

☒ درست ☐ نادرست

۱- مجموع یک عدد گویا و یک عدد گنگ همواره عددی گنگ است.

$$\text{گنگ} = \text{گنگ} + \text{گویا}$$

☒ درست ☐ نادرست

۲- برای اثبات گنگ بودن $\sqrt{2}$ از روش برهان خلف استفاده می کنیم.

☒ درست ☐ نادرست

۳- اگر $a \mid c$ و $ab \mid c$ آنگاه $a \mid b$ درست

$$a \mid c \leftarrow ab \mid c$$

$$a \mid b \leftarrow ab \mid c$$

$$\begin{array}{r} 2 \mid 6 \\ 3 \mid 6 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 2 \mid 6 \\ 3 \mid 6 \end{array}$$

۴- اگر $a \mid ab$ آنگاه $a \mid b$

$$2 \mid 2 \times 3$$

☒ درست ☐ نادرست

☒ درست ☐ نادرست

۵- باقی مانده هر عدد صحیح بر ۳ برابر ۰ یا ۲ است.

$$\begin{array}{r} a \mid 3 \\ \hline 0 \leq r \leq 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} a \mid b \\ \hline 0 \leq r \leq b-1 \end{array}$$

☒ درست ☐ نادرست

۶- اگر $a \equiv b \pmod{m}$ و $n \mid m$ آنگاه $a \equiv b \pmod{n}$

$$\begin{array}{r} a \equiv b \pmod{6} \\ \hline a \equiv b \pmod{2} \\ a \equiv b \pmod{3} \end{array}$$

مجموع اعداد همواره به عبارتی بیان می کند

درست ☐ نادرست ☒

۷- باقی مانده تقسیم $A = ۳۷۳۳۷۸۶$ بر ۱۱ برابر ۶ است.

$$+ - + - + - + \\ ۲ ۹ ۱ ۵ ۳ ۳ ۷ \equiv ۵$$

درست ☒ نادرست ☐

۸- اگر α گویا و β گنگ باشد. $۴\alpha + ۳\beta$ گنگ است.

$$\text{گنگ} = \text{گد} + \text{گویا}$$

درست ☒ نادرست ☐

۹- اگر $a \equiv ۶b$ و $a \equiv ۲b$ آنگاه $a \equiv ۲b$

$$a \equiv b$$

$$a \not\equiv b$$

$$(c, m) = d$$

$$a \equiv b$$

$$a \equiv ۲b \rightarrow a \equiv ۲b$$

۱۰- حاصلضرب هر دو عدد گنگ، گنگ است.

درست ☐ نادرست ☒

$$\sqrt{۲} \times \sqrt{۲} = ۲$$

$$-۱۲۷ \equiv ۵ \pmod{۱۲}$$

درست ☒ نادرست ☐

$$-۱۲۷ \equiv ۱۲$$

$$۱۲۷ \equiv ۱۲$$

$$۱۲۷ \equiv ۱۲$$

۱۲- مجموع ۳ عدد صحیح متوالی همواره بر $۳ \dots$ بخش پذیر است.

$$a + a + 1 + a + ۲ \\ ۳a + ۳ = ۳(\dots)$$

۱۳- حاصل ضرب دو عدد صحیح متوالی همواره بر $2 \dots$ بخش پذیر است.

نکته: ضرب هر n عدد متوالی همواره بر $n!$ است.

۱۴- اگر a عددی صحیح و فرد باشد، آن گاه عدد $2a + 3$ عددی فرد است. (زوج - فرد)

$$a = 2k + 1$$

$$a = 1$$

$$\text{فرد} = \text{فرد} + \text{زوج}$$

۱۵- اگر باقی مانده تقسیم a بر 5 برابر 2 باشد، آن گاه باقی مانده تقسیم $3a$ بر 5 برابر 1 است.

$$a \equiv 2 \pmod{5}$$

~~$$a \equiv 2 \pmod{5}$$~~

$$3a \equiv 6 \equiv 1 \pmod{5}$$

۱۶- اگر a عددی فرد باشد، آن گاه باقی مانده تقسیم $a^2 + 5$ بر 4 برابر 2 است.

$$a^2 \equiv 1 \pmod{4}$$

$$a = 3$$

۱۷- با فرض $a \neq 0$ ، حاصل $[a^3, a^6], [a^4, a^6]$ برابر است با a^6 .

$$[a^3, a^6] = a^6$$

$$a^3 | a^6$$

۱۸- باقی مانده تقسیم $A = 52732601$ بر 11 برابر است با 9 .

$$52732601 \equiv 9 \pmod{11}$$

۱۹- اگر 20 روز قبل شنبه باشد، 40 روز بعد 9 شنبه است.

جمع	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱

$$9 \equiv 4 \pmod{7}$$

روز ۲۰. روز ۴۰.

$$40$$

$$(a, b) = |a|$$

$$[a, b] = |b|$$

$$(2, 4) = 2$$

$$[2, 4] = 4$$

شنبه

عوبه

؟

۲۰- اگر ارزش دو گزاره یکسان باشد آن دو گزاره را معادل گویند.

نویس: افزودن ضرب یک به توان

$$1397$$

$$14$$

$$\equiv 10$$

$$4$$

۲۱- رقم یکان عدد ۱۶۱۳۹۷ برابر است با ...

$$6$$

$$1 \rightarrow 5 \rightarrow 9$$

$$2 \rightarrow 2 \rightarrow 2$$

$$3 \rightarrow 3 \rightarrow 3$$

$$4 \rightarrow 4 \rightarrow 4$$

$$5 \rightarrow 5 \rightarrow 5$$

$$6 \rightarrow 6 \rightarrow 6$$

$$7 \rightarrow 7 \rightarrow 7$$

$$8 \rightarrow 8 \rightarrow 8$$

$$9 \rightarrow 9 \rightarrow 9$$

$$10 \rightarrow 10 \rightarrow 10$$

$$11 \rightarrow 11 \rightarrow 11$$

$$12 \rightarrow 12 \rightarrow 12$$

$$13 \rightarrow 13 \rightarrow 13$$

$$14 \rightarrow 14 \rightarrow 14$$

$$15 \rightarrow 15 \rightarrow 15$$

$$16 \rightarrow 16 \rightarrow 16$$

$$17 \rightarrow 17 \rightarrow 17$$

$$18 \rightarrow 18 \rightarrow 18$$

$$19 \rightarrow 19 \rightarrow 19$$

$$20 \rightarrow 20 \rightarrow 20$$

$$97 \div 4 = 24 \text{ remainder } 1$$

با بهر می بود ← فقط با ...
توان ... ← با تقسیم من باقی مانده است

باقی مانده تقسیم ۱۰

۲۲- با تقسیم طرفین معادله $42x \equiv 14$ بر ۶ معادله ... بدست می آید.

$$7x \equiv 3$$

$$4 \times 7x \equiv 4 \times 3$$

$$(4, 9) = 3$$

۲۳- در تقسیم عدد -127 بر 15 باقی مانده برابر ... و خارج قسمت ... است.

$$-127 = 15(-9) + 8$$

۲۴- حاصل عبارت $([m^2, m], m^5)$ برابر ... است.

$$m \mid m^2 \quad m^2 \mid m^5$$

$$m^2 \mid m^5$$

۲۵- اگر برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b داشته باشیم $(a, b) = 1$ می گوییم a و b دو عدد متباین هستند.

