text{ گرم یخ } -10$$

$$m \text{ گرم آب صفر} \xrightarrow{m \times 1 \times 20 = 20 \cdot m} m \text{ گرم آب } 20$$

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}} \rightarrow 20 \cdot m = 1000 + 16000 = 17000 \rightarrow m = 850 \text{ gr}$$

روش نفر بندی

جرم یکی از ماده ها معلوم و جرم یکی نامعلوم است . همانطور که قبلا هم گفته شد ، ماده ای که جرمش معلوم است را یک نفر و جرم ماده ی نامعلوم را X نفر در نظر می گیریم.

مصرف دمایی یخ به صورت زیر بوده است :

$$200 \text{ گرم آب صفر} \xrightarrow{1 \times 80 = 80} 200 \text{ گرم یخ صفر} \xrightarrow{\frac{1}{2} \times 10 = 5} 200 \text{ گرم یخ } -10$$

$$m \text{ گرم آب صفر} \xrightarrow{20 \times} m \text{ گرم آب } 20$$

$$85^\circ\text{C} = 80 + 5 = \text{میزان دمای گرفته شده توسط یخ}$$

میزان دمای گرفته شده توسط یخ = میزان دمای مصرف شده توسط آب

$$20 \cdot x = 85 \rightarrow x = \frac{17}{4} \text{ نفر} \rightarrow \frac{17}{4} \times 200 \cdot \text{g} = 850 \cdot \text{gr}$$

مثال ۱۵۷ - یک قطعه یخ با دمای -20 درجه ی سلسیوس را درون 250 گرم آب با دمای 20 درجه ی سلسیوس می اندازیم . اگر پس از برقراری تعادل گرمایی 50 گرم یخ ذوب نشده باقی بماند . جرم اولیه ی یخ چند گرم بوده است ؟ (سراسری ریاضی ۹۳)

(از اتلاف گرما چشمپوشی کنید و $c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2} c_{\text{آب}} = 2.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{gr}}$ و تبادل گرما فقط بین آب و یخ بوده است.)

۳۰۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۵۰ (۱)

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی!

دقت داشته باشید که هر زمانی پس از برقراری تعادل یخ در آب باقی بماند ، دمای تعادل صفر خواهد بود.

فرایندی که یخ -20 درجه ی سلسیوس درون آب 20 درجه ی سلسیوس را طی می کند ، می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$(m - 50) \text{ گرم یخ ذوب شده} \xrightarrow{(m-50) \times 80} m \text{ گرم یخ صفر} \xrightarrow{m \times \frac{1}{2} \times 20} m \text{ گرم یخ } -20$$

$$250 \text{ گرم آب صفر} \xrightarrow{250 \times 1 \times 20 = 5000} 250 \text{ گرم آب } 20$$

$$Q_{\text{جسم گرم}} = Q_{\text{جسم سرد}} \rightarrow 10 \cdot m + 80 \cdot m - 4000 = 90 \cdot m - 4000 = 5000 \rightarrow m = 100 \cdot \text{gr}$$

مثال ۱۵۸- مقداری یخ -40 درجه ی سلسیوس را با 40 گرم آب با دمای 60 درجه ی سلسیوس مخلوط می کنیم . پس از تعادل گرمایی 20 گرم یخ در ظرف به صورت ذوب نشده باقی می ماند . جرم اولیه ی یخ چند گرم بوده است؟ (سنجش جامع ۹۷)

(از اتلاف گرما چشمپوشی کنید و $c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2} c_{\text{آب}} = 2.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{gr}}$)

۳۵ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۵ (۲)

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی!

دقت داشته باشید که هر زمانی پس از برقراری تعادل یخ در آب باقی بماند ، دمای تعادل صفر خواهد بود.

فرآیندی که یخ -40 درجه ی سلسیوس درون آب 60 درجه ی سلسیوس را طی می کند ، می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$m \times \frac{1}{2} \times 40 \xrightarrow{\text{یخ } -40 \text{ گرم}} m \times 80 \xrightarrow{\text{یخ } 0 \text{ گرم}} (m-20) \times 80$$

$$40 \times 1 \times 60 = 2400 \xrightarrow{\text{آب } 60 \text{ گرم}} 40 \text{ گرم آب صفر}$$

$$Q_{\text{جسم گرم}} = Q_{\text{جسم سرد}} \rightarrow 20m + 80m - 1600 = 100m - 1600 = 2400 \rightarrow m = 40 \text{ gr}$$

مثال ۱۵۹- قطعه فلزی به جرم 2.5 کیلوگرم با دمای 68 درجه ی سلسیوس را روی یخ بزرگ صفر درجه ی سلسوس قرار می دهیم . پس از تعادل گرمایی چند گرم یخ ذوب می شود؟ (سنجش جامع ۹۶)

(از اتلاف گرما چشمپوشی کنید و $c_{\text{فلز}} = 380 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $L_F = 340000 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$)

۵۷۰ (۴)

۳۸۰ (۳)

۱۹۰ (۲)

۹۵ (۱)

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

روش تشریحی سرعتی!

$$Q_{\text{جسم گرم}} = Q_{\text{جسم سرد}}$$

$$[mL_F]_{\text{یخ}} = [mc\Delta\theta]_{\text{فلز}} \rightarrow m \times 340000 = 2.5 \times 380 \times (68) \rightarrow m = 190 \text{ gr}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۱۶۰ - به ۲۰۰ gr یخ ۱۰°C - مقداری گرما با آهنگ ۱۰۵ kJ/min به مدت ۱۲ دقیقه می دهیم. دمای نهایی چند درجه ی سلسیوس است؟ (خارج ریاضی ۹۷)

$$(L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}})$$

۱۵ (۴)

۱۰ (۳)

۵ (۲)

۱ (صفر)

کجواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$Q = Pt = 12 \times 105 = 1260 \text{ kJ} = 1260000 \text{ J} \div 4200 = 3$$

$$3 = [mc\Delta\theta]_{\text{یخ}} + [mL_F]_{\text{یخ}} = 0.2 \times \frac{1}{2} \times 10 + m_{\text{یخ ذوب شده}} \times 80 \rightarrow 80 \cdot m_{\text{یخ ذوب شده}} = 2 \rightarrow m_{\text{یخ ذوب شده}} = \frac{2}{80} = \frac{1}{40} \text{ kg} = 25 \text{ gr}$$

یعنی این میزان گرما قادر است فقط ۲۵ گرم از ۲۰۰ گرم یخ موجود را ذوب کند.

پس دمای تعادل مجموعه به صفر رسیده است که دیگر توانایی ذوب بقیه ی یخ را نداشته است.

*تست های مربوط به تعادل گرمایی آب و یخ صفر درجه ی سلسیوس و فلز

برای حل این گونه تست ها که برای اولین بار تست هایی به این صورت (سه جسمی) در کنکور ۹۴ مطرح شد بهتر است ابتدا ظرفیت گرمایی ویژه ی فلز را بر حسب ظرفیت گرمایی ویژه ی در نظر گرفته برای آب یعنی عدد ۱ درآورده و سپس مساله ی داده شده را با در نظر گرفتن همه ی نکات اشاره شده حل کنیم.

مثال ۱۶۱ - درون مخلوط آب و یخ در دمای صفر درجه ی سلسیوس با جرم ۱ کیلوگرم در حالت تعادل اگر فلزی به جرم ۱ کیلوگرم و دمای ۱۰۰°C را داخل آب بیندازیم، بعد از برقراری ۲۰۰ گرم یخ ذوب نشده باقی می ماند. جرم آب موجود در مخلوط اولیه چند گرم بوده است؟

$$(اتلاف حرارت ناچیز بوده و گرمای ویژه ی آب ۴۲۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}} و گرمای نهان ذوب یخ ۳۳۶ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} و گرمای ویژه ی فلز ۴۲۰ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}} است.)$$

(سنجش جامع ۹۷)

۶۷۵ (۴)

۳۷۵ (۳)

۶۲۵ (۲)

۲۲۵ (۱)

کجواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

چون پس از برقراری تعادل هنوز یخ در آب باقی مانده است، پس دمای تعادل برابر صفر است.

طبیعی ست که گرمایی که فلز به مخلوط می دهد، صرف ذوب شدن یخ می شود. چون دمای یخ صفر درجه ی سلسیوس است و تغییر دمایی دیگر نمی تواند داشته باشد.

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

$$[mL_F]_{\text{یخ}} = [mc\Delta\theta]_{\text{فلز}} \rightarrow m \times 336000 = 1 \times 420 \times 100 \rightarrow m_{\text{یخ ذوب شده}} = \frac{42}{336} = \frac{1}{8} \text{ kg} = 125 \text{ gr}$$

$$m_{\text{یخ اولیه}} = m_{\text{یخ ذوب شده}} + m_{\text{یخ باقی مانده}} = 125 + 200 = 325 \text{ gr} \rightarrow \text{جرم آب موجود در مخلوط} = 1000 - 325 = 675 \text{ گرم}$$

مثال ۱۶۲ - درون ظرفی ۴۰۰ گرم مخلوط آب و یخ در دمای صفر درجه ی سلسیوس در حالت تعادل قرار دارد. اگر فلزی به جرم ۲۰۰ گرم و دمای ۱۰۵°C را داخل آب بیندازیم، بعد از برقراری تعادل دمای آب به ۵°C می رسد. جرم یخ چند گرم بوده است؟ (اتلاف حرارت ناچیز بوده و

$$\text{گرمای ویژه ی آب } \frac{1}{\text{kg}\cdot\text{C}} \text{ و گرمای نهان ذوب یخ } \frac{336}{\text{kg}} \text{ و گرمای ویژه ی فلز } \frac{1}{\text{kg}\cdot\text{C}} \text{ است. (سراسری تجربی ۹۴)}$$

۵۰ (۴)

۲۵ (۳)

۵ (۲)

۲.۵ (۱)

کجواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

روش اول

طبیعی ست که گرمایی که فلز به مخلوط می دهد، صرف ذوب شدن یخ می شود. چون دمای یخ صفر درجه ی سلسیوس است و تغییر دمایی دیگر نمی تواند داشته باشد.

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

$$[mL_F]_{\text{یخ}} + [mc\Delta\theta]_{\text{یخ}} = [mc\Delta\theta]_{\text{فلز}} \rightarrow 336000m + 0.4(4200)(5 - 0) = 0.2 \times 840 \times 100 \rightarrow 336000m = 16800 - 8400 \\ = 8400 \rightarrow m = \frac{8400}{336000} = \frac{84}{3360} = \frac{1}{40} \text{ kg} = \frac{1}{40} \times 1000 = 25 \text{ gr}$$

روش دوم (تشریحی سرعتی)

حتما به خاطر دارید که در حل تست های مربوط به تعادل آب و یخ ما به جای ظرفیت گرمایی ویژه ی آب عدد ۱ و به جای ظرفیت گرمایی ویژه ی یخ عدد ۰.۵ و به جای گرمای نهان ذوب یخ عدد ۸۰ قرار می دادیم. با توجه به اینکه ظرفیت گرمایی ویژه ی فلز هم

$$\frac{\text{ظرفیت گرمایی ویژه ی فلز}}{\text{ظرفیت گرمایی ویژه ی آب}} = \frac{840}{4200} = \frac{1}{5} \rightarrow c_{\text{فلز}} = \frac{1}{5} c_{\text{آب}} = \frac{1}{5} \times 1 = \frac{1}{5}$$

می باشد. پس به جای ظرفیت گرمایی ویژه ی فلز نیز عدد $\frac{1}{5}$ را قرار می دهیم. تا کمی محاسبات تست آسانتر باشد.

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

$$[mL_F]_{\text{یخ}} + [mc\Delta\theta]_{\text{یخ}} = [mc\Delta\theta]_{\text{فلز}} \rightarrow 80m + 0.4(1)(5 - 0) = 0.2 \times 0.2 \times 100 \rightarrow 80m = 4 - 2 = 2 \rightarrow m = \frac{2}{80} = \frac{1}{40} \text{ kg} \\ = \frac{1}{40} \times 1000 = 25 \text{ gr}$$

واقعا دانش آموزان عزیز توجه داشته باشند که چقدر حل مساله با محاسبات جدید و روش دوم چقدر آسانتر شد!

مثال ۱۶۳- ظرفی محتوی ۱۰۰۰ گرم آب و ۲۰۰ گرم یخ در دمای صفر درجه ی سلسیوس در حالت تعادل قرار دارد . یک قطعه فلزی به دمای ۲۵۰°C را داخل ظرف می اندازیم . جرم فلز حداقل چند گرم باشد تا یخی در ظرف باقی نماند؟ (اتلاف حرارت ناچیز بوده و گرمای ویژه ی آب $\frac{4200 \text{ J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ و گرمای نهان ذوب یخ $336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و گرمای ویژه ی فلز $400 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ است.) (سراسری ریاضی ۹۶)

۳۷۵ (۱) ۶۷۲ (۲) ۸۶۰ (۳) ۹۵۰ (۴)

پاسخ: گزینه ی ۲ صحیح است.

روش تشریحی

در این سؤال در وضعیت موردنظر (حالتی که فلز حداقل جرم را دارد و یخ ذوب شده است)، دمای تعادل صفر درجه سلسیوس است (دمای اولیه آب و یخ نیز صفر درجه سلسیوس بوده است) و می توان نوشت:

$$Q_{\text{فلز}} + Q_{\text{یخ}} + Q_{\text{آب}} = 0$$

$$m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (\theta_e - \theta) + mL_f + m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} (\theta_e - \theta') = 0$$

$$1 \times 4200 \cdot (0 - 0) + 0 + 2 \times 336000 + m_{\text{فلز}} \times 400 \times (0 - 250) = 0 \Rightarrow m_{\text{فلز}} = \frac{0 + 2 \times 336}{100} \text{ kg} = 672 \text{ g}$$

به عبارت دیگر مقدار گرمایی که فلز از دست می دهد، باید هم اندازه مقدار گرمایی باشد که یخ می گیرد ($|Q_{\text{فلز}}| = Q_{\text{یخ}}$).

روش دوم (تشریحی سرعتی)

حتما به خاطر دارید که در حل تست های مربوط به تعادل آب و یخ ما به جای ظرفیت گرمایی ویژه ی آب عدد ۱ و به جای ظرفیت گرمایی ویژه ی یخ عدد ۰.۵ و به جای گرمای نهان ذوب یخ عدد ۸۰ قرار می دادیم . با توجه به اینکه ظرفیت گرمایی ویژه ی فلز هم

$$\frac{\text{ظرفیت گرمایی ویژه ی فلز}}{\text{ظرفیت گرمایی ویژه ی آب}} = \frac{400}{4200} = \frac{2}{21} \rightarrow c_{\text{فلز}} = \frac{2}{21} c_{\text{آب}} = \frac{2}{21} \times 1 = \frac{2}{21}$$

می باشد . پس به جای ظرفیت گرمایی ویژه ی فلز نیز عدد $\frac{2}{21}$ را قرار می دهیم . تا کمی محاسبات تست آسانتر باشد.

