

نامعادلات توام

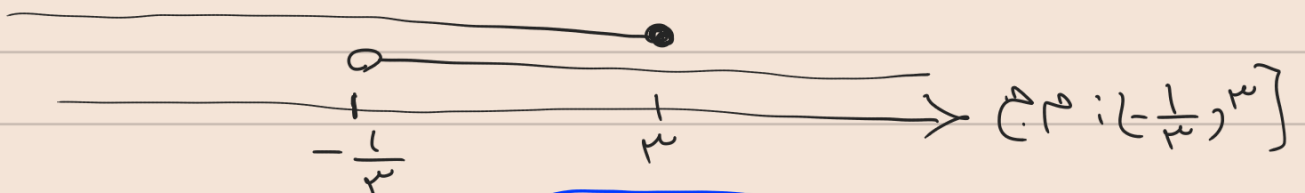
مثال: مجموعه مقادیری از x را بیابید که همزمان در دو معادله زیر صدق کنند

$$-2 < 3x - 1 \quad , \quad 3x - 1 \leq 7$$

$$\frac{3x}{3} > \frac{-2+1}{3} \quad \frac{3x}{3} < \frac{7+1}{3}$$

$$\frac{3x}{3} > \frac{-1}{3} \quad x \leq 3 \quad \text{یا} \quad (-\infty, 3]$$

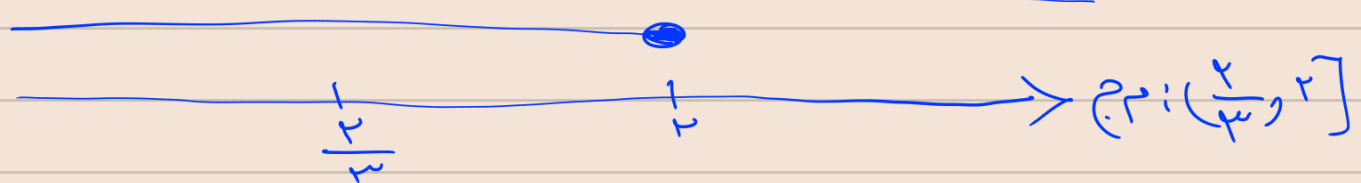
$$x > -\frac{1}{3} \quad \text{یا} \quad (-\frac{1}{3}, +\infty)$$



مثال: نامعادله $x + 1 \leq 5 - x < 2x + 3$ را حل کنید و مجموعه جواب را به صورت بازه بنویسید

$$x + 1 \leq 5 - x \Rightarrow \frac{2x}{2} \leq \frac{4}{2} \Rightarrow x \leq 2 \quad \text{یا} \quad (-\infty, 2]$$

$$5 - x < 2x + 3 \Rightarrow -x - 2x < 3 - 5 \Rightarrow \frac{-3x}{-3} < \frac{-2}{-3} \Rightarrow x > \frac{2}{3} \quad \text{یا} \quad (\frac{2}{3}, +\infty)$$



مثال: نامعادله $5 < x - 1 < 10$ را حل کنید

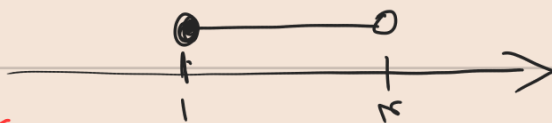
$$1 + 5 \leq x + 1 < 10 + 1$$

$$6 \leq x < 11 \quad \text{مجموعه جواب} \quad [6, 11)$$

مثال: نامعادله $0 \leq -x + 1 < 3$ را حل کنید

$$-3 < -x + 1 < 0$$

$$\frac{-3}{-1} < \frac{-x+1}{-1} < \frac{0}{-1} \Rightarrow 3 > x > 1 \quad \text{یا} \quad 1 < x < 3$$



مثال: نامعادله $\frac{x+1}{x} - 4 < 0$ را حل کنید

$$\frac{-4x^k}{x^k} < \frac{x+1}{x} < \frac{0x^k}{x^k} \Rightarrow -4x^{-1} < x+1 < 0 \Rightarrow -25 < x < -1 \quad \text{یا} \quad [-25, -1]$$

