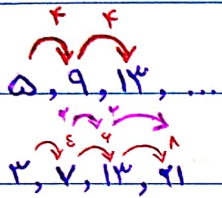


* جمع بندی الگو دنباله: (مجموعه)



خطی: جمله عمومی $t = an + b$ ، اختلاف هر دو جمله متوالی مقدار ثابت است

درجه دوم: جمله عمومی $t = an^2 + bn + c$ ، اختلاف هر دو جمله متوالی یک دنباله حسابی با $d = 2a$

1, 4, 9, 16, 25, ...

$a_n = n^2$ مربعی

1, 3, 6, 10, 15, 21, ...

$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ مثلثی غیرخطی

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

فیبوناچی

روابط کوس

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2n + 1, a_{33} = ?$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = n(n+1)$$

$$a_2 = a_1 + 3 = 4$$

«رابطه بازگشتی»

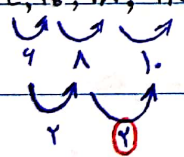
$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2n - 1 = n^2$$

$$a_3 = a_2 + 5 = 9$$

$$\rightarrow a_{33} = 23^2$$

6, 10, 18, 28, ... , $k_n = an^2 + bn$, $k_{10} = ?$

$$a_4 = a_3 + 7 = 16$$



$$2a = 2 \rightarrow a = 1 \quad 2a + b = 10 - 4 = 6 \rightarrow b = 3 \quad a + b + c = 4 \rightarrow c = 0$$

$$k_n = n^2 + 3n \rightarrow k_{10} = 130$$

اعداد طبیعی فرد را به ترتیب دسته بندی کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر شماره آن دسته باشد و جمله آخر هر دسته به هم را نباید

$$(1), (3, 5), (7, 9, 11), (13, 15, 17, 19), \dots \rightarrow 1, 5, 11, 19$$

$$a+b+c=1 \rightarrow 2a+b=4 \rightarrow 2a=2 \rightarrow a=1, b=1, c=1$$

$$5a+2b+c=5 \rightarrow 5a+b=4$$

$$9a+3b+c=11 \rightarrow t_n = n^2 + n - 1 \rightarrow t_4 = 4^2 + 4 - 1 = 19$$

* دنباله حسابی: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

قرنسیت d $\rightarrow a_1, a_1+d, a_1+2d, \dots, a_1+(n-1)d$

متوالی a_1, a_2, a_3, \dots $d = a_3 - a_2 = a_2 - a_1 = a_{n+1} - a_n = a_{n+2} - a_{n+1}$

غیر متوالی $a_1, \dots, a_n, \dots, a_m, \dots$ $d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$

درج m جمله a, \dots, b $d = \frac{b - a}{m + 1}$

واسطه حسابی a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 $a_1 + a_5 = a_2 + a_4 = 2a_3$

درجیب دنباله حسابی $a_1 + a_3 + a_5 = 12$ می باشد، اگر $a_2 + a_4 = A$ باشد.

$$a_1 + a_1 + 2d + a_1 + 2d = 3a_1 + 4d = 12 \rightarrow a_1 + 2d = 4 \rightarrow a_4 = 4$$

$$a_2 + a_4 = A = 2a_3 \rightarrow K = 5$$

درجیبست جمله اول از یک دنباله حسابی مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵، مجموع جملات ردیف زوج ۵۰ می باشد.

قرنسیت را بنویسید. $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{20} = 150$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{19} = 135$$

$$d + d + d + \dots + d = 15 \rightarrow 10d = 15 \rightarrow d = 1,5$$

* دنباله هندسی: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

قرنسیت q $\rightarrow a_1, a_1q, a_1q^2, \dots, a_1q^{n-1}$

واسطه هندسی a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 $a_1 a_5 = a_2 a_4 = a_3^2$

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$$q^{m-n} = \frac{a_m}{a_n}$$

$$q^{m+1} = \frac{b}{a}$$

متوالی a_1, a_2, a_3, \dots
 غیر متوالی $\dots a_n \dots a_m \dots$
 درج m علم a, \dots, b (طول m)

در یک دنباله هندسی با قدر نسبت $\frac{1}{2}$ مجموع جملات پنجم و هفتم چند برابر مجموع جملات هشتم و نهم است؟
 و اساساً حسابگر بین a و b را بیابید.

$$(4\sqrt{2})^2 = 2^a \cdot 2^b$$

$$2^2 = 2^{a+b} \rightarrow 2^5 = 2^{a+b} \rightarrow a+b=5$$

بین 2 عدد 2 و $14\sqrt{2}$ شش عدد جزیان درج کرده است که حاصل شده دنباله هندسی تشکیل می دهند. مجموع اعداد بودا بین این 7 عدد را بیابید.

