

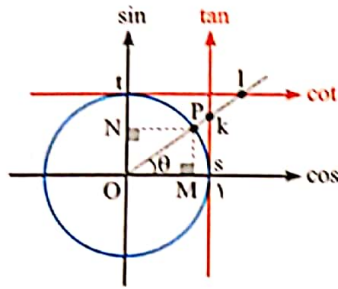
دایره مثلثاتی

$$\sin \hat{\theta} = \frac{PM}{OP} = ON$$

$$\cos \hat{\theta} = \frac{OM}{OP} = OM$$

$$\tan \hat{\theta} = sk$$

$$\cot \hat{\theta} = tl$$



علامت‌ها در هر ربع

تابع	ربع	اول	دوم	سوم	چهارم
sin		+	+	-	-
cos		+	-	-	+
tan		+	-	+	-
cot		+	-	+	-

تابع	رادیان	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
درجه		0	30	45	60	90	180	270	360

sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1

tan α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	ت.ن	0	ت.ن	0
--------------	---	----------------------	---	------------	-----	---	-----	---

cot α	ت.ن	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	ت.ن	0	ت.ن
--------------	-----	------------	---	----------------------	---	-----	---	-----

فرمول‌های مهم توابع مثلثاتی

$$1 \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$2 \quad \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$3 \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$4 \quad \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}$$

$$5 \quad \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \quad \text{یا} \quad \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$6 \quad 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$7 \quad 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$8 \quad \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{1}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

$$9 \quad (\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 = 1 \pm 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$10 \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$11 \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$12 \quad \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

نسبت‌های مثلثاتی زاویه 2α :

$$13 \quad \sin 2\alpha = \begin{cases} 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ 2 \tan \alpha \\ 1 + \tan^2 \alpha \end{cases}$$

$$14 \quad \cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \end{cases}$$

$$15 \quad \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

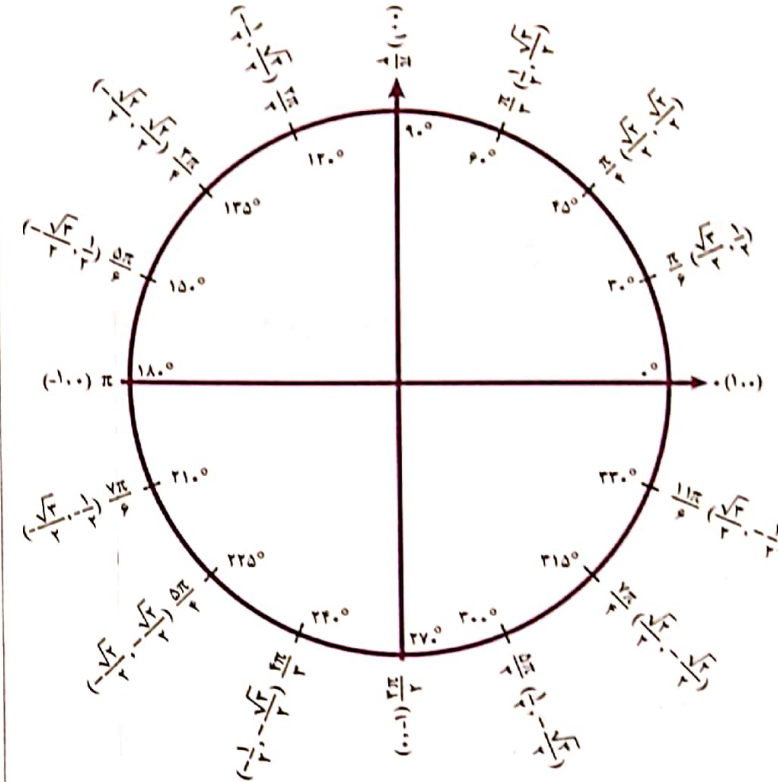
$$16 \quad 1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha \quad \text{یا} \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$17 \quad 1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha \quad \text{یا} \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$18 \quad \cot \alpha + \tan \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

$$19 \quad \cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$$

درجه، رادین و نسبت‌های مثلثاتی مهم



نامساوی‌های مثلثاتی

$$20 \quad -\sqrt{2} \leq \sin \alpha \pm \cos \alpha \leq \sqrt{2}$$

$$21 \quad -\frac{1}{2} \leq \sin \alpha \cos \alpha \leq \frac{1}{2}$$

$$22 \quad -\sqrt{a^2 + b^2} \leq a \sin \alpha + b \cos \alpha \leq \sqrt{a^2 + b^2}$$

