



RIAZISARA

سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

هواحق

# "ریاضیا"

((چهل تست))

تمامی تست های سراسری، سنجش و گزینه ۲ از سال ۸۰ الی ۹۸

## علی فقیهی

دبیر ریاضی ناحیه ۴ استان قم

۰۹۱۹۸۶۹۰۴۵۰

تلگرام و اینستاگرام

@aliifaghihi

دانلود از سایت ریاضی سرا

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

- کدام یک از مجموعه‌های زیر، مجموعه‌ای متناهی است؟

$$(N - Q) \cup Z \quad (2)$$

$$(Q - Z) \cap (Q' - Q) \quad (4)$$

$$(Z - Q') \cap N \quad (1)$$

$$(Q - Z) \cup (N - Z) \quad (3)$$

آزمایشی سنجش = دهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- کدام دسته از رابطه‌های زیر درست است؟

$$b: (Q' - Q) \subseteq (R - Q') \quad (1)$$

$$t: (Q' - N) \subseteq (R - Q) \quad (2)$$

$$3) \text{ الف، ب، ت} \quad (3) \text{ ب، پ، ت}$$

$$\text{الف: } (Q - Q') \subseteq (R - Q') \quad (1)$$

$$\text{پ: } (Q - N) \subseteq (R - Q') \quad (2)$$

$$1) \text{ الف، ب، پ} \quad 2) \text{ الف، ب، پ}$$

آزمایشی سنجش = دهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- اگر  $C = (-1, 1]$  و  $B = (0, 4)$  ،  $A = (1, 3)$  ، کدام گزینه یک بازه نیم‌باز است؟

$$B \cup C \quad (4)$$

$$B - C \quad (3)$$

$$B \cap C \quad (2)$$

$$A - B \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- اگر  $\bigcap_{i=1}^n A_i$  کدام است؟

$$\left( \bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \dots \cap A_n \right)$$

$$\left( -\frac{1}{100}, 1 \right) \quad (4)$$

$$\left( -1, \frac{1}{100} \right) \quad (3)$$

$$\left( -\frac{1}{100}, \frac{1}{100} \right) \quad (2)$$

$$(-1, 1) \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = دهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- اگر  $\bigcup_{i=1}^{100} A_i = (-i, 100 - i)$  ،  $i = \{1, 2, \dots, 100\}$  باشد، کدام است؟

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$$

$$(-99, 100) \quad (4)$$

$$(-100, 99) \quad (3)$$

$$(-100, 100) \quad (2)$$

$$(-99, 99) \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = دهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی نامتناهی باشد و  $C \subset B \subset A$  باشد، آنگاه کدام دسته از

مجموعه‌های زیر قطعاً نامتناهی‌اند؟

$$\text{الف: } (A - B) \cap (C - A)$$

$$\text{پ: } (A \cup C) - (B \cap C)$$

$$1) \text{ الف و ب و ت} \quad 2) \text{ ب و پ و ت}$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) \quad (b)$$

$$(A - B) - (B - C) \quad (t)$$

$$3) \text{ ب و پ} \quad 4) \text{ پ و ت}$$

آزمایشی سنجش = دهم <=> سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- کدام گزینه درست است؟

۱) اشتراک دو مجموعه متناهی، همواره تهی است.

۱) تفاضل دو مجموعه نامتناهی، همواره متناهی است.

۴) تفاضل دو مجموعه متناهی، متناهی است.

۳) اجتماع دو مجموعه متناهی، همواره نامتناهی است.

آزمونهای گزینه ۲ = دهم <=> سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- کدام مجموعه متناهی است؟  
 ۱) مجموعه اعداد طبیعی فرد  
 ۳) مجموعه مضرب های طبیعی عدد ۱۰  
 ۲) مجموعه اعداد اول یک رقمی  
 ۴) بازه  $(0, 1)$   
 آزمونهای گزینه ۲ = دهم < سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- ۹) مجموعه B متناهی و مجموعه های A و C نامتناهی‌اند. کدام یک از گزینه‌ها حتماً نامتناهی است?  
 (B ∩ C) - A (۴)      A - (B - C) (۳)      B ∪ (A - C) (۲)      A - (C - B) (۱)  
 آزمونهای گزینه ۲ = دهم < سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- ۱۰) به ازای چند مقدار صحیح n، عبارت  $n \in [3n - 14, 5n + 16]$  برقرار است?  
 ۱۳ (۴)      ۱۲ (۳)      ۱۱ (۲)      ۱۰ (۱)  
 آزمونهای گزینه ۲ = دهم < سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- ۱۱) اگر R مجموعه مرجع،  $A = \{-1, 6\}$  باشد، آنگاه بزرگ‌ترین عدد صحیح عضو مجموعه  $(B \cap C) - A$  کدام است?  
 ۵ (۴)      ۶ (۳)      -۲ (۲)      -۱ (۱)  
 آزمونهای گزینه ۲ = دهم < سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- ۱۲) حاصل عبارت  $(((-\infty, 3) \cap [-10, 4)) - ((-3, +\infty) - (-\infty, 1)))$ ، کدام است?  
 [-۱۰, ۱] (۴)      [-۱۰, ۱] (۳)      (-۱۰, ۱] (۲)      (-۱۰, ۱) (۱)  
 آزمایشی سنجش = دهم < سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- ۱۳) اگر  $n \in \mathbb{N}$  باشد. حاصل  $\bigcup_{i=1}^5 A_i - \bigcap_{i=1}^5 A_i$  کدام است?  
 $\bigcup_{i=1}^5 A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_5$  ،  $\bigcap_{i=1}^5 A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_5$   
 $\left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$  (۲)      (-۱, ۲) (۱)  
 $(-1, -\frac{1}{5}] \cup [\frac{2}{5}, 2)$  (۴)       $\left(-1, -\frac{1}{5}\right) \cup \left(\frac{2}{5}, 2\right)$  (۳)  
 آزمایشی سنجش = دهم < سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- ۱۴) اگر بازه  $(a, 6]$  دقیقاً شامل سه عدد فرد باشد، حدود a کدام است?  
 ۱۱ < a ≤ ۱۳ (۴)      ۱۱ ≤ a < ۱۳ (۳)      ۱۱ < a ≤ ۱۲ (۲)      ۱۱ ≤ a < ۱۲ (۱)  
 آزمونهای گزینه ۲ = دهم < سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- ۱۵) کدام گزینه جمله زیر را به درستی کامل می‌کند?  
 «اگر A دارای یک زیرمجموعه ..... باشد، آنگاه A یک مجموعه ..... است.»  
 ۱) متناهی - متناهی      ۲) نامتناهی - متناهی      ۳) متناهی - نامتناهی      ۴) نامتناهی - نامتناهی  
 آزمونهای گزینه ۲ = دهم < سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۶- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $A = \{1, 2, 3\}$  برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $B = \{k+3, k+4, \dots, k+2k\}$  است. تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $B$  عضوی، کدام است؟

۲۵۶ (۴)

۵۱۲ (۳)

۱۰۲۴ (۲)

۱۲۸ (۱)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۷- اگر  $A$  و  $B$  دو زیرمجموعه از اعداد طبیعی،  $A$  متناهی و  $B$  نامتناهی باشد، کدام مجموعه الزاماً متناهی است؟

$A' \cap B'$  (۴)

$A \cup B'$  (۳)

$A \cap B'$  (۲)

$A' \cup B'$  (۱)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۸- اگر  $A = (-5, -1)$  و  $B = [-2, 2]$ ، آن‌گاه عدد ۲ عضو کدام یک از مجموعه مراجعه‌ای زیر است؟

$A' \cap B$  (۴)

$A \cup B$  (۳)

$A' - B$  (۲)

$A - B$  (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۹- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، حاصل  $(A \cup B') \cap B$  کدام است؟

$\emptyset$  (۴)

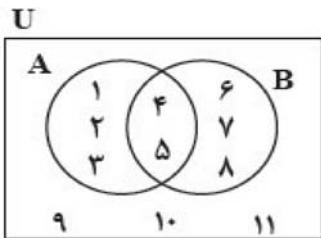
$A \cup B$  (۳)

$B$  (۲)

$A$  (۱)

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۰- در نمودار وِن مقابل، اعضای هر مجموعه درون آن نوشته شده است. مجموعه کدام است؟



$A - B'$

{1, 2, 3, 4, 5} (۲)

{1, 2, 3} (۱)

{4, 5, 6, 7, 8} (۴)

{4, 5} (۳)

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۱- در یک کلاس ۴۲ نفری، ۱۵ نفر عضو گروه آزمایشی و ۱۲ نفر عضو گروه فوتبال و ۷ نفر آنان عضو هر دو گروه هستند. چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟

۲۲ (۴)

۲۱ (۳)

۱۸ (۲)

۱۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور = سراسری => ریاضی

۲۲- در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه‌دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

سراسری = ریاضی =>

۲۳- اگر  $n(A - B) = 15$  و  $n(B - A) = 20$  و  $n(A \cup B) = 20$ ، کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۴- اگر  $n(A \cap B) = 8$  و  $n(B) = 32$  و  $n(A) = 30$  و  $n(U) = 60$  و  $B \subset U$  و  $A \subset U$  باشد. حاصل  $n(A' - B) + n(B' - A)$  کدام است؟

۲۲ (۴)

۱۸ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۲۵- از ۱۰۰ نفر دانشآموز یک مدرسه، ۴۰ نفر در کلاس المپیاد ریاضی، ۴۵ نفر در کلاس المپیاد فیزیک و ۳۰ نفر در کلاس المپیاد نجوم ثبت‌نام کرده‌اند. اگر ۱۰ نفر در هر دو کلاس فیزیک و ریاضی و ۸ نفر در هر دو کلاس ریاضی و نجوم و ۱۲ نفر در هر دو کلاس فیزیک و نجوم ثبت‌نام کرده باشند و ۴ نفر در هیچ کلاسی ثبت‌نام نکرده باشند، چند نفر در هر سه کلاس ریاضی و فیزیک و نجوم ثبت‌نام کرده‌اند؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۱۱

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۲۶- در مسابقات جهانی وزنه‌برداری، در هر وزن یک مداد طلا برای حرکت یک ضرب و یک مداد طلا برای حرکت دو ضرب توزیع می‌شود. اگر تعداد اوزان مسابقات برابر ۸ باشد و ۱۲ نفر در این مسابقات مداد گرفته باشند، چند نفر دو مداد طلا کسب کرده‌اند؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۲۷- یک دوره جشنوارهٔ فیلم کوتاه با شرکت ۲۱ فیلم در حال برگزاری است که در بین آن‌ها ۷ فیلم پویانمایی و ۸ فیلم طنز وجود دارد، به‌طوری که ۳ فیلم پویانمایی با مضمون طنز می‌باشند. تعداد کل فیلم‌هایی که غیرپویانمایی و غیرطنز هستند، کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