$2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, 8, 8\sqrt{2}, 14, 14\sqrt{2}$
 $2 \times 9^2 = 14\sqrt{2} \rightarrow 9^2 = 2^3 \sqrt{2}$
 $\rightarrow 9^{2 \times \frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}} \rightarrow 9 = \sqrt{2}$

نکته: جملات n ام، m ام، k ام یک دنباله حسابگر به ترتیب جملات متوالی دنباله هندسی ای هستند؛

$$q = \frac{k-m}{m-n}$$
 « $a_n, \dots, a_m, \dots, a_k$ » قدر نسبت دنباله هندسی

حاصل ضرب سی جمله اول دنباله $5, 25, 125, \dots$ را بیابید.

$a_1 \cdot q^{1+2+\dots+29} = a_1 \cdot q^{\frac{29 \times 30}{2}} = a_1 \cdot q^{445}$

در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله متوالی 19 و حاصل ضرب آنها 214 می باشد، تفاضل کوچک ترین و بزرگترین این سه عدد را بیابید.

$a_1, a_2, a_3 \rightarrow a_2^2 = a_1 a_3 \rightarrow p = a_2^2 = 214 \rightarrow a_2 = 4$

$a_2, a_2, a_2 q \rightarrow S = \frac{a_2}{q} + a_2 + a_2 q = 19 \rightarrow a_2 + a_2 q + a_2 q^2 = 19q$

$4q^2 - 13q + 4 = 0 \rightarrow q = \frac{13 \pm \sqrt{13^2 - 4 \cdot 4 \cdot 4}}{2 \cdot 4} = \frac{13 \pm 5}{8} \rightarrow q = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} \text{ یا } q = \frac{8}{8} = 1$

$q = \frac{9}{4} \rightarrow 4, 9, 81 \rightarrow \Delta = 77$

• به ازای یک مقدار q اعداد $q, q-1, q, q+1$ به ترتیب سه جمله اول دنباله هندسی مثبت هستند.
 جمله بعدی دنباله چه عدد است؟

$$q^2 = (q-1)(q+1) \rightarrow q^2 + q - 4q - 1 = 0 \rightarrow q = 2, q = -1$$

-1 1

مقدار

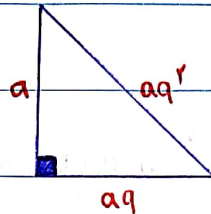
$\rightarrow 18, 4, 2, \dots$ $q = \frac{1}{3}, a_4 = \frac{2}{3}$

• اضلاع یک مثلث قائم الزامی دنباله هندسی با قدرنسبت q در یک دنباله حسابی حالات سوم، هفتم و نهم می توانند

$q > 1$ تشکیل می دهند، q را بیابید. سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند.

جمله این دنباله صفر است!

$$q = \frac{q-7}{7-3} = \frac{1}{2}$$



$$(aq^2)^2 = (aq)^2 + a^2$$

$$a^2 q^4 = a^2 q^2 + a^2$$

$$\frac{a_1 + 4d}{a_1 + 2d} = \frac{1}{2} \rightarrow 2a_1 + 4d = a_1 + 2d$$

$$\rightarrow a_1 + 2d = 0 \rightarrow a_{11} = 0$$

$$\rightarrow q^4 = q^2 + 1 \rightarrow q^4 - q^2 - 1 = 0 \quad q^2 = x$$

۹۹، ۶، ۱۶

$$\rightarrow x^2 - x - 1 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad q > 1 \rightarrow q = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}}$$

نکات: $A' - B' = B - A \quad / \quad A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$

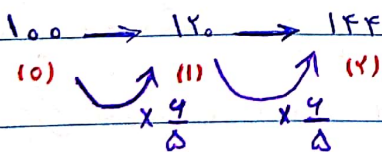
$$A \cap (A' \cup B) = A \cap B, \quad A \cup (A' \cap B) = A \cup B$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

نکته ۱ بازه ها باز، دوچوب ترین و بزرگ ترین عضو ندارند.

نکته ۱ اگر ۳ جمله متوالی دنباله حسابی و ۳ جمله متوالی دنباله هندسی نیز باشند، دنباله حتماً ثابت است.

• اگر قیمت طلا در سال جاری ۱۰۰ هزار تومان باشد، بعد از گذشت هر سال قیمت آن بیست درصد افزایش



می یابد. قیمت طلا را در سال n ام محاسبه کنید.

$$t_n = 100 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{n-1} = 100 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n$$