(نسبت اول)

۲۶- اگر $a \mid b$ مقدار $[a, b]$ برابر با ... است.

$$(a, b) = 1$$

۲۷- با استفاده از استدلال بازگشتی ثابت کنید: حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی کوچکتر یا مساوی نصف مجموع مربع‌های آنهاست.

$$\Leftrightarrow xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$$

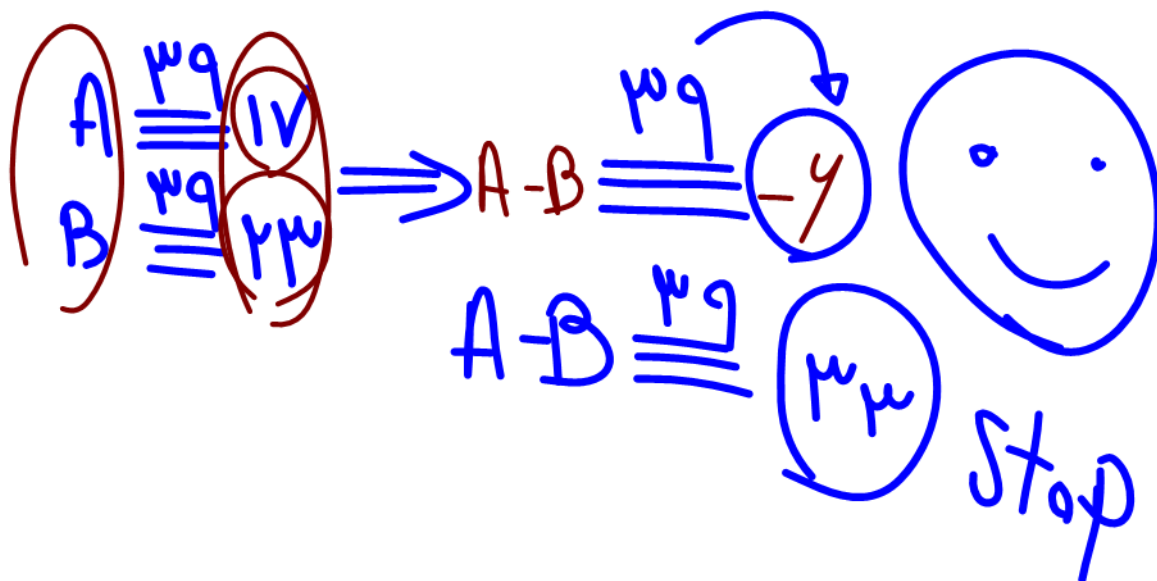
$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0$$

پایان

۲۸- اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد A و B بر ۳۹ به ترتیب ۱۷ و ۲۳ باشد، باقی‌مانده تقسیم A - B بر ۳۹ را محاسبه کنید.



۲۹- جواب‌های عمومی معادله $4x \equiv 17$ را به دست آورید.

۱- برابر

$$4x \equiv 17$$

$$4x \equiv 5$$

$$4x \equiv 5 \pmod{12}$$

$$4x \equiv 5 \pmod{12} \times 3$$

$$12x \equiv 15 \pmod{36}$$

$$x \equiv 3 \pmod{12}$$

$$x = 12k + 3$$

$$(a, m) | b \leftrightarrow ax \equiv b \pmod{m}$$

شود و در جواب.

۳۰- اگر دو عدد $(3a - 5)$ و $(4a - 7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(9a + 6)$ را به دست آورید.

$$4a - 7 \equiv 3a - 5 \pmod{10}$$

$$a \equiv 2 \pmod{10} \rightarrow 9a + 6 \equiv 9(2) + 6 = 24 \pmod{10}$$

😊

۳۱- باقی مانده تقسیم ۱۵۰۰ بر ۱۳ را به دست آورید.