-۲۸- در بین دانشآموزان پایهٔ دهم یک مدرسه ۶۲ نفر در درس ریاضی، ۵۷ نفر در درس فیزیک و ۵۵ نفر در هر دو درس نمرهٔ بالای ۱۴ گرفته‌اند. اگر ۵ نفر در هر دو درس نمرهٔ کمتر یا مساوی ۱۴ گرفته باشند، پایهٔ دهم چند دانشآموز ارد؟

- (۱) ۱۱۹ (۲) ۶۹ (۳) ۱۲۴ (۴) ۶۴

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

-۲۹- اگر  $n(A' \cup B') = 21$  و  $n(A) = 8$ ،  $n(A' \cap B') = 10$ ،  $n(B) = 15$  و  $n(A \cup B) = 16$  باشد، ( ) کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

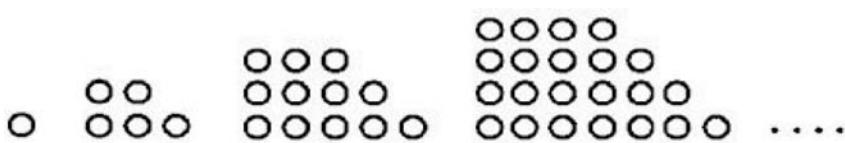
آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۳۰- دانشآموزان پایهٔ دهم در یک مدرسه ۱۲۰ نفرند. هر کدام از آن‌ها یک ورزش خاص را انتخاب کرده‌اند. ۴۰ در صد آن‌ها هنبال و نصف بقیهٔ والیبال بازی می‌کنند. چه تعداد از دانشآموزان هنبال یا والیبال بازی نمی‌کنند؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۰ (۳) ۴۴ (۴) ۴۸

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۳۱- در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل نهم، کدام است؟



- (۱) ۱۱۷

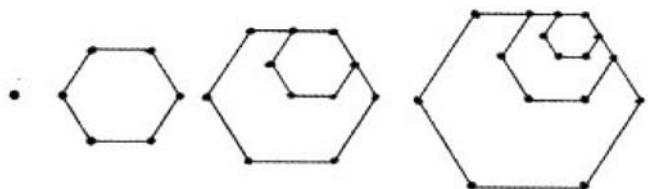
- (۲) ۱۲۰

- (۳) ۱۲۳

- (۴) ۱۲۵

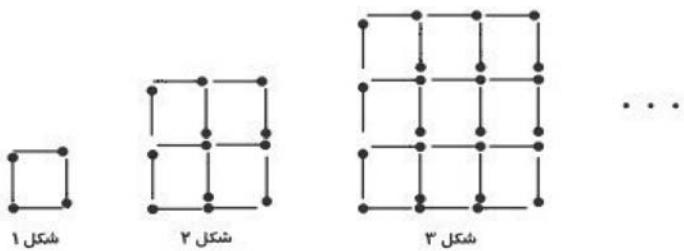
سراسری = تجربی => سال تحصیلی ۹۸

-۳۲- در الگوی زیر، برای تعداد نقاط روی شکل، جمله چندم دنباله برابر ۴۹۱ است؟



آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

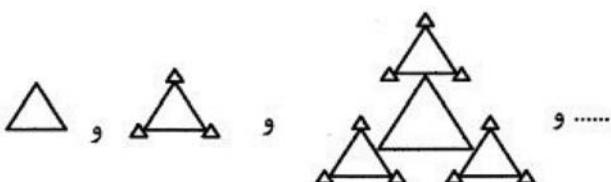
- (۱) ۹۹
- (۲) ۱۹۸
- (۳) ۲۹۷
- (۴) ۴۹۱



آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۳۳- مطابق الگوی زیر، با تعدادی چوب کبریت اشکالی را می‌سازیم، برای ساخت ۴۹ مربع کوچک، چند چوب کبریت لازم است؟

- (۱) ۸۴
- (۲) ۱۱۲
- (۳) ۱۲۰
- (۴) ۱۴۴



آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

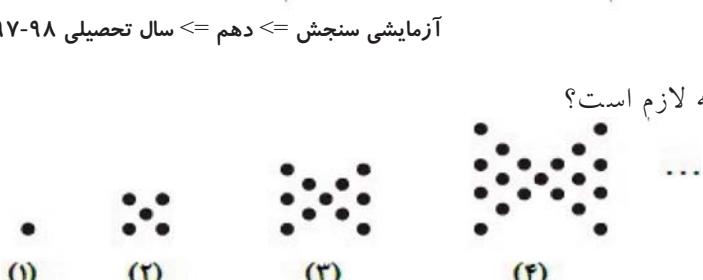
-۳۴- در دنباله حاصل از الگوی زیر، تعداد پاره خطهای جمله ششم دنباله، کدام است؟

- (۱) ۷۲۹
- (۲) ۹۷۲
- (۳) ۱۰۹۲
- (۴) ۳۲۷۹

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۳۵- در یک الگوی خطی، جمله نهم ۱۵ واحد از جمله پانزدهم بیشتر است. اگر میانگین جملات هفتم و نوزدهم برابر ۳۱ باشد. جمله دوازدهم الگو، کدام است؟

- (۱) -۲۵
- (۲) -۲۶
- (۳)  $-\frac{55}{2}$
- (۴)  $-\frac{57}{2}$



آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۳۶- با توجه به الگوی زیر برای ساختن شکل دهم چند نقطه لازم است؟

- (۱) ۹۹
- (۲) ۱۰۹
- (۳) ۱۲۱
- (۴) ۱۳۱

-۳۷- در دنباله‌ای که از یک الگوی خطی پیروی می‌کند، اگر جمله‌ی سوم برابر ۷ و جمله‌ی هفتم برابر ۳ باشد، چند جمله‌ی این دنباله مثبت است؟

- (۱) ۸
- (۲) ۹
- (۳) ۱۰
- (۴) ۱۱

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- ۳۸- دنباله‌ی  $a_n = 102n^2 - 6n$  دارای چند جمله‌ی مثبت است؟
- (۱) ۱۲      (۲) ۱۷      (۳) ۱۶      (۴) ۲۰
- آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- ۳۹- اگر  $t_n = (3a - 6)n^2 + (a + 4)n + a + 3$  یک الگوی خطی باشد، جمله نهم آن از جمله پنجم آن چقدر بیشتر است؟
- (۱) ۲۴      (۲) ۱۸      (۳) ۲۰      (۴) ۳۶
- آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- ۴۰- با توجه به الگوی زیر، جمله عمومی دنباله، کدام است؟
- (۱)  $n^2 + n + 1$       (۲)  $2n^2 - n + 1$       (۳)  $4n^2 - 5n + 1$       (۴)  $3n^2 - 3n + 1$
- 
- ۱      ۷      ۱۹      ...
- آزمایشی سنجش => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- ۴۱- بین اعداد ۱۷ و ۸۲- چند واسطه حسابی درج کنیم تا قدر نسبت ۳ باشد؟
- (۱) ۳۱      (۲) ۳۲      (۳) ۲۳      (۴) ۳۴
- آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- ۴۲- می‌دانیم جمله هفتم و یازدهم یک دنباله حسابی قرینه هم هستند. کدام جمله این دنباله برابر صفر است؟
- (۱) جمله اول      (۲) جمله دوم      (۳) جمله نهم      (۴) جمله هجدهم
- آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

- ۴۳- اعداد  $1, 2p+3, 3p+4, 5p-6$  سه جمله‌ی متولی یک دنباله عددی هستند. قدر نسبت این دنباله کدام است؟
- (۱) ۴      (۲) ۵      (۳) ۶      (۴) ۷
- سراسری => ریاضی

- ۴۴- بین دو عدد  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{22}{3}$ ، هفت واسطه حسابی درج می‌کنیم. عدد وسطی کدام است؟
- (۱) ۴      (۲)  $\frac{16}{3}$       (۳) ۲      (۴)  $\frac{19}{6}$
- آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- ۴۵- ۳۰۰ قرص نان را بین ۵ نفر چنان تقسیم کردایم که سهم‌های دریافت شده، دنباله‌ی حسابی تشکیل دهند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر، مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر است. بیشترین سهم دریافتی نان‌ها چند قرص است؟
- (۱) ۳۰      (۲) ۹۰      (۳) ۱۰۰      (۴) ۱۲۰
- آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

- ۴۶- چند عدد طبیعی سه رقمی وجود دارد که در تقسیم بر ۷، باقی‌مانده‌اش برابر ۵ باشد؟
- (۱) ۱۲۸      (۲) ۱۲۹      (۳) ۱۳۰      (۴) ۱۳۱
- آزمونهای گزینه ۲ => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۴۷- اصلاح یک مثلث قائم الزاویه تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر اندازه وتر مثلث برابر ۱۲ باشد. محیط مثلث کدام است؟

۲۲/۲ (۴)

۲۴/۴ (۳)

۲۶/۶ (۲)

۲۸/۸ (۱)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

-۴۸- در یک دنباله حسابی، مجموع دو جمله اول  $\frac{7}{5}$  و مجموع جملات سوم و چهارم برابر  $\frac{5}{5}$  است. چندین جمله از این دنباله دارای دو رقم صحیح است؟

۲۹ (۴)

۲۴ (۳)

۱۹ (۲)

۱۶ (۱)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۴۹- مجموع چهار جمله اول یک دنباله عددی ۳۶ و مجموع چهار جمله بعدی آن ۱۰۰ است. مجموع ارقام جمله بیستم دنباله، کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۵۰- اصلاح یک مثلث قائم الزاویه تشکیل یک دنباله عددی می‌دهند. اگر طول وتر این مثلث ۳۰ باشد، مساحت مثلث کدام است؟

۳۲۴ (۴)

۲۱۶ (۳)

۱۶۲ (۲)

۱۰۸ (۱)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۵۱- حاصل جمع و حاصل ضرب سه جمله ای متوالی یک دنباله حسابی به ترتیب برابر ۹۶ و ۲۸۸۹۶ است، مجموع ارقام سه جمله، کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

-۵۲- با توجه به دنباله حسابی، مجموع  $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$  کدام است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۲۴ (۳)

۰/۱۸ (۲)

۰/۱۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور = سراسری => ریاضی



-۵۳- در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل دوازدهم، کدام است؟

۳۴ (۱)

۳۶ (۲)

۳۸ (۳)

