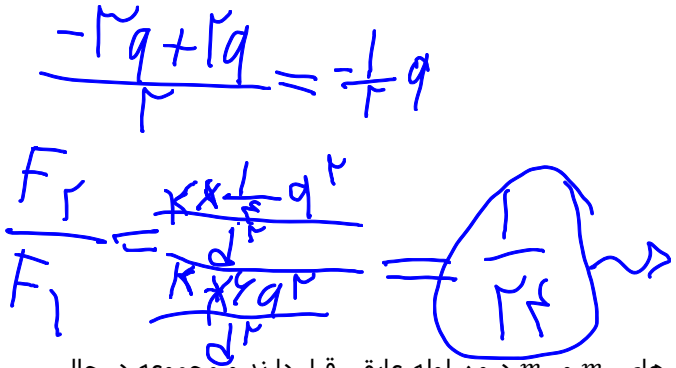
مثال) دو كره كوچك فلزي مشابه داراي بارهاي q_1 و $q_2 = -5q_1$ در فاصله d قرار دارند و اندازه نيرويي كه بر يكديگر وارد مي كنند F است. دو كره را با هم تماس مي دهيم و در همان محل ها قرار مي دهيم. در اين حالت اندازه نيرويي كه بر يكديگر وارد مي كنند F' مي شود. نسبت $\frac{F'}{F}$ را محاسبه كنيد.

مثال) دو ذره باردار با بارهاي q_1 و q_2 در فاصله 30cm از يكديگر قرار دارند، نيروي بين دو بار ربايشي و برابر 3×10^{-7} نيوتن است. چنانچه مجموع بار دو ذره $+2nC$ باشد، بار هر يك از ذره ها چند نانوكولن است؟

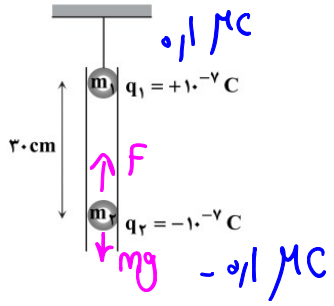
مثال) دو بار الكتريكي q و $2q$ در فاصله d نيروي F را به هم وارد مي كنند. اگر بار $-q$ را وسط اين دو بار قرار دهيم نيروي وارد بر q چند F است؟

مثال) دو گلوله فلزي كوچك و مشابه كه داراي بار الكتريكي مي باشند، از فاصله 30 سانتي متري، نيروي جاذبه ۴ نيوتون بر يكديگر وارد مي كنند. اگر اين دو گلوله را به هم تماس دهيم، بار الكتريكي هركدام $+3\mu C$ خواهد شد. بار اوليه گلوله ها را بدست آوريد. $(K = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

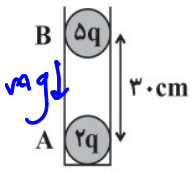
مثال) دو كره فلزي كوچك و يكسان داراي بار الكتريكي 2q و -3q در فاصله d، نيروي F_1 را به هم وارد مي كنند. دو كره را به همديگر تماس داده سپس در همان فاصله قبل از همديگر قرار مي دهيم. اگر نيروي بين دو كره در اين حالت F_2 مي شود، نسبت $\left|\frac{F_2}{F_1}\right|$ چيست؟



مثال) مطابق شكل، دو گلوله باردار q_1 و q_2 به ترتيب با جرم هاي m_1 و m_2 درون لوله عايقي قرار دارند و مجموعه در حال تعادل است. جرم m_2 چند گرم است؟ $(g = 10\frac{N}{kg}; K = 9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})$



مثال) در شكل زير، دو گوي مشابه كه جرم هر يك ۴ گرم است، درون لوله شيشه اي بدون اصطكاكي در حالت تعادل قرار دارند. اندازه بار گلوله B چند ميكروكولن است؟ $(g = 10\frac{N}{kg}; K = 9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})$



اثر انتقال بار بين دو ذره باردار بر نيروی الكتريكی: اگر بخشی از بار q_1 را به بار q_2 منتقل كنيم (كسر x)، نيروی الكتريكی جديد بين دو بار (F') از رابطه زير بدست می آيد:

$$\frac{F'}{F} = \frac{\left|q_1 - xq_1\right|\left|q_2 + xq_1\right|}{\left|q_1\right|\left|q_2\right|}$$

مثال) دو بار مشابه Q در فاصله معيني، نيروي F را به يكديگر وارد مي كنند، $2\mu C$ از بار يكي برداشته و به ديگري اضافه مي كنيم، در همان فاصله نيروي بين دو بار $\frac{15}{16}F$ مي شود. Q چند ميكروكولن است؟

