



مدرسه کلاسی برتر

پایه دوازدهم

زمان ۳۵

درس فیزیک دوازدهم

دبیر مهندس شفيعی

مبحث دینامیک

فیزیک

گزینه ۳

۱

هنگامی که بار اول نخ را به آرامی پایین می‌کشیم و به تدریج نیرو را افزایش می‌دهیم، نیروی وزن وزنه در راستای پایین به ما کمک می‌کند و در نهایت نخ از بالای وزنه پاره می‌شود؛ اما در بار دوم وقتی به صورت ضربه‌ای و در یک لحظه نخ را به پایین می‌کشیم، باتوجه به قانون لختی، وزنه با تغییر ناگهانی سرعت مخالفت می‌کند و نیروی لحظه‌ای باعث می‌شود نخ از پایین وزنه پاره شود.

گزینه ۴

۲

گام اول

الف) دو وزنه A و B با سرعت اولیه یکسان $(v_0)_A = (v_0)_B \leftarrow$

ب) جرم وزنه A نصف جرم وزنه B $m_A = \frac{1}{2} m_B \leftarrow$

ج) ضریب اصطکاک وزنه A دو برابر ضریب اصطکاک وزنه B $\mu_{kA} = 2\mu_{kB} \leftarrow$

د) مسافتی که وزنه A طی می‌کند تا بایستد، چندبرابر مسافتی است که وزنه B طی می‌کند تا بایستد؟ $\frac{d_A}{d_B} = ? \leftarrow$

گام دوم

باتوجه به اینکه به دو وزنه در راستای افقی فقط نیروی اصطکاک وارد می‌شود، با کمک قانون دوم نیوتن و معادله مستقل از زمان داریم:

$$\Sigma F_A = m_A a_A \Rightarrow -f_{kA} = m_A a_A \Rightarrow \mu_{kA} \times F_{NA} = m_A a_A \Rightarrow \mu_{kA} m_A g = m_A a_A \\ \Rightarrow a_A = \mu_{kA} g \quad (I)$$

$$\Sigma F_B = m_B a_B \Rightarrow -f_{kB} = m_B a_B \Rightarrow \mu_{kB} \times F_{NB} = m_B a_B \Rightarrow \mu_{kB} m_B g = m_B a_B \\ \Rightarrow a_B = \mu_{kB} g \quad (II)$$

$$A \text{ وزنه: } \cancel{v_A} - (v_0)_A = 2a_A d_A \Rightarrow d_A = \frac{-(v_0)_A^2 (I)}{2a_A} = \frac{-(v_0)_A^2}{2\mu_{kA} g}$$

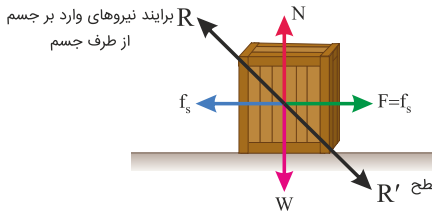
$$B \text{ وزنه: } \cancel{v_B} - v_0 = 2a_B d_B \Rightarrow d_B = \frac{-v_0^2 (II)}{2a_B} = \frac{-v_0^2}{2\mu_{kB} g}$$

$$\div \rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \frac{\frac{-(v_0)_A^2}{2\mu_{kA} g}}{\frac{-v_0^2}{2\mu_{kB} g}} \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \frac{\mu_{kB}}{\mu_{kA}} = \frac{1}{2}$$

این تست اشکال دارد و باید جای ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی عوض شود.

$$\mu_s = 0/6$$

$$\mu_k = 0/3$$



$$f_{s \max} = \mu_s N = \mu_s W = 0/6 \times 500 = 300 \text{ N}$$

چون $F < f_{s \max}$ است، جسم حرکت نمی‌کند و نیروی اصطکاک ایستایی هم‌اندازه با نیروی محرک وارد بر جسم است.

$$R' = \sqrt{f_s^2 + W^2} = \sqrt{250^2 + 500^2}$$

$$\vec{R}' = f_s \vec{i} + W \vec{j} = 250 \vec{i} - 500 \vec{j} \text{ بر حسب نیوتون}$$