۴۰ (۴)

کنکورهای خارج از کشور = سراسری => تجربی

-۵۴- بین دو عدد  $a$  و  $b$ ، ۱۹ واسطه حسابی درج می‌کنیم. اگر  $b - a = 4$  باشد، قدر نسبت، کدام است؟

۰/۸ (۴)

۰/۴ (۳)

۰/۲ (۲)

۰/۱ (۱)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۵۵- در یک دنباله حسابی با سه جمله، حاصل ضرب جملات، یازده برابر حاصل جمع جملات است. اگر قدر نسبت دنباله ۳ واحد کمتر از جمله دوم دنباله باشد، مجموع ارقام جمله سوم دنباله، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۵۶- حاصل جمع و حاصل ضرب سه جمله متولی یک دنباله حسابی نزولی به ترتیب برابر ۶۰ و ۳۵۰۰ است. اگر جمله وسط این جمله، جمله دهم این دنباله باشد، جمله عمومی دنباله، کدام است؟

$$a_n = -15n + 170 \quad (2)$$

$$a_n = -15n + 175 \quad (4)$$

$$a_n = -20n + 175 \quad (1)$$

$$a_n = -20n + 170 \quad (3)$$

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۵۷- مجموع ۳ جمله‌ی متولی از یک دنباله‌ی حسابی برابر ۲۱ و حاصل ضرب آنها ۱۶۸ است. بزرگ‌ترین جمله‌ی از بین این ۳ عدد چند برابر کوچک‌ترین آنها است؟

$$6 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$4/8 \quad (2)$$

$$3/6 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۵۸- جام جهانی فوتبال هر ۴ سال یک بار برگزار می‌شود. اولین دوره این مسابقات در سال ۱۹۳۰ برگزار شده است، اما در سال‌های ۱۹۴۲ و ۱۹۴۶ این جام (به علت جنگ جهانی دوم) برگزار نشده است. تعیین کنید جام جهانی ۲۰۱۸ روسیه چندمین جام برگزار شده بوده است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۵۹- بین دو عدد  $a$  و  $b$ ، ۳ واسطه چنان درج کردایم که دنباله حاصل، یک دنباله حسابی است. اگر این واسطه‌ها اعداد ۱۳، ۱۷ و ۲۱ باشند، مقدار  $a + b$  کدام است؟

$$34 \quad (4)$$

$$25 \quad (3)$$

$$32 \quad (2)$$

$$27 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۶۰- چند جمله از دنباله حسابی ۱، ۲، ۵، ...، ۱۱۵ می‌باشد؟

$$30 \quad (4)$$

$$29 \quad (3)$$

$$40 \quad (2)$$

$$39 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

-۶۱- جمله هفتم دنباله هندسی ...، ۵۴، ۱۶۲، ۴۸۶ کدام است؟

$$\frac{2}{9} \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

-۶۲- در یک دنباله هندسی، حاصل ضرب جملات پنجم و هشتم دنباله برابر جمله‌ی سیزدهم همان دنباله است. تفاضل قدرنسبت و جمله اول دنباله کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (\text{صفرا})$$

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

-۶۳- در یک الگوی خطی، جملات اول، سوم و سیزدهم، تشکیل یک دنباله‌ی هندسی می‌دهند. اگر جمله‌ی دهم دنباله‌ی خطی برابر -۳۸ باشد، جمله‌ی هفتم دنباله‌ی هندسی، کدام است؟

$$-156250 \quad (4)$$

$$-31250 \quad (3)$$

$$-62500 \quad (2)$$

$$-125000 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۴- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، جملات اول و هفتم معکوس یکدیگرند. اگر جمله دوم دنباله برابر  $\frac{4}{9}$  باشد، قدرنسبت دنباله کدام است؟

$$\frac{4}{3}(4)$$

$$\frac{3}{4}(3)$$

$$\frac{3}{2}(2)$$

$$\frac{2}{3}(1)$$

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۵- اگر جملات چهارم و ششم و دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله‌ی متولی از یک دنباله هندسی باشند، قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

$$3(4)$$

$$2(3)$$

$$\frac{3}{2}(2)$$

$$\frac{4}{3}(1)$$

سراسری => ریاضی => ۸۱

۶۶- اعداد  $a, b, \sqrt{2}, 4\sqrt{2}$  سه جمله‌ی متولی از دنباله هندسی‌اند، واسطه عددی بین  $a$  و  $b$  کدام است؟

$$\sqrt{2}(4)$$

$$1/5(3)$$

$$2(2)$$

$$2/5(1)$$

سراسری => ریاضی => ۸۷

۶۷- در یک دنباله‌ی هندسی مجموع سه جمله‌ی متولی ۱۹ و حاصل ضرب آنها ۲۱۶ می‌باشد. تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین این سه عدد کدام است؟

$$7(4)$$

$$6(3)$$

$$5(2)$$

$$4(1)$$

سراسری => تجربی => ۹۰

۶۸- در دنباله‌ی هندسی  $t_n$  که همه‌ی جملات آن مثبت‌اند، روابط  $t_1 t_7 = 75$  و  $\frac{t_4}{t_6} = \frac{1}{3}$  برقرار است. مقدار جمله‌ی سوم کدام است؟

$$17(4)$$

$$12(3)$$

$$5(2)$$

$$3(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۶۹- واسطه هندسی بین جمله هفتم و هجدهم دنباله حسابی  $2, 2, 6, 10, \dots$  کدام است؟

$$\pm \frac{\sqrt{6}}{5}(4)$$

$$\pm 14\sqrt{2}(3)$$

$$\pm 24(2)$$

$$\pm 22\sqrt{3}(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۷۰- در دنباله هندسی  $t_n$ ، مجموع سه جمله‌ی اول  $63$  و مجموع معکوس آنها  $\frac{21}{48}$  است. جمله دوم این دنباله کدام گزینه می‌تواند باشد؟

$$-18(4)$$

$$24(3)$$

$$-12(2)$$

$$15(1)$$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۷۱- اگر  $x^3 + y^2x - 25y = 0$  و  $5$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه کدام رابطه بین  $x$  و  $y$  برقرار است؟ ( $x, y \neq 0$ )

$$\frac{y}{x} = 4 \quad (4)$$

$$y = x \quad (3)$$

$$2y = x \quad (2)$$

$$\frac{x}{y} = 3 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۷۲- مجموع دو عدد ۱۳ و واسطه هندسی آنها ۶ است. عدد کوچک‌تر کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$9 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

-۷۳- اگر به هریک از اعداد ۲، ۶ و ۱۳ عدد ثابتی اضافه شود، اعداد حاصل تشکیل دنباله هندسی می‌دهند. قدرنسبت دنباله حاصل کدام است؟

$$\frac{9}{4} \quad (4)$$

$$\frac{7}{4} \quad (3)$$

$$\frac{16}{3} \quad (2)$$

$$\frac{10}{3} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۷۴- توپی را از ارتفاع ۳ متری به طور عمودی به زمین می‌زنیم و به حال خود رها می‌کنیم. اگر ارتفاع توپ پس از هر برخورد به زمین  $\frac{2}{3}$  ارتفاع توپ در مرحله قبل باشد. ارتفاع توپ پس از ده بار برخواستن از زمین چند سانتی‌متر است؟

$$5/6 \quad (4)$$

$$5/2 \quad (3)$$

$$4/8 \quad (2)$$

$$4/4 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۷۵- اگر  $y = (x+4)(x-2)$ ،  $(x-4)$  و  $(x-2)$  جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار  $y$  کدام است؟

$$27 \quad (4)$$

$$18 \quad (3)$$

$$32 \quad (2)$$

$$39 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۷۶- در یک دنباله هندسی، حاصل ضرب پنج جمله دوم، -۲۴۳ است. جمله هشتم دنباله کدام است؟

$$-21 \quad (4)$$

$$-15 \quad (3)$$

$$-4 \quad (2)$$

$$-3 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۷۷- در یک دنباله هندسی با ۶ جمله، حاصل ضرب جملات با شماره فرد ۲۷ برابر حاصل ضرب جملات با شماره زوج است. اگر جمله اول دنباله برابر  $5^4$  باشد، جمله ششم دنباله کدام است؟

$$\frac{4}{27} \quad (4)$$

$$\frac{4}{9} \quad (3)$$

$$\frac{2}{27} \quad (2)$$

$$\frac{2}{9} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

-۷۸- اگر جملات  $x^3, y^2, z^9$ ، تشکیل یک دنباله حسابی و جملات  $z^2, y^9, x^3$ ، تشکیل دنباله هندسی بدeneند، قدرنسبت دنباله هندسی، کدام است؟

$$x^3 \quad (4)$$

$$x \quad (3)$$

$$3x \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۹- اعداد  $b$  و  $a + \frac{1}{2}$  و سه جمله متوالی یک دنباله هندسی‌اند. اگر از جمله وسط  $\frac{1}{12}$  کم کنیم، این جملات تشکیل دنباله حسابی می‌دهند، نسبت قدرنسبت دنباله حسابی حاصل به قدرنسبت دنباله هندسی، کدام است؟

$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{5}{6} \quad (2)$$

$$\frac{5}{8} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۸۰- دو جمله اول یک دنباله هندسی  $a_1 = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$  و  $a_2 = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$  می‌باشد. مجموع سه جمله اول این دنباله، کدام است؟

$$\frac{11}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \quad (4)$$

$$11(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \quad (3)$$

$$\frac{5+2\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \quad (2)$$

$$\frac{5+2\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

- ۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$Q - Z \subset Q , Q' - Q = Q' , (Q - Z) \cap Q' = \emptyset \quad \begin{array}{l} \text{متناهی} \\ \text{نامتناهی} \end{array}$$

$$Z - Q' = Z , Z \cap N = N \quad \begin{array}{l} \text{گزینه ۱} \\ \text{گزینه ۲} \end{array}$$

گزینه ۲ و ۳: اجتماع دو مجموعه که حداقل یکی از آنها نامتناهی باشد، مجموعه‌ای نامتناهی است.

- ۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$Q - Q' = Q , R - Q' = Q \Rightarrow Q \subseteq Q$$

$$Q' - Q = Q' , R - Q' = Q , Q' \not\subseteq Q$$

$$Q - N \subset Q$$

$$Q' - N = Q' , R - Q = Q' , Q' \subseteq Q'$$

الف: درست است.

ب: نادرست است.

پ: درست است.

ت: درست است.

- ۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هر کدام از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset \quad (\text{گزینه ۱})$$

$$\xrightarrow{\text{گزینه ۲}} B \cap C = (0, 1]$$

$$\xrightarrow{\text{گزینه ۳}} B - C = (1, 4) \quad (\text{گزینه ۳})$$

$$\xrightarrow{\text{گزینه ۴}} B \cup C = (-1, 4) \quad (\text{گزینه ۴})$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

$$A_1 = (-1, 1)$$

$$A_2 = \left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$$

$$\vdots \qquad \Rightarrow \bigcap_{i=1}^{10} A_i = \left(-\frac{1}{100}, \frac{1}{100}\right)$$

$$A_{10} = \left(-\frac{1}{100}, \frac{1}{100}\right)$$

$$A_1 = (-1, 99)$$

$$A_2 = (-2, 98)$$

$$\vdots \qquad \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{100} A_i = (-100, 99)$$

$$A_{100} = (-100, 0)$$

- ۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

- ۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

الف:

$$C \subset A \Rightarrow C - A = \{\} \Rightarrow \text{ممتاھی} \Rightarrow \phi \cap (A - B) = \phi$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B \subset A \Rightarrow A \cap B = B \\ \text{ممتاھی} \end{array} \right. \Rightarrow (A \cap B) \cup (A \cap C) = B \cup C = B$$

ب:

$$\left\{ \begin{array}{l} C \subset A \Rightarrow A \cap C = C \\ \text{ممتاھی} \end{array} \right. \Rightarrow (A \cap C) = C$$

ب:

$$B \cap C = C \quad \text{ممتاھی بنا براین:}$$

$$(A \cup C) - (B \cap C) = A - C \quad \text{قطعان ممتاھی است.}$$

ت:  $B - C$  نامتاھی ولی در مورد  $A - B$  نمی‌توان نظری داد. بنا براین در مورد  $(A - B) - (B - C)$  نمی‌توان نظری داد.

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱، نادرست است؛ زیرا تفاضل دو مجموعهٔ نامتاھی ممکن است ممتاھی یا نامتاھی باشد.

گزینه ۲، نادرست است؛ زیرا اشتراک دو مجموعهٔ ممتاھی می‌تواند تهی یا غیرتهی باشد، به طور مثال اگر  $A = \{1, 2\}$  و  $B = \{2, 3\}$

$$A \cap B = \{2\} \neq \emptyset$$

گزینه ۳، نادرست است؛ زیرا اجتماع دو مجموعهٔ ممتاھی، همواره ممتاھی است.

گزینه ۴، درست است؛ زیرا تفاضل دو مجموعهٔ ممتاھی، همواره ممتاھی است.

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: مجموعه‌ای ممتاھی است که تعداد اعضای آن یک عدد حسابی باشد.

تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

نامتاھی است.  $\{1, 3, 5, \dots\} =$  مجموعهٔ اعداد طبیعی فرد : گزینه ۱

ممتاھی است.  $\{2, 3, 5, 7\} =$  مجموعهٔ اعداد اول یک رقمی : گزینه ۲

نامتاھی است.  $\{10, 20, 30, \dots\} =$  مجموعهٔ مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰ : گزینه ۳

باشه ها همواره نامتاھی هستند : گزینه ۴

بنا براین گزینه ۲ پاسخ است.

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: تفاضل دو مجموعهٔ نامتاھی، ممکن است ممتاھی یا نامتاھی شود.

نکته: تفاضل یک مجموعهٔ ممتاھی از یک مجموعهٔ نامتاھی، مجموعه‌ای نامتاھی است.

نکته: اجتماع یک مجموعهٔ ممتاھی و یک مجموعهٔ نامتاھی، مجموعه‌ای نامتاھی است.

نکته: اشتراک یک مجموعهٔ ممتاھی و یک مجموعهٔ نامتاھی، مجموعه‌ای ممتاھی است.

مطابق نکات، تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی ۱:  $C - B$  حتماً نامتاھی است، پس  $(C - B) - (A - B)$  ممکن است ممتاھی یا نامتاھی باشد.

گزینه‌ی ۲:  $A - C$  ممکن است ممتاھی یا نامتاھی باشد، پس  $(A - C) \cup (B - C)$  ممکن است ممتاھی یا نامتاھی باشد.

گزینه‌ی ۳:  $B - C$  حتماً ممتاھی است، پس  $(B - C) - (A - B)$  حتماً نامتاھی است.

گزینه‌ی ۴:  $B \cap C$  حتماً ممتاھی است، پس  $(B \cap C) - A$  حتماً ممتاھی است.

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

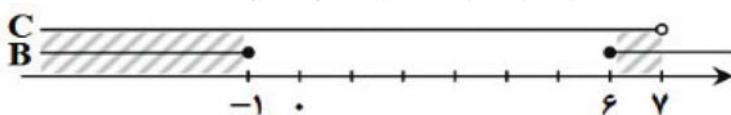
برای آن که  $n$  عضوی از بازه  $[16 - 14, 5n + 16] \subset [3n - 14, n]$  باشد، داشته باشیم داریم:

بنابراین  $n$  می‌تواند اعداد صحیح  $6, 5, 4, \dots, -2, -3$  باشد که تعداد آنها برابر ۱۱ است.

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا مجموعه  $B$  را به دست می‌آوریم:

$$B = R - B' \Rightarrow B = R - (-1, 6) \Rightarrow B = (-\infty, -1] \cup [6, +\infty)$$

حال با استفاده از محور،  $(B \cap C)$  را به دست می‌آوریم:  
 $(B \cap C) - \{-1, 6\} = (-\infty, -1] \cup [6, 7) - \{-1, 6\} = (-\infty, -1) \cup (6, 7)$



بازه  $(6, 7)$  عدد صحیحی ندارد. در بازه  $(-\infty, -1)$  عدد ۲ بزرگترین عدد صحیح عضور این مجموعه است.

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} (-\infty, 3) \cap [-10, 4) = [-10, 3) \\ [-3, +\infty) - (-\infty, 1) = [1, +\infty) \end{array} \right. \Rightarrow [-10, 3) - [1, +\infty) = [-10, 1)$$

۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A_1 = (-1, 2)$$

$$A_2 = \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$$

$$A_3 = \left(-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right)$$

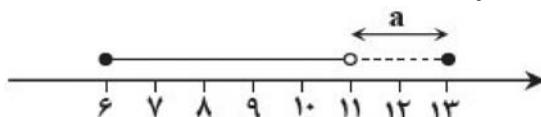
$$A_4 = \left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$$

$$A_5 = \left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$$

$$\left( \bigcup_{i=1}^n A_i \right) - \left( \bigcap_{i=1}^n A_i \right) = (-1, 2) - \left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right) = (-1, -\frac{1}{5}] \cup [\frac{2}{5}, 2)$$

بنابراین:

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به نمودار زیر دقت کنید:



با توجه به صورت مسئله، بازه  $(a, b)$  باید شامل اعداد فرد ۷ و ۹ و ۱۱ باشد، بنابراین حداقل  $a$  عدد ۱۳ می‌باشد. زیرا بازه  $(a, b)$  نیم باز است. پس اگر  $a = 13$ ، خود ۱۳ به اعداد اضافه نمی‌شود. از طرفی  $a$  باید از ۱۱ بزرگتر باشد تا بازه حتماً شامل عدد ۱ شود.

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $B \subseteq A$  و  $B$  مجموعه‌ای نامتناهی باشد،  $A$  نیز یک مجموعه نامتناهی است. مطابق نکته، گزینه ۴ پاسخ است.

دقت کنید که در گزینه‌های ۱ و ۳، اگر  $A$  دارای یک زیرمجموعه متناهی باشد،  $A$  ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2^{3k-1} = 2^{\frac{k}{2}}(2^{k+3}) \\ 2^{3k-1} = 2^{\left(\frac{k}{2}\right)} \times 2^{k+3} \Rightarrow 2^{3k-1} = 2^k \times 2^{k+3}$$

در نتیجه:

$$2^{3k-1} = 2^{k+3} \Rightarrow 3k-1 = k+3 \Rightarrow k=4$$

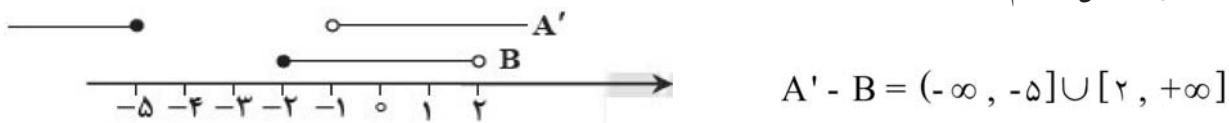
بنابراین:

$$2^{2k} = 2^{2(4)} = 2^8 = 256$$

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از این‌که  $A$  متناهی و زیرمجموعه اعداد طبیعی است پس  $A'$  لزوماً نامتناهی است. در صورتی که نامتناهی بودن  $B$  منجر به این نمی‌شود که  $B'$  حتماً متناهی است. برای مثال  $B$  مجموعه اعداد زوج باشد،  $B'$  مجموعه اعداد فرد می‌شود که نامتناهی است. از طرفی اشتراک مجموعه متناهی  $A$  با مجموعه  $B'$  که متناهی یا نامتناهی است حتماً متناهی خواهد بود.

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا  $A'$  را مشخص می‌کنیم:

با توجه به محور مقابل داریم:



پس عدد ۲ عضوی از مجموعه  $A' - B$  است.

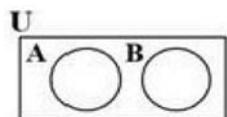
بازه جواب سایر گزینه‌ها به صورت زیر است که ۲، عضو هیچ کدام از آن‌ها نیست.

