

- ۱۰۱ - در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

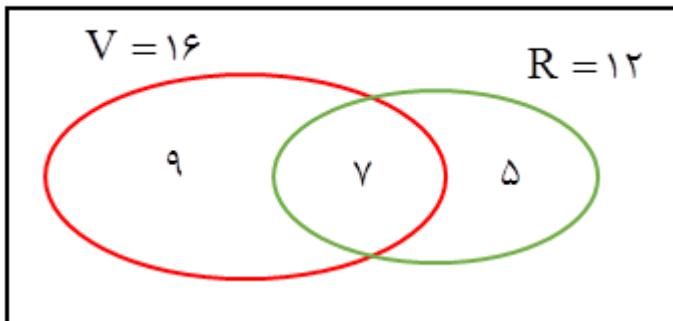
۱۵ (۱)

گزینه ۴

۳۹

$$9 + 7 + 5 = 21$$

$$39 - 21 = 18$$



- ۱۰۲ - اگر  $A = \sqrt[5]{\sqrt[3]{16}} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4}{3}}$  باشد، حاصل  $\frac{1}{3}(2A)^{-\frac{1}{3}}$  کدام است؟

۱ (۴)

۰/۷۵ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

گزینه ۲

$$A = \sqrt[5]{\sqrt[3]{16}} \times (2^{-1})^{-\frac{4}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} = 2^2 \quad (2A)^{-\frac{1}{3}} = (2^3)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

- ۱۰۳ - به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، معادله درجه دوم  $(2m-1)x^2 + 6x + m - 2 = 0$ ، دارای دو ریشه حقیقی است؟

$$-2 < m < 2/5 \quad (2)$$

$$-2 < m < 2/5 \quad (1)$$

$$-1 < m < 2/5 \quad (4)$$

$$-1 < m < 2/5 \quad (3)$$

گزینه ۳

$$\Delta' > 0 \longrightarrow (3)^2 - (2m-1)(m-2) > 0 \longrightarrow 9 - (2m^2 - 4m - m + 2) > 0$$

$$2m^2 - 5m - 7 < 0 \xrightarrow{b=a+c} -1 < m < \frac{7}{2}$$

- ۱۰۴ - نمودار تابع  $y = -x^2 + 2x + 5$  را ۳ واحد به طرف  $x$  های مثبت، سپس ۲ واحد به طرف  $y$  های منفی انتقال می‌دهیم.

نمودار جدید در کدام بازه، بالای نیمساز ربع اول است؟

(۲, ۶) (۴)

(۳, ۵) (۳)

(۲, ۵) (۲)

(۳, ۴) (۱)

گزینه ۱

$$y = -x^2 + 2x + 5 \xrightarrow[y \rightarrow y-2]{x \rightarrow x-3} y = -(x-3)^2 + 2(x-3) + 5 - 2$$

$$\begin{cases} y = -x^2 + 8x - 12 \\ y = x \end{cases} \longrightarrow -x^2 + 8x - 12 > x \longrightarrow -x^2 + 7x - 12 > 0$$

$$x^2 - 7x + 12 < 0 \longrightarrow (x-3)(x-4) < 0 \longrightarrow 3 < x < 4$$

- ۱۰۵ - مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟

۷۴۲ (۴)

۷۳۵ (۳)

۷۲۸ (۲)

۷۲۱ (۱)

گزینه ۴

$$14, 21, \dots, 98 \longrightarrow n = \left[ \frac{100}{7} \right] - 1 = 14 - 1 = 13$$

$$S_{13} = \frac{13}{2}(14 + 98) = 13(56) = 728$$

- ۱۰۶ - بهروز یک مجله را به تنها ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می‌کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می‌شود. بهروز به تنها ۹ ساعت این کار را انجام می‌دهد؟

۳۶ (۴)

۳۵ (۳)

۳۳ (۲)

۳۲ (۱)