توان ۱۳

$$13 \equiv -1 \pmod{2}$$

$$13^2 \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^4 \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^8 \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{16} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{32} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{64} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{128} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{256} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{512} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1024} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2048} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{4096} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{8192} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{16384} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{32768} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{65536} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{131072} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{262144} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{524288} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1048576} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2097152} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{4194304} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{8388608} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{16777216} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{33554432} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{67108864} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{134217728} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{268435456} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{536870912} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1073741824} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2147483648} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{4294967296} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{8589934592} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{17179869184} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{34359738368} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{68719476736} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{137438953472} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{274877906944} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{549755813888} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1099511627776} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2199023255552} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{4398046511104} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{8796093022208} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{17592186044416} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{35184372088832} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{70368744177664} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{140737488355328} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{281474976710656} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{562949953421312} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1125899906842624} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2251799813685248} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{4503599627370496} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{9007199254740992} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{18014398509481984} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{36028797018963968} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{72057594037927936} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{144115188075855872} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{288230376151711744} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{576460752303423488} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1152921504606846976} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2305843009213693952} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{4611686018427387904} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{9223372036854775808} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{18446744073709551616} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{36893488147419103232} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{73786976294838206464} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{147573952589676412928} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{295147905179352825856} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{590295810358705651712} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1180591620717411303424} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2361183241434822606848} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{4722366482869645213696} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{9444732965739290427392} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{18889465931478580854784} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{37778931862957161709568} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{75557863725914323419136} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{151115727451828646838272} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{302231454903657293676544} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{604462909807314587353088} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1208925819614629174706176} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2417851639229258349412352} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{4835703278458516698824704} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{9671406556917033397649408} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{19342813113834066795298816} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{38685626227668133590597632} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{77371252455336267181195264} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{154742504910672534362390528} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{309485009821345068724781056} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{618970019642690137449562112} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1237940039285380274899124224} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2475880078570760549798248448} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{4951760157141521099596496896} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{9903520314283042199192993792} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{19807040628566084398385987584} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{39614081257132168796771975168} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{79228162514264337593543950336} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{158456325028528675187087900672} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{316912650057057350374175801344} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{633825300114114700748351602688} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1267650600228229401496703205376} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2535301200456458802993406410752} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{5070602400912917605986812821504} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{10141204801825835211973625643008} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{20282409603651670423947251286016} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{40564819207303340847894502572032} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{81129638414606681695789005144064} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{162259276829213363391578010288128} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{324518553658426726783156020576256} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{649037107316853453566312041152512} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1298074214633706907132624082305024} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2596148429267413814265248164610048} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{5192296858534827628530496329220096} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{10384593717069655257060992658440192} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{20769187434139310514121985316880384} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{41538374868278621028243970633760768} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{83076749736557242056487941267521536} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{166153499473114484112975882535043072} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{332306998946228968225951765070086144} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{664613997892457936451903530140172288} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1329227995784915872903807060280344576} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2658455991569831745807614120560689152} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{5316911983139663491615228241121378304} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{10633823966279326983230456482242756608} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{21267647932558653966460912964485513216} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{42535295865117307932921825928971026432} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{85070591730234615865843651857942052864} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{170141183460469231731687303715884105728} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{340282366920938463463374607431768211456} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{680564733841876926926749214863536422912} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1361129467683753853853498429727072845824} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2722258935367507707706996859454145691648} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{5444517870735015415413993718908291383296} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{10889035741470030830827987437816582766592} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{21778071482940061661655974875633165533184} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{43556142965880123323311949751266331066368} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{87112285931760246646623899502532662132736} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{174224571863520493293247799005065324265472} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{348449143727040986586495598010130648530944} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{696898287454081973172991196020261297061888} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1393796574908163946345982392040522594123776} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2787593149816327892691964784081045188247552} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{5575186299632655785383929568162090376495104} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{11150372599265311570767859136324180752990208} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{22300745198530623141535718272648361505980416} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{44601490397061246283071436545296723011960832} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{89202980794122492566142873090593446023921664} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{178405961588244985132285746181186892047843328} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{356811923176489970264571492362373784095686656} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{713623846352979940529142984724747568191373312} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1427247692705959881058285969449495136382746624} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2854495385411919762116571938898990272765493248} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{5708990770823839524233143877797980545530986496} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{11417981541647679048466287755595961091061972992} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{22835963083295358096932575511191922182123945984} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{45671926166590716193865151022383844364247891968} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{91343852333181432387730302044767688728495783936} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{182687704666362864775460604089535377456991567872} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{365375409332725729550921208179070754913983135744} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{730750818665451459101842416358141509827966271488} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1461501637330902918203684832716283019655932542976} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2923003274661805836407369665432566039311865085952} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{5846006549323611672814739330865132078623730171904} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{11692013098647223345629478661730264157247460343808} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{23384026197294446691258957323460528314494920687616} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{46768052394588893382517914646921056628989841375232} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{93536104789177786765035829293842113257979682750464} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{187072209578355573530071658587684226515959365500928} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{374144419156711147060143317175368453031918731001856} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{748288838313422294120286634350736906063837462003712} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1496577676626844588240573268701473812127674924007424} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{2993155353253689176481146537402947624255349848014848} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{5986310706507378352962293074805895248510699696029696} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{11972621413014756705924586149611790497021399392059392} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{23945242826029513411849172299223580994042798784118784} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{47890485652059026823698344598447161988085597568237568} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{95780971304118053647396689196894323976171195136475136} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{191561942608236107294793378393788647952342390272950272} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{383123885216472214589586756787577295904684780545900544} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{766247770432944429179173513575154591809369561091801088} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1532495540865888858358347027150309183618739122183602176} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{3064991081731777716716694054300618367237478244367204352} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{6129982163463555433433388108601236734474956488734408704} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{12259964326927110866866776217202473468949912977468817408} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{24519928653854221733733552434404946937899825954937634816} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{49039857307708443467467104868809893875799651909875269632} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{98079714615416886934934209737619787751599303819750539264} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{196159429230833773869868419475239575503198607639501078528} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{392318858461667547739736838950479151006397215279002157056} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{784637716923335095479473677900958302012794430558004314112} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1569275433846670190958947355801916604025588861116008628224} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{3138550867693340381917894711603833208051177722232017256448} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{12554203470773361527671578846415332832204710888928069025792} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{25108406941546723055343157692830665664409421777856138051584} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{50216813883093446110686315385661331328818843555712276103168} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{100433627766186892221372630771322662657637687111424552206336} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{200867255532373784442745261542645325315275374222849104412672} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{401734511064747568885490523085290650630550748445698208825344} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{803469022129495137770981046170581301261101496891396417650688} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1606938044258990275541962092341162602522202993782792835301376} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{3213876088517980551083924184682325205044405987565585670602752} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{6427752177035961102167848369364650410088811975131171341205504} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{12855504354071922204335696738729300820177623950262342682411008} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{25711008708143844408671393477458601640355247900524685364822016} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{51422017416287688817342786954917203280710495801049370729644032} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288064} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{205688069665150755269371147819668813122841983204197482918576128} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{411376139330301510538742295639337626245683966408394965837152256} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{822752278660603021077484591278675252491367932816789931674304512} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{1645504557321206042154969182557350504982735865633579863348609024} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{3291009114642412084309938365114701009965471731267159726697218048} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436096} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{52656145834278593348959013841835216159447547700274555627155488768} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$13^{105312291668557186697918027683670432318895095400549111254310977536$$

۳۳- به چند طریق می توان ۳۵۰ ریال را به وسیله سکه های ۲۰ و ۵۰ ریالی پرداخت (که از هر دو سکه استفاده می شود)؟

$$20x + 50y = 350$$

$$(a, b) | c \leftrightarrow ax + by = c$$

$$\boxed{2x + 5y = 35} \quad \begin{cases} x=0 \\ y=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x_0 \\ y = y_0 \end{cases} \text{ با خصوصیات}$$

$$\begin{cases} x = 0 + 5k > 0 \rightarrow k > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 7 - 2k > 0 \rightarrow 2k < 7 - k < 7.5 \end{cases}$$

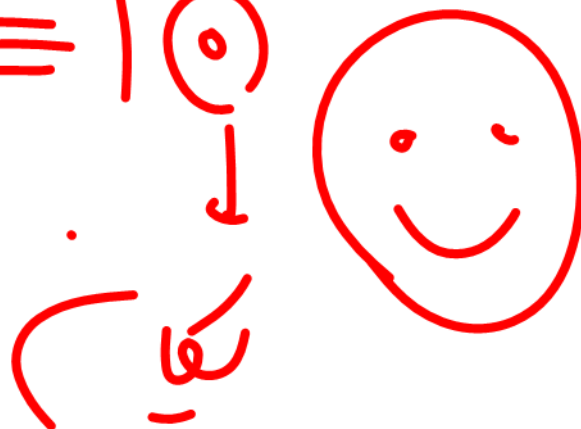
$$\boxed{1 \leq k \leq 3}$$

۳ جواب

$$\begin{cases} x = x_0 + bk \\ y = y_0 - ak \end{cases}$$

۳۴- رقم یکان $7^{73} + 3^{25}$ را محاسبه کنید.

$$\begin{array}{c} \textcircled{73} \quad \textcircled{25} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \underline{7} + \underline{3} = \underline{10} \\ \underline{7} + \underline{3} = \underline{10} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 73 \equiv 4 \pmod{10} \quad 25 \equiv 5 \pmod{10} \end{array}$$



۳۵- با تبدیل معادله سیاله $4x + 5y = 9$ به معادله هم‌نهشتی و حل آن، جواب عمومی این معادله سیاله را به دست آورید.

$4x + 5y \equiv 9 \pmod{1} \rightarrow y \equiv 1 \pmod{4} \rightarrow y = 4k + 1$

$4x + 5(4k + 1) = 9 \rightarrow 4x = 20k - 4 \rightarrow x = 5k - 1$

$x = -5k + 1$

ز سر کج
 ابعاد من

۳۶- باقی مانده تقسیم $A = (27)^7 + 19$ را بر ۱۳ به دست آورید.