۱: گزینه  $A - B = (-5, -2)$

۲: گزینه  $A \cup B = (-5, 2)$

۳: گزینه  $A' \cap B = (-1, 2)$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به کمک نمودار ون داریم:



$$A \cup B' = B' \Rightarrow (A \cup B') \cap B = B' \cap B = \emptyset$$

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا هر کدام از مجموعه‌های  $A$ ،  $B$  و  $B'$  را مشخص می‌کنیم:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad B = \{4, 5, 6, 7, 8\}, \quad B' = \{1, 2, 3, 9, 10, 11\}$$

$$A - B' = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 2, 3, 9, 10, 11\} = \{4, 5\}$$

بنابراین داریم

- ۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مجموعه‌ای که «اعضای آن عضو هیچ گروهی نیستند»، متمم مجموعه‌ای است که «اعضا آن حداقل در یکی از گروه‌ها هستند». بنابراین داریم:

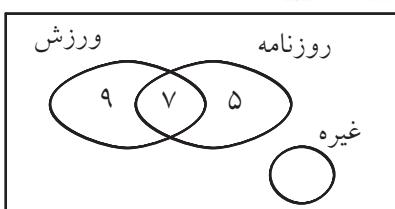
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= ۱۵ + ۱۲ - ۷ = ۲۰$$

$$= ۴۲ - ۲۰ = ۲۲$$

- ۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$M = ۳۹$$



$$= \text{اجتماع ورزش و روزنامه} - \text{کل} = ۳۹ - [۹ + ۷ + ۵] = ۱۸$$

روش دوم:

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(\text{کل}) - N(A \cup B)$$

$$= n(\text{کل}) - [n(A) + \underbrace{n(B) - n(A \cap B)}_{\text{ فقط ورزش}}] = ۳۹ - [۱۲ + ۹] = ۱۸$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$۲۰ = ۱۲ + ۱۵ - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = ۲۷ - ۲۰ = ۷$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = ۱۲ - ۷ = ۵$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = ۱۵ - ۷ = ۸$$

$$n(B - A) - n(A - B) = ۸ - ۵ = ۳$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = ۳۰ + ۳۲ - ۸ = ۵۴$$

$$B' = U - B = ۶۰ - ۳۲ = ۲۸$$

$$A' = U - A = ۶۰ - ۳۰ = ۳۰$$

$$n(B' - A) = ۲۸ - ۲۲ = ۶, n(A' - B) = ۳۰ - ۲۴ = ۶$$

$$n(B' - A) + n(A' - B) = ۶ + ۶ = ۱۲$$

$$۱۰۰ - ۴ = ۹۶$$

$$n(M \cup P \cup S) = n(M) + n(P) + n(S) - n(M \cap P) - n(M \cap S) - n(P \cap S) + n(M \cap P \cap S)$$

$$۹۶ = ۴۰ + ۴۵ + ۳۰ - ۱۰ - ۸ - ۱۲ + n(M \cap P \cap S) \Rightarrow n(M \cap P \cap S) = ۱۱$$

- ۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته:

مجموعه‌ی افرادی که مدار طلای حرکت یک ضرب را کسب کرده اند با A و مجموعه‌ی افرادی که مدار طلای حرکت دو ضرب را کسب کرده‌اند با B نمایش می‌دهیم، داریم:

$$n(A) = n(B) = ۸, n(A \cup B) = ۱۲$$

پس طبق نکته داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow ۱۲ = ۸ + ۸ - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = ۴$$

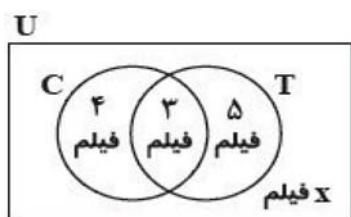
بنابراین ۴ نفر دو مدار طلا کسب کرده‌اند.

- ۲۷ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A') = n(U) - n(A)$$

راه حل اول: مجموعه شامل تمام فیلم‌ها را با  $U$ ، مجموعه فیلم‌های پویانمایی را با  $C$  و مجموعه فیلم‌های طنز را با  $T$



نشان می‌دهیم. مجموعه فیلم‌های غیرپویانمایی و غیرطنز همان  $(C \cup T)'$  است:

$$\begin{aligned} n(C \cup T)' &= n(U) - n(C \cup T) \\ &= n(U) - n(C) + n(T) - n(C \cap T) \end{aligned}$$

راه حل دوم: مطابق نمودار ون رو به رو، مقدار خواسته شده  $(x)$  به دست می‌آید:

$$41 + 3 + 5 + x = 21 \Rightarrow x = 9$$

بنابراین ۹ فیلم غیرپویانمایی و غیرطنز دارد.

- ۲۸ - گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

می‌توان مجموعه‌های  $A$  و  $B$  را به صورت زیر تعریف کرد:

$$A \text{ نفراتی که در درس ریاضی نمره بالای ۱۴ گرفته اند} \quad n(A) = ۶۲$$

$$B \text{ نفراتی که در درس فیزیک نمره بالای ۱۴ گرفته اند} \quad n(B) = ۵۷$$

$$A \cap B \text{ نفراتی که در هر دو درس نمره بالای ۱۴ گرفته اند} \quad n(A \cap B) = ۵۵$$

با توجه به نکته داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) \Rightarrow n(A \cup B) = ۶۲ + ۵۷ - ۵۵ \Rightarrow n(A \cup B) = ۶۴$$

۵ نفر در هر دو درس نمره کمتر یا مساوی ۱۴ گرفته‌اند: یعنی  $n(A' \cap B') = ۵$  از طرفی:

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cap B) \Rightarrow ۵ = n(U) - ۶۴ \Rightarrow n(U) = ۶۹$$

- ۲۹ - گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$n(A \cap B) = ۸ + ۱۰ - ۱۵ = ۳$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$n(A' \cup B') = n(A \cap B)' = ۲۱$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap B)' = U$$

$$n(U) = n(A \cap B) + n(A \cap B)' = ۳ + ۲۱ = ۲۴$$

$$n(A') = n(U) - n(A) = ۲۴ - ۸ = ۱۶$$

- ۳۰ - گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $A$ : مجموعه دانش آموزانی که هندبال بازی می‌کنند.

$B$ : مجموعه دانش آموزانی که والیبال بازی می‌کنند.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A) = \frac{۴۰}{۱۰۰} \times ۱۲۰ = ۴۸$$

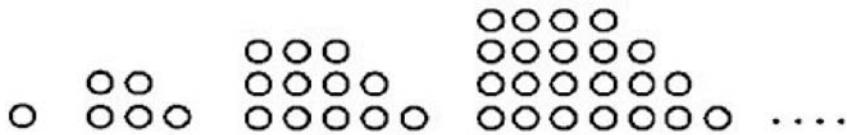
$$n(B) = \frac{۱۲۰ - ۴۸}{۲} = \frac{۷۲}{۲} = ۳۶$$

هر کدام از دانش آموزان یک گروه را انتخاب کردند پس  $n(A \cap B) = ۰$  بنابراین:

$$n(A \cup B) = ۴۸ + ۳۶ = ۸۴$$

در نتیجه  $۱۲۰ - ۸۴ = ۳۶$  نفر هندبال یا والیبال بازی نمی‌کنند.

-۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$1^2 + \dots, 2^2 + (1 + \dots), 3^2 + (2 + 1 + \dots), 4^2 + (3 + 2 + 1 + \dots), \dots$$

$$a_n = n^2 + (1 + 2 + \dots + (n - 1)) = n^2 + \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow a_9 = 9^2 + \frac{9 \times 8}{2} = 81 + 36 = 117$$

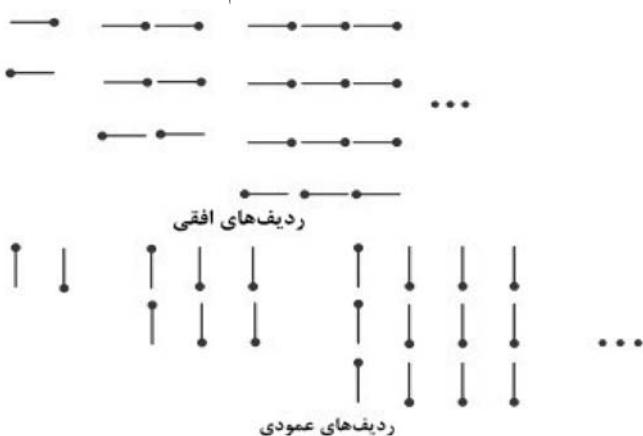
-۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a_n = 1 + (n - 1)5 = 5n - 4 = 491$$

$$5n = 495 \Rightarrow n = 99$$

-۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

دنباله‌ی تعداد مربع‌های کوچک را با  $a_n$  و تعداد چوب کبریت‌ها را با  $b_n$  نمایش می‌دهیم. مشخص است که  $a_n = n^2$ . برای پیدا کردن  $b_n$  کافی است چوب کبریت‌های عمودی و افقی را جداگانه بشماریم.



در مرحله‌ی  $n$ ام،  $1 + n$  ردیف افقی و  $1 + n$  ردیف عمودی وجود دارد که در هر کدام  $n$  چوب کبریت به کار رفته است، پس:

$$b_n = (n+1) \times n + (n+1) \times n \Rightarrow b_n = 2n(n+1)$$

برای ساخت ۴۹ مربع کوچک ( $a_n = 49$ ) در مرحله‌ی هفتم. تعداد چوب کبریت‌های لازم در مرحله‌ی هفتم برابر است با:

$$b_7 = 2 \times 7 \times (7+1) = 112$$

-۳۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3, 3 + (3 \times 3), 3 + (3 \times 3) + (3 \times 3 \times 3), \dots, 3 + (3 \times 3) + (3 \times 3 \times 3) + (3 \times 3 \times 3 \times 3)$$

$$+ (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) + (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)$$

$$= 3, 3 + 9 + 27, 3 + 9 + 27 + 81, 3 + 9 + 27 + 81 + 243$$

$$, \underbrace{3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729}_{\text{جمله ششم}} = 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729 = 1092$$

جمله ششم

$$a_9 - a_{15} = 15$$

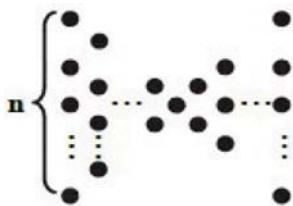
$$\frac{a_v + a_{19}}{2} = -31 \Rightarrow a_v + a_{19} = -62$$

- ۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a(9) + b - (a(15) + b) = 15 \Rightarrow -6a = 15 \Rightarrow a = -\frac{5}{2} \\ a(v) + b + a(19) + b = -62 \Rightarrow 26\left(-\frac{5}{2}\right) + 2b = -62 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

- ۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$



راه حل اول: اگر به صورت ستونی به نقاط موجود در شکل  $n^{\text{ام}}$  توجه کنیم، تعداد نقاط در شکل  $n^{\text{ام}}$  برابر است با:

$$\begin{aligned} a_n &= n + (n-1) + \dots + 3 + 2 + 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n \\ &\Rightarrow a_n = (1 + 2 + 3 + \dots + n) + (2 + 3 + \dots + n) \\ &= 2(1 + 2 + 3 + \dots + n) - 1 = \frac{2 \times n \times (n+1)}{2} - 1 = n^2 + n - 1 \end{aligned}$$

بنابراین برای ساختن شکل دهم به تعداد  $10^2 - 1 = 109 = 10^2 - 1$  نقطه نیاز داریم.

راه حل دوم: هر شکل با کمی جابه جایی به صورت یک مستطیل با طول  $n+1$  و عرض  $n$  با حذف یک رأس درمی آید. پس جمله عمومی به صورت  $a_n = n(n+1) - 1$  است.



