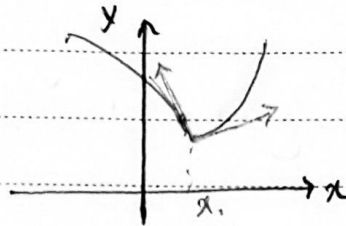
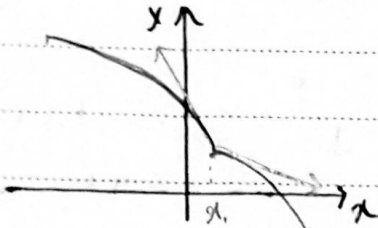
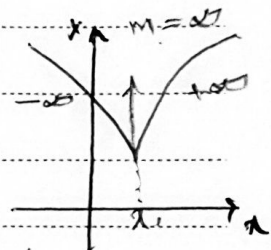
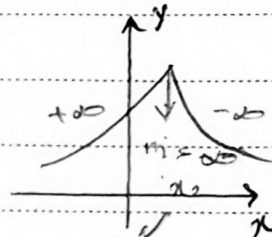
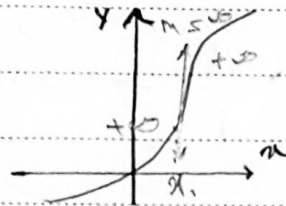
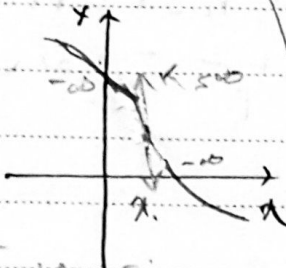


جمع بندی: نقاط مستقیم ناختم



مجموعه از این نقاط مستقیم ناختم

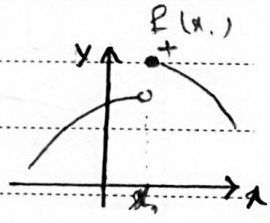
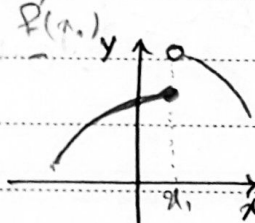
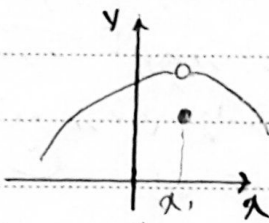
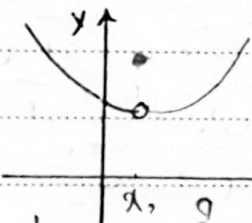


نقطه مستقیم ناختم

$f'(x_1) = +\infty$
 $f'(x_2) = -\infty$

نقطه مستقیم ناختم

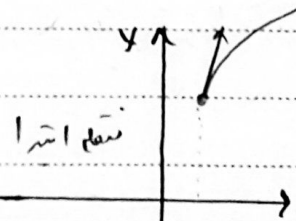
$f'(x_1) = +\infty$
 $f'(x_2) = -\infty$