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

$$[mL_F]_{\text{یخ}} = [mc\Delta\theta]_{\text{فلز}} \rightarrow 200 \cdot (80) = m_{\text{فلز}} \times \frac{2}{21} \times 250 \rightarrow 320 = m_{\text{فلز}} \times \frac{10}{21} \rightarrow m_{\text{فلز}} = 21 \times 32 = 672 \text{ gr}$$

مثال ۱۶۴ - مخلوطی از یک کیلوگرم آب و یک کیلوگرم یخ در حالت تعادل قرار دارند. یک گلوله ی فلزی ۳۰۰ گرمی که دمای آن ۸۰°C را داخل ظرف می اندازیم. تا رسیدن به تعادل گرمایی چند گرم از یخ ذوب می شود؟ (اتلاف حرارت ناچیز بوده و گرمای ویژه ی آب $۴۲۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$ و گرمای نهان ذوب یخ $۳۳۶ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و گرمای ویژه ی فلز $۴۲۰ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$ است.) (خارج ریاضی ۹۶)

۱۰۰ (۴)

۵۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ی ۲ صحیح است.

روش دوم (تشریحی سرعتی)

در حل تست های مربوط به تعادل آب و یخ ما به جای ظرفیت گرمایی ویژه ی آب عدد ۱ و به جای ظرفیت گرمایی ویژه ی یخ عدد ۰.۵ و به جای گرمای نهان ذوب یخ عدد ۸۰ قرار می دادیم. با توجه به اینکه ظرفیت گرمایی ویژه ی فلز هم

$$\frac{\text{ظرفیت گرمایی ویژه ی فلز}}{\text{ظرفیت گرمایی ویژه ی آب}} = \frac{۴۲۰}{۴۲۰۰} = \frac{۱}{۱۰} \rightarrow c_{\text{فلز}} = \frac{۱}{۱۰} c_{\text{آب}} = \frac{۱}{۱۰} \times ۱ = \frac{۱}{۱۰}$$

می باشد. پس به جای ظرفیت گرمایی ویژه ی فلز نیز عدد $\frac{۱}{۱۰}$ را قرار می دهیم. تا کمی محاسبات تست آسانتر باشد.

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

$$[mL_F]_{\text{یخ}} = [mc\Delta\theta]_{\text{فلز}} \rightarrow m_{\text{یخ ذوب شده}} (۸۰) = ۳۰۰ \times \frac{۱}{۱۰} \times ۸۰ \rightarrow m_{\text{یخ ذوب شده}} = ۳۰ \text{ gr}$$

*تست های مربوط به تعادل بخار آب

برای حل تست های مربوط به این مبحث به نکته ی بسیار مهم زیر توجه داشته باشید که

هر میزان بخار آب 100°C می تواند ۸ برابر جرم خود ، یخ صفر درجه ی سلسیوس را به طور کامل ذوب کند.

مثال ۱۶۵ - ۵ گرم بخار آب 100°C درجه ی سلسیوس حداکثر می تواند چند گرم یخ صفر درجه ی سلسیوس را ذوب کند؟

$$(\text{قلم چی جامع ریاضی ۹۴}) (c_{\text{آب}} = 4.2 \frac{\text{J}}{\text{gr}\cdot\text{C}} , L_{\text{F}} = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} , L_{\text{V}} = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$$

- (۱) ۵ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۶۰

کجواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

مطابق نکته ی گفته شده ۵ گرم بخار آب 100°C درجه ی سلسیوس می تواند ۸ برابر جرم خود (۵ گرم) ، یعنی ۴۰ گرم یخ صفر درجه ی سلسیوس را به طور کامل ذوب می کند.

مثال ۱۶۶ - اگر ۸ گرم بخار آب 100°C را در گرماسنجی که محتوی یخ صفر درجه ی سلسیوس است ، وارد کنیم ، چند گرم یخ ذوب می شود؟

$$(\text{سنجش جامع ۹۷}) (c_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{cal}}{\text{gr}\cdot\text{C}} , L_{\text{V}} = 540 \frac{\text{cal}}{\text{gr}} , L_{\text{F}} = 80 \frac{\text{cal}}{\text{gr}})$$

- (۱) ۱۰ (۲) ۴۸ (۳) ۵۴ (۴) ۶۴

کجواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

مطابق نکته ی اخیر گفته شده ۸ گرم بخار آب 100°C درجه ی سلسیوس می تواند ۸ برابر جرم خود (۸ گرم) ، یعنی ۶۴ گرم یخ صفر درجه ی سلسیوس را به طور کامل ذوب می کند.

مثال ۱۶۷ - قطعه ای مس به جرم ۲۸۲ گرم و دمای $\theta^{\circ}\text{C}$ را داخل ۱۰۰ گرم آب 100°C می اندازیم . اگر ۵ گرم آب بخار شود θ چند درجه ی

$$\text{سلسیوس است؟} (L_{\text{V}} = 2256 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و } c_{\text{مس}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{C}}) (\text{خارج تجربی ۹۷})$$

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۳۰۰ (۴) ۴۰۰

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

روش (تشریحی سرعتی!)

در روش تشریحی سرعتی همانطور که پیش تر هم گفته شد ، به جای C آب عدد ۱ و به جای L_{V} هم عدد ۵۴۰ قرار باید داد.

اما قبل از هر کاری باید ظرفیت گرمایی ویژه ی مس را به صورت مضربی از ظرفیت گرمایی ویژه ی آب درآورد.

$$\frac{C_{\text{مس}}}{C_{\text{آب}}} = \frac{400}{4200} = \frac{2}{21}$$

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

$$[mL_v]_{\text{بخار آب}} = [mc\Delta\theta]_{\text{مس}} \rightarrow 540 \cdot (\Delta) = 282 \times \frac{2}{21} \times \Delta\theta$$

$$\rightarrow \Delta\theta = \frac{5 \times 540 \times 21}{2 \times 282} = 100 = \theta - 100 \rightarrow \theta = 200^\circ\text{C}$$

مثال ۱۶۸ - چند گرم بخار آب 100°C را درون 290 گرم آب 20°C وارد کنیم، تا در نهایت آب با دمای 60°C داشته باشیم؟

$$(L_v = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{gr}}, c_{\text{آب}} = 4.2 \frac{\text{j}}{\text{gr}\cdot\text{c}}) \text{ (سنجش جامع ۹۶)}$$

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۲)

پاسخ: گزینه ی ۲ صحیح است.

روش اول (تشریحی سرعتی!)

در روش تشریحی سرعتی همانطور که پیش تر هم گفته شد، به جای L_F عدد 80 و به جای C آب عدد 1 و به جای C یخ عدد 0.5 و به جای L_v هم عدد 540 قرار باید داد.

فراایندهایی که آب و بخار آب طی می کنند را به صورت زیر می توان نوشت:

$$\text{آب } 60^\circ\text{C} \xRightarrow{mc\Delta\theta} \text{آب } 100^\circ\text{C} \xRightarrow{mL_v} \text{بخار آب } 100^\circ\text{C}$$

$$\text{آب } 20^\circ\text{C} \xRightarrow{mc\Delta\theta} \text{آب } 60^\circ\text{C}$$

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

$$[mL_v]_{\text{بخار آب}} + [mc\Delta\theta]_{\text{بخار آب}} = [mc\Delta\theta]_{\text{آب}} \rightarrow 540 \cdot m + m(1)(40) = 290 \times 1 \times 40 \rightarrow 580 \cdot m = 20 \times 580$$

$$\rightarrow m = 20 \text{ gr}$$

روش دوم (روش نفر بندی)

هر نفر بخار آب 100 درجه ی سلسیوس برای آن که کاملاً مایع شده و به آب 100 درجه ی سلسیوس تبدیل شود (میعان)، 540 درجه ی سلسیوس به مجموع دماهای ما اضافه خواهد کرد.

دقت داشته باشید که آب و بخار آب به مجموع دماها افزوده و یخ از مجموع دماها کم می کند.

چون یکی از جرم ماده ها معلوم و دیگری مجهول است ، جرم ماده ی معلوم را یک نفر و جرم ماده ی مجهول را X نفر در نظر می گیریم.

$$۱۰۰^{\circ}\text{C} \xrightarrow{+۵۴۰} ۱۰۰^{\circ}\text{C} \xrightarrow{+۱۰۰} ۰^{\circ}\text{C}$$

$$۲۰^{\circ}\text{C} \xrightarrow{+۲۰} ۰^{\circ}\text{C}$$

$$۶۴۰X = \text{میزان دمای اضافه شده توسط بخار آب}$$

$$۲۰ = \text{میزان دمای اضافه شده توسط آب}$$

$$\frac{۶۴۰X + ۲۰}{X + ۱} = ۶۰ \rightarrow ۶۴۰X + ۲۰ = ۶۰X + ۶۰ \rightarrow ۵۸۰X = ۴۰ \rightarrow X = \frac{۲}{۲۹} \text{ نفر} \times ۲۹۰ = ۲۰ \text{ gr}$$

مثال ۱۶۹ - درون ظرفی مقداری یخ صفر درجه ی سلسیوس و بخار آب ۱۰۰ درجه ی سلسیوس می ریزیم تا به تعادل گرمایی برسند . اگر در نهایت تنها آب ۴۰ °C در ظرف باقی بماند ، جرم یخ اولیه چند برابر جرم بخار آب اولیه بوده است؟ (قلم چی جامع ریاضی ۹۴)

$$L_v = ۲۲۶۸ \frac{\text{kJ}}{\text{kgr}} \text{ , } L_f = ۳۳۶ \frac{\text{kJ}}{\text{kgr}} \text{ , } c_{\text{آب}} = ۴.۲ \frac{\text{j}}{\text{gr.c}}$$

۶.۲۵ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴.۲ (۱)

کجواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

روش دوم (روش نفر بندی)

هر نفر بخار آب ۱۰۰ درجه ی سلسیوس برای آن که کاملاً مایع شده و به آب ۱۰۰ درجه ی سلسیوس تبدیل شود (میعان) ، ۵۴۰ درجه ی سلسیوس به مجموع دماهای ما اضافه خواهد کرد.

دقت داشته باشید که آب و بخار آب به مجموع دماها افزوده و یخ از مجموع دماها کم می کند.

برای مشخص شدن تعداد نفرها ، چون جرم اولیه ی هیچکدام از دو ماده را نداریم به صورت زیر عمل می کنیم ...

فرض می کنیم X نفر بخار آب ۱۰۰ درجه ی سلسیوس و Y نفر یخ صفر درجه ی سلسیوس داریم.

$$۱۰۰^{\circ}\text{C} \xrightarrow{+۵۴۰} ۱۰۰^{\circ}\text{C} \xrightarrow{+۱۰۰} ۰^{\circ}\text{C}$$

$$۰^{\circ}\text{C} \xrightarrow{-۸۰} ۰^{\circ}\text{C}$$

$$۶۴۰X = \text{میزان دمای اضافه شده توسط بخار آب}$$

$$۸۰Y = \text{میزان دمای مصرف شده توسط یخ}$$

$$\frac{640x - 80y}{x + y} = 40^\circ\text{C} = \text{تادمای تعادل} \rightarrow 640x - 80y = 40x + 40y \rightarrow 600x = 120y \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{600}{120} = 5$$

مثال ۱۷۰ - چند گرم بخار آب 100°C را درون 590 گرم آب 10°C وارد کنیم، تا دمای تعادل به 50°C برسد؟ (سراسری تجربی ۸۲)

$$(L_v = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{gr}}, c_{\text{آب}} = 4.2 \frac{\text{J}}{\text{gr}\cdot\text{C}})$$

۵۰ (۴)

۴۵ (۳)

۴۰ (۲)

۳۵ (۱)

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

روش اول (تشریحی سرعتی!)

در روش تشریحی سرعتی همانطور که پیش تر هم گفته شد، به جای L_F عدد 80 و به جای C آب عدد 1 و به جای C یخ عدد 0.5 و به جای L_v هم عدد 540 قرار باید داد.

فراایندهایی که آب و بخار آب طی می کنند را به صورت زیر می توان نوشت:

$$100^\circ\text{C} \text{ بخار آب} \xrightarrow{mL_v} 100^\circ\text{C} \text{ آب} \xrightarrow{mc\Delta\theta} 50^\circ\text{C} \text{ آب}$$

$$10^\circ\text{C} \text{ آب} \xrightarrow{mc\Delta\theta} 50^\circ\text{C} \text{ آب}$$

$$Q_{\text{جسم سرد}} = Q_{\text{جسم گرم}}$$

$$[mL_v]_{\text{بخار آب}} + [mc\Delta\theta]_{\text{بخار آب}} = [mc\Delta\theta]_{\text{آب}} \rightarrow 540 \cdot m + m(1)(50) = 590 \times 1 \times 40 \rightarrow 590 \cdot m = 40 \times 590$$

$$\rightarrow m = 40 \text{ gr}$$

روش دوم (روش نفر بندی)

هر نفر بخار آب 100 درجه ی سلسیوس برای آن که کاملاً مایع شده و به آب 100 درجه ی سلسیوس تبدیل شود (میعان)، 540 درجه ی سلسیوس به مجموع دماهای ما اضافه خواهد کرد.

دقت داشته باشید که آب و بخار آب به مجموع دماها افزوده و یخ از مجموع دماها کم می کند.

چون یکی از جرم ماده ها معلوم و دیگری مجهول است، جرم ماده ی معلوم را یک نفر و جرم ماده ی مجهول را X نفر در نظر می گیریم:

$$100^\circ\text{C} \text{ آب} \xrightarrow{+100} 100^\circ\text{C} \text{ آب} \xrightarrow{+540} \text{بخار آب } 100^\circ\text{C}$$

$$10^\circ\text{C} \text{ آب} \xrightarrow{+20} 10^\circ\text{C} \text{ آب}$$

$$640 \cdot X = \text{میزان دمای اضافه شده توسط بخار آب}$$

۱۰ = میزان دمای اضافه شده توسط آب

$$\frac{64 \cdot x + 10}{x + 1} = 50 \rightarrow 64 \cdot x + 10 = 50 \cdot x + 50 \rightarrow 59 \cdot x = 40 \rightarrow x = \frac{4}{59} \text{ نفر} \times 590 = 40 \text{ gr}$$

مثال ۱۷۱ - ۶ گرم بخار آب ۱۰۰ °C را درون ۳۰ گرم یخ ۰ °C درون ظرف عایقی وارد کنیم , دمای تعادل چند درجه ی کلون است؟

$$(\text{سنجش جامع ۹۵}) \quad L_V = 540 \frac{\text{cal}}{\text{gr}} , \quad L_F = 80 \frac{\text{cal}}{\text{gr}} , \quad c_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{cal}}{\text{gr} \cdot \text{c}}$$

۳۱۳ (۴)

۳۲۱ (۳)

۲۴۰ (۲)

۴۰ (۱)

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

روش دوم (روش نفر بندی)

هر نفر بخار آب ۱۰۰ درجه ی سلسیوس برای آن که کاملا مایع شده و به آب ۱۰۰ درجه ی سلسیوس تبدیل شود (میعان) , ۵۴۰ درجه ی سلسیوس به مجموع دماهای ما اضافه خواهد کرد.