به عنوان مثال شکل (۲) به صورت مقابل درمی آید:

- ۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون دنباله از الگوی خطی پیروی می کند، پس جمله‌ی عمومی دنباله را به صورت  $t_n = an + b$  در نظر می گیریم، داریم:

$$\begin{cases} t_3 = v \Rightarrow 3a + b = v \\ t_v = 3 \Rightarrow va + b = 3 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 10 \Rightarrow t_n = -n + 10$$

برای یافتن جملات مثبت باید نامعادله‌ی  $t_n > 0$  را حل کنیم:  
 $t_n > 0 \Rightarrow -n + 10 > 0 \Rightarrow n < 10 \Rightarrow n = 1, 2, 3, \dots, 9$

بنابراین ۹ جمله‌ی اول دنباله مثبت است.

- ۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با حل نامساوی  $a_n > n$  که به ازای آنها جملات دنباله مثبت هستند، مشخص می کنیم.

نکته: طرفین یک نامساوی را می توان در عددی مثبت ضرب و یا بر عددی مثبت تقسیم کرد، بدون این که جهت نامساوی تغییر کند.

$$a_n > n \Rightarrow 102n - 6n^2 > n \Rightarrow 102n > 6n^2 \xrightarrow{\div n} 102 > 6n \Rightarrow n < 17$$

بنابراین به ازای  $16$  مقدار  $n$ ، جملات این دنباله مثبت است.

- ۳۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: به طور کلی الگوهایی را که جمله عمومی آنها به صورت  $t_n = an + b$  است، الگوهای خطی می‌نامیم که در آن  $a$  و  $b$  اعداد حقیقی دلخواه و ثابت هستند.

مطابق نکته، جمله عمومی یک الگوی خطی به صورت  $t_n = an + b$  است. پس در الگوی داده شده باید ضریب  $n^2$  صفر باشد، یعنی:  
راه حل اول:

با جایگذاری  $a = 2$ ، جمله عمومی دنباله به صورت  $t_n = 6n + 5$  در می‌آید. حال جملات پنجم و نهم دنباله را به دست می‌آوریم.

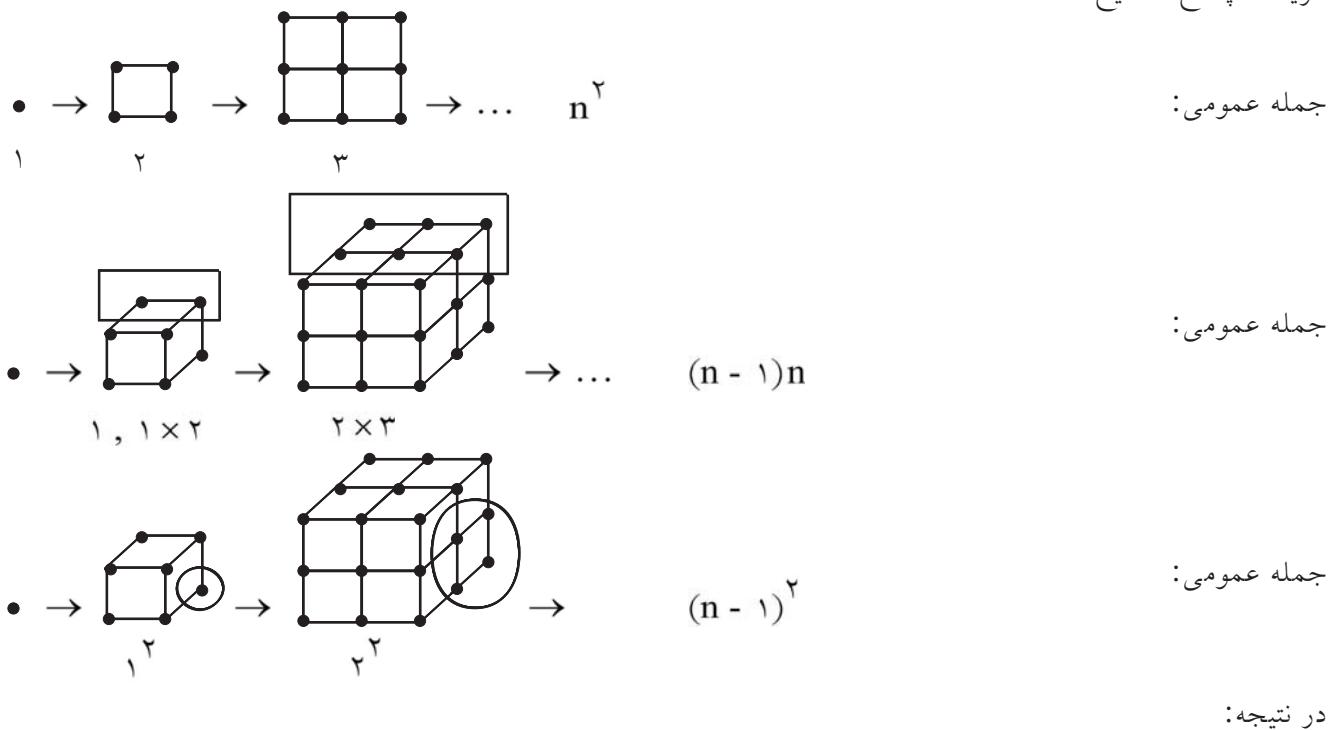
$$\begin{cases} t_9 = 6 \times 9 + 5 = 59 \\ t_5 = 6 \times 5 + 5 = 35 \end{cases} \Rightarrow t_9 - t_5 = 24$$

$$t_n - t_m = (n - m)a$$

$$a_9 - a_5 = (9 - 5) \times 6 = 24$$

راه حل دوم:  
نکته: در الگوی خطی  $t_n = an + b$  داریم:  
مطابق نکته و اینکه  $a = 2$  داریم:

- ۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$n^2 + n(n-1) + (n-1)^2 = 3n^2 - 3n + 1$$

- ۴۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  
نکته: جمله  $n^m$  یک دنباله حسابی با جمله اول  $t_1$  و قدرنسبت  $d$  به صورت  $t_n = t_1 + (n-1)d$  است.  
فرض کنیم  $m$  واسطه حسابی بین ۸۲ و ۱۷ درج کردہایم. بنابراین عدد ۸۲- را جمله اول و عدد ۱۷ را درنظر می‌گیریم و داریم:

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow 17 = -82 + (n-1) \times 3$$

$$\Rightarrow 3n - 3 = 99 \Rightarrow 3n = 102 \Rightarrow n = 34$$

- ۴۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: جمله  $n$  ام یک دنباله حسابی با جمله اول  $t_1$  و قدرنسبت  $d$  به صورت  $t_n = t_1 + (n - 1)d$  است.

با توجه به صورت سؤال داریم:

$$t_7 = -t_{11} \Rightarrow t_1 + 6d = -(t_1 + 10d) \Rightarrow 2t_1 + 16d = 0$$

- ۴۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

روش اول: شرط این که سه عدد  $a$  و  $b$  و  $c$  سه جمله متوالی یک دنباله عددی باشند باید  $(3p + 4) - (2p + 3) = (5p - 1) - (3p + 4)$

$$p + 1 = 2p - 5 \Rightarrow p = 6$$

$$d = (3p + 4) - (2p + 3) = p + 1 \xrightarrow{p=6} d = 6 + 1 = 7$$

روش دوم: شرط این که سه عدد  $a$  و  $b$  و  $c$  سه جمله متوالی یک دنباله عددی باشند باید  $2(3p + 4) = (2p + 3) + (5p - 1) \Rightarrow p = 6 \Rightarrow 15, 22, 29 \Rightarrow d = 7$

- ۴۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تعداد جملات فرد است، پس جمله‌ی وسط، میانگین دو جمله‌ی  $\frac{22}{3}$  و  $\frac{2}{3}$  است،

بنابراین:

$$\frac{\frac{22}{3} + \frac{2}{3}}{2} = \frac{\frac{24}{3}}{2} = 4$$

- ۴۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با فرض  $d > 0$  و چون تعداد جملات فرد است، سهم هر فرد را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$t_3 - 2d, t_3 - d, t_3, t_3 + d, t_3 + 2d$$

تعداد کل نانها ۳۰۰ عدد است پس:

$$(t_3 + 2d) + (t_3 - d) + t_3 + (t_3 + d) + (t_3 + 2d) = 300 \Rightarrow 5t_3 = 300 \Rightarrow t_3 = 60$$

از طرفی مطابق صورت مسئله داریم:

$$\frac{1}{3}[t_3 + (t_3 + d) + (t_3 + 2d)] = (t_3 - 2d) + (t_3 - d) \Rightarrow \frac{1}{3}(3t_3 + 3d) = 2t_3 - 3d$$

$$\begin{aligned} t_3 &= 60 \\ \Rightarrow t_3 + d &= 2t_3 - 3d \xrightarrow{t_3=60} 4d &= 60 \Rightarrow d = 15 \end{aligned}$$

بنابراین:

$$t_3 + 2d = 60 + 30 = 90$$

- ۴۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: جمله‌ی  $n$  ام یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول  $t_1$  و قدرنسبت  $d$  به صورت  $t_n = t_1 + (n - 1)d$  است. دنباله‌ی اعداد طبیعی که در تقسیم بر ۷، باقیمانده‌ای برابر ۵ دارند را با  $a_n$  نمایش می‌دهیم. یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۷ است که جمله‌ی اول آن برابر ۵ است. این دنباله به صورت زیر است:

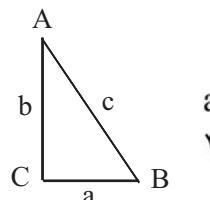
$$5, 12, 19, \dots \Rightarrow a_n = 5 + (n - 1)7 \Rightarrow a_n = 7n - 2$$

حال اگر بخواهیم اعداد سه رقمی این دنباله را پیدا کنیم، باید نامعادلات زیر را حل کنیم:

$$a_n \geq 100 \Rightarrow 7n - 2 \geq 100 \Rightarrow 7n \geq 102 \Rightarrow n \geq \frac{102}{7} \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \geq 15$$

بنابراین  $143 \leq n \leq 15$ . تعداد اعداد طبیعی که به جای  $n$  می‌توان قرار داد، برابر  $129 - 15 + 1 = 143$  است.