$(27)^7 + 19 \equiv 7 \pmod{13}$

۱
 +
 ۶

۳۷- برای هر دو عدد حقیقی و مثبت a و b ثابت کنید $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2 + b^2}{ab} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$$

دلیل

۳۸- باقی مانده تقسیم عدد $A = (1000)^{23} \times 20 + 10$ را بر ۷ بیابید.

$$\begin{matrix} 23 \\ (1000) \times 20 + 10 \equiv 4 \end{matrix}$$

-۶

با آب و تاب، حوصله و
کامل بنویسید



۳۹- اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آن گاه ثابت کنید $4k + 1$ مربع کامل است.

$$4(q^2 + q) + 1$$

$$k = q(q+1)$$

$$4q^2 + 4q + 1 = (2q+1)^2$$

$$k = q^2 + q$$

مربع کامل

۴۰- جواب های عمومی معادله سیاله خطی $7x + 5y = 11$ را به دست آورید.

$$7x + 5y = 11$$

$$7x \equiv 11 \pmod{5}$$

$$x \equiv 3 \pmod{5} \rightarrow x = 5k + 3$$

$$7(5k+3) + 5y = 11$$

$$5y = -35k - 10$$

$$y = -7k - 2$$

در مجموع اعداد از صفر تا ۱۰
جواب: ۱۰

$$5k+3$$

$$-7k-2$$

۴۱- بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $4k$ و $16k^2 - 1$ را بیابید.

نسبت



$$(16k^2 - 1, 4k) = d$$

$$\begin{aligned} d \mid 16k^2 - 1 \\ d \mid 4k \end{aligned} \xrightarrow{\times 4k} \begin{cases} d \mid 16k^2 - 1 \\ d \mid 16k^2 \end{cases} \rightarrow d \mid 1 \rightarrow d = 1$$

۴۲- اگر باقیمانده تقسیم عدد طبیعی a بر ۳۱ برابر ۱۹ باشد، باقیمانده تقسیم $(2a - 1)$ بر ۳۱ را به دست آورید.

$$a \equiv 19$$

$$0 \leq r < 31$$

$$2a - 1 \equiv 19(2) - 1 \equiv 37 \equiv 6$$

۴۳- ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگین هندسی آنها کمتر نیست. (۹)

بازرسی

$$\Leftrightarrow \frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$$

$$\Leftrightarrow x+y \geq 2\sqrt{xy}$$

$$\Leftrightarrow x+y-2\sqrt{xy} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 \geq 0$$

تفاوت

۴۴- مینیمم درجه در یک گراف ساده عددی غیر صفر است.



☒ درست ☐ نادرست

۴۵- گرافی وجود دارد که درجه رئوس آن ۵, ۴, ۳, ۲, ۲ است.

$$p=5$$



$$|N_G[v]| = 2 \deg(v) \quad -46$$

$$N(a) = \{b, c\}$$

$$N[a] = \{a, b, c\}$$

۴۶- در گراف ۳- منتظم از مرتبه ۶ مجموع درجات تمام رئوس برابر ۱۲ است.

$$(12) = 29$$

$$pr = 29$$

گراف ۲ منتظم

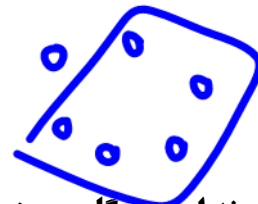
☒ درست ☐ نادرست

۴۸- در یک گراف، طول مسیر برابر با تعداد رئوس موجود در آن مسیر است.



☒ درست ☐ نادرست

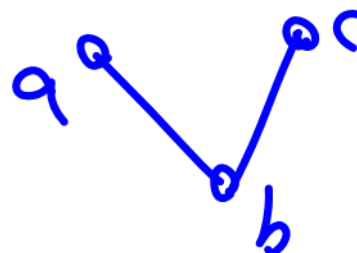
۴۹- گرافی ۶ رأسی که ۵ رأس تنها داشته باشد وجود دارد.



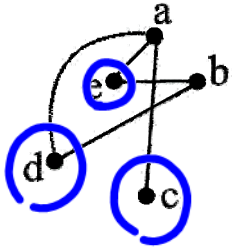
☒ درست ☐ نادرست

۵۰- گراف G همبند است هرگاه بین هر دو رأس آن یک یال وجود داشته باشد

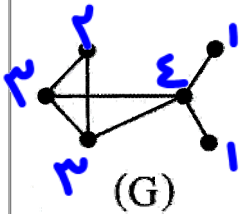
مسیر



☒ درست ☐ نادرست



۵۱- در گراف مقابل رأس a با ... رأس دیگر مجاور است. ← منقض



۵۲- در گراف مقابل حاصل $\Delta(G) + \delta(G)$ برابر با است. ۵

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$2 + 1$$

۵۳- با مجموعه رئوس $V = \{a, b, c\}$ تعداد گراف ساده می توان رسم کرد. ۳

$$p=3$$

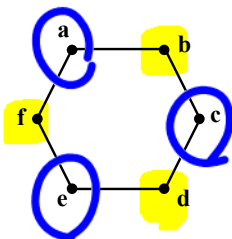
$$W_1 = \binom{3}{2} = 3$$

۵۴- در گراف ۴- منظم مرتبه ۹ تعداد یال ها برابر با است. ۱۸

$$\sum x_9 = 2q$$

$$34 = 2q \rightarrow q = 18$$

۵۵- یک مجموعه احاطه برای گراف مقابل به صورت است.

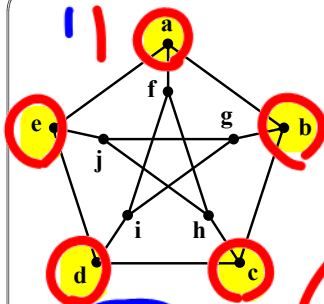


$\{a, c, e\}$

فردش بهیچ تونه
نقد از دوسر گراف رو کلور کنه

۵۶- مجموعه یک مجموعه احاطه گر برای گراف مقابل است.

$$\{a, b, c, d, e\}$$



۵۷- در گراف P_{14} عدد احاطه گری برابر با است.

$$\left\lceil \frac{14}{2+1} \right\rceil = 5$$

$$2(6) \geq \left\lceil \frac{P}{\Delta+1} \right\rceil$$

۵۸- گرافی که درجه تمام رئوس آن ۵ باشد را گراف می نامند.

منتظم

۵۹- P_n گرافی است که تنها از یک مسیر تشکیل شده است.

n یا n

۶۰- در گراف k -منتظم از مرتبه P حاصل kp عددی است.

زوج

$$kp = 2q$$

۶۱- اگر در گرافی داشته باشیم $N(a) = \emptyset$ آنگاه a یک رأس است.

ایزوله

$$N_G(a) = \emptyset$$

هیچ رأسی به a وصل نیست

درجه تمام رئوس آن ۴ باشد

۶۲- گراف ۴ منتظم گرافی است که:

$$2p = 4q$$

۶۳- گراف کامل مرتبه ۶: یال دارد.

$$\binom{6}{2} = 15$$

تعداد یال از k به p $\leftarrow \binom{p}{k}$

۶۴- هر گراف ۳- منتظم با ۱۲۱ بل دارای ... رأس است.

$$\Psi\rho = \Psi \times 12$$

۶۵- مجموع درجات رؤوس هر گراف گراف G است.

$$\sum \deg = 2g$$

۶۶- در گراف کامل از مرتبه ۴ تعداد دور به طول ۳ برابر $\frac{(3-1)!}{2} \times \frac{4}{3} = 2$ است.

$$\binom{P}{L} x \frac{(L-1)!}{r}$$

نکته: مقدار دوره طول L در ρ $\leftarrow$

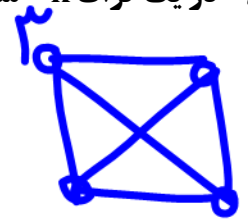
۶۷- گراف کامل K_5 دارای ۵ رأس و ۱۰ یال است.