گزینه ۴

در یک روز، بهروز  $\frac{1}{x+9}$  و فرهاد  $\frac{1}{20}$  کار را انجام می‌دهند.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{20} \longrightarrow \frac{x+9+x}{x(x+9)} = \frac{1}{20} \longrightarrow \frac{2x+9}{x^2+9x} = \frac{1}{20} \longrightarrow x^2 + 9x = 40x + 180$$

$$x^2 - 31x - 180 = 0 \longrightarrow (x - 36)(x + 5) = 0 \quad x = 36$$

- ۱۰۷ - اگر  $g = \{(2, 3), (4, 2), (5, 6), (3, 1)\}$  و  $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 6)\}$  باشند. تابع  $gof^{-1}$  کدام است؟

$\{(3, 5), (2, 4)\}$  (۴)

$\{(5, 2), (2, 4)\}$  (۳)

$\{(4, 2), (3, 5)\}$  (۲)

$\{(4, 2), (5, 2)\}$  (۱)

گزینه ۱

$$f^{-1} = \{(2, 1), (5, 2), (4, 3), (6, 4)\} \quad h = gof^{-1} = \{(5, 3), (4, 1), (6, 2)\}$$

$$D_g \cap D_h = \{5, 4\} \quad \frac{g}{h} = \{(5, 2), (4, 2)\}$$

- ۱۰۸ - نمودار یک تابع به صورت  $y = x^2 - x$  را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند.  $f(3)$  کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

گزینه ۴

$$y = x^2 - x \longrightarrow \begin{cases} x = 1 \longrightarrow y = 0 \longrightarrow A(1, 0) \\ x = 2 \longrightarrow y = 2 \longrightarrow B(2, 2) \end{cases}$$

$$y = -2 + (2)^{-Ax-B} \longrightarrow \begin{cases} 0 = -2 + 2^{-A-B} \longrightarrow 2 = 2^{-A-B} \longrightarrow -A - B = 1 \\ 2 = -2 + 2^{-2A-B} \longrightarrow 4 = 2^{-2A-B} \longrightarrow -2A - B = 2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} A = -1 \\ B = 0 \end{cases}$$

$$y = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \longrightarrow f(3) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -2 + 8 = 6$$

- ۱۰۹ - حاصل عبارت  $\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$  کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (1)$$

گزینه ۲

$$\frac{11\pi}{4} = \frac{12\pi - \pi}{4} = 3\pi - \frac{\pi}{4} \xrightarrow{\text{II}} \tan \frac{11\pi}{4} = \tan(3\pi - \frac{\pi}{4}) = -\tan \frac{\pi}{4} = -1$$

$$\frac{15\pi}{4} = \frac{16\pi - \pi}{4} = 4\pi - \frac{\pi}{4} \xrightarrow{\text{IV}} \sin \frac{15\pi}{4} = \sin(4\pi - \frac{\pi}{4}) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{13\pi}{4} = \frac{12\pi + \pi}{4} = 3\pi + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{\text{III}} \cos \frac{13\pi}{4} = \cos(3\pi + \frac{\pi}{4}) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A = -1 + (-\frac{\sqrt{2}}{2})(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -1 + \frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$\sin a$  (۴)

$\cos a$  (۳)

$-\cos a$  (۲)

$-\sin a$  (۱)

- ۱۱۰ - حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin a \cos x + \cos a \sin x - \sin a}{x}$  کدام است؟

گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x) - \sin a}{x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(a+x)}{1} = \cos a$$

- ۱۱۱ - به ازای کدام مقدار  $a$ ، تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{3x-6}{x-\sqrt{x+2}} & ; x > 2 \\ ax-1 & ; x \leq 2 \end{cases}$  مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است؟

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

۲ (۲)

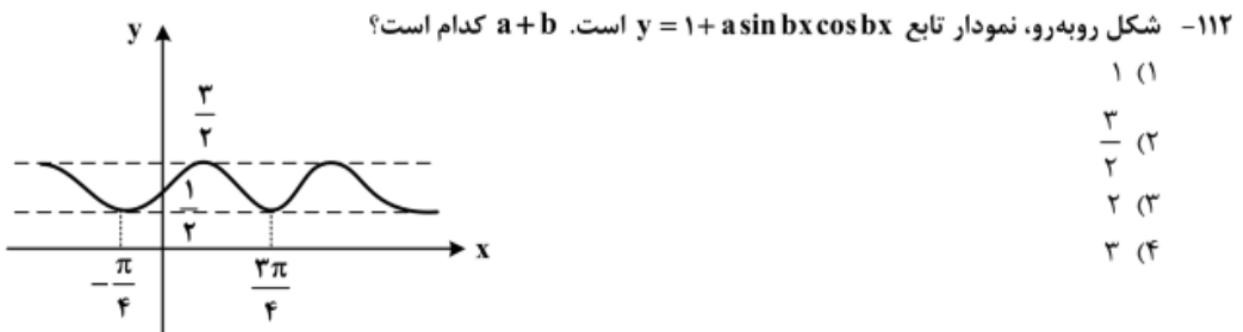
۱/۵ (۱)