- ۴۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 12^2 = 144$$

$$2b = a + c \Rightarrow 2b = a + 12 \Rightarrow a = 2b - 12$$

$$\begin{cases} a = 2b - 12 \\ a^2 = 144 - b^2 \end{cases} \Rightarrow (2b - 12)^2 = 144 - b^2$$

بنابراین:

در نتیجه:

$$4b^2 - 48b + 144 = 144 - b^2 \Rightarrow 5b^2 - 48b = 0 \Rightarrow b(5b - 48) = 0$$

بنابراین:

$$\begin{cases} b = 0 & \text{غیرقابل قبول} \\ b = \frac{48}{5} = \frac{9}{6} & \text{قابل قبول} \end{cases} \Rightarrow a = 2(\frac{9}{6}) - 12 = \frac{19}{2} - 12 = \frac{7}{2}$$

در نتیجه:

$$\frac{7}{2} + \frac{9}{6} + 12 = \frac{28}{8}$$

- ۴۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در یک دنباله حسابی جمله  $n$  ام برابر  $a_n = a + (n - 1)d$  بنابراین:

$$\begin{aligned} a + a + d &= \frac{7}{5} \\ a + 2d + a + 3d &= \frac{5}{5} \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} 2a + d = \frac{7}{5} \\ 2a + 5d = \frac{5}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{2a + 5d = \frac{5}{5}}{d = -\frac{2}{5}} \Rightarrow a = 4$$

به وضوح اولین جمله از این دنباله که دارای دو رقم صحیح باشد، منفی است (زیرا دنباله نزولی است) پس کافی است قرار دهیم  $a_n = -10$  پس

$$a + (n - 1)d = -10 \Rightarrow 4 + (n - 1)\left(-\frac{1}{2}\right) = -10 \Rightarrow n = 29$$

۴۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 36 \Rightarrow 4a_1 + 6d = 36$$

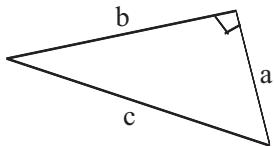
$$a_1 + 4d + a_1 + 5d + a_1 + 6d + a_1 + 7d = 100 \Rightarrow 4a_1 + 22d = 100$$

بنابراین:

$$a_{14} = a_1 + 13d = 3 + 13 \times 4 = 3 + 52 = 55$$

$$v + 9 = 16$$

۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$30^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 900$$

از طرفی:

$$2b = a + c = a + 30 \Rightarrow 2b - a = 30$$

بنابراین:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 900 \\ a = 2b - 30 \end{cases} \Rightarrow (2b - 30)^2 + b^2 = 900$$

در نتیجه:

$$4b^2 + 900 - 120b + b^2 = 900 \Rightarrow 5b^2 - 120b = 0$$

$$5b(b - 24) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 0 & \text{غیرقابل قبول} \\ b = 24 & \text{قابل قبول} \end{cases} \Rightarrow a = 2(24) - 30 = 18$$

$$\frac{24 \times 18}{2} = 216 \quad \text{مساحت مثلث}$$

۵۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض:  $a, b, c, d$  سه جمله‌ی متوالی و  $d$  قدرنسبت دنباله‌ی حسابی باشد. در این صورت:

$$a + b + c = b - d + b + b + d = 96 \Rightarrow 3b = 96 \Rightarrow b = 32$$

$$abc = 28896 \Rightarrow 32ac = 28896 \Rightarrow ac = 903$$

$$2b = a + c \Rightarrow a + c = 2(32) = 64 \Rightarrow c = 64 - a$$

$$a(64 - a) = 903 \Rightarrow a^2 - 64a + 903 = 0 \Rightarrow a = \frac{32 \pm \sqrt{1024 - 903}}{1} = 32 \pm \sqrt{121}$$

$$a = 32 \pm 11 = \begin{cases} 43 \rightarrow c = 21 \\ 21 \rightarrow c = 43 \end{cases}$$

$$2 + 1 + 3 + 2 + 4 + 3 = 15 \quad \text{مجموع ارقام سه جمله:}$$

-۵۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$= \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left( \frac{9}{20} \right) = \frac{3}{20} = 0.15$$

-۵۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

دنباله حسابی :  $\frac{a_1 = 5}{d = 3} \Rightarrow a_n = 5 + (n-1)(3) \Rightarrow a_n = 3n + 2 \Rightarrow a_{12} = 3(12) + 2 = 38$

-۵۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \\ b = a + (21-1)d \Rightarrow b - a = 20d \Rightarrow 20d = 4 \Rightarrow d = 0.2 \\ \text{یا}$$

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{b - a}{21 - 1} = \frac{4}{20} = 0.2$$

-۵۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(a - d)a(a + d) = 11(a - d + a + a + d) \\ (a^2 - d^2)a = 11 \times 3a \Rightarrow a^2 - d^2 = 33 \Rightarrow (a - d)(a + d) = 33 \\ d - a = -3 \Rightarrow a - d = 3 \\ 3(a + d) = 33 \Rightarrow a + d = 11 \Rightarrow 1 + 1 = 2$$

در نتیجه :

-۵۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a - d + a + a + d = 60 \Rightarrow 3a = 60 \Rightarrow a = 20$$

$$(20 - d)(20)(20 + d) = 3500 \Rightarrow 400 - d^2 = 175 \Rightarrow d^2 = 225 \Rightarrow d = \pm 15$$

دنباله حسابی، نزولی است. بنابراین  $d = 15$  قابل قبول است.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 20 = a_1 + (10-1)(-15) \Rightarrow a_1 = 155$$

$$a_n = 155 + (n-1)(-15) = 170 - 15n$$

-۵۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: در هر دنباله‌ی حسابی اختلاف هر دو جمله‌ی متوالی مقداری ثابت است. اگر جمله‌ی وسط این ۳ جمله را  $x$  و قدرنسبت را  $d$  بنامیم، ۳ جمله‌ی متوالی این دنباله به صورت  $x + d$  و  $x - d$  هستند. مجموع این ۳ جمله برابر ۲۱ است، پس:

$$x - d + x + x + d = 21 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

حاصل ضرب آنها برابر ۱۶۸ است، پس:

$$(x - d) \times x \times (x + d) = 168 \Rightarrow (7 - d) \times 7 \times (7 + d) = 168$$

$$\Rightarrow 49 - d^2 = 24 \Rightarrow d^2 = 25 \Rightarrow d = \pm 5$$

بنابراین ۳ جمله‌ی مورد نظر ۱۲، ۷ و ۲ هستند. بزرگترین این ۳ عدد به کوچکترین آنها برابر  $\frac{12}{2} = 6$  است.

-۵۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  
نکته: دنباله‌ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از خودش به دست آید، یک دنباله حسابی نامیده می‌شود.

نکته: جمله  $n$  ام یک دنباله حسابی با جمله اول  $t_1$  و قدرنسبت  $d$  به صورت  $t_n = t_1 + (n - 1)d$  است.  
اگر دنباله  $t_n$  را دنباله سالهای جام جهانی (برگزار شده یا نشده) در نظر بگیریم، یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۴ و جمله اول ۱۹۳۰ است. پس جمله عمومی این دنباله به صورت زیر است:  
$$t_n = t_1 + (n - 1)d \Rightarrow t_n = 1930 + (n - 1) \times 4 \Rightarrow t_n = 4n + 1926$$

برای جام جهانی ۲۰۱۸ روسیه داریم:

$$t_n = 2018 \Rightarrow 2018 = 4n + 1926 \Rightarrow 4n = 92 \Rightarrow n = 23$$

از این تعداد، دو دوره برگزار نشده است، پس جام جهانی ۲۰۱۸، بیست و یکمین دوره برگزار شده است.

-۵۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  
نکته: دنباله‌ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از خودش به دست آید، یک دنباله حسابی نامیده می‌شود و به آن عدد ثابت قدرنسبت دنباله می‌گویند.  
دنباله به صورت مقابله است:

$$\begin{aligned} a, 13, 17, 21, b \\ .b = 21 + 4 = 25 \quad a = 13 - 4 = 9 \end{aligned}$$

بنابراین:  $a + b = 34$

-۶۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  
نکته: جمله  $n$  ام یک دنباله حسابی با جمله اول  $t_1$  و قدرنسبت  $d$  به صورت  $t_n = t_1 + (n - 1)d$  است.  
اگر دنباله داده شده را  $t_n$  بنامیم داریم:

$$\begin{cases} t_1 = -1 \\ d = 2 - (-1) = 3 \end{cases} \Rightarrow t_n = -1 + 3(n - 1) = 3n - 4$$

$$3n - 4 < 115 \Rightarrow n < \frac{119}{3} \Rightarrow 1 \leq n \leq 39$$

بنابراین:

می‌دانیم  $n$  عددی طبیعی است، پس ۳۹ جمله کوچکتر از ۱۱۵ در این دنباله وجود دارد.

-۶۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  
نکته: جمله  $n$  ام دنباله هندسی به صورت  $t_n = t_1 r^{n-1}$  است که در آن  $t_1$  جمله اول و  $r$  قدرنسبت می‌باشد.  
( $t_1, r \neq 0$ )

در دنباله هندسی داده شده، این دنباله برابر است با:

$$t_V = t_1 r^6 = 486 \times \left(\frac{1}{3}\right)^6 = 2 \times 3^5 \times \frac{1}{3^6} = \frac{2}{3}$$

-۶۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  
 $a_1 q^4 \cdot a_1 q^7 = a_1 q^{12} \Rightarrow a_1 q^{12} = a_1 q^{12} \Rightarrow a_1 = q$   
 $a_1 - q = 0$

۶۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_n = an + b$$

$$(t_2)^3 = t_1 \cdot t_3 \Rightarrow (3a + b)^3 = (a + b)(13a + b)$$

$$9a^2 + 6ab + b^2 = 13a^2 + 14ab + b^2 \Rightarrow 4a^2 + ab = 0$$

در نتیجه:

$$4a(a + 2b) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -2b \end{cases}$$

$$10a + b = -38 \Rightarrow 10(-2b) + b = -38 \Rightarrow -19b = -38 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a = -4$$

$$t_1 = -4 + 2 = -2, \quad t_2 = -12 + 2 = -10, \quad t_3 = -52 + 2 = -50$$

$$q = \frac{t_2}{t_1} = \frac{-10}{-2} = 5 \Rightarrow t_V = t_1 q^6 = -2(5)^6 = -2 \times 15625 = -31250$$

در نتیجه:

۶۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a_1 \cdot a_V = 1 \Rightarrow a_1 \cdot a_1 q^6 = a_1^2 q^6 = 1 \Rightarrow (a_1 q^3)^2 = 1 \Rightarrow a_1 q^3 = \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases}$$

$$a_1 q^3 = 1 = a_4, \quad a_2 = \frac{4}{9}$$

$$a_3 = a_2 \times a_4 = \frac{4}{9} \times 1 = \frac{4}{9} \Rightarrow a_3 = \frac{2}{3}$$

$$q = \frac{2}{3} \div \frac{4}{9} = \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{3}{2}$$

۶۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a_4, a_6, a_{12} \xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} a_6^2 = a_4 \times a_{12}$$

$$(a_1 + 5d)^2 = (a_1 + 3d)(a_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow q = \frac{a_6}{a_4} = \frac{a_1 + 5d}{a_1 + 3d} = \frac{-2d + 5d}{-2d + 3d} = 3 \quad \Rightarrow a_1 + 10a_1 d + 25d^2 = a_1 + 14a_1 d + 33d^2$$

$$\Rightarrow 4a_1 d = -8d^2 \Rightarrow a_1 = -2d$$

۶۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(4\sqrt[2]{2})^5 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 2^5 = 2^{a+b} \Rightarrow a+b=5 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 2.5$$

- ۶۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a + aq + aq^2 = 19$$

$$a^3 q^3 = 216 \Rightarrow aq = 6$$

$$a + 6 + 6q = 19 \Rightarrow a + 6q = 13 \Rightarrow \frac{6}{q} + 6q = 13 \Rightarrow 6q^2 - 13q + 6 = 0$$

$$\Rightarrow q = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{12} = \frac{3}{2}, \frac{2}{3}$$

$$a = 4 \text{ یا } a = 9 \Rightarrow aq^2 - a = 9 - 4 = 5$$

- ۶۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: جمله‌ی  $n$  ام دنباله‌ی هندسی به صورت  $t_n = t_1 r^{n-1}$  است که در آن  $t_1$  جمله‌ی اول و  $r$  قدرنسبت است.