معادلات مثلثاتی

$$23 \quad \sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = (2k+1)\pi - \alpha \end{cases}$$

معادله سینوسی:

$$24 \quad \cos x = \cos \alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha$$

معادله کسینوسی:

جدول

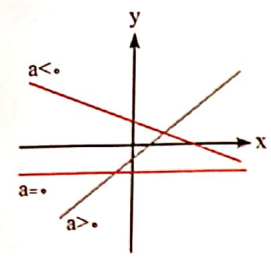
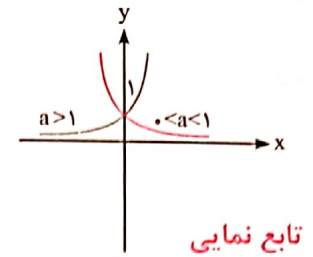


نمایی و لگاریتمی

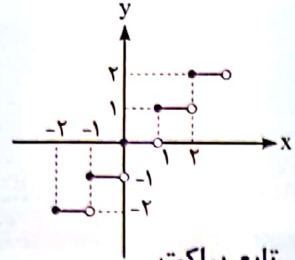
چند جمله‌ای

براکتی

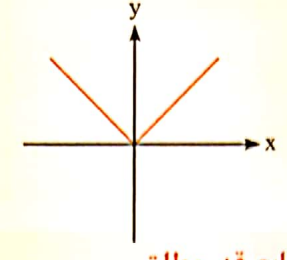
قدر مطلق



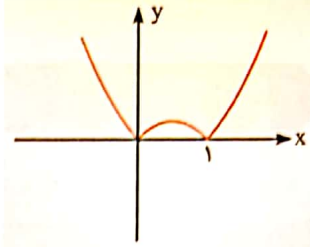
$$f(x) = ax + b$$



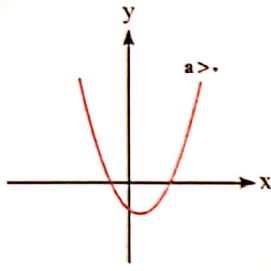
$$f(x) = |x|$$



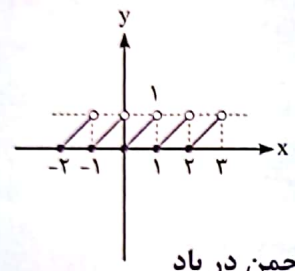
$$f(x) = |x|$$



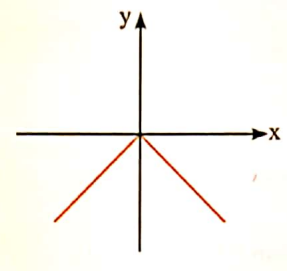
$$f(x) = |x^2 - x|$$



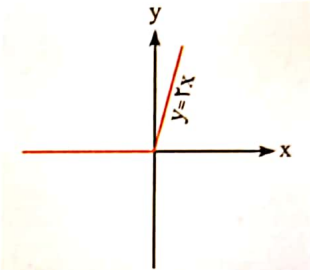
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$