گزینه ۳

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2a - 1$$

$$2a - 1 = 4 \xrightarrow{} a = \frac{5}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-6}{x-\sqrt{x+2}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{1 - \frac{1}{2\sqrt{x+2}}} = \frac{3}{1 - \frac{1}{4}} = 4$$



گزینه ۳

$$y = a(\sin bx \cos bx) + 1 \rightarrow y = a\left(\frac{1}{2} \sin 2bx\right) + 1 \rightarrow \boxed{y = \frac{a}{2} \sin 2bx + 1}$$

$$\begin{cases} T = \left| \frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) \right| = \pi \\ T = \frac{2\pi}{|2b|} \end{cases} \rightarrow \frac{2\pi}{|2b|} = \pi \xrightarrow{b > 0} \boxed{b = 1}$$

$$\max = \left| \frac{a}{2} \right| + c \xrightarrow{a > 0} \frac{3}{2} = \frac{a}{2} + 1 \rightarrow 3 = a + 2 \rightarrow \boxed{a = 1} \quad a + b = 2$$

۱۱۳- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

$3\pi$  (۴)

$2\pi$  (۳)

$\frac{7\pi}{2}$  (۲)

$\frac{5\pi}{2}$  (۱)

گزینه ۱

$$(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x) = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x \xrightarrow{\sin^2 x + \cos^2 x = 1}$$

$$(\sin x + \cos x)\left(1 - \frac{1}{2} \sin 2x\right) = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x \rightarrow (\sin x + \cos x)\left(1 - \frac{1}{2} \sin 2x\right) - \left(1 - \frac{1}{2} \sin 2x\right) = 0$$

$$\left(1 - \frac{1}{2} \sin 2x\right)(\sin x + \cos x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} 1 - \frac{1}{2} \sin 2x = 0 \rightarrow \sin 2x = 2 \notin [-1, 1] \\ \sin x + \cos x = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{2}, 0, 2\pi \end{cases}$$

$$\text{II) } \sin x + \cos x = 1 \rightarrow \sin x \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos x \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin x \cos \frac{\pi}{4} \cos x \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = 2k\pi \xrightarrow{k=0} x = 2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{k=0} x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

۲ (۴)

۱ (۳)

۲) صفر

-۱ (۱)

گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 5}{x^2 + ax + b} = -\infty \rightarrow \frac{-1}{0^+} = -\infty \rightarrow (x - 2)^2 = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 4 = 0 \\ x^2 + ax + b = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 4 \end{cases} \rightarrow a + b = 0$$

$$\text{اگر } \lim_{x \rightarrow 2} (fog)'(1) \text{ باشد، } (fog)'(1) = \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3} \text{ و } g(x) = x + \sqrt{x} \text{ - ۱۱۵}$$

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3} \rightarrow f'(2) = \frac{4}{3}$$

$$(fog)'(1) = f'(g(1)) \times g'(1) = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = 2$$

$$g(1) = 1 + 1 = 2 \quad g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow g'(1) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{تابع با ضابطه } f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; \quad x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; \quad x \geq 2 \end{cases} \text{ - ۱۱۶}$$

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۲ - شرط مشتق پذیری

۱ - شرط پیوستگی

گزینه ۱

$$\text{I) } \begin{cases} f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 + 2a + b \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} |x^2 - 2x| = 0 \end{cases} \rightarrow 2 + 2a + b = 0 \rightarrow 2a + b = -2$$

$$\text{II) } f'(x) = \begin{cases} -2x + 2 & , \quad x < 2 \rightarrow f'_-(2) = -2 \\ x + a & , \quad x > 2 \rightarrow f'_+(2) = 2 + a \end{cases} \rightarrow 2 + a = -2 \rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \end{cases}$$