نامعادلات قدر مطلق

دو فرمول مهم: فرمول اول:

$$|x| \leq c, \quad c > 0 \iff -c \leq x \leq c$$

$$|x| < c, \quad c > 0 \iff -c < x < c$$

مثال: نامعادلات زیر را حل کنید

الف) $|x| < 2 \Rightarrow -2 < x < 2$ یا $(-2, 2)$

ب) $|x-1| < 3 \Rightarrow -3 < x-1 < 3 \Rightarrow -2 < x < 4$

ج) $|2x-1| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq 2x-1 \leq 5$

$$\frac{-5}{2} \leq \frac{2x-1}{2} \leq \frac{5}{2} \Rightarrow -2 \leq x \leq 3 \quad \text{یا} \quad [-2, 3]$$

$$(1) \left| \frac{x-1}{r} - 3 \right| < a \Rightarrow -a < \frac{x-1}{r} - 3 < a$$

$$\frac{x-1}{r} < 3+a \Rightarrow x-1 < r(3+a) \Rightarrow x < r(3+a)+1$$

$$\frac{x-1}{r} > 3-a \Rightarrow x-1 > r(3-a) \Rightarrow x > r(3-a)+1$$

$$[r(3-a)+1, r(3+a)+1]$$

فصل دوم:

$$|x| \geq c, c > 0 \Leftrightarrow x \leq -c \text{ یا } x \geq c$$

$$|x| > c, c > 0 \Leftrightarrow x < -c \text{ یا } x > c$$

مثال: نامعادلات زیر را حل کنید

$$الف) |x| \geq 1 \Rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1$$

$$ب) |x+1| > 4 \Rightarrow x+1 < -4 \text{ یا } x+1 > 4$$

$$x < -5 \text{ یا } x > 3$$

$$(-\infty, -5) \cup (3, +\infty)$$

$$ج) |x-1| > 3 \Rightarrow x < -2 \text{ یا } x > 4$$

$$(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$$

$$د) \left| \frac{x-1}{r} \right| \geq 3$$

$$\frac{x-1}{r} < -\frac{3r}{r}$$

$$x-1 < -3$$

$$x < -2$$

$$(-\infty, -2]$$

$$\frac{x-1}{r} \geq \frac{3r}{r}$$

$$x-1 \geq 3$$

$$x \geq 4$$

$$[4, +\infty) \Rightarrow (-\infty, -2] \cup [4, +\infty)$$

مثال: نامعادله قدر مطلق بنویسید که مجموعه جواب آن (۱، ۸) باشد

$$a-b \quad a+b$$

$$|x-a| < b$$

$$\begin{cases} a - b = 1 \\ a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} + b = 1 \\ b = \frac{2 \times 1}{2} - \frac{a}{2} \\ b = \frac{2 - a}{2} \end{cases}$$

$$\boxed{|x - \frac{9}{2}| < \frac{\sqrt{7}}{2}}$$

مثال: نامعادله قدر مطلق بنویسید مجموعه جواب آن $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$ باشد $|x - a| \geq b$

$$\begin{cases} a - b = 0 \\ a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ 1 + b = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\frac{2a - b}{2} = \frac{2 - b}{2} \Rightarrow a = 1$$

$$\boxed{|x - 1| \geq 1}$$

تمرین: نامعادلات زیر را حل کنید

۱) $|2x - 5| \leq 7$ ۲) $|\frac{3-x}{4}| < 1$ ۳) $|\frac{x+1}{3} - 1| \leq 2$

۴) $|4 - x| \geq 1$ ۵) $|\frac{3x-1}{2}| > 5$

۶) $|\frac{x+1}{3} - \frac{2x-1}{2}| \geq 2$

۲- در هر یک از حالات زیر، مجموعه جواب یک نامعادله قدر مطلق مشخص

شده است نامعادله را مشخص کنید

الف $(-1, 5)$

ب $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$

پ $(-\infty, 3) \cup (7, +\infty)$ ت $[-4, 5]$

علاوه بر تمرینات فوق تمرینات کتاب صفحات

کتاب درسیان صفحه ۹۰، کتاب درسیان صفحه ۹۳، تمرینات صفحه ۹۳

غير از سؤال ۳ حل نشود