دقت داشته باشید که آب و بخار آب به مجموع دماها افزوده و یخ از مجموع دماها کم می کند.

برای مشخص شدن تعداد نفرها , چون دو ماده داریم جرم ها را بر هم تقسیم می کنیم .

$$\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

پس ۱ نفر بخار آب ۱۰۰ درجه ی سلسیوس و ۵ نفر یخ صفر درجه ی سلسیوس داریم.

$$\text{آب } 0^{\circ}\text{C} \xRightarrow{+100} \text{آب } 100^{\circ}\text{C} \xRightarrow{+540} \text{بخار آب } 100^{\circ}\text{C}$$

$$\text{آب } 0^{\circ}\text{C} \xRightarrow{-80} \text{یخ } 0^{\circ}\text{C}$$

$$640 = \text{میزان دمای اضافه شده توسط بخار آب}$$

$$400 = \text{میزان دمای مصرف شده توسط یخ}$$

$$\frac{640 - 400}{5 + 1} = \frac{240}{6} = 40^{\circ}\text{C} = \text{دمای تعادل} = 40 + 273 = 313\text{K}$$

مثال ۱۷۲ - درون ظرفی مقداری یخ صفر درجه ی سلسیوس و ۵۰ گرم بخار آب ۱۰۰ درجه ی سلسیوس می ریزیم تا به تعادل گرمایی برسند . اگر در نهایت آب ۴۰ °C در ظرف باقی بماند ، جرم یخ اولیه چند گرم بوده است؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۴)

$$L_v = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad c_{\text{آب}} = 4.2 \frac{\text{J}}{\text{gr} \cdot \text{C}}$$

۲۵۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۱۵۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

روش دوم (روش نفر بندی)

هر نفر بخار آب ۱۰۰ درجه ی سلسیوس برای آن که کاملاً مایع شده و به آب ۱۰۰ درجه ی سلسیوس تبدیل شود (میعان) ، ۵۴۰ درجه ی سلسیوس به مجموع دماهای ما اضافه خواهد کرد.

دقت داشته باشید که آب و بخار آب به مجموع دماها افزوده و یخ از مجموع دماها کم می کند.

چون یکی از جرم ماده ها معلوم و دیگری مجهول است ، جرم ماده ی معلوم را یک نفر و جرم ماده ی مجهول را X نفر در نظر می گیریم.

$$\text{آب } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{+100} \text{آب } 100^\circ\text{C} \xrightarrow{+540} \text{بخار آب } 100^\circ\text{C}$$

$$\text{آب } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{-80} \text{یخ } 0^\circ\text{C}$$

$$640 = \text{میزان دمای اضافه شده توسط بخار آب}$$

$$80X = \text{میزان دمای مصرف شده توسط یخ}$$

$$\frac{640 - 80X}{X + 1} = 40 \rightarrow 640 - 80X = 40X + 40 \rightarrow 120X = 600 \rightarrow X = 5 \text{ نفر} \times 50 = 250 \text{ gr}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۱۷۳ - در ظرف عایقی ۶۸۰ گرم آب صفر درجه ی سلسیوس داریم . بر اثر تبخیر سطحی مقداری از آب بخار و بقیه به یخ صفر تبدیل می شود . جرم یخ تولید شده چند گرم است؟ ($L_V = ۶۰۰ \frac{\text{cal}}{\text{gr}}$, $L_F = ۸۰ \frac{\text{cal}}{\text{gr}}$) (سنجش جامع ۹۷)

- ۶۰۰ (۴)
- ۳۴۰ (۳)
- ۸۰ (۲)
- ۷۵ (۱)

جواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

توجه داشته باشید اگر آب صفر درجه ی سلسیوس بر اثر تبخیر سطحی مقداری ش به یخ صفر درجه ی سلسیوس تبدیل شود , داریم :

مطابق اصل بقای جرم , ۶۸۰ گرم آب صفر درجه ی سلسیوس که مقداری ش به بخار آب و مقداری به یخ صفر درجه تبدیل می شود می توان گفت :

$$m_{\text{بخار}} + m_{\text{یخ تولید شده}} = ۶۸۰$$

$$Q_{\text{یخ تولید شده}} = Q_{\text{بخار}} \rightarrow [mL_V]_{\text{یخ تولید شده}} = [mL_F]_{\text{بخار}} \rightarrow m_{\text{یخ تولید شده}} \times ۸۰ = (۶۸۰ - m_{\text{یخ تولید شده}}) \times ۶۰۰ \rightarrow ۲m_{\text{یخ تولید شده}} = ۱۵(۶۸۰) - ۱۵m_{\text{یخ تولید شده}} \rightarrow ۱۷m_{\text{یخ تولید شده}} = ۱۵(۶۸۰) \rightarrow m_{\text{یخ تولید شده}} = \frac{۱۵(۶۸۰)}{۱۷} = ۱۵ \times ۴۰ = ۶۰۰ \text{ گرم}$$

مثال ۱۷۴ - از ۵۰۰ gr آب صفر درجه ی سلسیوس در فشار یک اتمسفر ۱۰۰.۸KJ گرما می گیریم . اگر گرمای نهان ذوب یخ $۳۳۶ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ باشد , چند درصد آب منجمد می شود؟ (سراسری ریاضی ۹۰)

- ۸۰ (۴)
- ۶۰ (۳)
- ۴۰ (۲)
- ۲۰ (۱)

جواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

دقت داشته باشید همانطور که پیشتر هم گفته شد , اگر از آب صفر درجه ی سلسیوس گرما بگیریم , به یخ صفر تبدیل شده و منجمد می شود.

$$Q = mL_F \rightarrow ۱۰۰.۸ = m_{\text{آب منجمد شده}} \times ۳۳۶ \rightarrow m_{\text{آب منجمد شده}} = \frac{۱۰۰.۸}{۳۳۶} = \frac{۱۰۰.۸}{۳۳۶} = \frac{۳}{۱۰} = ۰.۳ \text{kg} = ۳۰۰ \text{gr}$$

$$\text{درصد آب منجمد شده} = \frac{۳۰۰ \text{gr}}{۵۰۰ \text{gr}} \times ۱۰۰ = \frac{۳۰۰}{۵} = ۶۰\%$$

*روش های انتقال (شارش) گرما

شارش گرما از جسم با دمای بالاتر به جسم با دمای پایین تر به سه صورت متفاوت انجام می شود :

(رسانش گرمایی - همرفت - تابش گرمایی)

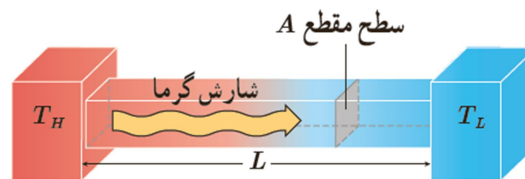
*رسانش

ارتعاش اتم ها و الکترون های آزاد در ناحیه ی گرم شده ی جسم موجب انتقال بخشی از انرژی آنها به اتم ها و الکترون های بسیار زیاد مجاورشان و در نتیجه انتقال گرما به روش رسانش می شود.

در رساناهای فلزی سهم الکترون های آزاد در رسانش گرمایی بیشتر از اتم هاست.

این فرایند نیاز به محیط مادی دارد.

*آهنک رسانش گرمایی



فرض کنید طول یک میله L و مساحت مقطع آن A باشد و دمای انتهای سرد میله را T_C و دمای انتهای گرم میله را T_H بنامیم ، گرمایی که در مدت زمان t از انتهای گرم میله به انتهای سرد آن شارش می یابد را با Q نشان داده و نسبت $\frac{Q}{t}$ را آهنک رسانش گرمایی نامیده و با H نمایش می دهند.

$$H = \frac{Q}{t} = k \frac{A}{L} (T_H - T_C)$$

در این رابطه k رسانندگی گرمایی ست که به جنس میله بستگی داشته و یکای آن در SI وات بر متر کلوین است.

*نکته ی شماره ی ۲۲

برای اندازه گیری رسانندگی گرمایی اجسام فلزی از میله و برای اجسام نافلزی از تیغه یا بره استفاده می کنند.

*** اگر داخل سیب زمینی چند سیخ کوچک فلزی فرو کنید و سپس سیب زمینی را داخل آب جوش قرار دهید , زودتر پخته می شود . علت این امر چیست؟**

فلز رسانای خوب گرماست . به همین خاطر گرما از طریق سیخ های فلزی به داخل سیب زمینی منتقل شده و زودتر پخته می شود.

*** موهای خرس قطبی تو خالی هستند . این موضوع چه نقشی در گرم نگه داشتن بدن آنها در سرمای قطب دارد؟**

هوا رسانای ضعیف گرماست . بنابراین هوا به مانند عایق عمل کرده و مانع از انتقال گرمای بدن خرس به محیط می شود.

مثال ۱۷۵- یکای رسانندگی گرمایی در SI کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۶ خارج از کشور)

- (۱) ژول بر متر.کلوین
- (۲) ژول بر ثانیه کلوین
- (۳) وات.ثانیه بر متر کلوین
- (۴) وات بر متر کلوین

کجواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

مثال ۱۷۶- برای اندازه گیری رسانندگی گرمایی یک میله ی فلزی به طول ۲۵ سانتی متر و سطح مقطع 7cm^2 را از یک طرف درون بخار آب 100°C و از طرف دیگر در ظرف محتوی آب و یخ صفر درجه ی سلسیوس قرار می دهیم و پس از ۱۰ دقیقه ۲۰۰ گرم از یخ ذوب می شود. . رسانندگی گرمایی میله در SI کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۶)

(اتلاف گرما نداریم و $L_f = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$)

- (۱) ۲۳۸
- (۲) ۴۰۰
- (۳) ۴۱۸
- (۴) ۶۰۰

کجواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

گرمای لازم برای ذوب یخ باید از طریق گرمای رسانش میله تامین شود .

$$Q = mL_f = \frac{kAt\Delta\theta}{L} \rightarrow k = \frac{0.2 \times 336000 \times 0.25}{7 \times 10^{-4} \times 600 \times 100} = 400 \text{ j/m. s. K}$$

مثال ۱۷۷ - در یک روز زمستانی دمای بیرون خانه ۵- درجه ی سلسیوس و دمای داخل خانه ۲۰ درجه ی سلسیوس است. اگر دمای داخل خانه را افزایش داده و در ۲۵ درجه ی سلسیوس ثابت نگه داریم، آهنگ اتلاف انرژی گرمایی از طریق رسانش چند برابر می شود؟

(سراسری ریاضی ۹۴)

- (۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{7}{5}$

کجواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

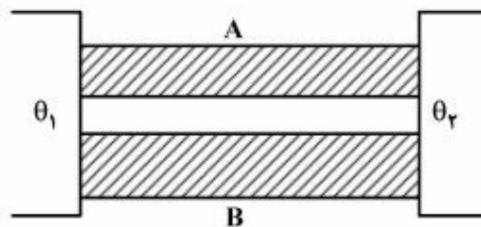
$$H = \frac{Q}{t} = k \frac{A}{L} (T_H - T_C) = k \frac{A}{L} (\Delta T) \rightarrow H \propto \Delta T \rightarrow \frac{H_2}{H_1} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = \frac{25 - (-5)}{20 - (-5)} = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$$

***نکته ی شماره ی ۲۳**

دقت داشته باشید که در مورد فلزات سری متصل به هم نسبت $\frac{Q}{t}$ مقدار ثابتی است.

مثال ۱۷۸ - مطابق شکل زیر اختلاف دمای دو سر میله های A و B با هم برابر است و سطح مقطع میله ی B ۲ برابر سطح مقطع میله ی A است. اگر آهنگ انتقال گرمای میله ی A ۲.۵ برابر آهنگ انتقال گرمای میله ی B باشد، ضریب رسانندگی گرمایی میله ی A چند برابر ضریب رسانندگی گرمایی میله ی B است؟ (سراسری ریاضی ۹۷)

- (۱) ۱.۲۵ (۲) ۱.۵ (۳) ۴ (۴) ۵



کجواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

$$H = k \frac{A}{L} (T_H - T_C) \xrightarrow{\text{ثابت } L \text{ و } (T_H - T_C)} H = kA \rightarrow k = \frac{H}{A} = \frac{\frac{5}{3} \text{ برابر}}{\frac{1}{3} \text{ برابر}} = 5 \text{ برابر}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۱۷۹- مطابق شکل زیر دو ورقه ی فلزی با رسانندگی $k_1 = 400 \frac{W}{mol.k}$ و $k_2 = 80 \frac{W}{mol.k}$ و هم ضخامت به هم چسبیده اند . دمای سطح خارجی ورقه ها ۰ و ۹۰ درجه ی سلسیوس است. در یک شرایط پایدار ، دمای محل اتصال دو ورقه چند درجه ی سلسیوس است؟

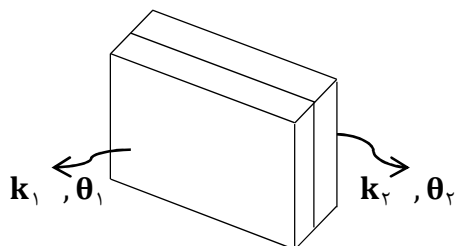
(سراسری ریاضی ۹۴)

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)



کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\left[k \frac{A}{L} (T_H - T_C) \right]_1 = \left[k \frac{A}{L} (T_H - T_C) \right]_2 \xrightarrow{\text{مساحت ها برابر و طول ها برابر}} 400 \Delta T_1 = 80 \Delta T_2$$

$$\rightarrow \Delta (T_{\text{دمای محل اتصال دو میله}} - 0) = (90 - T_{\text{دمای محل اتصال دو میله}}) \rightarrow \Delta T_{\text{دمای محل اتصال دو میله}} = 90 - T_{\text{دمای محل اتصال دو میله}}$$

$$6T_{\text{دمای محل اتصال دو میله}} = 90 \rightarrow T_{\text{دمای محل اتصال دو میله}} = 15^\circ C$$