س. چرا، آس و آلودگی دارد
 Full - نیترو
 p-1 نیترو

۶۸- تعداد رأس‌های فرد یک گراف همواره عددی زوج است.

۶۸- تعداد رأس‌های فرد یک گراف همواره عددی زوج است.

۶۹- در یک گراف k - منظم، ماکزیمم درجه رأس برابر با k ... است.

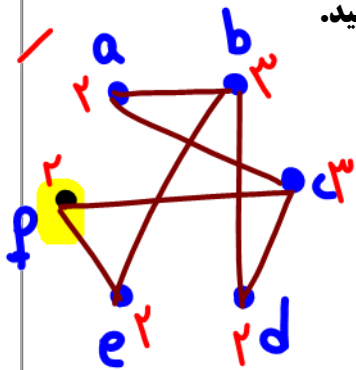


۷۰- در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند

مجموعه احاطه گر گراف G می نامیم.

۷۱- یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رأس‌هایش دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر $\dots\dots\dots$ می‌نامیم.

۷۲- گراف G با مجموعه رأس‌های $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال‌های $E(G) = \{\underline{ab}, \underline{ac}, \underline{cd}, \underline{ef}, \underline{db}, \underline{cf}, \underline{be}\}$ مفروض است آن را رسم کنید و به موارد زیر پاسخ دهید.



$$p=4 \quad q=7$$

$$\deg(a)=2 \quad \dots$$

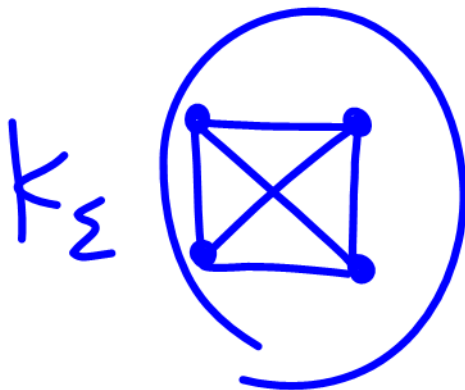
الف) مرتبه و اندازه گراف G را بنویسید.

ب) درجه رأس‌های گراف G را مشخص کنید.

پ) کدام رأس‌های گراف G را رأس f مجاورند. e, c

ت) مجموع درجات رئوس این گراف برابر چند است.

$$\sum \deg = 2q = 2 \times 7 = 14$$



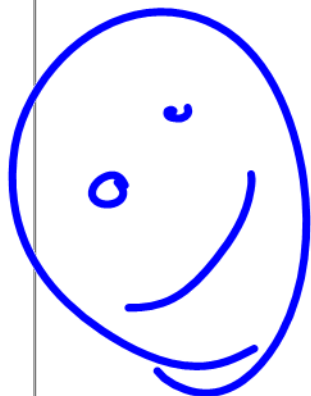
۷۳- یک گراف ۴ رأسی غیر تهی k -منتظم بکشید که:

الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.

ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.



۷۴- اگر G گرافی ۴- منتظم باشد و $q = 3p - 5$ ، حاصل $p + q$ را به دست آورید.



$$2p = 3p - 5$$

$$p = 5$$

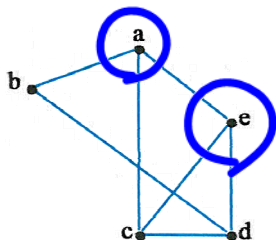
$$q = 10$$

$$p + q = 5 + 10 = 15$$

$$pr = 2q$$

$$5p = 2q$$

$$q = 2p$$



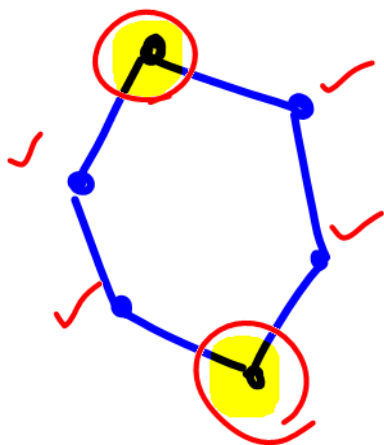
۷۵- در گراف شکل مقابل چند مسیر به طول ۳ از a به e وجود دارد؟

با همی کردن ۳ به از a به e :

abde
acde

۲

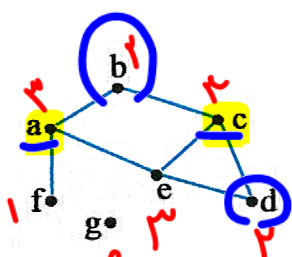
۷۶- در گراف C عدد احاطه گری را به دست آورید.



$$\tau(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$$

$$\tau(G) \geq \left\lceil \frac{7}{2+1} \right\rceil = 3$$

$$\tau(G) = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil = 4$$



۷۷- گراف G را در نظر بگیرید.
 {a, b, c, d, e, f, g}
 {ab, bc, cd, de, ea, af}
 الف) مجموعه $V(G)$ و $E(G)$ را بنویسید.

$$\Delta = 2 \quad \delta = 1$$

ب) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید.

پ) مجموعه همسایه های رأس های f و g و e را بنویسید.

ت) اگر $N_G(x) = \{a, c\}$ ، آنگاه x کدام رأس است؟

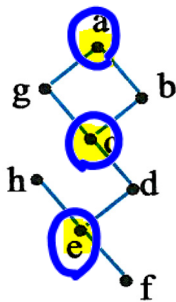
b

$$N_G(e) = \{a, c, d\}$$

$$N_G(f) = \{a\}$$

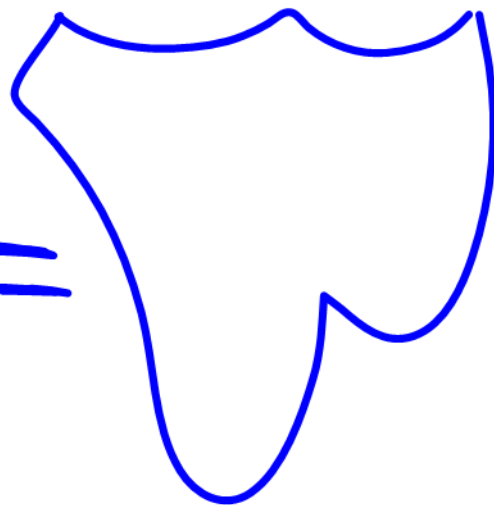
$$N_G(g) = \{ \}$$

۷۸- عدد احاطه‌گری شکل مقابل را مشخص کنید.



$$\{a, c, e\}$$

$$\delta(G) =$$



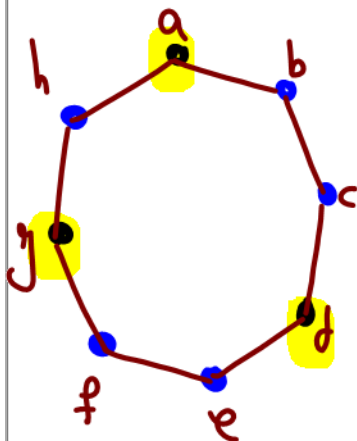
$$\{a, c, e, g\}$$

(ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال بنویسید.

۷۹- الف) یک گراف C_8 رسم کنید.

(ت) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم بنویسید.

(پ) یک مجموعه احاطه‌گر غیر مینیمال بنویسید.