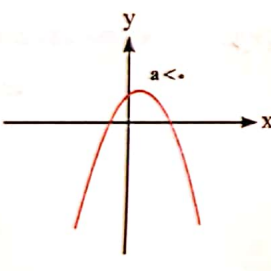
$$f(x) = x - |x|$$



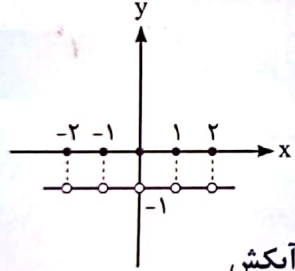
$$y = -|x|$$



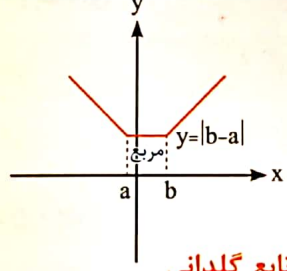
$$f(x) = x + |x|$$



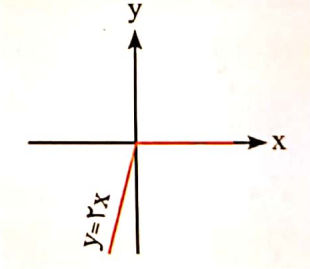
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$



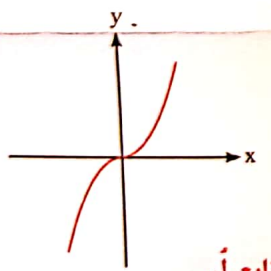
$$f(x) = |x| + |-x|$$



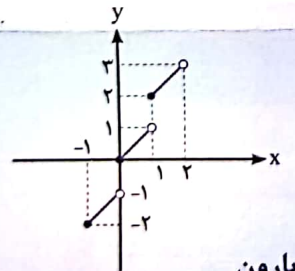
$$f(x) = |x - a| + |x - b|$$



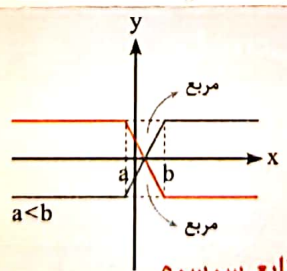
$$f(x) = x - |x|$$



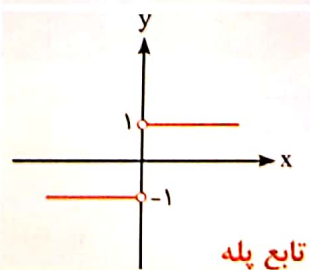
$$f(x) = x^r$$



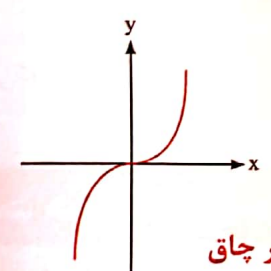
$$f(x) = x + |x|$$



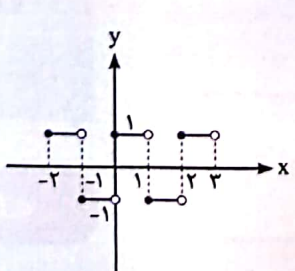
$$(x) = |x - a| - |x - b|$$



$$f(x) = \frac{x}{|x|} = \frac{|x|}{x}$$



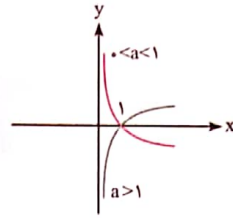
$$f(x) = x|x|$$



$$f(x) = (-1)^{|x|}$$

جدول نموداری
مشدلیف
(Mathdeology)