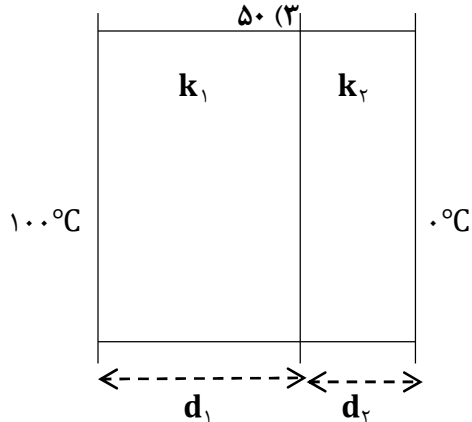
مثال ۱۸۰- مطابق شکل زیر دو صفحه ی فلزی با ضخامت های $d_1 = 4.5 \text{ cm}$ و $d_2 = 2.5 \text{ cm}$ که رسانندگی گرمایی آنها به ترتیب $k_1 = 90 \frac{W}{mol.k}$ و $k_2 = 200 \frac{W}{mol.k}$ و مطابق شکل زیر به هم چسبیده اند . دمای یک طرف ۱۰۰ درجه ی سلسیوس و دمای طرف دیگر صفر درجه ی سلسیوس است. در یک شرایط پایدار ، دمای سطح مشترک دو فلز چند درجه ی سلسیوس است؟ (سراسری ریاضی ۹۴ خارج از کشور)

۸۰ (۴)

۵۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)



کجواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

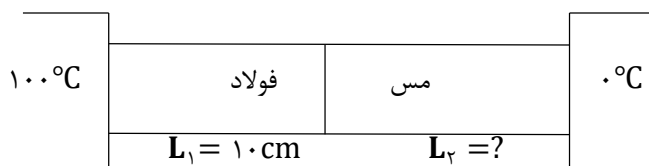
مثال ۱۸۲- دو میله ی فولادی و مسی به طول های L_1 و L_2 بین دو منبع حرارتی قرار دارند. اگر رسانندگی گرمایی فولاد و مس به ترتیب برابر ۵۰ و ۴۰۰ ژول بر مول ثانیه کلین و دمای سطح مشترک دو میله ۲۰ درجه ی سلسیوس باشد، طول L_2 چند سانتی متر است؟ (سراسری ریاضی ۹۰)

۳۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)



جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

دقت داشته باشید که در مورد فلزات سری متصل به هم نسبت $\frac{Q}{t}$ مقدار ثابتی است.

$$\left[k \frac{A}{L} (T_H - T_C) \right]_{\text{فولاد}} = \left[k \frac{A}{L} (T_H - T_C) \right]_{\text{مس}} \xrightarrow{\text{مساحت ها برابر}} \frac{50}{10} (100 - 20) = \frac{400}{L_2} (20 - 0) \rightarrow 400 = \frac{400}{L_2} \times 20 \rightarrow \frac{20}{L_2} = 1$$

$$L_2 = 20 \text{ cm}$$

مثال ۱۸۳- یک سر میله ی آلومینیومی به قطر مقطع ۴cm و طول ۱۸cm روی یک قالب یخ با دمای صفر درجه ی سلسیوس و به جرم ۱۰۰ گرم قرار دارد. سر دیگر میله درون آب با دمای ثابت ۱۰۰°C است. چند ثانیه طول می کشد تا یخ کاملاً ذوب شود؟ (سراسری تجربی ۸۸)

(اتلاف گرما نداریم و $L_f = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و $\pi = 3$ و ضریب رسانندگی آلومینیوم برابر ۲۴۰ وات بر مول کلین است.)

۵۲۰ (۴)

۲۱۰ (۳)

۵۲ (۲)

۲۱ (۱)

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

گرمای لازم برای ذوب یخ باید از طریق گرمای رسانش میله ی آلومینیومی تامین شود.

$$Q = mL_f = \frac{kAt\Delta\theta}{L} \rightarrow 0.1 \times 336000 = \frac{240 \times \pi \frac{D^2}{4} \times t \times 100}{0.18} \rightarrow t = \frac{336 \times 18}{24000 \times 3 \times 4 \times 10^{-4}} = \frac{336 \times 180}{24 \times 3 \times 4} = 14 \times 15 = 210 \text{ s}$$

مثال ۱۸۴ - یک میله ی استوانه ای فلزی شکل به طول یک متر و سطح مقطع 4cm^2 را از یک طرف درون آب در حال جوش 100°C و از طرف دیگر در 30 گرم یخ صفر درجه ی سلسیوس قرار می دهیم و پس از 60 دقیقه تمام یخ ذوب شده و به آب صفر درجه ی سلسیوس تبدیل می شود. رسانندگی گرمایی این فلز در SI کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۰ خارج از کشور)

$$(\text{اتلاف گرما نداریم و } L_f = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$$

۱۴۰ (۴)

۷۰ (۳)

۱۴ (۲)

۷ (۱)

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

گرما لازم برای ذوب یخ باید از طریق گرمای رسانش میله ی آلومینیومی تامین شود.

$$Q = mL_f = \frac{kAt\Delta\theta}{L} \rightarrow 0.3 \times 336000 = \frac{k \times A \times t \times 100}{1} \rightarrow k = \frac{3360 \times 3}{4 \times 10^{-4} \times 3600 \times 100} = \frac{3360 \times 3}{4 \times 36} = 70$$

مثال ۱۸۵ - میله ای یکنواخت با طول و سطح مقطع مشخصی بین دو منبع گرم و سرد در حالت تعادل گرمایی قرار دارد. اگر طول میله را نصف کرده و بین همان دو منبع قرار دهیم پس از ایجاد تعادل گرمایی آهنگ رسانش گرمایی چند برابر می شود؟ (قلم چی جامع ریاضی ۹۴)

۰.۲۵ (۴)

۲ (۳)

۰.۵ (۲)

۱ (۱)

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

$$H = \frac{Q}{t} = k \frac{A}{L} (T_H - T_C) \rightarrow H \propto \frac{1}{L} \xrightarrow{L \rightarrow \frac{L}{2}} H \rightarrow 2H$$

مثال ۱۸۶ - آب درون قابلمه ی آلومینیومی در حال جوشیدن استو با آهنگ 3.14 لیتر بر دقیقه تبخیر می شود. اگر ضخامت کف قابلمه

4mm و قطر آن 16cm باشد، دمای کف قابلمه که با شعله ی اجاق در تماس است چند درجه ی سلسیوس است؟

(قلم چی جامع ریاضی ۹۴)

(اتلاف گرما نداریم و $L_f = 2256000$ و ضریب رسانندگی آلومینیوم برابر 235 وات بر مول کلون و چگالی آب 1000 و فرض کنید دمای آب با دمای کف قابلمه یکسان باشد.)

۱۶۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۱۱۰ (۲)

۱۰۱ (۱)

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

$$1\text{m}^3 = 1000\text{lit} \quad , \quad 1\text{lit} = 0.001\text{m}^3$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

$$m = \rho v = 1000 \times 3.14 \times 10^{-2} = 3.14$$

$$Q = mL_v = \frac{kAt\Delta\theta}{L} \rightarrow 3.14 \times 2256000 = \frac{235 \times \pi \frac{D^2}{4} \times 60 \times \Delta\theta}{0.004} \rightarrow \Delta\theta = \frac{4 \times 3.14 \times 2256}{235 \times 3.14 \times 15 \times 36 \times 10^{-2}} = \frac{225600}{235 \times 15 \times 9}$$

$$= 100 = \theta_r - 100 \rightarrow \theta_r = 200^\circ\text{C}$$

مثال ۱۸۷ - یک سر میله ی فلزی به قطر ۲۰cm و طول ۳۰cm را روی یک قطعه بزرگ یخ صفر درجه ی سلسیوس و سر دیگر آن را روی یک منبع گرمایی با دمای ۴۲°C قرار داده ایم . پس از ۱۰۰ ثانیه چند گرم یخ ذوب خواهد شد؟ (قلم چی جامع تجربی ۹۴)

(اتلاف گرما نداریم و $L_f = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و $\pi = 3$ و ضریب رسانندگی فلز برابر ۸۰ وات بر مول کلوین است .)

۴۰۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۴۰ (۲)

۱۰ (۱)

کجواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

گرمای لازم برای ذوب یخ باید از طریق گرمای رسانش میله ی آلومینیومی تامین شود .

$$Q = mL_f = \frac{kAt\Delta\theta}{L} \rightarrow m \times 336000 = \frac{80 \times \pi \frac{D^2}{4} \times 100 \times 42}{0.3} \rightarrow m = \frac{80 \times \pi \frac{D^2}{4} \times 100 \times 42}{0.3 \times 336000} = \frac{240 \times \frac{4 \times 10^{-2}}{4} \times 4200}{3 \times 33600}$$

$$= 0.1 \text{ kg} = 100 \text{ gr}$$

مثال ۱۸۸ - وقتی که دمای هوای بیرون اتاق ۱۲°C- است ، بخاری داخل اتاق می تواند دمای اتاق را حداکثر تا ۱۸°C بالا ببرد . اگر همزمان گرمکن دیگری با توان ۲ kW را روشن کنیم ، دمای اتاق تا ۲۴°C بالا می رود . توان گرمایی بخاری چند کیلووات است؟

(سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۳)

۱۰ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

کجواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

$$P = \frac{Q}{t} = k \frac{A}{L} (T_H - T_C) \rightarrow P \propto \Delta\theta \rightarrow \frac{P}{P+2} = \frac{18 - (-12)}{24 - (-12)} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6} \rightarrow 6P = 5P + 10 \rightarrow P = 10 \text{ KW}$$

مثال ۱۸۹ - یک انتهای میله ی آلومینیومی در دمای 200°C و انتهای دیگر آن در دمای صفر درجه ی سلسیوس نگه داشته شده و دور میله عایق بندی شده است. اگر طول میله برابر ۱ متر بوده و قطر مقطع آن ۲ سانتی متر باشد، آهنگ رسانش گرما در میله چند وات است؟ ($\pi = 3$ و ضریب رسانندگی آلومینیوم برابر ۲۴۰ وات بر مول کلون است.)

(سراسری ریاضی ۹۲ خارج از کشور)

(۱) ۵۷.۶ (۲) ۱۴.۴ (۳) ۷.۲ (۴) ۴.۸

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$H = \frac{Q}{t} = k \frac{A}{L} (T_H - T_C) = 240 \times \frac{\pi \frac{D^2}{4}}{1} (200 - 0) = 240 \times \frac{3}{4} \times (2 \times 10^{-2})^2 \times 200 = 144000 \times 10^{-4} = 14.4 \text{ W}$$

مثال ۱۹۰ - ضخامت دیواری از بتون به ابعاد ۳ متر در ۵ متر برابر ۳۰ سانتی متر است. در روزی که دمای سطح خارجی دیوار 15°C و دمای سطح داخلی آن 25°C است، آهنگ شارش گرما از دیوار برابر 3400 J/s است. پشم شیشه به ضخامت تقریبی چند میلی متر را می توان به عنوان عایق معادل جایگزین این دیوار کرد؟ ($K_{\text{پشم شیشه}} = 0.04 \text{ W/m} \cdot ^{\circ}\text{C}$) (سراسری تجربی ۸۹)

(۱) ۰.۷ (۲) ۱ (۳) ۷ (۴) ۱۰

کجواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

$$H = \frac{Q}{t} = k \frac{A}{L} (T_H - T_C) \rightarrow 3400 = 0.04 \times \frac{3 \times 5}{L} (25 - 15) \rightarrow L = \frac{24}{3400} = \frac{3}{425} \text{ m} \times 1000 = \frac{3000}{425} = \frac{120}{17} = 7.05 \approx 7 \text{ mm}$$

مثال ۱۹۱ - آب در قابلمه ی آلومینیومی که در تماس با منبع گرماست، می جوشد و با آهنگ ۰.۱۸ لیتر بر دقیقه تبخیر می شود. ضخامت کف قابلمه ۴.۸mm و قطر آن ۳۰cm است. دمای ته ظرف با منبع گرما چند درجه ی سلسیوس است؟ (سراسری ریاضی ۸۹)

$$(\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ gr/cm}^3 \text{ و } L_V = 2250 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و } \pi = 3 \text{ و } K_{\text{Al}} = 240 \cdot \frac{\text{W}}{\text{mol.K}} \text{ است و } 100^{\circ}\text{C} \text{ دمای جوش آب } 100^{\circ}\text{C} \text{ است})$$

(۱) ۱۰۱ (۲) ۱۰۲ (۳) ۱۰۴ (۴) ۱۰

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

دقت داشته باشید که هر لیتر آب معادل یک کیلوگرم جرم دارد.

$$Q = mL_V = \frac{kAt\Delta\theta}{L} \rightarrow 0.18 \times 2250000 = \frac{240 \times \pi \frac{D^2}{4} \times 60 \times \Delta\theta}{4.8 \times 10^{-3}}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

$$\Delta\theta = \frac{18 \times 225 \times 48 \times 10^{-2}}{1.8 \times 9 \times 10^{-4}} = 2^\circ\text{C} = \theta_r - \theta_1 \rightarrow 2^\circ\text{C} = \theta_r - 100 \rightarrow \theta_r = 102^\circ\text{C}$$

مثال ۱۹۲ - یک سر میله ی آهنی به طول ۳۰ سانتی متر در یک منبع گرما به دمای ۱۵۰ درجه ی سلسیوس و سر دیگر آن در در مخلوط آب و یخ صفر درجه قرار دارد. در هر دقیقه ۷۳۸ ژول گرما در میله شارش می کند. قطر مقطع میله چند سانتی متر است؟

(سراسری ریاضی ۸۹ خارج از کشور) $\pi = 3$ و $K_{\text{میله}} = 82 \frac{\text{W}}{\text{mol.K}}$

۲۰ (۴)

۱۰ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$Q = \frac{kAt\Delta\theta}{L} \rightarrow 738 = \frac{82 \times A \times 60 \times 150}{0.3} \rightarrow A = 3 \times 10^{-4} \text{m}^2$$

$$A = \pi r^2 = 3 \times 10^{-4} \rightarrow r^2 = 10^{-4} \rightarrow r = 0.01 \text{m} = 1 \text{cm} \rightarrow D = 2r = 2 \text{cm}$$

مثال ۱۹۳ - یک خانه را از دیوارهای آجری به ضخامت ۳۰cm ساخته اند و از داخل با روکش چوبی به ضخامت ۱ cm پوشانده شده است. اگر دمای سطح داخلی روکش (سمت داخل خانه) ۲۰°C و دمای سطح خارجی دیوار ۱۰°C- باشد، دمای سطح مشترک چوب با آجر تقریباً چند درجه ی سلسیوس است؟ (رسانندگی گرمایی چوب و آجر به ترتیب ۰.۶ و ۰.۰۸ وات بر مول. کلون است.) (سراسری ریاضی ۸۸)

۱۸ (۴)

۱۰ (۳)

۱۴ (۲)

۲ (۱)

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$|Q|_{\text{آجر}} = |Q|_{\text{چوب}} \Rightarrow \frac{kAt.\Delta\theta}{l} = \frac{k'A't'\Delta\theta'}{l'}, (A = A', t = t') \quad \frac{0.6 \times (\theta + 10)}{30} = \frac{0.08 \times (20 - \theta)}{1} \rightarrow \theta = 14^\circ\text{C}$$