- ۱۱۷ - در تابع با ضابطه  $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه  $[0, 2]$  از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در  $x = \frac{3}{4}$  چقدر بیشتر است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۲۰ (۳)

۰/۱۵ (۲)

۰/۱۰ (۱)

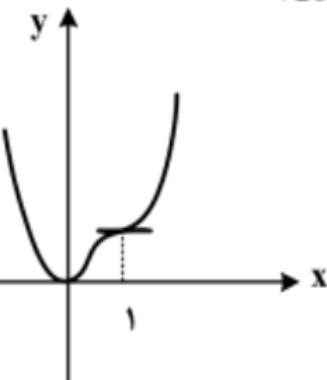
گزینه ۴

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{12 - 2}{2} = 5 \quad 5 - \frac{19}{4} = \frac{1}{4} = 0/25$$

$$f'(x) = \sqrt{4x+1} + (x+2) \times \frac{4}{2\sqrt{4x+1}} = \sqrt{4x+1} + (x+2) \times \frac{2}{\sqrt{4x+1}}$$

$$f'(\frac{3}{4}) = 2 + (\frac{11}{4})(1) = \frac{19}{4}$$

- ۱۱۸ - شکل رو به رو، نمودار تابع  $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$  است. a کدام است؟



- ۸ (۱)
- ۷ (۲)
- ۶ (۳)
- ۴ (۴)

گزینه ۱

تابع در  $x = 0$  دارای مماس افقی و هم‌چنین در  $x = 1$  دارای عطف افقی است.

$$f'(x) = 12x^3 + 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 36x^2 + 6ax + 2b$$

$$\text{I) } \begin{cases} f(0) = 0 \longrightarrow c = 0 \\ f'(0) = 0 \longrightarrow c = 0 \end{cases}$$

$$\text{II) } \begin{cases} f'(1) = 0 \longrightarrow 12 + 3a + 2b = 0 \\ f''(1) = 0 \longrightarrow 36 + 6a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + 2b = -12 \\ 6a + 2b = -36 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = 6 \end{cases}$$

۱۱۹ - فاصله نقطه می‌نیم مطلق تابع  $f(x) = \frac{x^3 + 2x}{(x-1)^2}$  از خط مجانب قائم آن کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

$\frac{4}{3}$  (۲)

۱ (۱)

گزینه ۳

$$(x-1)^2 = 0 \rightarrow x-1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$d = \left| \frac{1}{2} - 1 \right| = \frac{3}{2}$$

$$f'(x) = \frac{(2x+2)(x-1)^2 - 2(x-1)(x^3+2x)}{(x-1)^4} = \frac{(x-1)(2x^3-2x+2x-2-2x^3-4x)}{(x-1)^4} = \frac{(-2-4x)}{(x-1)^3}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow -2x - 4x = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

۱۲۰ - در یک ذوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را بهم وصل کند مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند، نسبت قاعده‌های ذوزنقه کدام است؟

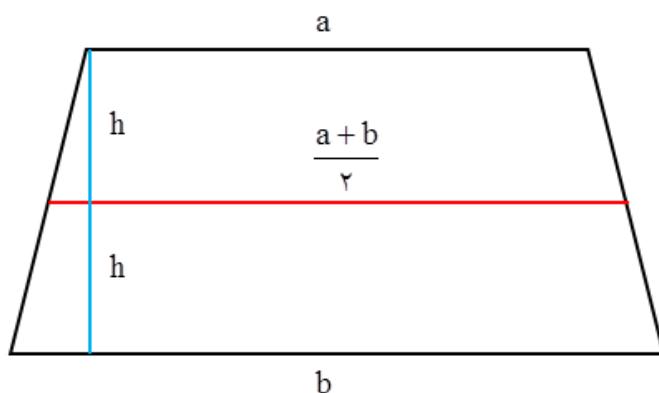
$\frac{3}{5}$  (۴)