نقطه مستقیم ناختم

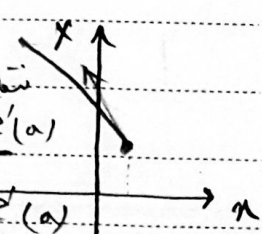
نقطه مستقیم ناختم

$f'(x_1) > 0$ و $f'(x_2) < 0$ نقطه مستقیم ناختم



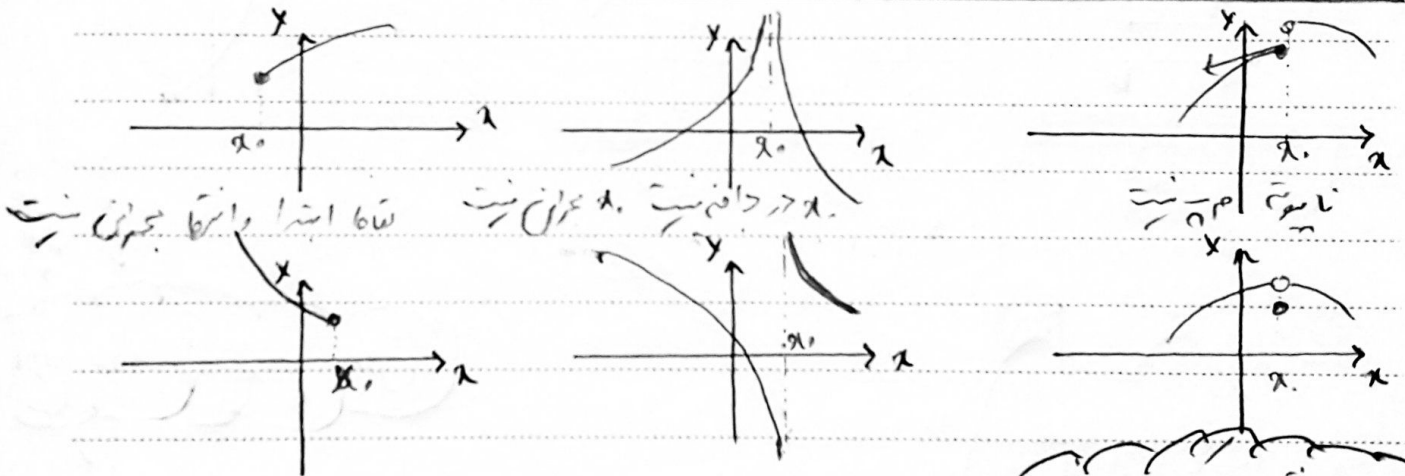
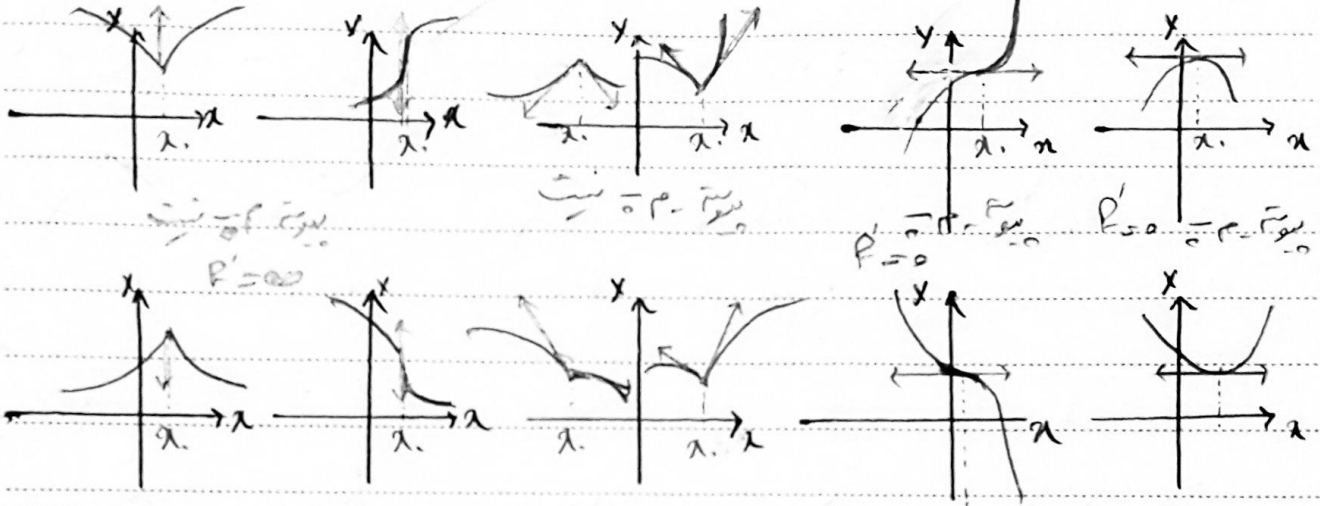
نقطه مستقیم ناختم