مثال ۱۹۴ - ظرفی مسی حاوی آب جوش ۱۰۰°C است و روی یک صفحه ی داغ قرار دارد. مساحت کف ظرف ۵۰۰ cm² و ضخامت آن ۵mm است. اگر صفحه ی داغ در هر ثانیه ۲۰۰۰ ژول گرما به کف ظرف بدهد دمای سطح بالایی صفحه ی داغ که در تماس با ظرف است چند درجه ی سلسیوس است؟ ($K_{\text{مس}} = 400 \frac{\text{W}}{\text{mol.K}}$) (سراسری تجربی ۸۷)

۱۲۵.۵ (۴)

۱۲۵ (۳)

۱۰۵ (۲)

۱۰۰.۵ (۱)

کجواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$Q = K \frac{At\Delta\theta}{L} \rightarrow 2000 = 400 \times \frac{(500 \times 10^{-4}) \times 1 \times \Delta\theta}{5 \times 10^{-3}} \rightarrow 5 = 10\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = 0.5$$

$$\rightarrow \theta_2 - \theta_1 = 0.5 \rightarrow \theta_2 - 100 = 0.5 \rightarrow \theta_2 = 100.5^\circ \text{C}$$

مثال ۱۹۵ - اختلاف دمای هوای اتاق و بیرون ۲۰ درجه است. از پنجره‌ی این اتاق در هر دقیقه چند کیلوژول گرما از شیشه‌ی آن به ابعاد ۱.۵ متر در ۱.۵ متر و ضخامت ۵ میلی‌متر از طریق رسانش منتقل می‌شود؟ ($K = 1 \frac{\text{W}}{\text{mol.K}}$) (سراسری ریاضی ۸۷ خارج از کشور)

- (۱) ۵۴ (۲) ۹۰ (۳) ۵۴۰ (۴) ۹۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$Q = \frac{kAt\Delta\theta}{L} = \frac{1 \times 1.5 \times 1.5 \times 60 \times 20}{5 \times 10^{-3}} = 54000 \text{ J} = 54 \text{ kJ}$$

مثال ۱۹۶ - یک سر میله‌ی آهنی با طول ۱۶ سانتی‌متر را به یک سر میله‌ی مسی به طول ۲۰ سانتی‌متر جوش داده‌اند. سر آزاد میله‌ی آهنی را در آب جوش 100°C و سر دیگر میله‌ی مسی را در مخلوط آب و یخ صفر درجه‌ی سلسیوس قرار می‌دهند. دمای نقطه‌ی اتصال دو میله چند درجه‌ی سلسیوس است؟ (سراسری ریاضی ۸۶ خارج از کشور)

(سطح مقطع هر دو میله یکسان است و سطح جانبی هر دو میله عایق پوش است). ($K_{\text{مس}} = 400 \frac{\text{W}}{\text{mol.K}}$ و $K_{\text{آهن}} = 80 \frac{\text{W}}{\text{mol.K}}$)

- (۱) ۳۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

پاسخ: گزینه‌ی ۳ صحیح است.

در مورد فلزات سری متصل به هم نسبت $\frac{Q}{t}$ مقدار ثابتی است.

$$\left[k \frac{A}{L} (T_H - T_C) \right]_{\text{مس}} = \left[k \frac{A}{L} (T_H - T_C) \right]_{\text{آهن}} \xrightarrow{\text{مساحت‌ها برابر}} \frac{400}{20} \Delta T_{\text{مس}} = \frac{80}{16} \Delta T_{\text{آهن}} \rightarrow 20 \Delta T_{\text{مس}} = 5 \Delta T_{\text{آهن}}$$

$$\rightarrow \left(100 - T_{\text{محل اتصال دو میله}} \right) = 4 \left(T_{\text{محل اتصال دو میله}} - 0 \right) \rightarrow 100 - T_{\text{محل اتصال دو میله}} = 4 T_{\text{محل اتصال دو میله}}$$

$$\Delta T_{\text{محل اتصال دو میله}} = 100 \rightarrow T_{\text{محل اتصال دو میله}} = 20^\circ \text{C}$$

* همرفت

انتقال گرما در مایعات و گازها که معمولا رساناهای گرمایی خوبی نیستند به روش همرفت (همراه با جابجایی بخشی از خود ماده) انجام می گیرد و نیاز به محیط مادی دارد.

پدیده ی همرفت بر اثر کاهش چگالی شاره (مایع یا گاز) با افزایش دما صورت می گیرد.

۲ نوع همرفت وجود دارد :

- ۱- همرفت طبیعی مانند (گرم شدن هوای داخل اتاق توسط بخاری یا شومینه - جریان های باد ساحلی - گرم شدن آب درون قابلمه - انتقال گرما از کوره ی هسته ای واقع در مرکز خورشید و ...)
- ۲- همرفت واداشته که در آن شاره به کمک یک تلمبه به چرخش واداشته شده تا با این چرخش انتقال گرما صورت پذیرد . مانند (سیستم خنک کننده ی موتور اتومبیل - سیستم گرم کننده ی مرکزی در ساختمان ها - دستگاه گردش خون در بدن جانوران خونگرم و ...)

* نکته ی شماره ی ۲۴

در همرفت برخلاف رسانش گرمایی ، انتقال گرما با انتقال بخش هایی از خود ماده صورت می گیرد.

* چه ارتباطی بین انتقال گرما به روش همرفت و ضریب انبساط حجمی مایع ها وجود دارد؟

هر چه ضریب انبساط حجمی بیشتر باشد ، در اثر تغییرات حتی کم دما نیز چگالی بیشتر تغییر کرده و همرفت بیشتری رخ می دهد.

* وارونگی هوا

این پدیده معمولا در شب های آرام و بدون ابر زمستان شروع شده و پیامد توقف همرفت طبیعی در جو زمین است . در وارونگی هوا ، گرد و غبار و گازهای آلاینده ی شهری واقع در لایه ی هوای سرد مجاور زمین در این لایه حبس می شوند . وارونگی هوا تا زمانی ادامه دارد که بر اثر وزیدن باد لایه های هوای سرد و گرم جابجا شود .

* تابش گرمایی

هر جسم در هر دمایی می تواند از خود تابش الکترومغناطیسی گسیل کند که شدت و بسامد این تابش به دمای جسم بستگی دارد و به همین دلیل آن را تابش گرمایی می نامند.

سطح بدن یک فرد معمولی در محیطی با دمای ۲۲ درجه ی سلسیوس تابشی گرمایی با آهنگی در حدود ۱۰۰ وات دارد.

مهم ترین ویژگی های تابش گرمایی

- ۱- در دماهای متداول ، اجسام معمولاً تابش فروسرخ دارند.
- ۲- این نوع انتقال نیاز به محیط مادی نداشته و با سرعت نور در خلاء منتشر می شود.
- ۳- تابش گرمایی از سطح هر جسم به (دما - مساحت - میزان سیقلی بودن - رنگ سطح جسم) بستگی دارد.
- ۴- تابش گرمایی در دماهای زیر حدود 500°C عمدتاً به صورت تابش فروسرخ است که نامریی ست.
- ۵- برای آشکارسازی تابش های فروسرخ از ابزاری موسوم به **دمانگار** استفاده می شود و به تصویر به دست آمده از آن **دمانگاشت** می گویند.
- ۶- سطوح صاف و روشن و درخشان تابش گرمایی کمتری نسبت به سطوح تیره ، ناصاف و مات دارد.

کاربرد تابش گرمایی در پدیده های زیستی

۱- شکار تابش فروسرخ

نوعی از مارهای زنگی اندام هایی حفره ای بر روی پوزه ی خود دارند که نسبت به تابش فروسرخ حساس اند . این مارها اغلب در سیاهی شب شکار می کنند . در واقع اندام های حفره ای به آنها کمک می کند که طعمه های خونگرم خود را به واسطه ی تابش فروسرخ شان در تاریکی و سرمای شب مشاهده کنند.

۲- کلم اسکانک

این گیاه یکی از چندین گیاهی ست که می تواند دمایش را تا بیشتر از دمای محیط بالا ببرد . این نوع کلم به علت بالا رفتن دمایش انرژی خود را از طریق تابش فروسرخ از دست می دهد و می تواند برف اطراف ش را در زمستان آب کند.

اثر گلخانه ای

در تشابه با گلخانه ها که با ایجاد محیطی محصور مانع از جریان هوا و خروج هوای گرم از گلخانه ها می شوند ، به این به دام افتادن تابش گرمایی بین لایه ی پوش سپهر و سطح زمین اثر گلخانه ای و به گازهای موجود در لایه ی پوش سپهر (دی اکسید کربن ، متان و بخار آب) که سبب این پدیده می شوند ، گازهای گلخانه ای می گویند.

اگر لایه ی پوش سپهر وجود نداشت ، دمای میانگین سطح زمین چیزی در حدود 18°C - درجه ی سانتیگراد می شد . ولی اینک این دما در حدود 15°C + درجه است . یعنی اثر گلخانه ای حدود 33°C درجه به دمای میانگین سطح زمین افزوده است.

***پرتوسنج (رادومتر)**



وسیله ای است که از یک حباب شیشه ای تشکیل شده است که درون آن چهار پره ی فلزی قائم قرار دارد که می توانند حول یک محور بچرخند.

***تف سنج ها و انواع آن**

- ۱ - از تابش گرمایی می توان به عنوان مبنایی برای اندازه گیری دمای جسم استفاده کرد.
- ۲ - به روش های اندازه گیری دما مبتنی بر تابش گرمایی **تف سنجی** و به ابزارهای اندازه گیری دما به این روش **تف سنج** می گویند.
- ۳ - تف سنج بر خلاف سایر دماسنج ها بدون تماس با جسمی که می خواهیم دمای آن را اندازه گیری کنیم ، دمای جسم را اندازه می گیرد.
- ۴ - **تف سنجی** به خصوص در اندازه گیری دماهای بالای 1100°C اهمیت ویژه ای دارد.
- ۵ - **تف سنج تابشی و نوری** تف سنج هایی برای اندازه گیری این دماها هستند و **تف سنج نوری به عنوان دماسنج معیار** برای اندازه گیری این دماها انتخاب شده است.

مثال ۱۹۷ - کدام عبارت درست نیست؟ (سراسری تجربی ۸۵ خارج از کشور)

- ۱) افزایش دمای یک لوله ی مسی حجم فضای داخلی آن را زیاد می کند.
- ۲) تابش سریع ترین راه انتقال گرما از نقطه ای به نقطه ی دیگر است.
- ۳) انتقال گرما از طریق همرفت تنها راه انتقال گرما در خلاء است.
- ۴) ضریب انبساط طولی یک جسم جامد تقریباً نصف ضریب انبساط سطحی آن است.

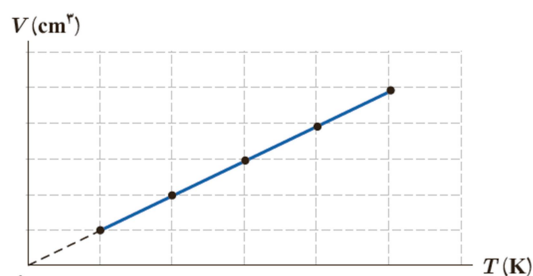
کجواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

*** قانون گازها**

توجه داشته باشید که برای آن که یک گاز بتواند یک فرایند ترمودینامیکی را طی کند، حداقل باید ۲ خاصیت آن دستخوش تغییر شود.

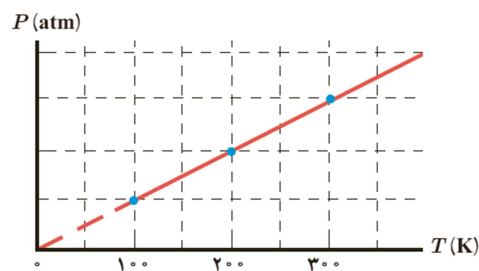
حالت (۱) ... فرایند هم فشار (قانون شارل)

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{\Delta V}{\Delta T}$$



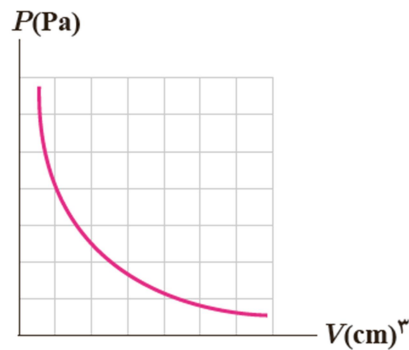
حالت (۲) ... فرایند هم حجم (قانون گیلوساک)

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = \frac{\Delta P}{\Delta T}$$



حالت (۳) . . . فرایند هم دما (قانون بویل - ماریوت)

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

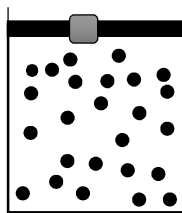


* چرا خوراکی های بسته بندی شده در هنگام پرواز هواپیما در ارتفاعات و با کاهش فشار هوا باد می کنند؟

فشار هوای داخل خوراکی با فشار هوای روی زمین یکسان است . در ارتفاعات فشار هوای داخل هواپیما کمتر از فشار هوای داخل خوراکی ست. در نتیجه این اختلاف فشار باعث ایجاد نیرویی رو به بیرون می شود و بسته ی خوراکی باد می کند.

* نکته ی شماره ی ۲۵

فرض کنید یک پیستون داخل سیلندری آزادانه حرکت کند . . .



الف - زمانی فرایند هم فشار خواهد بود که ... وزنه ای روی پیستون اضافه نشود یا برداشته نشود.

ایند هم حجم خواهد بود که ... پیستون توسط یک پین ثابت باشد و امکان جابجایی برای پیستون وجود نداشته باشد.

* قانون آووگادرو

طبق تحقیقات این دانشمند ایتالیایی معلوم شد که در دما و فشار ثابت نسبت حجم گاز به تعداد مولکول های آن مقداری ثابت است.

$$\frac{V}{N} = \text{مقداری ثابت}$$

با توجه به اینکه در یک مول از گاز به تعداد 6.02×10^{23} (عدد آووگادرو) مولکول وجود دارد ...

$$N = n \cdot N_A$$

n تعداد مول و N_A همان عدد آووگادرو است.

پس رابطه ی بالا را به صورت زیر نیز می توان نوشت ...

$$\frac{V}{n} = \text{مقداری ثابت} \xrightarrow{\text{در نتیجه}} \frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2}$$

* قانون گازهای کامل (آرمانی)

اگر گاز درون محفظه به اندازه ی کافی رقیق و یا چگالی آن به حد کافی کم باشد ، یعنی مولکول های گاز آنقدر از هم دور باشند که با هم برکنش نداشته باشند ، گاز را کامل (آرمانی) می نامیم که در واقعیت وجود خارجی ندارد!

در این شرایط انرژی پتانسیل گاز بسیار ناچیز و در حد صفر خواهد بود و انرژی درونی گاز با انرژی جنبشی گاز برابر خواهد بود.