$\frac{2}{5}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

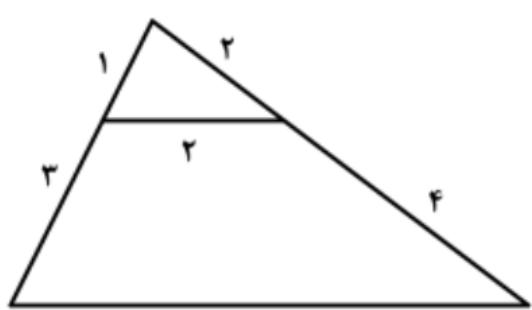
گزینه ۲



$$S = \frac{1}{2} \times \left(a + \frac{a+b}{2}\right) \times h = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3a+b}{2}\right) \times h$$

$$S' = \frac{1}{2} \times \left(\frac{a+b}{2} + b\right) \times h = \frac{1}{2} \times \left(\frac{a+3b}{2}\right) \times h$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{\frac{3a+b}{2}}{\frac{a+3b}{2}} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{3}$$



- ۱۲۹ - در شکل رو به رو، اندازه ضلع بزرگتر چهارضلعی کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{10}$
- (۲)  $2\sqrt{11}$
- (۳)  $4\sqrt{3}$
- (۴)  $5\sqrt{2}$

گزینه ۱

**نکته:** توجه داشته باشیم چون تناسب بین اضلاع برقرار نیست پس نمی توان از قضیه تالس استفاده کرد. لذا بایستی قضیه کسینوس ها را در دو مثلث بنویسیم.

$$(2)^2 = (1)^2 + (2)^2 - 2(1)(2)\cos\theta \longrightarrow 4 = 1 + 4 - 4\cos\theta \longrightarrow \cos\theta = \frac{1}{4}$$

$$x^2 = (4)^2 + (6)^2 - 2(4)(6)\cos\theta \longrightarrow x^2 = 16 + 36 - 2(4)(6)\left(\frac{1}{4}\right) = 16 + 36 - 12$$

$$x^2 = 40 \longrightarrow x = 2\sqrt{10}$$

- ۱۳۱ - اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$  ، از رابطه ماتریسی  $AX = A - 2I$  ، ماتریس  $X$  کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \text{ (۱)}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \text{ (۲)}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \text{ (۳)}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \text{ (۴)}$$

گزینه ۲

$$B = A - 2I = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \quad AX = B \longrightarrow X = A^{-1} \times B$$

$$\det A = |A| = (6) - (4) = 2 \quad X = \frac{1}{2} \times \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \times \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 8 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

- ۱۳۴ - معادله یک سهمی با کانون  $(2, 1)$  و خط هادی به معادله  $x = 4$  کدام است؟

$$y^2 - 2y + 2x = 5 \quad (۱)$$

$$y^2 - 2y + 4x = 11 \quad (۲)$$

$$x^2 - 6x + 2y = -5 \quad (۳)$$

$$x^2 - 4x + 4y = 0 \quad (۴)$$

گزینه ۱

چون خط هادی در سمت راست کانون می باشد پس سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ است.

$$x = \alpha + p \xrightarrow{x=4} \alpha + p = 4$$

$$F \left| \begin{array}{l} \alpha - p = 2 \\ \beta = 1 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} \alpha + p = 4 \\ \alpha - p = 2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \\ p = 1 \end{cases}$$

$$(y - \beta)^2 = -4p(x - \alpha) \longrightarrow (y - 1)^2 = -4(x - 3) \longrightarrow y^2 - 2y + 4x = 11$$

۱۳۵ - در یک بیضی به اقطار  $2\sqrt{5}$  و ۲ واحد، دایره‌ای هم مرکز با بیضی و شعاع ۲ واحد، بیضی را در نقطه M قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل M از دو کانون بیضی، کدام است؟

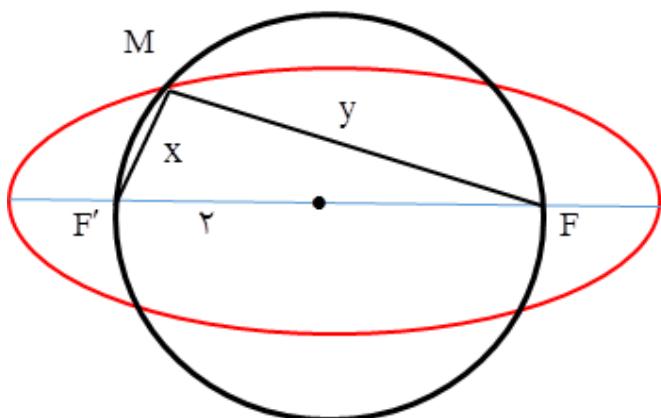
۲۰ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