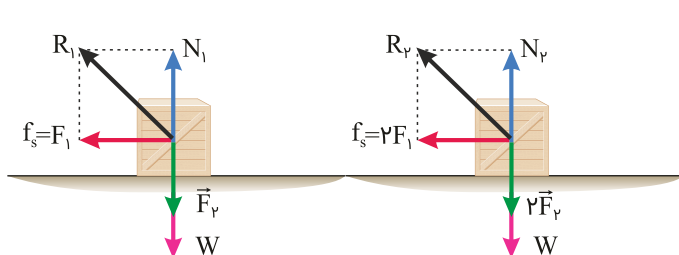
$$\uparrow N = mg + ma = 50 + 10 = 60 \text{ N}$$

$$\downarrow N' = mg - ma = 50 - 10 = 40 \text{ N}$$

$$N - N' = 60 - 40 = 20 \text{ N}$$

نکته: وقتی بردار شتاب آسانسور رو به بالاست علامت آن مثبت و وقتی رو به پایین است علامت آن منفی است. به طور کلی نیرویی که از کف آسانسور به جسم وارد می‌شود برابر وزن ظاهری جسم بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$N = mg \pm ma$$



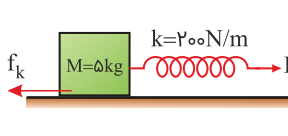
$$R_1 = \sqrt{f_s^2 + N_1^2} \Rightarrow R_1 = \sqrt{F_1^2 + (W + F_2)^2}$$

$$R_2 = \sqrt{f_s^2 + N_2^2} \Rightarrow R_2 = \sqrt{(2F_1)^2 + (N + 2F_2)^2}$$

$$R_1 < R_2 < 2R_1$$

$$1 < K < 2$$

تذکر: چون W ثابت است و فقط F_1 و F_2 دو برابر شده‌اند، نمی‌توان گفت که R_2 دو برابر R_1 است.

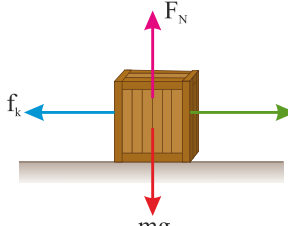


$$F - f_k = ma \xrightarrow{v=\text{ثابت} \Rightarrow a=0} k\Delta x - f_k = 0$$

$$\Rightarrow 200 \times \frac{5}{100} = \mu_k \cdot F_N \xrightarrow{F_N=mg=50} 10 = \mu_k \times 50 \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

نیروی که دو نفر به هم وارد می‌کنند با هم برابر است و طبق قانون دوم نیوتن ($F = ma$) شتاب حرکت با جرم نسبت وارون دارد. شخص سبک‌تر با شتاب بیشتری حرکت می‌کند و در زمان مساوی، مسافت بیشتری را طی می‌کند ($\Delta x = \frac{1}{2}at^2$). بنابراین شخص سبک‌تر در فاصله نقطه 0 تا A به شخص سنگین‌تر خواهد رسید.

گام اول: شتاب حرکت جعبه را قبل از پاره شدن نخ به دست می‌آوریم:



$$F_N = mg = 100 \times 10 = 1000 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.5 \times 1000 = 500 \text{ N}$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow 550 - 500 = 100a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

گام دوم: سرعت جعبه را در لحظه پاره شدن نخ محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ m/s}$$

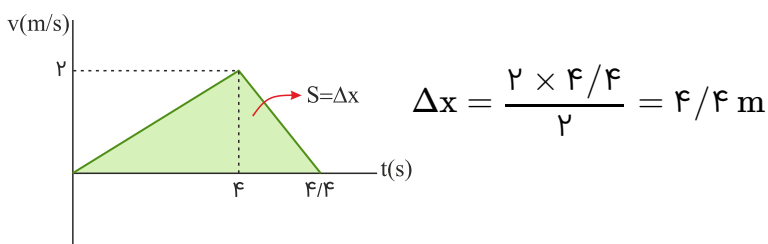
گام سوم: شتاب جعبه را از لحظه پاره شدن نخ تا لحظه توقف به دست می‌آوریم. با توجه به اینکه پس از پاره شدن طناب فقط نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت، بر جعبه وارد می‌شود، داریم:

$$-f_k = ma \Rightarrow a_2 = -\mu_k g = -0.5 \times 10 = -5 \text{ m/s}^2$$

گام چهارم: مدت زمانی که طول می‌کشد تا پس از پاره شدن نخ جعبه متوقف شود را محاسبه می‌کنیم:

$$v_2 = a_2 t_2 + v_0 \Rightarrow 0 = -5t_2 + 2 \Rightarrow t_2 = 0.4 \text{ s}$$