در شرایط آرمانی

$$\frac{PV}{T} = \text{مقدار ثابت} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

در این رابطه ، P فشار گاز بر حسب پاسکال ، V حجم گاز بر حسب متر مکعب و T دمای مطلق گاز بر حسب کلوین است.

در واقع این سه کمیت (P و V و T) بیانگر ویژگی های ترمودینامیکی گازهای کامل می باشند.

* تبدیل واحدهای زیر را به خاطر بسپارید :

$$1 \text{ atm} = 1.0^5 \text{ pa} = 76 \text{ cm. hg} = 760 \text{ mm. hg}$$

$$0 \text{ } ^\circ \text{C} = +273 \text{ K}$$

$$1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ L} = 10^6 \text{ cm}^3$$

نکته ی شماره ی ۲۶

در یک گاز کامل

$$K = \frac{3}{2} kT = \text{انرژی جنبشی}$$

که در آن k ثابت بولتزمن بوده و انرژی جنبشی گاز کامل فقط تابع دمای مطلق گاز بر حسب کلین است.

$$T = \theta + ۲۷۳$$

با توجه به اینکه انرژی جنبشی گاز کامل با انرژی درونی گاز کامل برابر است ، پس انرژی درونی گاز کامل نیز تابع دمای مطلق گاز خواهد بود.

نکته ی شماره ی ۲۷

همانطور که گفته شد در مورد گازهای کامل نسبت $\frac{PV}{T}$ مقدار ثابتی بوده و ...

$$\frac{PV}{T} = n = \text{تعداد مول های گاز} \propto \text{مقدار ثابت}$$

این تناسب را می توان با ثابت عمومی گازها به یک رابطه تبدیل کرد که به معادله ی حالت گازهای کامل مشهور می باشد.

$$\frac{PV}{T} = nR \quad ; \quad R = ۸.۳۱۴ \frac{j}{\text{mol. K}}$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{\text{جرم کل گاز}}{\text{جرم مولی گاز}} \quad \text{و} \quad \frac{PV}{T} = \frac{m}{M} R \rightarrow PM = \frac{m}{V} R T \xRightarrow{\rho = \frac{m}{V}} PM = \rho R T$$

حالت دیگر معادله ی گاز کامل

* قانون دالتون

این قانون در مورد مخلوط شدن گازها می باشد. فرض کنید دو مخزن با مشخصات ترمودینامیکی (۱) و (۲) داشته باشیم. اگر گازهای موجود در این دو مخزن را به صورت کامل در مخزن سومی ترکیب کنیم و آنها را خالی کنیم، آن گاه ...

۱- لزوما نمی توان گفت که ...

$$V_3 = V_1 + V_2$$

۲- می توان گفت ...

$$n_3 = n_1 + n_2 \rightarrow \frac{P_3 V_3}{T_3} = \frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

۳- فرض کنید دو مخزن توسط یه شیر به هم متصل شده باشند ...

در این شرایط گاز از مخزنی که فشار بیشتری دارد به مخزنی که فشار کمتری دارد جابجا خواهد شد. تحت این شرایط و برخلاف حالت قبلی ...

$$V_{\text{نهایی}} = V_1 + V_2 \quad \text{و} \quad n_{\text{نهایی}} = n_1 + n_2 \quad \text{و} \quad \frac{PV}{T} = \frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

توجه داشته باشید که اگر یکی از مخازن خالی باشد، فشار مخزن مربوطه صفر خواهد بود.

۴- فرض کنید مخزنی داشته باشید که پس از باز کردن شیر مقداری از گاز موجود در مخزن تخلیه شود و قبل از آنکه تمام محتویات مخزن خالی شود، شیر مخزن را ببندیم. در این شرایط ...

$$n_{\text{اولیه}} = n_{\text{خارج شده}} + n_{\text{باقیمانده}} \rightarrow \frac{PV}{T} = \frac{PV}{T} + \frac{PV}{T}$$

توجه داشته باشید که ...

$$V_{\text{اولیه}} = V_{\text{باقیمانده}}$$

زیرا ظرف ما تغییر شکلی نداده است و گاز پس از بسته شدن شیر تمام حجم ظرف را اشغال خواهد کرد.

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۱۹۸ - حجم مقدار معینی گاز کامل در دمای ۷°C برابر ۲ Lit است . در فشار ثابت دمای گاز را چند کلوبین افزایش دهیم تا حجم گاز ۴۰۰ cm^۳ افزایش یابد؟(سراسری تجربی ۹۷)

- ۴۶ (۱)
- ۵۶ (۲)
- ۳۱۹(۳)
- ۳۲۹ (۴)

جواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

می دانیم که هر لیتر معادل ۱۰۰۰ سانتی متر مکعب است.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \frac{400}{2000} = \frac{T_2}{7 + 273} \rightarrow \frac{6}{5} = \frac{T_2}{280} \rightarrow T_2 = 336K \rightarrow \Delta T = 336 - 280 = 56$$

مثال ۱۹۹ - به کمک یک پیستون ، حجم مقدار معینی گاز کامل را به ۸ لیتر می رسانیم و در این عمل فشار گاز از ۱۰^۵Pa به ۲ × ۱۰^۵Pa می رسد و دمای گاز از ۲۷ درجه ی سلسیوس به ۴۷ درجه ی سلسیوس می رسد. حجم اولیه ی گاز چند لیتر بوده است؟(خارج تجربی ۹۷)

- ۱۰ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۱۵(۳)
- ۲۴ (۴)

جواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{(10^5) V_1}{273 + 27} = \frac{(2 \times 10^5)(8)}{273 + 47} \rightarrow \frac{V_1}{300} = \frac{(2)(8)}{320} \rightarrow V_1 = 15 \text{ لیتر}$$

مثال ۲۰۰ - دمای ۳ گرم گاز هیدروژن را در فشار ثابت از ۲۷ درجه ی سلسیوس به ۸۷ درجه ی سلسیوس می رسانیم . حجم گاز در این فرایند چند درصد افزایش می یابد؟(سراسری تجربی ۹۴ خارج از کشور)

- ۱۵ (۲)
- ۲۰ (۲)
- ۲۵(۳)
- ۳۰ (۴)

جواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{87 + 273}{27 + 273} = \frac{360}{300} = 1.2 \rightarrow 20 \text{ درصد افزایش یافته است}$$

مثال ۲۰۱- اگر حجم گاز کاملی را در دمای ثابت ۴ لیتر افزایش دهیم، فشار آن به اندازه ۰.۲ فشار اولیه تغییر می کند. حجم گاز چند درصد افزایش می یابد؟ (قلم چی جامع تجربی ۹۴)

۳۶ (۴)

۳۲ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \rightarrow P_1 V_1 = 0.8 P_1 (V_1 + 4) \rightarrow 0.2 V_1 = 3.2 \rightarrow V_1 = 16 \text{ lit} \rightarrow V_2 = 20 \text{ lit} \rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{4}{16} \times 100 = 25\%$$

مثال ۲۰۲- در شکل روبه رو ظرف A به حجم ۲ لیتر حاوی گاز اکسیژن با دمای ۴۷°C و فشار ۴ اتمسفر است و ظرف B به حجم ۵ لیتر کاملا خالی است. اگر شیر رابط را باز کنیم و دمای گاز در ظرف ها به ۷ درجه ی سلسیوس برسد، فشار گاز چند اتمسفر می شود؟

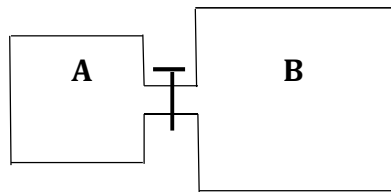
(سراسری ریاضی ۹۴)

۲ (۴)

۰.۵ (۳)

۱ (۲)

۱.۵ (۱)



جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

مطابق توضیحات داده شده در متن درس در این شرایط یکی از مخزن ها خالی بوده و فشار آن مخزن صفر خواهد بود و حجم مخزن برابر مجموع حجم ها

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P(V_A + V_B)}{T} = \frac{P_A V_A}{T_A} + \frac{P_B V_B}{T_B} \rightarrow \frac{P(2 + 5)}{7 + 273} = \frac{4 \times 2}{47 + 273} + 0 \rightarrow \frac{7P}{280} = \frac{8}{320} \rightarrow \frac{P}{40} = \frac{1}{40} \rightarrow P = 1 \text{ atm}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۲۰۳ - اگر در حجم ثابت، دمای مقدار معینی گاز کامل را افزایش دهیم تا فشار آن ۲ برابر شود. چگالی آن چند برابر خواهد شد؟

(سنجش جامع ۹۷)

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) ۲

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

دقت داشته باشید که چون هم حجم گاز و هم مقدار گاز کامل مقدار معینی است. یعنی جرم آن نیز ثابت است. طبق رابطه ی $\rho = \frac{m}{V}$ چگالی آن نیز ثابت خواهد ماند.

مثال ۲۰۴ - دمای گازی در فشار ثابت، از صفر درجه ی سلسیوس به ۲۷ درجه ی سلسیوس رسیده است. چگالی آن درصد یافته است.

(سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۲)

- ۱) ۹ - کاهش ۲) ۹ - افزایش ۳) ۹۱ - کاهش ۴) ۹۱ - افزایش

کجواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\rho = \frac{PM}{RT}$$

چگالی گاز با دمای آن نسبت عکس دارد.

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \rightarrow \frac{27 + 273}{0 + 273} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \rightarrow \rho_2 = \frac{273}{300} \rho_1 = 0.91 \rho_1$$

چگالی ۹ درصد کاهش یافته است

مثال ۲۰۵ - گاز کاملی به حجم ۱.۵ لیتر در فشار یک اتمسفر و دمای ۲۷°C قرار دارد. اگر فشار گاز را به ۱.۵ اتمسفر برسانیم و دمای گاز نیز ۵۰

کلوین افزایش یابد، حجم گاز چند لیتر کاهش می یابد؟ (سراسری تجربی ۹۲ خارج از کشور)

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{6}$

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{1(1.5)}{27 + 273 = 300} = \frac{(1.5)V_2}{350} \rightarrow \frac{1}{300} = \frac{V_2}{350} \rightarrow V_2 = \frac{7}{6} \text{ lit} \rightarrow \Delta v = \frac{7}{6} - \frac{3}{2} = \frac{7 - 9}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3} \text{ lit}$$

مثال ۲۰۶ - چگالی گاز کاملی در دمای ۰°C و فشار یک جو برابر ۱.۴kg/m^۳ می باشد . چگالی این گاز در دمای ۲۷۳°C و فشار دو جو کدام است؟ (سنجش جامع ۹۶)

- ۲.۸ (۴)
- ۱.۴(۳)
- ۰.۷ (۲)
- ۰.۳۵ (۱)

جواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

همانطور ه مشاهده می شود دمای گاز از ۲۷۳ درجه ی کلوین به ۲ برابر افزایش یافته است . فشار گاز نیز ۲ برابر شده است . بر طبق رابطه ای که برای حالت دوم معادله ی حالت گازها بیان کردیم , می توان نوشت :

$$\rho = \frac{PM}{RT}$$

چگالی گاز با فشار نسبت مستقیم و با دما نسبت عکس دارد . پس می توان نتیجه گرفت چگالی جسم هیچ تغییری نکرده و ثابت خواهد ماند.

مثال ۲۰۷- در یک فرایند هم فشار , دمای مطلق گاز ۲۵ درصد افزایش می یابد . چگالی این گاز چند درصد افزایش می یابد؟ (سراسری تجربی ۹۱ خارج از کشور)

- ۸۰ (۴)
- ۷۵(۳)
- ۲۵ (۲)
- ۲۰ (۱)

جواب : گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\rho = \frac{PM}{RT}$$

چگالی گاز با دمای آن نسبت عکس دارد . چون دما ۲۵ درصد افزایش یافته است , پس می توان گفت

$$T_2 = 1.25T_1 = \frac{5}{4}T_1 \xrightarrow{\text{در نتیجه}} \rho_2 = \frac{4}{5}\rho_1 = 0.8\rho_1 \rightarrow \text{چگالی ۲۰ درصد کاهش یافته است}$$

مثال ۲۰۸ - اگر در حجم ثابت دمای مقدار معینی گاز کامل را از ۲۷°C به ۸۷°C برسانیم , فشار گاز چند درصد افزایش می یابد؟ (سراسری تجربی ۹۲)

- ۴۰ (۴)
- ۳۰(۳)
- ۲۰ (۲)
- ۱۰ (۱)

جواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{87 + 273}{27 + 273} = \frac{360}{300} = 1.2 \rightarrow \text{۲۰ درصد افزایش یافته است}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران ➤

مثال ۲۰۹ - اگر در فشار ثابت دمای مقدار معینی گاز کامل را از 27°C به 42°C برسانیم، حجم گاز چند درصد افزایش می یابد؟

(سراسری تجربی ۹۳)

۵ (۴)

۱۰ (۳)

۲۵ (۲)

۵۰ (۱)

کجواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow \frac{V_1}{300} = \frac{V_2}{315} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{315}{300} = 1.05 \rightarrow 5 \text{ درصد افزایش یافته است}$$

مثال ۲۱۰ - دمای گاز کاملی 27°C است. اگر در حجم ثابت دمای آن را ۳ درجه ی سلسیوس افزایش دهیم. فشار آن چند درصد افزایش خواهد یافت؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۴)

۲۷ (۴)

۹ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

کجواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1}{300} = \frac{P_2}{303} \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{303}{300} = \frac{101}{100} = 1.01 \rightarrow 1 \text{ درصد افزایش خواهد یافت}$$

مثال ۲۱۱ - اگر فشار گاز کاملی را ۲۵ درصد افزایش دهیم و حجم آن را ۳۶ درصد کاهش دهیم. دمای گاز چند درصد تغییر خواهد یافت؟

(سراسری ریاضی ۸۷ خارج از کشور)

۲۰ درصد کاهش (۴)

۲۰ درصد کاهش (۳)

۲۰ درصد کاهش (۲)

۲۰ درصد کاهش (۱)

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{1.25 P_1 \cdot 0.64 V_1}{T_2} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{4} \times \frac{16}{25} = \frac{4}{5} = 0.8 \rightarrow 20 \text{ درصد کاهش}$$

مثال ۲۱۲ - دمای گاز کاملی 127°C است. اگر دمای گاز را به 27°C برسانیم و همزمان حجم آن را ۲ برابر کنیم. فشار گاز چند برابر می

شود؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۴)

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{3}{8}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{400} = \frac{P_2 \cdot 2V_1}{300} \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{300}{800} = \frac{3}{8}$$

مثال ۲۱۳- اگر در حجم ثابت دمای مقدار معینی گاز کامل را از 45.5°C به 91°C برسانیم، فشار گاز چند برابر می شود؟
(سراسری تجربی ۹۱)

$\frac{8}{7}$ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

کجابواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{91 + 273}{45.5 + 273} = \frac{2(45.5) + 6(45.5)}{1(45.5) + 6(45.5)} = \frac{8}{7}$$