$f'(x_1) > 0$ و $f'(x_2) < 0$ نقطه مستقیم ناختم



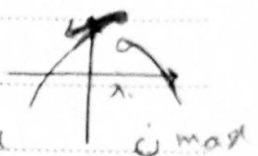
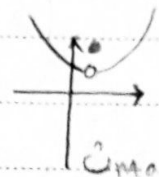
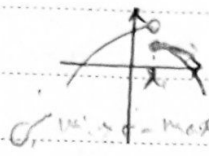
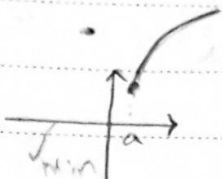
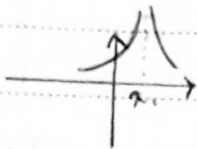
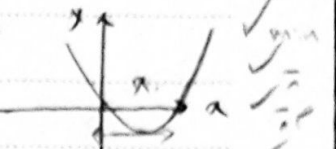
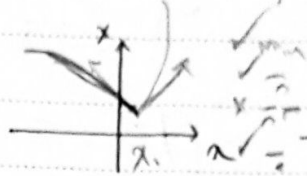
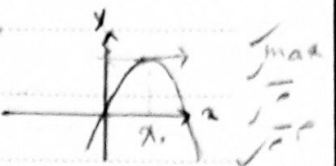
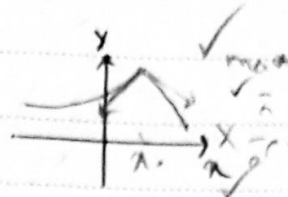
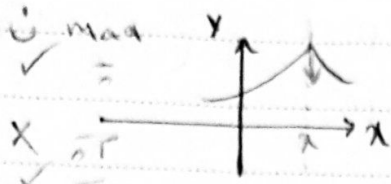
(انواع نقاط بحرانی)

- ۱) جزو دایره تابع باشد
- ۲) مشتق در آن جا یا صفر یا بی نهایت
و یا وجود نداشته باشد
- ۳) نقاط ابتدا یا انتها باشد



(انواع نقاط استرس هم هست)

الف) اگر f در x_0 راست دایره باشد
 ب) جهت f اطراف x_0 در بالا اثر f یا پایین تر f مقدار عرضی f دایره باشد (c)
 $\forall x \in I, f(c) \leq f(x) : \max$
 $\forall x \in I, f(c) \geq f(x) : \min$
 ۲) نقاط ابتدا، انتها، جزو دایره استرس هم نیستند.



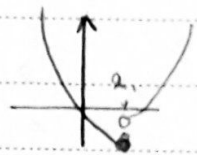
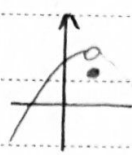
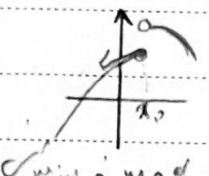
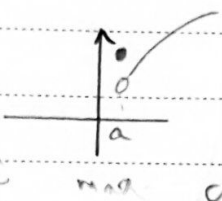
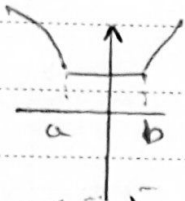
معمولاً در این صورت

min & max
x = ...
y = ...

min & max
x = ...
y = ...

max
x = ...
y = ...

min
x = ...
y = ...



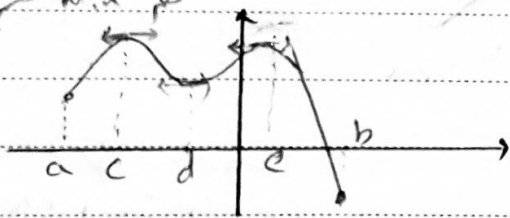
توجه داشته باشید
(a, b)
max
min

min & max
x = ...

min & max
x = ...
y = ...

min
x = ...
y = ...

min
x = ...
y = ...



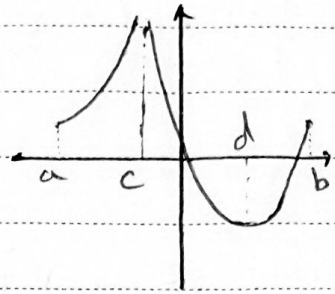
انواع نقاط استرس مطلق

در هر یک از این موارد بررسی
بالاترین یا پایینترین مقدار عرض
را داشته باشد

نقطه	بجاری	استرس نسبی	استرس مطلق	سهم
a	x	x	x	-
b	x	x	√min	-
c	✓	max	max	P'c
d	✓	min	x	P'c
e	✓	-max	x	P'c

