فصل اول ریاضی یازدهم

نویسنده: حامد شکوری

هندسه تحلیلی

فاصله

- **نقطه از نقطه** (طول پاره خط)
  - $A\begin{vmatrix}x_1\\y_1\end{vmatrix}$ $B\begin{vmatrix}x_2\\y_2\end{vmatrix}$
  - $AB=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$
- **نقطه از خط**
  - فاصله نقطه $A\begin{vmatrix}x_0\\y_0\end{vmatrix}$ از خط $ax+by+c=0$ (مختصات نقطه و شیب خط در معادله)
  - $d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
  - x_0 مختصه x ، y_0 مختصه y
- **دو خط موازی**
  - $\begin{cases}ax+by+c=0\\ax+by+c'=0\end{cases}$
  - خط‌ها موازی هستند
  - $d=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

معادله خط

- $y=mx+b$
  - $m_1=m_2$: موازی (شیب‌ها برابر)
  - $m_1\times m_2=-1$: عمود بر هم
  - $m_1=m_2$ و $b_1=b_2$: منطبق بر هم
- **نسبت بین خط‌ها**
- $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}$ (شیب)
- $y=(\frac{\Delta y}{\Delta x})x+b$ (فرم شیب عرض از مبدأ)
- $y-y_0=m(x-x_0)$ (معادله خط گذرنده از نقطه)
- $x=x_0$ (خط موازی با محور y)
- $y=y_0$ (خط موازی با محور x)
- معادله خط را با داشتن دو نقطه می‌یابیم

نقطه وسط پاره خط

- $A\begin{vmatrix}x_1\\y_1\end{vmatrix}$ $M\begin{vmatrix}\frac{x_1+x_2}{2}\\\frac{y_1+y_2}{2}\end{vmatrix}$ $B\begin{vmatrix}x_2\\y_2\end{vmatrix}$
- (مختصات وسط) $x_M=\frac{x_1+x_2}{2}$ ، $y_M=\frac{y_1+y_2}{2}$
- (طول پاره خط) $AB=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$
- **مثال**
  - (الف) مختصات نقطه A و B داده شده. نقطه C وسط AB است. مختصات C را بدست آورید؟
  - $A\begin{vmatrix}-1\\2\end{vmatrix}$ $B\begin{vmatrix}3\\-4\end{vmatrix}$ $C\begin{vmatrix}x_c\\y_c\end{vmatrix}$
  - $x_c=\frac{-1+3}{2}=1$ ، $y_c=\frac{2-4}{2}=-1$ ، $C\begin{vmatrix}1\\-1\end{vmatrix}$

معادله و تابع درجه ۲

معادله درجه ۲

- $ax^2+bx+c=0$: فرم کلی
- $S=\alpha+\beta=\frac{-b}{a}$: مجموع ریشه‌ها
- $P=\alpha\beta=\frac{c}{a}$: ضرب ریشه‌ها
- $M=|x_1-x_2|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$: اختلاف ریشه‌ها

یافتن معادله با استفاده از ریشه‌ها

$x^2-Sx+P=0$

- S: مجموع ریشه‌ها $S=\frac{-b}{a}$
- P: ضرب ریشه‌ها $P=\frac{c}{a}$

یافتن ماکزیمم و مینیمم تابع درجه ۲

Min و Max سهمی

- $a>0$: دارای Min
- $a<0$: دارای Max
- $x_0=\frac{-b}{2a}$ (مختصه x)
- در این نقطه، پرابولا کمترین و بیشترین مقدار تابع را دارد!

تغییر متغیر (برای حل معادله)

- **مثال**
  - $(x^2+1)^2-(x^2+1)-12=0$
  - $(x^2+1)=t$ → $t^2-t-12=0$ → $(t-4)(t+3)=0$
  - $t=4$ → $(x^2+1)=4$ → $x^2+1=4$ → $x=\pm\sqrt{3}$
  - $t=-3$ → $(x^2+1)=-3$ → $x^2=-4$ → غ ق ق
  - غ ق ق: غیر قابل قبول
  - روش تغییر متغیر یک راه است برای حل معادله‌ای که در آن مجهول تکرار شده باشد
  - ساده‌تر شود. سپس t را بدست می‌آوریم
  - مقادیر اولیه t جایگزین t می‌کنیم
  - ریشه بودن مجهول

معادلات گنگ و گویا

معادله گویا

- برای حل معادلات گویا باید کسرها را هم مخرج مشترک (ک.م.م) ضرب کنیم تا از حالت کسری خارج شوند
- (مقدارهای قابل قبول است که ریشه‌ی مخرج نباشد)
- **مثال**
  - $\frac{x}{x^2-4}+\frac{1}{x-2}=\frac{5}{x+2}$ (x^2-4 ، $(x-2)(x+2)$ ، $(x-2)(x+2)$)
  - $\xrightarrow{\times \text{ک.م.م}} x+x+2=5(x-2)$
  - $5x-10=2x+2$
  - $3x=12 \rightarrow x=4$ (ق ق: ریشه مخرج $\neq 3$)

معادله گنگ

- باید عبارت رادیکالی را در یک طرف تنها نگه داریم و بقیه عبارت را بریزیم او نور تساوی
- بعد هم به توان ۲ می‌رسونیم در طرفین رو تا رادیکال ازبین بره!
- **مثال**
  - $\sqrt{4a+1}+5=0 \rightarrow \sqrt{4a+1}=-5$
  - $\xrightarrow{\text{توان ۲}} 4a+1=25$
  - $4a=24$
  - $a=6$ → غ ق ق: حاصل رادیکال منفی نمی‌شود

صفرهای تابع

- باید y را صفر بگذاریم و معادله‌ای که ایجاد میشود را حل کنیم.
- جواب‌های معادله، همان صفرهای تابع هستند
- $f(x)=ax^2+bx+c$ ، $y=0$
- **مثال** صفرهای تابع زیر را پیدا کنید.
  - $f(x)=x^2-4x$ ، $y=0$
  - $x^2-4x=0$
  - $x(x-4)=0$ → $x=0$ ، $x=4$