مثال ۲۱۴- اگر دمای مطلق و فشار گاز کاملی را به ترتیب ۱۴۰ درصد و ۵۰ درصد افزایش دهیم حجم این گاز چند درصد افزایش خواهد یافت؟
(قلم چی جامع تجربی ۹۴)

۱۹۰ (۴)

۱۶۰ (۳)

۹۰ (۲)

۶۰ (۱)

کجابواب : گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{1.5 P_1 \times V_2}{2.4 T_1} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{2.4}{1.5} = \frac{8}{5} = 1.6 \rightarrow 60\% \text{ درصد افزایش}$$

مثال ۲۱۵- اگر دمای مقدار معین گاز کاملی را 250°C افزایش دهیم. در حجم ثابت فشار آن ۲ برابر می شود. دمای اولیه ی آن چند درجه ی سلسیوس است؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۳)

-۲۳ (۴)

-۱۳ (۳)

۲۷ (۲)

۴۷ (۱)

کجابواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1}{T_1 + 273} = \frac{2P_1}{T_1 + 523} \rightarrow \frac{T_1 + 273}{T_1 + 523} = \frac{1}{2} \rightarrow 2T_1 + 546 = T_1 + 523 \rightarrow T_1 = -23^\circ\text{C}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۲۱۶ - در صبح یک روز زمستانی که دمای هوا 3°C - است، فشار هوای درون لاستیک اتومبیلی 2.7 اتمسفر است. اگر این اتومبیل به منطقه ای برده شود که بعد از تعادل حرارتی فشار گاز درون لاستیک به 3 اتمسفر برسد، دمای این منطقه چند درجه ی سلسیوس است؟ (حجم تایر ثابت فرض شده است.) (سراسری تجربی 89 خارج از کشور)

- (۱) ۳ (۲) ۱۳ (۳) ۲۷ (۴) ۳۷

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{2.7}{-3 + 273} = \frac{3}{T_2 + 273} \rightarrow T_2 + 273 = \frac{3 \times 270}{2.7} = 300 \rightarrow T_2 = 27^{\circ}\text{C}$$

مثال ۲۱۷ - 2 لیتر گاز کامل با فشار یک اتمسفر و دمای 27 درجه ی سلسیوس زیر پیستون قرار دارد. پیستون را عقب می کشیم و حجم گاز را به 4 لیتر می رسانیم. اگر در این عمل دمای گاز 12 درجه ی سلسیوس کاهش یافته باشد، فشار آن به چند اتمسفر رسیده است؟ (سنجش جامع 95)

- (۱) ۰.۲۳ (۲) ۰.۴۸ (۳) ۰.۶۳ (۴) ۰.۹۸

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{1 \times 2}{27 + 273} = \frac{P_2 \times 4}{15 + 273} \rightarrow P_2 = \frac{2 \times 288}{4 \times 300} = \frac{144}{300} = \frac{48}{100} = 0.48 \text{ atm}$$

مثال ۲۱۸ - حجم گاز کاملی را نصف می کنیم و همزمان دمای آن را از 27°C به 627°C می رسانیم. فشار گاز چند برابر می شود؟ (سراسری تجربی 93 خارج از کشور)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۴ (۴) ۶

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{300} = \frac{P_2 \cdot \frac{V_1}{2}}{900} \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{900}{150} = 6$$

مثال ۲۱۹ - دمای مقدار معین گاز کاملی را از 27°C به 227°C می‌رسانیم. اگر در این فرایند فشار گاز ثابت بماند و حجم آن ۲ لیتر افزایش یابد، حجم گاز در دمای 27°C درجه‌ی سلسیوس چند لیتر بوده است؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۴)

۴ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۵ (۲)

جواب: گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{V_1}{300} = \frac{(V_1 + 2)}{500} \rightarrow \frac{V_1 + 2}{V_1} = \frac{5}{3} \rightarrow 3V_1 + 6 = 5V_1 \rightarrow V_1 = 3 \text{ lit}$$

مثال ۲۲۰ - حباب هوایی که در عملیات غواصی در عمق ۷۰ متری ایجاد می‌شود به طرف سطح حرکت می‌کند. اگر دما را ثابت فرض کنیم، شعاع این حباب چند برابر می‌شود؟ (سنجش جامع ۹۷)

۴

۲ $\sqrt{2}$ (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

جواب: گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \rightarrow \left(\frac{h}{10} + 1\right) \text{ atm} \times V_1 = 1 \text{ atm} \times V_2 \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{h}{10} + 1}{1} = \frac{70}{10} + 1 = 7 + 1 = 8$$

چون حجم ۸ برابر می‌شود، طبق رابطه‌ی $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ شعاع حباب ۲ برابر خواهد شد.

مثال ۲۲۱ - دمای گاز کاملی 27°C است. اگر دمای گاز را به 77°C برسانیم و همزمان حجم آن را ۴۰ درصد کاهش دهیم. فشار گاز چند برابر می‌شود؟ (سنجش جامع تجربی و ریاضی ۹۳)

$\frac{12}{35}$ (۴)

$\frac{18}{35}$ (۳)

$\frac{35}{18}$ (۲)

$\frac{35}{12}$ (۱)

جواب: گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{300} = \frac{P_2 \cdot 0.6 V_1}{350} \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{350}{180} = \frac{35}{18}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

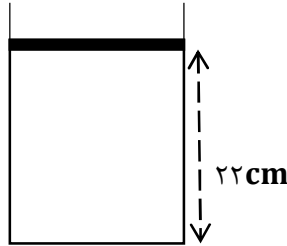
مثال ۲۲۲ - مطابق شکل زیر پیستون بدون اصطکاک گاز کاملی با دمای ۵۷ °C محبوس است . اگر دمای گاز را به تدریج به ۲۷ °C برسانیم , در این حالت پیستون چند سانتی متر جابجا خواهد شد؟ (سراسری تجربی ۸۸)

۵ (۴)

۲.۵ (۳)

۲ (۲)

۰.۵ (۱)



جواب : گزینه ی ۲ صحیح است.

با توجه به اینکه حجم گاز با ارتفاع متناسب است . . .

$$v \propto h \Rightarrow \Delta v \propto \Delta h \text{ جابجایی پیستون}$$

از آن جا که پیستون آزادانه حرکت می کند , مطابق آنچه که گفته شد , نوع فرایند هم فشار است و می توان نوشت :

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{\Delta V}{\Delta T} \xrightarrow{v \propto h} \frac{\Delta v \propto \Delta h}{\Delta T} \frac{h_1}{T_1} = \frac{\Delta h}{\Delta T} \rightarrow \frac{22}{330} = \frac{\Delta h}{30} \rightarrow \Delta h = 2 \text{ cm}$$

مثال ۲۲۳ - دمای مقداری گاز کامل را از ۲۷ °C به ۵۷ °C و حجم آن را از ۸ لیتر به ۱۱ لیتر می رسانیم . در این عمل فشار گاز ۱۰ سانتی متر جیوه کم می شود , فشار اولیه ی گاز چند سانتی متر جیوه بوده است؟ (سراسری تجربی ۹۰ خارج از کشور)

۱۰۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

جواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1 (\lambda)}{27 + 273 = 300} = \frac{(P_1 - 10) 11}{57 + 273 = 330} \rightarrow \frac{\lambda P_1}{(P_1 - 10) 11} = \frac{10}{11} \rightarrow 11 \lambda P_1 = 110 P_1 - 1100 \rightarrow 22 P_1 = 1100 \rightarrow P_1 = 50 \text{ cm. Hg}$$

مثال ۲۲۴ - مخزن گازی محتوی ۱۵ لیتر اکسیژن با فشار ۲ اتمسفر را به یک مخزن خالی از هوا به حجم ۲۵ لیتر متصل میکنیم. در دمای ثابت فشار هر مخزن چند اتمسفر است؟ (سنجش جامع ۹۶)

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{4}$

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

مطابق توضیحات داده شده در متن درس در این شرایط یکی از مخزن ها خالی بوده و فشار آن مخزن صفر خواهد بود و حجم مخزن برابر مجموع حجم ها

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{\text{دما ثابت}} P(V_1 + V_2) = P_1 V_1 + P_2 V_2 \rightarrow P(15 + 25) = (2 \times 15) + (0)(25) \rightarrow 40P = 30 \rightarrow P = \frac{3}{4} \text{ atm}$$

مثال ۲۲۵ - در یک مخزن ۶ لیتر هوا با فشار ۴ اتمسفر موجود است. مقداری از هوای مخزن را خارج می کنیم و فشار آن به ۲ اتمسفر برسد. حجم هوای خارج شده از مخزن در فشار یک اتمسفر چند لیتر است؟ (دما ثابت و هوا گاز کامل فرض شود). (سراسری تجربی ۸۸ خارج از کشور)

(۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۲۲ (۴) ۲۴

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\frac{PV}{T} = \frac{PV}{T} + \frac{PV}{T} \xrightarrow{V_{\text{باقیمانده}} = V_{\text{اولیه}}} \frac{PV}{T} = \frac{PV_{\text{خارج شده}}}{T} + \frac{PV_{\text{باقیمانده}}}{T} \rightarrow 4 \times 6 = 1 \times V_{\text{خارج شده}} + 2 \times 6 \rightarrow V_{\text{خارج شده}} = 12 \text{ lit}$$

مثال ۲۲۶ - کپسولی محتوی ۵ لیتر گاز به فشار ۲ اتمسفر است. در صورتی که در دمای ثابت ۲ لیتر از گاز کپسول را با فشار یک اتمسفر تخلیه کنیم، فشار گاز درون کپسول به چند اتمسفر می رسد؟ (سنجش جامع ۹۷)

(۱) ۱.۸ (۲) ۱.۶ (۳) ۱.۳ (۴) ۱.۲

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\frac{PV}{T} = \frac{PV}{T} + \frac{PV}{T} \xrightarrow{V_{\text{باقیمانده}} = V_{\text{اولیه}}} \frac{PV}{T} = \frac{PV_{\text{خارج شده}}}{T} + \frac{PV_{\text{باقیمانده}}}{T} \rightarrow 5 \times 2 = 1 \times 2 + P \times 5 \rightarrow 5P = 10 - 2 = 8 \rightarrow P = \frac{8}{5} = 1.6 \text{ atm}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۲۲۷ - اگر در فشار ثابت دمای مقدار معینی گاز کامل را از 0°C به 273°C برسانیم، حجم گاز چند برابر می شود؟

(سراسری تجربی ۸۷)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$P_1 = P_2 \rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow \frac{V_1}{0 + 273} = \frac{V_2}{273 + 273} \rightarrow \frac{V_1}{273} = \frac{V_2}{2 \times 273} \rightarrow V_2 = 2V_1$$

مثال ۲۲۸ - در یک مخزن مقداری گاز کامل در دمای 47°C درجه ی سلسیوس و فشار 2.4 اتمسفر موجود است. درجه ی مخزن را باز می کنیم

تا نصف جرم گاز خارج شود. سپس درجه را می بندیم. اگر در این عمل دمای گاز باقیمانده به 27°C درجه ی سلسیوس برسد فشار آن چند

اتمسفر می شود؟ (سراسری تجربی ۸۷ خارج از کشور)

- (۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $\frac{8}{9}$ (۴) $\frac{9}{8}$

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

$$PV = nRT \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \times \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2} \times \frac{27 + 273}{47 + 273} \times 1 = \frac{1}{2} \times \frac{15}{16} \rightarrow P_2 = \frac{15}{32} \times 2.4 = \frac{36}{32} = \frac{9}{8}$$

مثال ۲۲۹ - اگر حجم یک مول گاز در فشار یک جو و دمای صفر درجه ی سلسیوس 22.4 لیتر باشد، حجم 6 گرم هیدروژن در فشار 2 جو و

دمای 182°C درجه ی سلسیوس چند لیتر است؟ (سراسری تجربی ۸۶)

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۶ (۳) ۵۶ (۴) ۸۴

جواب: گزینه ی ۳ صحیح است.

ابتدا باید حجم 6 گرم هیدروژن را در شرایط متعارفی به دست آوریم...

$$\frac{2g}{6} \times \frac{22.4 \text{ lit}}{3} = \frac{2 \times 22.4 \text{ lit}}{3 \times 3} \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times (3 \times 22.4)}{0 + 273} = \frac{2 \times V_2}{182 + 273}$$

$$182 = 2 \times 91 = 2 \times \frac{273}{3} \Rightarrow \frac{3 \times 22.4}{273} = \frac{2V_2}{\left(\frac{2}{3} \times 273\right) + 273} \Rightarrow \frac{3 \times 22.4}{273} = \frac{2V_2}{273 \left(1 + \frac{2}{3}\right)} \Rightarrow V_2 = 56 \text{ lit}$$

مثال ۲۳۰- دمای گاز کاملاً ۱۲۷ درجه ی سلسیوس است. اگر فشار گاز کاملاً را ۲۵ درصد افزایش دهیم و حجم آن را ۳۶ درصد کاهش دهیم. دمای گاز چند درجه ی سلسیوس خواهد شد؟

(سراسری تجربی ۸۶ خارج از کشور)

۶۵ (۴)

۵۶ (۳)

۴۷ (۲)

۴۰ (۱)

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{1.25 P_1 \cdot 0.64 V_1}{T_2} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{4} \times \frac{16}{25} = \frac{4}{5} = 0.8 \rightarrow \frac{T_2}{127 + 273 = 400} = 0.8 \rightarrow T_2 = 320 \text{ K} - 273 = 47^\circ \text{C}$$

مثال ۲۳۱- ۲ لیتر گاز کامل با فشار یک اتمسفر و دمای ۲۷ درجه ی سلسیوس زیر پیستون قرار دارد. پیستون را به عقب می کشیم و حجم گاز را به ۴ لیتر می رسانیم. اگر در این عمل دمای گاز ۱۲ درجه ی سلسیوس کاهش یافته باشد، فشار آن به چند اتمسفر رسیده است؟

(سراسری تجربی ۸۵)

۰.۹۸ (۴)

۰.۶۳ (۳)

۰.۴۸ (۲)

۰.۲۳ (۱)

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\theta_2 = 27 - 12 = 15^\circ \text{C}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{1 \times 2}{27 + 273} = \frac{P_2 \times 4}{15 + 273} \Rightarrow \frac{2}{300} = \frac{4 P_2}{288} \rightarrow P_2 = 0.48 \text{ At}$$

مثال ۲۳۲- ۲۰ گرم گاز کامل در فشار ۴ اتمسفر در محفظه ای به حجم ۳۰ لیتر قرار دارد. در دمای ثابت ۱۰ گرم از گاز را خارج می کنیم. و حجم محفظه را نیز نصف می کنیم. فشار آن چند اتمسفر می شود؟ (سراسری ریاضی ۸۵)