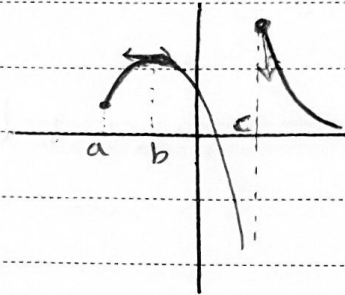
همچنین می توانیم جزء نقاط مابین و هم
جزء نقاط ابتدا و انتها باشد

نقطه	بجرائی	التریم نسبی	التریم مطلق	f'
a	x	x	x	-
b	x	x	x	-
c		در دامنه نیست		
d	✓	✓ min	min	$f' = 0$

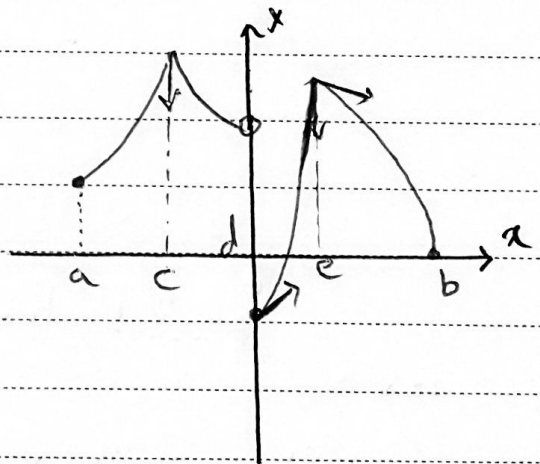


max حالت وجود ندارد

نقطه	بجرائی	التریم نسبی	التریم مطلق	f'
a	x	x	x	-
b	✓	max	x	$f' = 0$
c	✓	max	max	وجود ندارد



نقطه	بجرائی	التریم نسبی	التریم مطلق	f'
a	x	x	x	-
b	x	x	x	-
c	✓	max	max	0
d	✓	min	min	وجود ندارد
e	✓	max	-	وجود ندارد



حبیب ۴۴ ریاضی

۱. نقطه بجرائی تابع $f(x) = x^2 - 4x + 2$ در بازه $x \in [-1, 3]$ کدام است؟

$$f'(x) = 2x - 4$$

بجرائی $f' = 0 \rightarrow 2x - 4 = 0 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2$

$$A \begin{vmatrix} 2 \\ -2 \end{vmatrix}$$

بجرائی $= \{2\}$

۲) نقاط بحرانی تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ $x \in (-2, 4]$ کدام است؟
 $f'(x) = 3x^2 - 6x$
 $f' = 0 \rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \rightarrow 3x(x - 2) = 0$
 $x = 0, 2$
 A | $x = 0$
 B | $x = 2$
 مجموعه نقاط بحرانی = $\{0, 2\}$

۳) نقاط بحرانی تابع $f(x) = x^3 - 4x^2 + 7$ $x \in [-1, 3]$ کدام است؟
 $f'(x) = 3x^2 - 8x$
 $f' = 0 \rightarrow 3x^2 - 8x = 0 \rightarrow x(3x - 8) = 0$
 $x = 0, \frac{8}{3}$
 A | $x = 0$
 B | $x = \frac{8}{3}$
 مجموعه نقاط بحرانی = $\{0, \frac{8}{3}\}$

۴) مجموعه نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{5-x^2}$ $x \in [-2, 2]$
 $f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{5-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{5-x^2}}$
 $f' = 0 \rightarrow -x = 0 \rightarrow x = 0$
 $f' = \infty \rightarrow \sqrt{5-x^2} = 0 \rightarrow x^2 = 5 \rightarrow x = \pm\sqrt{5}$
 مجموعه نقاط بحرانی = $\{0, \sqrt{5}, -\sqrt{5}\}$

۵) مجموعه نقاط بحرانی تابع $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$ $x \in [-1, 1]$
 $f'(x) = \sqrt{1-x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{1-x^2-x^2}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$
 $f' = 0 \rightarrow 1-2x^2 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$
 $f' = \infty \rightarrow \sqrt{1-x^2} = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$
 مجموعه نقاط بحرانی = $\{-1, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1\}$

۶) مجموعه نقاط بحرانی تابع $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$ $x \in [-1, 1]$
 $f'(x) = \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$
 $f' = 0 \rightarrow 1-2x^2 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$
 $f' = \infty \rightarrow \sqrt{1-x^2} = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$
 مجموعه نقاط بحرانی = $\{-1, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1\}$