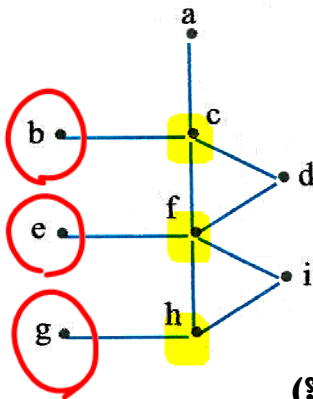


$$\{a, d, g\}$$

$$\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

هر وقت گفتند نیال بنویسید ← می‌توانید همان مینیمم بنویسید

هر مجموعه احاطه‌گر مینیم نیال است ← درست
هر مجموعه احاطه‌گر نیال مینیم است ← غلط



۸۰- با توجه به گراف روبه‌رو به سوال‌های زیر پاسخ دهید.

(الف) مجموعه‌ای از رئوس را انتخاب کنید که احاطه‌گر باشد.

$\{c, f, h, i\}$

$\{c, f, h\}$

(ب) مجموعه‌ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه‌گر مینیمال باشد.

$\{c, f, h\}$

(پ) یک مجموعه احاطه‌گر ۳ عضوی مشخص کنید.

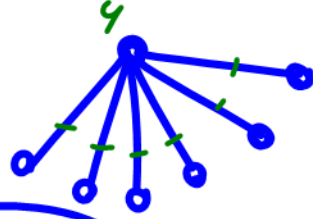
(ت) آیا رئوسی در گراف G وجود دارد که دو رأس از سه رأس b, e و g را احاطه کند؟ خیر

(ث) حداقل تعداد رئوس‌هایی که تمام رئوس گراف را احاطه کند چقدر است؟ $\gamma(G)$ چقدر است؟

تعداد ۳ گره $\gamma(G) = 3$

۸۱- در گراف G از مرتبه ۷ می‌دانیم $\gamma(G) = 1$ است. تعداد یال‌های این گراف را به دست آورید.

۱ رأس Full



مرتص

مرتص ۶

گراف رأس Full دارد.

همه Full ← کامل

صورت تعداد یال

اگر $\gamma(G) = 1$ گراف P رأس

$$p-1 \leq q \leq \binom{p}{2}$$

$$k \rightarrow \binom{7}{2} = 21$$

$$4 \leq q \leq 21$$

$$\gamma(G) = 1$$



همه k

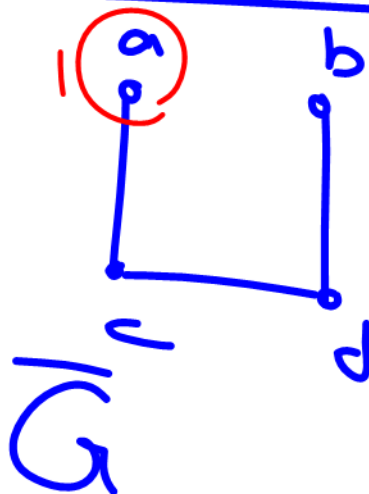
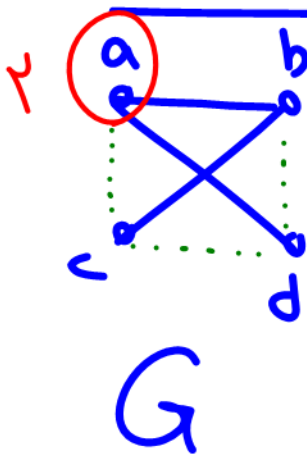
$$p = 7$$

$$\gamma(G) = 1$$

۸۲- در گراف G درجه رأس V برابر با ۹ است و درجه رأس V در گراف $\bar{G}$ برابر با ۱۲ است. مرتبه گراف G را مشخص کنید.

$$\deg_G v + \deg_{\bar{G}} v = p - 1$$

$$9 + 12 = p - 1 \rightarrow p = 22$$



$$\deg_G a + \deg_{\bar{G}} a = (p - 1) \quad (1)$$

$$\deg_G a + \deg_{\bar{G}} a = p - 1 \quad (2)$$

$$p_G = p_{\bar{G}} \quad (3)$$

۸۳- با چهار حرف «الف»، «ب»، «خ»، «ت» و ارقام ۳ و ۴ و ۶ و ۸ و ۹ تعداد ... رمز شامل ۹ کاراکتر می توان تشکیل داد.

جایگاه n می تاز $n!$
 اوانی رجاون معلوم $\leftarrow$ حذف
 ... ناعن $\leftarrow$ کد

۹

۸۴- تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ برابر ... است.

جواب صحیح نامنفی

$$\binom{n+r-1}{r-1}$$

$$\binom{10+3-1}{3-1} = 44$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_r = n$$

$$\square \square \dots \square = n$$

.. صبی

$$\binom{n-1}{r-1}$$

۸۵- با ارقام ۳ و ۲ و ۲ و ۲ و ۵ به تعداد ... عدد ۷ رقمی می توان تشکیل داد.

$$2! \times 5!$$

$$7!$$

$$2! \times 5! = 56$$

۸۶- در مربع لاتین مقابل حاصل $x + yz$ برابر با ... است.

$$3 + 1$$

۳		
x	۲	z
۲	y	۳
۱	۳	۲

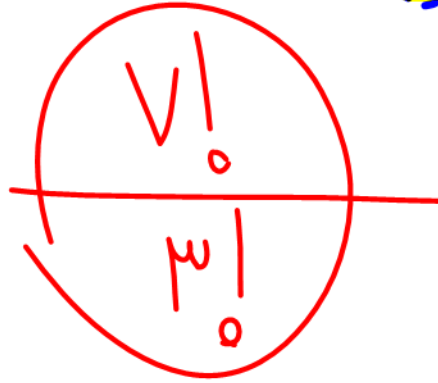
۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

$$n \times n$$

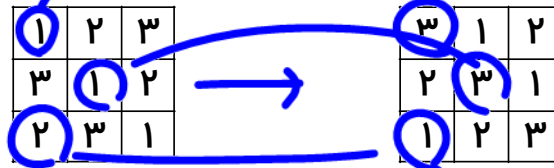
از این ...
 اطلاعات ...

۸۷- با حروف کلمه «انتخابات» چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت که حرف های «ت» کنار هم باشند؟

۱۰ انتخاب از ۸ حرف



۸۸- متعامد بودن دو مربع لاتین داده شده را بررسی کنید.



۱۳	۲۱	۳۲
۳۲	۱۳	۲۱
۲۱	۳۲	۱۳

متعامد نیست
چون ۲ از هم یکی
ندارند.