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

کجواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\frac{PV}{T} = nR \rightarrow \frac{PV}{RT} = n \rightarrow n_1 = 2n_2 \rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1 R} = 2 \times \frac{P_2 V_2}{T_2 R}$$

$$\rightarrow P_1 V_1 = 2 P_2 V_2 \rightarrow 4 \times 30 = 2 \times P_2 \times 15 \rightarrow P_2 = 4 \text{ atm}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۲۳۳ - اگر در اثر انبساط حجم مقدار معینی گاز کامل ۶۰ درصد افزایش یابد چگالی آن چند درصد کاهش می یابد؟
(سراسری تجربی ۸۵ خارج از کشور)

- ۲۵ (۱) ۳۷.۵ (۲) ۴۰ (۳) ۴۷.۵ (۴)

جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

$$\rho = \frac{m}{v} \rightarrow \rho \propto \frac{1}{v} \rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1}{1.6v_1} = \frac{1.0}{1.6} = \frac{5}{8} \times 100 = 0.625 \rightarrow \rho_2 = 0.625\rho_1$$

۳۷.۵ درصد کاهش

مثال ۲۳۴ - دمای گاز کاملی ۲۷ درجه ی سلسیوس است. اگر در حجم ثابت دمای آن را به صفر درجه ی سلسیوس برسانیم فشارش چند درصد کاهش می یابد؟ (سراسری ریاضی ۸۵ خارج از کشور)

- ۹ (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۳۰ (۴)

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1}{300} = \frac{P_2}{273} \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{273}{300} = \frac{91}{100} = 0.91 \rightarrow 9 \text{ درصد کاهش}$$

مثال ۲۳۵ - فشار مخزن گازی با حجم ثابت در دمای ۲۷ درجه ی سلسیوس برابر ۳ جو است. فشار این گاز در دمای ۱۲۷ درجه ی سلسیوس چند جو است؟ (سراسری تجربی ۸۴)

- ۴ (۱) ۳.۵ (۲) ۴.۵ (۳) ۵ (۴)

جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1}$$

$$\frac{P_2}{273 + 127} = \frac{3}{273 + 27} \Rightarrow P_2 = 4 \text{ (atm)}$$

مثال ۲۳۶ - چگالی گاز کاملی در دمای صفر درجه ی سلسیوس و فشار یک جو برابر ۱.۴ کیلوگرم بر متر مکعب است . چگالی این گاز در فشار ۲ جو و دمای ۲۷۳ درجه ی سلسیوس چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟(سراسری تجربی ۸۳)

- (۱) ۰.۳۵ (۲) ۰.۷ (۳) ۱.۴ (۴) ۲.۸

جواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{P_1}{P_2} \times \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \frac{1/4}{\rho_2} = \frac{1}{2} \times \frac{273 + 273}{0 + 273} \rightarrow \rho_2 = 1/4 \text{ Kg/m}^3$$

مثال ۲۳۷ - استوانه ای به حجم ۱۰۰ لیتر محتوی گاز کاملی با دمای ۲۷ درجه ی سلسیوس و فشار ۱۵ جو است . اگر با استفاده از پیستون حجم همان گاز را به ۸۰ لیتر و دمای آن را نیز به ۴۷ درجه ی سلسیوس برسانیم فشار گاز در این حالت برابر چند جو است؟(سراسری ریاضی ۸۳)

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

جواب : گزینه ی ۳ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{15 \times 100}{27 + 273} = \frac{P_2 \times 80}{47 + 273}$$

$$\frac{1500}{300} = \frac{80 P_2}{320} \rightarrow P_2 = 20 \text{ at}$$

مثال ۲۳۸ - دمای گاز کاملی ۲۷ درجه ی سلسیوس است . اگر در فشار ثابت دمای آن را به ۸۷ درجه ی سلسیوس برسانیم حجم آن چند درصد افزایش می یابد؟(سراسری تجربی ۸۲)

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۲۵ (۴) ۲۰

جواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{V_1}{300} = \frac{V_2}{360} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{360}{300} = 1.2 \rightarrow 20\% \text{ درصد افزایش}$$

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران >

مثال ۲۳۹ - اگر فشار گاز کاملی را ۲۵ درصد افزایش داده و همزمان دمای مطلق آن را ۲۰ درصد کاهش دهیم حجم گاز چگونه تغییر می کند؟

(سراسری ریاضی ۸۲)

- (۱) ۳۶ درصد کاهش
- (۲) ۴۰ درصد افزایش
- (۳) ۶۰ درصد افزایش
- (۴) ۶۴ درصد کاهش

جواب: گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{1/25 P_1 \times V_2}{0/8 T_1} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow V_2 = \frac{0/8}{1/25} V_1 = 0/64 V_1$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} = \frac{0/64 V_1 - V_1}{V_1} = \frac{-0/36 V_1}{V_1} = -0/36 \text{ یا } -36\%$$

مثال ۲۴۰ - مقداری گاز کامل در دمای ۳۰۰ کلوین زیر پیستون قرار دارد. اگر با جابجایی پیستون حجم گاز را ۲ برابر کرده و دمای گاز را نیز به

۴۰۰ کلوین برسانیم فشار گاز چند برابر می شود؟ (سراسری تجربی ۸۱)

- (۱) $\frac{3}{8}$
- (۲) $\frac{2}{3}$
- (۳) $\frac{3}{2}$
- (۴) $\frac{8}{3}$

جواب: گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{300} = \frac{P_2 \times 2V_1}{400} \Rightarrow P_2 = \frac{2}{3} P_1$$

مثال ۲۴۱ - دمای مقدار معینی گاز کامل ۲۷ درجه ی سلسیوس است. دمای آن در فشار ثابت چند درجه ی سلسیوس زیاد شود تا افزایش

حجم آن حجم اولیه اش شود؟ (سراسری ریاضی ۸۱)

- (۱) ۲۲۷
- (۲) ۹۰۰
- (۳) ۱۲۷
- (۴) ۱۰۰

جواب: گزینه ۴ صحیح است.

$$T_1 = \theta_1 + 273 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$\Delta V = \frac{1}{3} V_1 \Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{1}{3} V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{4}{3} V_1$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{300} = \frac{\frac{4}{3}V_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 400 \text{ K}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 100 \text{ K} \Rightarrow \Delta \theta = 100^\circ \text{ C}$$

مثال ۲۴۲ - حجم ۲ گرم اکسیژن در صفر درجه ی سلسیوس و فشار ۲ جو چند لیتر است؟ (حجم ۳۲ گرم اکسیژن را در صفر درجه ی سلسیوس و فشار یک جو ۲۲.۴ لیتر بگیرد.) (سراسری ریاضی ۸۰)

۰.۷ (۴)

۵.۶ (۳)

۲.۸ (۲)

۱.۴ (۱)

جواب: گزینه ی ۴ صحیح است.

برای ۳۲ گرم اکسیژن در دمای صفر درجه ی سلسیوس داریم ...

$$\begin{cases} P_1 = 1 \text{ atm} \\ V_1 = 22/4 \text{ lit} \end{cases} \quad \begin{cases} P_2 = 2 \text{ atm} \\ V_2 = ? \text{ lit} \end{cases} \quad P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 1 \times 22/4 = 2 V_2 \Rightarrow V_2 = 11/2 \text{ lit}$$

یعنی ۳۲ گرم اکسیژن در دمای صفر درجه ی سلسیوس و فشار ۲ جو ۱۱.۲ لیتر حجم دارد. پس حجم ۲ گرم اکسیژن در دمای صفر درجه ی سلسیوس و فشار ۲ جو برابر خواهد بود با ...

$$\frac{2}{32} \times 11/2 \text{ lit} = 0.7 \text{ lit}$$

***تست های ترکیبی از قانون گازها و فصل فشار**

مثال ۲۴۳ - در شکل زیر در ابتدا ارتفاع جیوه در دو طرف لوله یکسان است و مقداری گاز کامل در طرف راست لوله محبوس است . اگر جیوه به شاخه ی سمت چپ افزوده شود به طوری که اختلاف جیوه در دو طرف لوله به ۳۸ سانتی متر برسد , ارتفاع ستون گاز چند سانتی متر می شود؟ (فشار هوا ۷۶ سانتی متر جیوه است و دما ثابت فرض شود). (سراسری تجربی ۹۶)

۲۰ (۴)

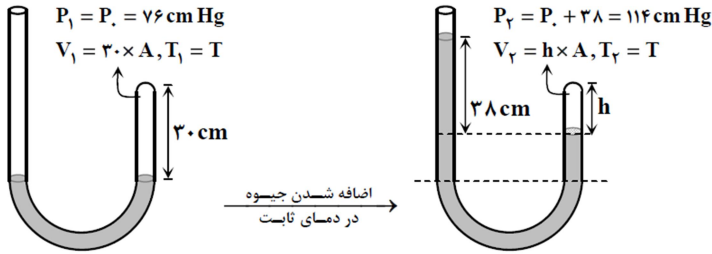
۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

جواب : گزینه ی ۴ صحیح است.

کافیست با توجه به شکل های مقابل، قانون گازها را بنویسیم:

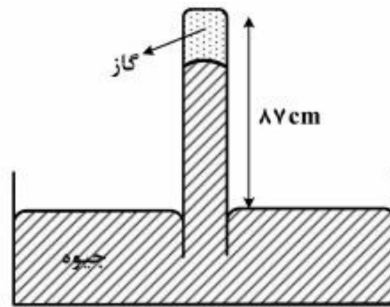


$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{76 \times (30 \cdot A)}{T} = \frac{114 \times (h \cdot A)}{T}$$

$$\Rightarrow h = 20 \text{ cm}$$

مثال ۲۴۴ - در شکل زیر پیوسته ۸۷ cm از لوله خارج از جیوه نگه داشته شده است . در شرایطی که فشار هوا ۷۵ cm. Hg و دمای گاز ۲۷ °C است ، ارتفاع ستون جیوه در لوله ۷۲ cm است. بر اثر افزایش فشار هوا ستون جیوه بالا می رود. دمای گاز را به ۴۷ °C می رسانیم تا دوباره ستون جیوه به همان ۷۲ cm برسد. فشار هوا چگونه تغییر کرده است؟ (سراسری ریاضی ۹۷)

- (۱) ۲ میلی متر جیوه کاهش یافته است.
 (۲) ۲ میلی متر جیوه افزایش یافته است.
 (۳) ۰.۲ میلی متر جیوه کاهش یافته است.
 (۴) ۰.۲ میلی متر جیوه افزایش یافته است.



جواب: گزینه ی ۲ صحیح است.

در حالت اول فشار گاز بالای لوله ۳ cm. Hg است.

$$\text{فشار گاز بالای لوله} = 75 - 72 = 3 \text{ cm. Hg}$$

در حالت دوم نیز ارتفاع ستون جیوه ۷۲ cm است . یعنی حجم گاز بالای لوله تغییری نکرده است و می توان نوشت ...

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow \frac{3}{27 + 273} = \frac{P_2}{47 + 273} \rightarrow P_2 = \frac{3 \times 320}{300} = 3.2 \text{ cm. Hg}$$

$$\text{فشار هوا در حالت دوم} = 72 + 3.2 = 75.2 \text{ cm. Hg}$$

پس فشار هوا ۰.۲ سانتی متر جیوه یعنی معادل ۲ میلی متر جیوه افزایش داشته است.

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مثال ۲۴۵- در شکل زیر جرم پیستون ۱ کیلوگرم و جرم وزنه ی روی آن ۴ کیلوگرم و دمای گاز درون ظرف ۲۷ درجه ی سلسیوس است. اگر دمای گاز را به آرامی به ۸۷ درجه ی سلسیوس برسانیم ضمن گرم شدن گاز چند کیلوگرم وزنه به تدریج باید روی پیستون اضافه کنیم تا پیستون جابجا نشود؟ (سراسری ریاضی ۹۶)

(سطح قاعده ی پیستون ۵ سانتی متر مربع و فشار هوا 10^5 پاسکال و $g = 10 \text{ m/s}^2$)

۷ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)



جواب: گزینه ی ۱ صحیح است.

در این سؤال جابه جا نشدن پیستون، یعنی حجم گاز زیر آن ثابت بماند. برای رسیدن به این هدف با کمک قانون گازها داریم:

$$P_1 = \frac{(m+M)g}{A} + P_0 = \frac{(1+4) \times 10}{5 \times 10^{-4}} + 10^5 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_1 = V_2, T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}, T_2 = 87 + 273 = 360 \text{ K}$$

$$\text{حجم ثابت: } \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = 2/4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

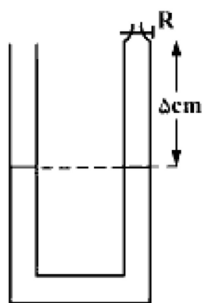
در ادامه جرم بسته ی اضافه شده (X) برابر است با ...

$$P_2 = \frac{(1+4+x) \times 10}{5 \times 10^{-4}} + 10^5 = 2.4 \times 10^5 \rightarrow x = 2 \text{ kg}$$

مثال ۲۴۶- در شکل زیر شیر R را بسته و دمای هوای محبوس در لوله را از ۳۹ درجه ی سلسیوس چند درجه افزایش دهیم تا اختلاف ارتفاع ستون جیوه در لوله به ۲ سانتی متر برسد؟ (سراسری ریاضی ۹۶)

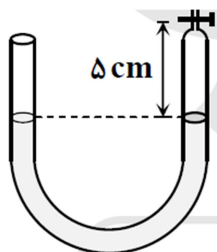
(فشار هوای محل ۷۸ سانتی متر جیوه و قطر دو لوله با یکدیگر مساوی است. از انبساط جیوه و ظرف صرف نظر کنید.)

- ۷۲ (۱) ۱۰۰ (۲) ۲۱۱ (۳) ۳۸۴ (۴)

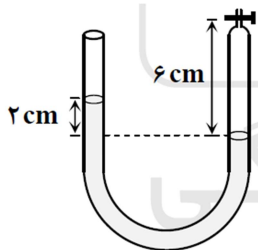


جواب : گزینه ی ۱ صحیح است.

با نوشتن قانون گازها در دو حالت مختلف ...



$$\begin{cases} P_1 = P_2 = 78 \text{ cm. Hg} \\ V_1 = \Delta A \\ T_1 = 39 + 273 = 312 \text{ K} \end{cases}$$



در حالت دوم در سمت راست لوله ارتفاع جیوه ۱ سانتی متر پایین رفته و در سمت چپ لوله جیوه ۱ سانتی متر بالا رفته و اختلاف ارتفاع ۲ سانتی متر است.

$$\begin{cases} P_2 = P_1 + 2 = 80 \text{ cm. Hg} \\ V_2 = (\Delta + 1)A \\ T_2 = ? \end{cases}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{78 \times 5A}{312} = \frac{80 \times 6A}{T_2} \rightarrow T_2 = 384K$$

$$\Delta T = 384 - 312 = 72K$$

موفق باشید.

پناهی - دبیر دبیرستان های تهران

مرداد ماه ۱۳۹۷