$f' = 0 \rightarrow 1-2x^2 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$f' = \infty \rightarrow \sqrt{1-x^2} = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$
 مجموعه نقاط بحرانی = $\left\{ -1, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 \right\}$

نقطہ بحرانی تابع (۴) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ یا $f(x) = (1-x^2)^{-1/2}$

$1-x^2 > 0$

$x^2 < 1$

$\rightarrow -1 < x < 1$

DR = (-1, 1)

$f(x) = (1-x^2)^{-1/2} \rightarrow f'(x) = -1/2 (-2x)(1-x^2)^{-3/2}$

$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$

$f' = 0 \rightarrow x = 0$ A|_0

$f' = \infty \rightarrow 1-x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = 1$
 $x = -1$

بحرانی = {0}

ریاضیت

نقطہ بحرانی (۵) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$ یا $f(x) = (x^2-1)^{1/2}$

DR = R

$f'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}}$

$f' = 0 \rightarrow 2x = 0 \rightarrow x = 0$ A|_0

$f' = \infty \rightarrow x^2-1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = 1$
 $x = -1$

B|_1
C|_1

بحرانی = {0, 1, -1}

نقطہ بحرانی (۶) $f(x) = \sqrt{x^2-2x}$ یا $f(x) = (x^2-2x)^{1/2}$

DR = R

$f'(x) = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x}}$

$= \frac{x(x-1)}{\sqrt{x^2(x-2)}} = \frac{x(x-1)}{\sqrt{x(x-2)^2}}$

$x^2(x-2) = 0$
 $x = 0, x = 2$

$x^2-2x = 0$
 $x(x-2) = 0$
 $x = 0, x = 2$

$f' = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \rightarrow x = 0, 2$

$f' = \infty \rightarrow x(x-2)^2 = 0 \rightarrow x = 2$
 $x = 0, x = 2$

بحرانی = {0, 2}

۹) $f(x) = \sqrt[3]{x^3} - \sqrt{x}$ نقاط بحرانی

$Df = R$

$f'(x) = \frac{1}{3}x^{-2/3} - \frac{1}{2}x^{-1/2} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x^2}}{6\sqrt[3]{x^2}\sqrt{x}}$

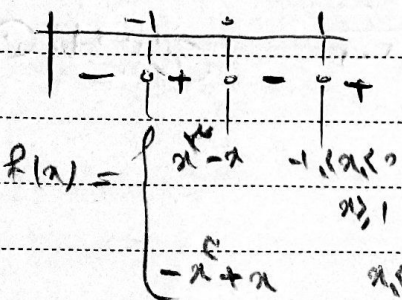
$f' = 0 \Rightarrow 2\sqrt{x} = 3\sqrt[3]{x^2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$f' = 0 \Rightarrow x = 0 \rightarrow x = 0$ نقاط بحرانی = $\{0, \frac{1}{2}\}$

۱۰) $f(x) = |x^2 - 1|$ نقاط بحرانی تابع

$f(x) = |x^2 - 1| \Rightarrow x = 1, -1, 0$

$f'(x) = \begin{cases} 2x & x > 1 \\ -2x & x < -1 \\ 0 & -1 < x < 1 \end{cases}$



$f' = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

$f'(x) = 1 \Rightarrow \begin{cases} f'(1) = 2 \\ f'(-1) = -2 \\ f'(0) = 0 \end{cases}$ نقاط بحرانی

نقاط بحرانی = $\{0, 1, -1, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\}$

۱۱) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & x < 0 \\ x^2 + 3x & x > 0 \end{cases}$ نقاط بحرانی تابع

$f'(x) = \begin{cases} 2x + 2 \\ 2x + 3 \end{cases}$

$f'(x) = (x^2 - 2x)' = 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$

$f'(x) = (x^2 + 3x)' = 2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$

$f(x) = \begin{cases} 2x + 2 & x < 0 \rightarrow f' = 0 \Rightarrow 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ 2x^2 - 3 & x > 0 \rightarrow f' = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$

نقاط بحرانی = $\{-1, 1, \frac{\sqrt{6}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2}\}$