۸۹- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله زیر را به دست آورید.

$$x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 3$$

$$x_i \geq 0; 1 \leq i \leq 4$$

$$\begin{aligned} x_2 = 0 &\rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 3 \rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = 10 \\ x_2 = 1 &\rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 2 \rightarrow \binom{2+3-1}{3-1} = 6 \rightarrow 20 \\ x_2 = 4 &\rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 1 \rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3 \\ x_2 = 9 &\rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 0 \rightarrow \binom{0+3-1}{3-1} = 1 \end{aligned}$$

۹۰- ثابت کنید در بین ۳۶۸ نفر حداقل دو نفر هستند که در هر روز تولد شده‌اند؟

۳۶۸ نفر ← کبوتر
۳۶۵ روز، ۳۶۵ ← خانه

پس:

$$\begin{array}{r} 368 \\ 365 \overline{) 368} \\ \underline{365} \quad 1 \end{array}$$

← خیر

باقی‌مانده ۳

$$1 + 1 = 2$$

باقی‌مانده صفر

۴ نفر حداقل ۴ نفر در یک روز هفته

بعلاده ۱ نداره

$$\begin{array}{r} 141 \\ 7 \overline{) 141} \\ \underline{140} \quad 1 \end{array}$$

خودش در تمام شش روز
حرف زده و تفریح داره

۹۱- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله زیر را به دست آورید.

$$x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 11$$

$$x_i \geq 0, 1 \leq i \leq 4$$

$$x_2 = 0 \rightarrow x_1 + 3x_3 + x_4 = 11 \rightarrow \binom{11+3-1}{3-1} = \binom{13}{2} = 78$$

$$x_2 = 1 \rightarrow x_1 + 3x_3 + x_4 = 8 \rightarrow \binom{8+3-1}{3-1} = \binom{10}{2} = 45$$

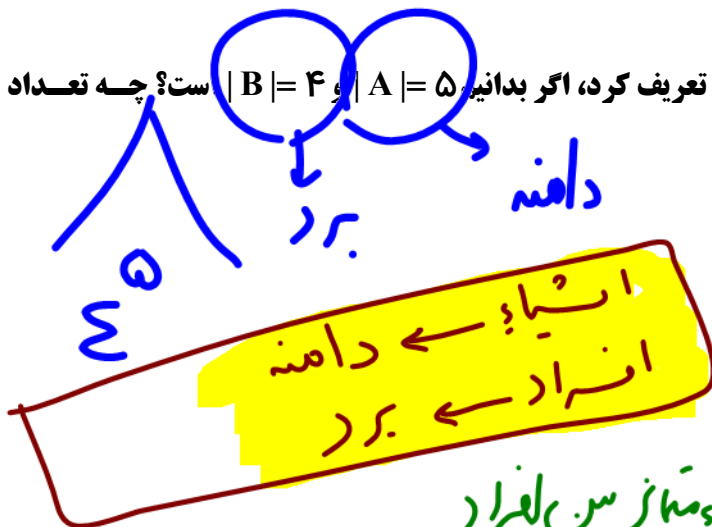
$$x_2 = 2 \rightarrow x_1 + 3x_3 + x_4 = 5 \rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

$$x_2 = 3 \rightarrow x_1 + 3x_3 + x_4 = 2 \rightarrow \binom{2+3-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 6$$

$$+ \rightarrow 150$$

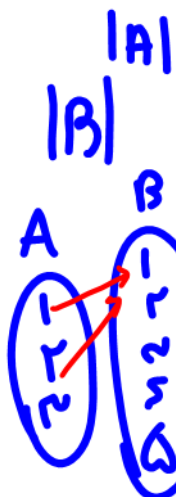
۹۲- چه تعداد تابع مانند $f: A \rightarrow B$ می‌توان تعریف کرد، اگر بدانیم $|A| = 5$ و $|B| = 4$ است؟ چه تعداد از این

توابع یک به یک هستند؟ هیچی



در یک به یک اعضا دامنه
معی توان از بردش به

توابع اشیا به افراد



ردیف (بردار)

از مجموعه A به مجموعه B ← توابع

تعداد $P(|B|, |A|)$ ← از A به B

در توابع یک به یک $|A| \leq |B|$

$$P(4, 5)$$

$$\frac{5!}{(5-4)!} = 4$$

۳۳ توابع از ۵ نفر تقسیم به ۴ نفر

۹۳- ثابت کنید اگر در یک دبیرستان ۵۰۵ دانش آموز مشغول تحصیل باشند، لااقل ۷ نفر از آن‌ها روز و ماه تولدشان یکسان است.

کبوتر

$$\begin{array}{l} ۷ \text{ روز} \\ ۱۲ \text{ ماه} \end{array} \rightarrow ۷ \times ۱۲ = ۸۴$$

$$\begin{array}{r} ۱۴ \\ ۵۰۵ \overline{) 14} \\ \underline{14} \\ 0 \end{array} \quad \boxed{14} + 1 = \boxed{7}$$

باقیمانده

۹۴- به چند طریق می‌توان ۸ نفر را در ۴ اتاق یک نفره و دو اتاق دو نفره جای داد؟

$$\frac{\binom{8}{1} \binom{7}{1} \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{4! \times 2!}$$

$$4! \times 2!$$

$$\frac{\binom{4}{2} \binom{2}{2}}{2!}$$

اول گروه بنی
اخلاص
سن طالع
فاکتوریل بعد از گرد کردن
با احتساب

۹۵- چند تابع پوشا از مجموعه $A = \{a, b, c, d, e\}$ به $B = \{1, 2, 3, 4\}$ می توان نوشت؟

۱	۲	۳	۴
۵	۵	۵	۵

$$\frac{\binom{5}{1} \binom{4}{1} \binom{3}{1} \binom{2}{1}}{3!} \times \frac{4}{1} = 20 \times 4 = 80$$

تابع پوشا از مجموعه A به مجموعه B $|A| \geq |B|$ ★

توزیع اشیاء متمایز بین افراد به صورت به هم فردی امکان پذیر است
تعداد افراد در حالتی فرد فرد.

۹۶- در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰۰ ($1 \leq n \leq 100$) چند عدد وجود دارد که بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشند؟

۱. مضرب ۲ از ۱۰۰ $= \left\lfloor \frac{100}{2} \right\rfloor = 50$

۲. مضرب ۳ از ۱۰۰ $= \left\lfloor \frac{100}{3} \right\rfloor = 33$

۳. مضرب ۶ از ۱۰۰ $= \left\lfloor \frac{100}{6} \right\rfloor = 16$

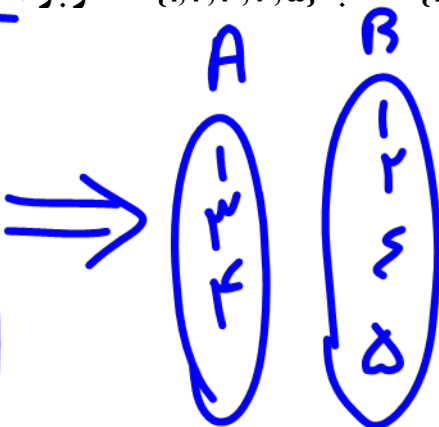
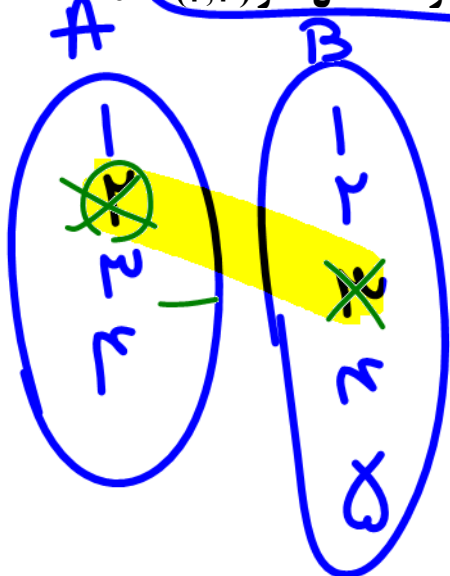