گزینه ۲



$$2a = 2\sqrt{5} \rightarrow a = \sqrt{5}$$

$$2b = 2 \rightarrow b = 1$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 5 = 1 + c^2$$

$$c = 2 \rightarrow FF' = 2c = 4$$

$$x^2 + y^2 = FF'^2 = (4)^2 = 16$$

۱۳۶ - در دو پیشامد مستقل A و B، آنگاه  $P(A \cup B') = ۰/۲$  و  $P(A \cap B) = ۰/۶$ . اگر P(A ∩ B') = ۰/۷۵، کدام است؟

۰/۹ (۴)

۰/۸۵ (۳)

۰/۷۵ (۲)

۰/۷ (۱)

گزینه ۳

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cap B') = P(A) \times P(B')$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B')} = \frac{P(A) \times P(B)}{P(A) \times P(B')} = \frac{P(B)}{P(B')} = \frac{P(B)}{1 - P(B)} \rightarrow \frac{0/6}{0/2} = \frac{P(B)}{1 - P(B)}$$

$$\frac{P(B)}{1 - P(B)} = 3 \rightarrow P(B) = \frac{3}{4} \rightarrow P(B') = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \rightarrow \frac{6}{10} = P(A) \times \frac{3}{4} \rightarrow P(A) = \frac{4}{5}$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A) \times P(B') = \frac{4}{5} + \frac{1}{4} - \left(\frac{4}{5} \times \frac{1}{4}\right) = \frac{16 + 5 - 4}{20} = \frac{17}{20} = \frac{85}{100}$$

۱۴۰ - نمرات ریاضی ۴۰ دانشآموز یک کلاس در جدول زیر آمده است. میانگین وزنی نمرات، کدام است؟

x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸
f	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

۱۴/۷۵ (۴)

۱۴/۴ (۳)

۱۴/۲۵ (۲)

۱۴/۲ (۱)

گزینه ۱

$$A = ۱۴$$

$$\bar{x} = 14 + \frac{-20 - 16 + 0 + 10 + 18 + 16}{5 + 8 + 7 + 10 + 6 + 4} = 14 + \frac{8}{40} = 14 + \frac{2}{10} = 14/2$$

۱۴۱ - نرخ بیکاری یک کشور در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است. مقدار کدام است؟

$$12/7, 30/2, 10/6, 11/9, 10/6, 12/3, 11/2, 13/5, 12/8, 11/5$$

۰/۲۷۵ (۴)

۰/۱۷۵ (۳)

-۰/۱۲۵ (۲)

-۰/۲۲۵ (۱)

گزینه ۲

$$\frac{10/6, 10/6, \boxed{11/2}, 11/5, \boxed{11/9, 12/3}, 12/7, \boxed{12/8}, 13/5, 30/2}{Q_1 \quad Q_2 = 12/1 \quad Q_3}$$

$$\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \frac{11/2 + 12/8 - 24/2}{12/8 - 11/2} = \frac{-0/2}{1/6} = -\frac{2}{16} = -\frac{1}{8} = -0/125$$

۱۵۲ - حاصل انتگرال  $\int_{0}^{2\pi} \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}} dx$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

گزینه ۴

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \longrightarrow 1 - \cos 2x = 2\sin^2 x$$

$$\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}} = \sqrt{\frac{2\sin^2 \frac{x}{2}}{2}} = \sqrt{\sin^2 \frac{x}{2}} = \left| \sin \frac{x}{2} \right| \begin{cases} \circ < x < 2\pi \\ \circ < \frac{x}{2} < \pi \end{cases} \rightarrow \sin \frac{x}{2}$$

$$\int_{0}^{2\pi} \sin \frac{x}{2} dx = -2\cos \frac{x}{2} \Big|_{0}^{2\pi} = (-2)(-1) - (-2)(1) = 2 + 2 = 4$$

( سید علی موسوی ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴ )

دبیر ریاضی ناحیه ۴ مشهد