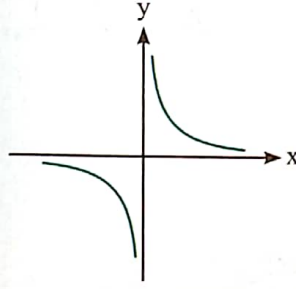
نمایی و لگاریتمی



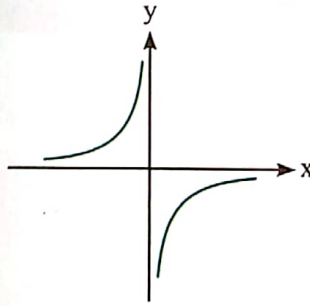
تابع لگاریتمی

$$f(x) = \log_a x$$

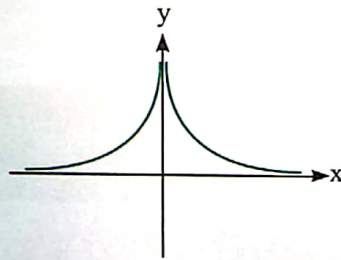
گویا



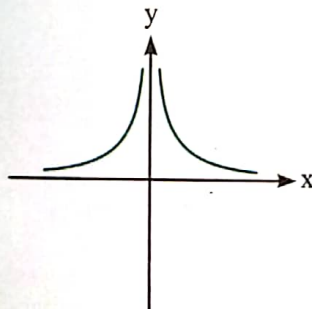
$$f(x) = \frac{1}{x}$$



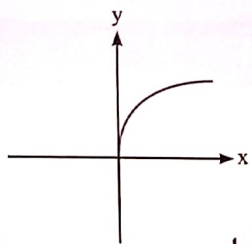
$$f(x) = \frac{-1}{x}$$



$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$

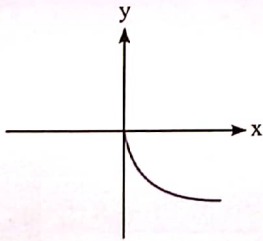


$$f(x) = \frac{1}{|x|}$$

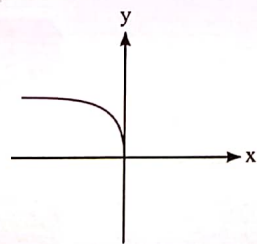


$$f(x) = \sqrt{x}$$

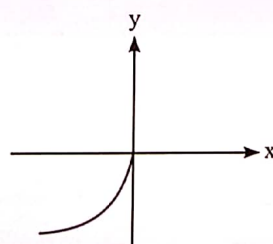
نیم ابرو



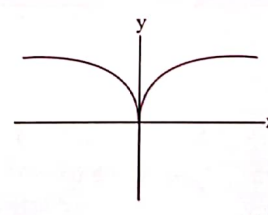
$$f(x) = -\sqrt{x}$$



$$f(x) = \sqrt{-x}$$

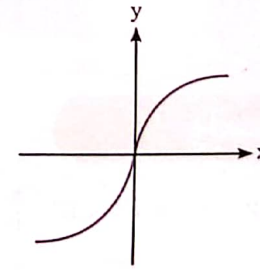


$$f(x) = -\sqrt{-x}$$

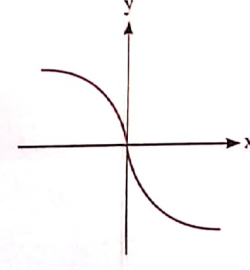


$$f(x) = \sqrt{|x|}$$

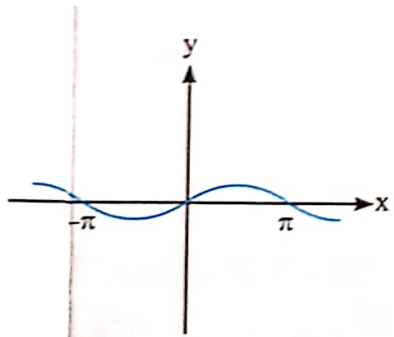
ابرو



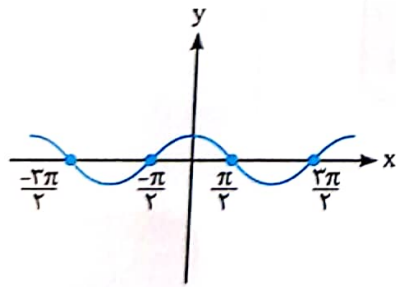
$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$