گام پنجم: نمودار $v - t$ حرکت جعبه را رسم می‌کنیم و جابه‌جایی کل را به دست می‌آوریم:



ابتدا بررسی می‌کنیم که جسم حرکت می‌کند یا نه؟

$$f_{s, \max} = \mu_s \cdot F_N = 0.6 \times 60 = 36 \text{ N}$$

جسم ساکن می‌ماند $\Rightarrow mg + F' < f_{s, \max}$

$$\begin{cases} F_N = 60 \text{ N} \\ f_s = mg + F' = 30 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{60^2 + 30^2} = 30\sqrt{5} \text{ N}$$

برای آنکه صندوق نلغزد، باید نیروی حاصل از ترمز با نیروی اصطکاک آستانه حرکت آن برابر باشد.



$$f_{s \max} = F \Rightarrow \mu_s mg = ma \Rightarrow a_{\max} = \mu_s g = 2/5 \text{ m/s}^2$$

$$\text{مسافت کامیون تا توقف} : \Delta x_{\min} = \frac{|v^2 - v_0^2|}{2a_{\max}} = \frac{15^2}{2 \times 2/5} = 45 \text{ m}$$

گام اول: ابتدا با استفاده از نیروی وزن، جرم توپ را به دست می‌آوریم:

$$W = 4/8 \Rightarrow mg = 4/8 \Rightarrow m \times 10 = 4/8 \Rightarrow m = 0.48 \text{ kg}$$

گام دوم: دو نیروی f_D و W در نقطهٔ اوج بر هم عمودند و برآیند آن‌ها در این نقطه برابر است با:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{f_D^2 + W^2} = \sqrt{f_D^2 + 4/8^2}$$

گام سوم: برآیند نیروها را طبق قانون دوم نیوتون برابر با ma قرار می‌دهیم:

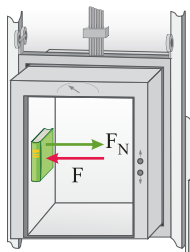
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + 4/8^2} = 4/8 \times \frac{65}{6} \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + 4/8^2} = 5/2$$

$$f_D^2 = 5/2^2 - 4/8^2 = (5/2 - 4/8)(5/2 + 4/8) = 0.4 \times 10 = 4 \text{ N}$$

$$\Rightarrow f_D = 2 \text{ N}$$

گام اول: نیروی F_N را به دست می‌آوریم:

$$F_N = F = ۳۲N$$

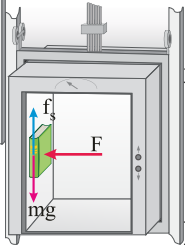


گام دوم: آسانسور در راستای قائم شتاب دارد. نیروی اصطکاک ایستایی باعث شتاب گرفتن کتاب روبه‌بالا است:

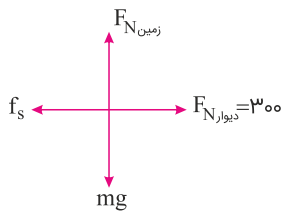
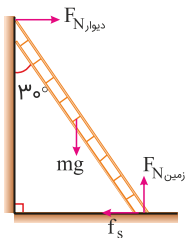
$$f_s - mg = ma \Rightarrow f_s = ۲(۱۰ + ۲) = ۲۴N$$

گام سوم: نیرویی که دیوارهٔ آسانسور به کتاب وارد می‌کند را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{۳۲^2 + ۲۴^2} = ۴۰N$$

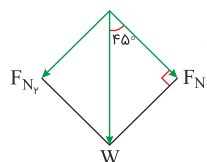
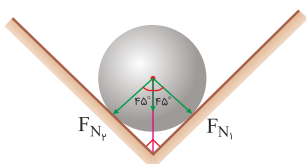


ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم.