مضرب k از n

$$\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \quad 50 + 33 - 16 = 67$$

۹۷- چند تابع یک به یک از $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ وجود دارد که شامل عضو $(2, 3)$ باشد؟

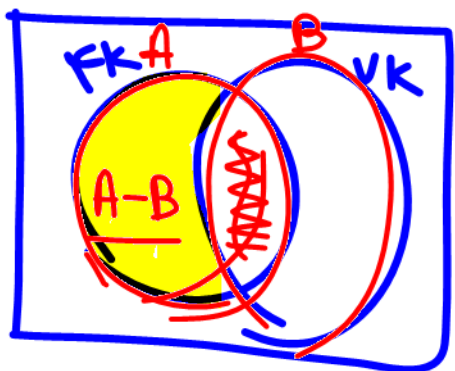


$$p(4, 3) = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$$

۹۸- در بین اعداد طبیعی ۱ تا 200 ($1 \leq n \leq 200$) چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر باشند؛ ولی بر ۷ بخش پذیر نباشند؟

$$200 : 4 = 50$$

$$200 : 28 = 7$$



$$|A - B| = |A \cap B'| = |A| - |A \cap B|$$

$$50 - 7 = 43$$

۹۹- مجموعه اعداد $A = \{1, 2, \dots, 84\}$ را در نظر می‌گیریم. نشان دهید هر زیر مجموعه ۴۳ عضوی از A دارای حداقل ۲ عضو است که مجموعشان برابر ۸۵ باشد.

$$(1, 84) (2, 83) (3, 82) \dots (42, 43)$$

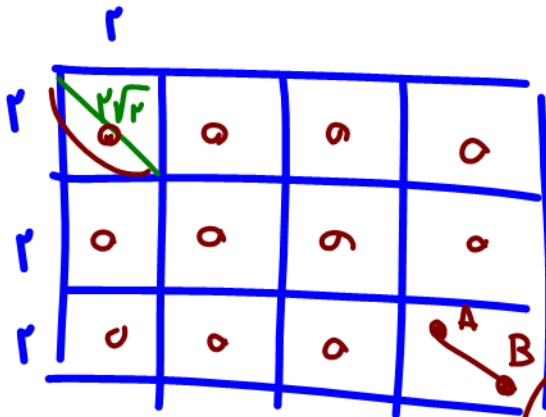
$$= \{1, 2, \dots, 42\}$$

$\sqrt{42}$

$$42 + 1 = 43$$

تو-فع کامل

۱۰۰- ۱۳ نقطه درون یک مستطیل 6×8 قرار دارند. نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\sqrt{8}$ باشد.



دهندی‌ها خط‌اصلی‌تیم
به خط‌های تقاطع می‌رسند

کوتاه

۲ مربع 2×2 در

$$AB < \sqrt{8}$$

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 12} \\ 1 \\ \hline 1 \end{array} \rightarrow 1 + 1 = 2$$

۱۰۱- از مجموعه $A = \{a, b, c, d\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ چند تابع یک به یک می توان نوشت؟

$$P(5, 4) = \frac{5!}{(5-4)!} = 120$$

۱۰۲- نامعادله $x + y + z \leq 24$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

$$a \leq b \xrightarrow{k} a + k = b \quad \text{می دانیم}$$

$$2 \leq 5 \xrightarrow{3} 2 + 3 = 5$$

$$x + y + z + k = 24$$

$$\binom{24 + 3 - 1}{3 - 1} = \binom{26}{2} = 325$$

۱۰۳- به چند طریق می توان ۴ خودکار متفاوت، را بین ۸ نفر توزیع کرد، به شرط آن که هیچ کس بیشتر از یک خودکار نداشته باشد؟ (به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم.)

بد به بد

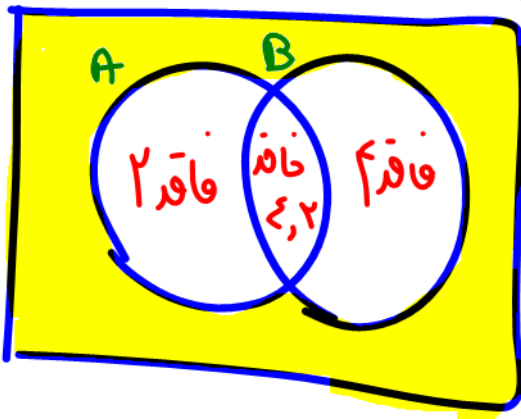
۸

دانه

$$P(8,4) = \frac{8!}{(8-4)!} = 1680$$

۱۰۴- چند عدد ۴ رقمی با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ وجود دارد که یکی از رقم های ۲ و ۴ حداقل یک بار ظاهر شوند؟

همگی به سمت صاف می



$$|S| = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^4 = 256$$

$$A: 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$B: 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$A \cap B: 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$|S| - |A \cup B|$$

$$|S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

$$256 - (1 + 1 - 1) = 254$$

۱۰۵- معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 12$ چند جواب صحیح و مثبت دارد به شرط آن که $x_3 = 4$ و $x_5 > 2$ باشد؟

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$$

جمع صریحی فایده
نمی‌دهد

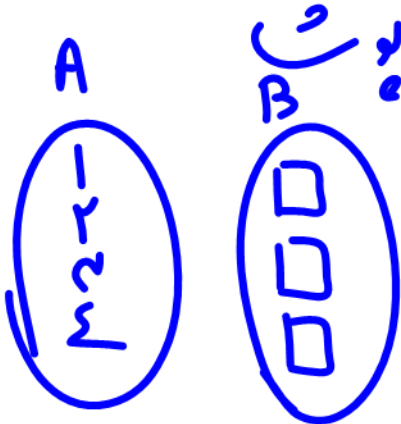
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1$$

$$x_5 > 2 \rightarrow (x_5 \geq 3)$$

$$\binom{1+5-1}{5-1} = \binom{5}{4} = 5$$

۱۰۶- به چند طریق می‌توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداقل یک خودکار داده باشیم؟



۳	۲	۱
۰	۰	۰

$$\frac{\binom{4}{1} \binom{3}{1} \binom{2}{1}}{1} = 24$$

پوسته ۱: ۴ خودرو به ۳ نفر

$$= \binom{3}{4}$$

تابع پوسته ۱: ۴ خودرو به ۳ نفر

۳۶ تا

۵۰ تا

۶۵ تا

۹۶ تا

۱۰۷- یک مربع لاتین 4×4 چرخشی رسم کنید.

۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۴
۲	۳	۱	۴

۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳
۳	۴	۱	۲
۲	۳	۴	۱

۱	۲	۳	۴	۵
۵	۱	۲	۳	۴
۴	۵	۱	۲	۳
۳	۴	۵	۱	۲
۲	۳	۴	۵	۱

- ① قطر اصلی
 ② قطر دوم از آن
 ③ قطر آخر از آن

۱۰۸- با ارقام عدد ۱۱۳۲۸۸۱۱۳۳ چند عدد ۱۰ رقمی می توان نوشت؟

$$\begin{array}{r}
 ۱۰ \\
 \hline
 ۴! \times ۲! \times ۳! \\
 \leftarrow ۱ها \quad \quad ۱ها \quad \quad ۳ها
 \end{array}$$