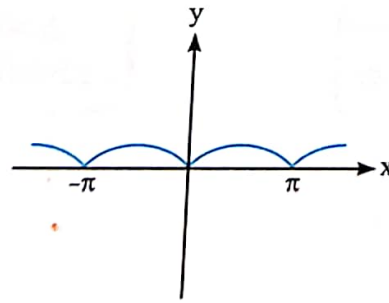
$$f(x) = \sqrt[3]{-x}$$



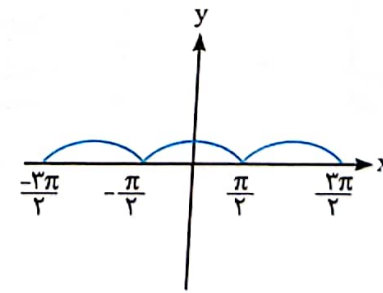
$f(x) = \sin x$



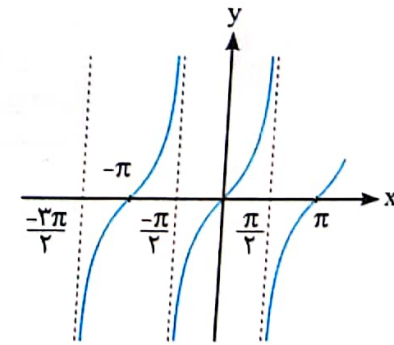
$f(x) = \cos x$



$f(x) = |\sin x|$



$f(x) = |\cos x|$



$f(x) = \tan x$

ترکیبیات

$$n! = 1 \times 2 \times \dots \times (n-1) \times n, \quad n! = n \times (n-1)!, \quad 0! = 1! = 1$$

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}, \quad \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1, \quad \binom{n}{1} = n$$

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2 \times 1}, \quad \binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1}, \quad \binom{n}{4} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \times 3 \times 2 \times 1}, \dots$$

$$\binom{n}{x} = \binom{n}{y} \Leftrightarrow x = y \text{ یا } x + y = n$$

$$P(n, r) = (n)_r = \frac{n!}{(n-r)!}, \quad P(n, r) = C(n, r) \times r!$$

احتمال

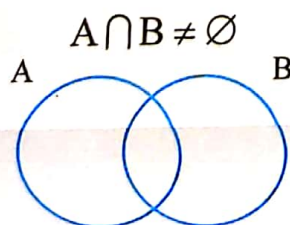
$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$$

A و B دو پیشامد مستقل اند
($P(B) > 0$ و $P(A) > 0$)

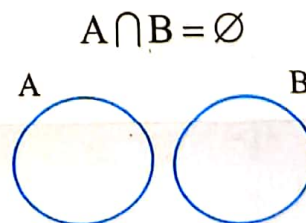


$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

می‌توانند با هم رخ بدهند (رخ دادن یکی تأثیری در رخ دادن دیگری ندارد.)

A و B دو پیشامد ناسازگارند



$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

نمی‌توانند با هم رخ بدهند (رخ دادن توأم آن‌ها غیرممکن است.)

آمار

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

میانگین

$$\bar{X} = \frac{X_1 f_1 + X_2 f_2 + \dots + X_n f_n}{\underbrace{f_1 + f_2 + \dots + f_n}_n}$$

میانگین موزون (وزن دار)

$$\sigma^2 = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{n}$$

واریانس

$$\sigma = \sqrt{\frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{n}}$$

انحراف معیار

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$$

ضریب تغییرات

σ	σ^2	R	مد	میانه	میانگین	شاخصها تغییرات
ثابت	ثابت	ثابت	+k	+k	+k	اگر همه داده‌ها را با عدد k جمع کنیم
$\times k $	$\times k^2$	$\times k$	$\times k$	$\times k$	$\times k$	اگر همه داده‌ها را در عدد k ضرب کنیم

لگاریتم

$$a^y = x \Leftrightarrow \log_a x = y$$

$$\log_a 1 = 0, \log_a a = 1, \log_a \frac{1}{a} = -1$$

$$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$$

$$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$$

$$\log_{b^m} a^n = \frac{n}{m} \log_b a$$

$$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$$

$$a^{\log_a b} = b^{\log_a a} = b$$

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}, (c > 0, c \neq 1)$$

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}, (a, b > 0, a, b \neq 1)$$