$$\begin{cases} f_s = F_{N_{\text{دیوار}}} = ۳۰۰N \\ F_{N_{\text{زمین}}} = mg = ۴۰۰N \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{f_s^2 + F_{N_{\text{زمین}}}^2} = ۵۰۰N$$

نیروهای F_{N_1} و F_{N_2} به دیواره‌ها عمودند؛ بنابراین چون دیواره‌ها برهم عمودند F_{N_1} و F_{N_2} نیز بر یکدیگر عمودند و هم‌اندازه هستند:



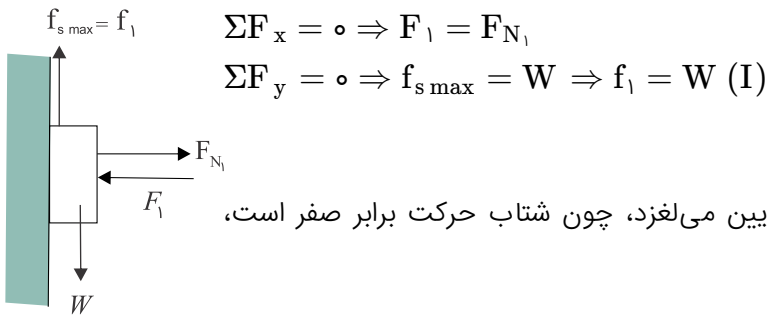
$$\tan 45^\circ = \frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} = 1 \Rightarrow F_{N_2} = F_{N_1}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{F_{N_1}}{W} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{F_{N_1}}{۵۰} \Rightarrow F_{N_1} = ۲۵\sqrt{2}N$$

طبق قانون اول نیوتن اگر به جسمی به‌طور هم‌زمان چند نیرو اثر کند و این نیروها اثر یکدیگر را خنثی کنند، به‌عبارت‌دیگر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر شود، می‌گوییم نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند.

حالت اول:

هنگامی که با نیروی افقی F_1 در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، جسم در حالت تعادل است و در هیچ راستایی، حرکت نداریم؛ پس داریم:



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_1 = F_{N_1}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow f_{s \max} = W \Rightarrow f_1 = W \quad (I)$$

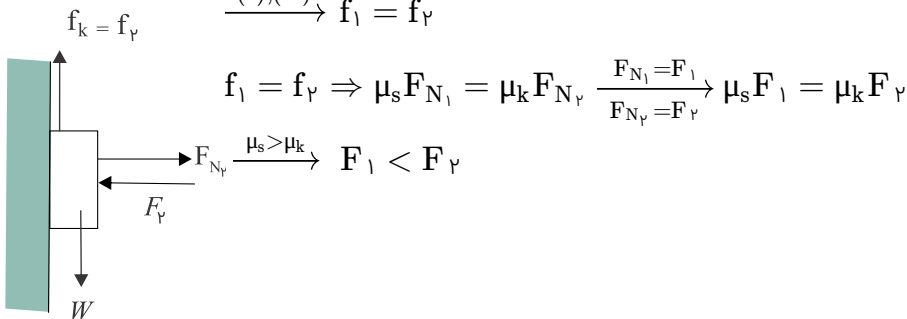
حالت دوم:

هنگامی که با نیروی افقی F_2 با سرعت ثابت به طرف پایین می‌لغزد، چون شتاب حرکت برابر صفر است، داریم:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_2 = F_{N_2}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow f_k = W \Rightarrow f_2 = W \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I);(II)} f_1 = f_2$$



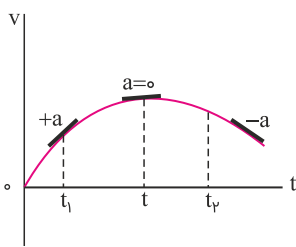
$$f_1 = f_2 \Rightarrow \mu_s F_{N_1} = \mu_k F_{N_2} \xrightarrow{\frac{F_{N_1}=F_1}{F_{N_2}=F_2}} \mu_s F_1 = \mu_k F_2$$

$$\xrightarrow{\mu_s > \mu_k} F_1 < F_2$$

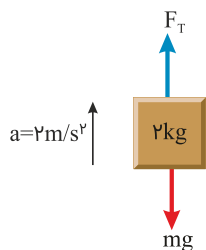
پس گزینه "۳" صحیح است.

شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ برابر با شتاب حرکت است و تغییرات نیروی خالص تابع تغییرات شتاب متحرک است. ($F = ma$)

از t_1 تا t اندازه شتاب در حال کاهش و از t تا t_2 اندازه شتاب در حال افزایش است.



گام اول: در حالت اول که وزنه را به بالا می‌کشیم، نیروی کشش طناب را به دست می‌آوریم:



$$F_T - mg = ma \Rightarrow F_T - 20 = 2 \times 2 \Rightarrow F_T = 24 \text{ N}$$

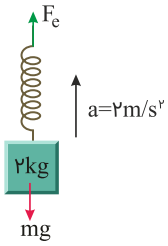
گام دوم: با دو برابر شدن نیروی کشش طناب، با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:



$$2F_T - mg = ma_2 \Rightarrow 2 \times 24 - 20 = 2 \times a_2 \Rightarrow a_2 = 14 \text{ m/s}^2$$

بنابراین شتاب در حالت جدید $\frac{a_2}{a_1} = \frac{14}{2} = 7$ برابر حالت اول است.

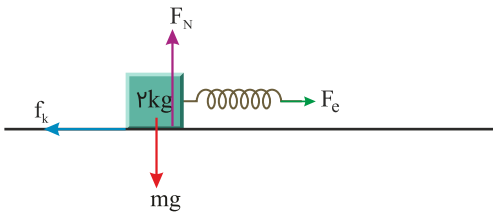
گام اول: در حالت اول باتوجه به قانون دوم نیوتون، ثابت فنر را به دست می‌آوریم:



$$F_e - mg = ma \Rightarrow k\Delta x - mg = ma$$

$$\Rightarrow k \times \left(\frac{۴۲ - ۳۰}{۱۰۰} \right) - ۲۰ = ۲ \times ۲ \Rightarrow k = ۲۰۰ \text{ N/m}$$

گام دوم: قانون دوم نیوتون برای حالت جدید به صورت زیر است:



$$F_N = mg = ۲۰ \text{ N}$$

$$F_e - f_k = ma \Rightarrow k\Delta x - \mu_k F_N = ma$$

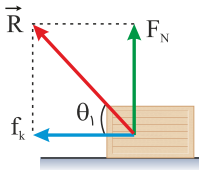
$$\Rightarrow ۲۰۰ \times \left(\frac{۳۶ - ۳۰}{۱۰۰} \right) - \mu_k \times ۲۰ = ۲ \times ۲ \Rightarrow \mu_k \times ۲۰ = ۸ \Rightarrow \mu_k = ۰/۴$$

راه حل اول: در حالت اول چون سرعت جسم ثابت است، پس $f_k = F_1 = 10\text{N}$ است.

$$F_N = F_\gamma + mg = 10 + 40 = 50\text{N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow \mu_k = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

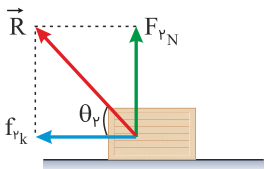
$$\tan \theta_1 = \frac{50}{10} = 5$$



$$F_{\gamma N} = mg - F_\gamma = 40 - 10 = 30\text{N}$$

$$f_{\gamma k} = \mu_k F_{\gamma N} = \frac{1}{5} \times 30\text{N} = 6\text{N}$$

$$\tan \theta_\gamma = \frac{F_{\gamma N}}{f_{\gamma k}} = \frac{30}{6} = 5$$



چون $\tan \theta_\gamma = \tan \theta_1 < 90^\circ$ است، پس $\theta_\gamma = \theta_1$ است.

راه حل دوم: اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند را از رابطه زیر به دست می‌آوریم:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2}$$

$f_k = \mu_k F$ است پس داریم:

$$R = F_N \sqrt{1 + \mu_k^2} \Rightarrow \frac{R}{F_N} = \sqrt{1 + \mu_k^2}$$

در شکل زیر $\sin \theta = \frac{F_N}{R} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_k^2}}$ است، پس تا زمانی که μ_k تغییر نکند زاویه بین نیروی سطح و f_k یا همان سطح افقی تغییر نمی‌کند؛ پس $\theta_1 = \theta_2$ است.