فرض می‌کنیم  $r$  قدرنسبت این دنباله‌ی هندسی باشد داریم:

$$\frac{t_4}{t_6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{t_1 r^3}{t_1 r^5} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow r = \pm \sqrt{3}$$

مقدار  $r = -\sqrt{3}$  قابل قبول نیست، زیرا طبق فرض، تمامی جملات مثبت هستند.

$$t_1 t_7 = 75 \Rightarrow t_1 \times (t_1 r^6) = 75 \Rightarrow t_1^2 \times 27 = 75 \Rightarrow t_1^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow t_1 = \pm \frac{5}{3}$$

مقدار  $t_1 = \frac{5}{3}$  قابل قبول نیست، زیرا طبق فرض، تمامی جملات مثبت هستند، بنابراین:

$$t_3 = t_1 r^2 = \frac{5}{3} (\sqrt{3})^2 = 5$$

- ۶۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر واسطه هندسی بین دو عدد  $c$  و  $a$  برابر  $b$  باشد، داریم:

$$b^2 = a \times c$$

جمله‌های ... ۱۰, ۲, ۶, ۲, ۲- تشکیل یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۴ را می‌دهند، پس داریم:

$$t_n = -2 + 4(n-1)$$

حال جمله‌های هفتم و هجدهم را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_7 = -2 + 4 \times 6 = 22 \\ t_{18} = -2 + 4 \times 17 = 66 \end{cases}$$

حال فرض می‌کنیم  $b$  واسطه هندسی  $t_7$  و  $t_{18}$  باشد. مطابق نکته داریم:

$$b^2 = t_7 \times t_{18} \Rightarrow b^2 = 22 \times 66 \Rightarrow b = \pm 22\sqrt{3}$$

۷۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $t_n = t_1 r^{n-1}$ ، با توجه به فرض مسأله داریم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} &= \frac{21}{48} \Rightarrow \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_1 r} + \frac{1}{t_1 r^2} = \frac{21}{48} \Rightarrow \frac{r^2 + r + 1}{t_1 r^2} = \frac{21}{48} \xrightarrow{(*)} \frac{\frac{63}{t_1}}{t_1 r^2} = \frac{21}{48} \Rightarrow \frac{63}{t_1^2 r^2} = \frac{21}{48} \\ \Rightarrow t_1^2 r^2 &= \frac{63 \times 48}{21} \Rightarrow t_1^2 r^2 = 144 \Rightarrow t_1 r = \pm 12 \end{aligned}$$

۷۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، آنگاه رابطهٔ زیر بین این

$$b^2 = ac$$

مطابق نکتهٔ فوق داریم:

$$\begin{aligned} 5^{3x+y} \times 125^{y-x} &= (25^{2x-y})^2 \Rightarrow 5^{3x+y} \times 5^{3y-3x} = (5^{4x-4y})^2 \Rightarrow 5^{4y} = 5^{8x-4y} \\ \Rightarrow 4y &= 8x - 4y \Rightarrow 8x = 8y \Rightarrow x = y \end{aligned}$$

۷۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: اگر  $Z$  واسطهٔ هندسی دو عدد  $x$  و  $y$  باشد، آنگاه:  
دو عدد مورد نظر را  $x$  و  $y$  می‌نامیم. طبق فرض، مجموع این دو عدد برابر ۱۳ است، پس:  
 $x + y = 13 \Rightarrow y = 13 - x$   $\xrightarrow{(*)}$

طبق فرض، واسطهٔ هندسی این دو عدد برابر ۶ است، پس:

$$\begin{aligned} xy = 6^2 &\Rightarrow xy = 36 \xrightarrow{(*)} x(13 - x) = 36 \Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0 \\ \Rightarrow (x - 9)(x - 4) &= 0 \Rightarrow x = 4 \text{ یا } 9 \end{aligned}$$

بنابراین عدد کوچک‌تر برابر ۴ است.

۷۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به فرض مسئله باید ۱۳ +  $x$ ،  $6 + x$ ،  $x + 2$  دنبالهٔ هندسی بسازند، پس باید:  
 $(6+x)^2 = (13+x)(2+x) \Rightarrow 36 + 12x + x^2 = x^2 + 15x + 26$   
 $\Rightarrow 36 + 12x = 15x + 26 \Rightarrow x = \frac{10}{3}$

بنابراین دنباله به صورت زیر است:

$$\frac{16}{3}, \frac{28}{3}, \frac{49}{3} \Rightarrow q = \frac{\frac{28}{3}}{\frac{16}{3}} = \frac{7}{4}$$

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_1 = 3 \times \frac{2}{3} = 2, \quad q = \frac{2}{3}$$

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $(x - 4)$  واسطه هندسی  $(x + 4)$  و  $(x - 2)$  است بنابراین:

$$(x - 2)^2 = (x - 4)(x + 4) \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = x^2 - 16 \Rightarrow x = 5$$

پس جمله دنباله عبارتند از: ۱، ۳، ۹، ۲۷ یعنی  $y = 27$

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵ جمله دوم یعنی  $a_1, \dots, a_5$  است پس داریم:

$$a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 = a q^5 (a q^4) a q^3 (a q^2) a q = a^5 q^{15} = -243 = -3^5$$

$$\Rightarrow (a q^4)^5 = (-3)^5 \Rightarrow a q^4 = -3 \Rightarrow a_4 = a q^4 = -3$$

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دنباله هندسی با ۶ جمله

$$a_1, a_1 q, a_1 q^2, a_1 q^3, a_1 q^4, a_1 q^5$$

$$\frac{\text{حاصل ضرب جملات با شماره فرد}}{\text{حاصل ضرب جملات با شماره زوج}} = 27 \Rightarrow \frac{a_1 \cdot a_1 q^2 \cdot a_1 q^4}{a_1 q \cdot a_1 q^3 \cdot a_1 q^5} = \frac{q^6}{q^9} = \frac{1}{q^3} = 27$$

$$q^3 = \frac{1}{27} = \frac{1}{3^3} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$$

بنابراین:

$$q_6 = q_1 q^5 = 54 \times \left(\frac{1}{3}\right)^5 = 2 \times 3^3 \times \frac{1}{3^5} = \frac{2}{9}$$

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$3^x, 3^{2y}, 3^{3z} \Rightarrow \text{دنباله هندسی} \Rightarrow (3^{2y})^2 = 3^x \cdot 3^{3z}$$

$$3^{4y} = 3^{x+3z} \Rightarrow 4y = x + 3z \quad \text{در نتیجه:}$$

$$\begin{cases} 4y = x + 3z \\ 2y = x + z \end{cases} \Rightarrow 2y = 3z - z = 2z \Rightarrow y = z \Rightarrow x = z \quad \text{بنابراین:}$$

$$x = y = z \quad \text{در نتیجه:}$$

$$3^x, 3^{2x}, 3^{3x} \Rightarrow \text{دنباله هندسی} \Rightarrow q = \frac{3^{2x}}{3^x} = 3^x$$

- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 = ab \Rightarrow a^2 + a + \frac{1}{4} = ab$$

دنباله هندسی

دنباله حسابی

$$2\left(a + \frac{5}{12}\right) = a + b \Rightarrow 2a + \frac{5}{6} = a + b \Rightarrow b - a = \frac{5}{6}, b = a + \frac{5}{6}$$

$$a^2 + a + \frac{1}{4} = a\left(a + \frac{5}{6}\right) = a^2 + \frac{5}{6}a \Rightarrow a - \frac{5}{6}a = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{6}a = -\frac{1}{4} \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \Rightarrow b = -\frac{3}{2} + \frac{5}{6} = -\frac{2}{3}$$

$$-\frac{3}{2}, -1, -\frac{2}{3}, q = \frac{2}{3}$$

دنباله هندسی

$$-\frac{3}{2}, -1 - \frac{1}{12}, -\frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{3}{2}, -\frac{13}{12}, -\frac{2}{3}$$

دنباله حسابی

$$-\frac{13}{12} - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{-13 + 18}{12} = \frac{5}{12} = d$$

$$\frac{d}{q} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{8}$$

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_3 = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times (5 + 2\sqrt{6}) = \frac{5 + 2\sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{11}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 11(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

۱		۲		۳		۴		۵		۶		۷		۸		۹		۱۰	
																			- ۱
		■																	- ۲
■																			- ۳
																			- ۴
						■													- ۵
								■											- ۶
										■									- ۷
											■								- ۸
												■							- ۹
													■						- ۱۰
														■					- ۱۱
															■				- ۱۲
																■			- ۱۳
																	■		- ۱۴
																		■	- ۱۵
																			- ۱۶
																			- ۱۷
																			- ۱۸
																			- ۱۹
																			- ۲۰
																			- ۲۱
																			- ۲۲
																			- ۲۳
																			- ۲۴
																			- ۲۵
																			- ۲۶
																			- ۲۷
																			- ۲۸
																			- ۲۹
																			- ۳۰
																			- ۳۱
																			- ۳۲
																			- ۳۳
																			- ۳۴
																			- ۳۵
																			- ۳۶
																			- ۳۷
																			- ۳۸
																			- ۳۹
																			- ۴۰