$$\log_b a \times \log_c b = \log_c a$$

قوانین مشتق گیری

تابع

مشتق

$$y = k$$

$$y' = 0$$

$$y = kf(x)$$

$$y' = kf'(x)$$

$$y = f(x) \pm g(x)$$

$$y' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$y = f(x)g(x)$$

$$y' = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$$

$$y = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$$

$$y' = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{(g(x))^2}$$

$$\begin{cases} y = x^n \\ y = u^n \end{cases}$$

$$\begin{cases} y' = nx^{n-1} \\ y' = nu'u^{n-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = \sqrt{u} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ y' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \sqrt[3]{x} \\ y = \sqrt[3]{u} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \\ y' = \frac{u'}{3\sqrt[3]{u^2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = |x| \\ y = |u| \end{cases}$$

$$\begin{cases} y' = \frac{x}{|x|} ; (x \neq 0) \\ y' = \frac{u'u}{|u|} ; (u \neq 0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = f(g(x)) \\ y = f(u) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y' = g'(x)f'(g(x)) \\ y' = u'f'(u) \end{cases}$$

نامعادله های قدر مطلق

	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$
$ u \leq a$	$-a \leq u \leq a$	$u = 0$	\emptyset
$ u \geq a$	$u \geq a$ یا $u \leq -a$	\mathbb{R}	\mathbb{R}
$ u < a$	$-a < u < a$	\emptyset	\emptyset
$ u > a$	$u > a$ یا $u < -a$	$\mathbb{R} - \{0\}$	\mathbb{R}

براکت

$$[x] = n \leftrightarrow n \leq x < n+1$$

$$[x+n] \stackrel{n \in \mathbb{Z}}{=} [x] + n$$

$$[x] > n \xleftarrow{n \in \mathbb{Z}} x \geq n+1$$

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$[x] \geq n \xleftarrow{n \in \mathbb{Z}} x \geq n$$

$$0 \leq x - [x] < 1$$

$$[x] < n \xleftarrow{n \in \mathbb{Z}} x < n$$

$$[x] \leq n \xleftarrow{n \in \mathbb{Z}} x < n+1$$

هندسه تحلیلی

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

فاصله دو نقطه

$$OA = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

فاصله نقطه تا مبدا

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

مختصات نقطه وسط دو نقطه

$$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

شیب خط بین دو نقطه

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

معادله خط

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

فاصله نقطه از خط

$$AH = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

فاصله دو خط موازی

$$ax + by + \frac{c+c'}{2} = 0$$

خط موازی با دو خط که از وسط آن‌ها می‌گذرد

روابط در توان

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

پایه‌ها یکسان

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

توان‌ها یکسان

$$a^m \div b^m = \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

اتحادها

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

مربع مجموع دو جمله‌ای

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مربع تفاضل دو جمله‌ای

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

مزدوج

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

جمله مشترک

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

مربع سه جمله‌ای

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

مکعب مجموع دو جمله‌ای

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

مکعب تفاضل دو جمله‌ای

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

اتحاد چاق و لاغر

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

اتحاد چاق و لاغر

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

اتحاد فرعی مربع کامل

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

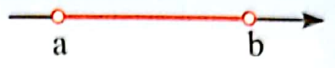
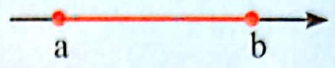

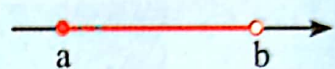

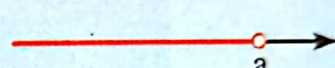

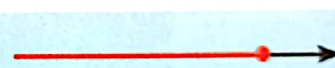
اتحاد فرعی مجموع مکعب‌ها

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

اتحاد فرعی تفاضل مکعب‌ها

بازوها

نمایش هندسی ————— نمایش مجموعه‌ای ————— بازه

(a, b)	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	
$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	
$(a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	
$(-\infty, a)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$	
$[a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	
$(-\infty, a]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$	

تعیین علامت

x	$-\infty$	$x = -\frac{b}{a}$	$+\infty$
$y = ax + b$		مخالف علامت a	موافق علامت a

درجه اول

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f(x)$		موافق علامت a	مخالف علامت a	موافق علامت a

درجه دوم با دو ریشه

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
$f(x)$		موافق علامت a	موافق علامت a

درجه دوم با ریشه مضاعف