Q^2-4

$$\frac{15}{16}=\frac{(Q-2)(Q+2)}{Q^2} \rightarrow 15Q^2=16Q^2-4\times16$$

$$Q^2=4\times16 \rightarrow Q=2\times4=8\,\mu C$$

مثال) دو بار مشابه Q در فاصله معيني، نيروي 640 N را به يكديگر وارد مي كنند، چند درصد از بار يكي برداشته و به ديگري اضافه كنيم، تا در همان فاصله نيروي بين دو بار 600 N شود؟

$(1-\eta)(1+\eta)$

$$Q^2-\eta^2Q^2=Q^2(1-\eta^2)$$

$$\frac{600}{640}=\frac{(Q-\eta Q)(Q+\eta Q)}{Q^2}=\frac{Q^2(1-\eta^2)}{Q^2} \rightarrow 600=640-640\,\eta^2$$

$$640\,\eta^2=40 \rightarrow \eta^2=\frac{4}{64}=\frac{1}{16}$$

$$\eta=\frac{1}{4}=\frac{25}{100} \rightarrow 25\%$$

نكته: در صورتيكه دو بار **هم نام** و هم اندازه باشند و كسر x از بار يكي را به ديگري منتقل كنيم، نيروي الكتريكي بين دو بار $(1-x^2)$ برابر شده و به ميزان كسر x^2 كاهش مي يابد.

$$(1-\tfrac{1}{2})(1+\tfrac{1}{2})=1-\tfrac{1}{4}$$

نكته: در صورتيكه دو بار **ناهم نام** و هم اندازه باشند و كسر x از بار يكي را به ديگري منتقل كنيم، نيروي الكتريكي بين دو بار $(1-x)^2$ برابر مي شود.

مثال) دو بار ناهمنام و هم اندازه به فاصله r از يكديگر قرار گرفته و بر يكديگر نيروي F را وارد مي كنند. اگر $\frac{1}{3}$ از يكي از بارها را برداشته و به ديگري اضافه كنيم، نيروي بين آنها چند F خواهد شد؟

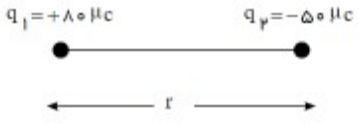
$$\begin{cases} 1 \rightarrow 4/3 \\ -1 \rightarrow -2/3 \end{cases} \qquad \frac{2/3\,q\times 2/3\,q}{q^2}=\frac{4}{9} \qquad (1-\tfrac{1}{3})^2=\frac{4}{9}$$

روش تستی

مثال) دو بار الكتريكي نقطه اي $q_1=-2\mu C$ و $q_2=+2\mu C$ به فاصله r از يكديگر قرار دارند. اگر نصف يكي از بارها را برداشته و به ديگري اضافه كنيم، اندازه نيروي الكتريكي بين دو بار چند برابر مي شود؟

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{1\times1}{2\times2}=\frac{1}{4} \qquad (1-\tfrac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$$

مثال) مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکي در فاصله r ، نیروي جاذبه F بر یکدیگر وارد مي کنند. اگر با ثابت بودن فاصله، ۲۵ درصد از بار q_1 را به q_2 انتقال دهیم، نیروي جاذبه بین دو بار چند درصد و چگونه تغییر مي کند؟ (سراسری ۹۸)



$\frac{۶۰\times۳}{۸۰\times۵۰} = \frac{۹}{۲۰} = \frac{۴۵}{۱۰۰}$ ← کاهش ۴۵٪

مثال) دو بار الکتریکی هم نام $q_1 = 8\mu C$ و q_2 در فاصله r ، نیروی F را بر هم وارد می کنند. اگر ۲۵ درصد از بار q_1 را برداشته و به q_2 اضافه کنیم، بدون تغییر فاصله بارها نیروی متقابل بین آن ها ۵۰ درصد افزایش می یابد. مقدار اولیه q_2 چند میکرو کولن است؟

$\frac{۲۵}{۱۰۰}\times۸ = ۲\ \mu C$ $\quad F_۲ = F_۱ + \frac{۵۰}{۱۰۰}F_۱ = \frac{۳}{۲}F_۱$

$q_۱' = ۶\ \mu C$ $\quad \frac{F_۲}{F_۱} = \frac{۳}{۲} = \frac{۹(q_۲+۲)}{۸q_۲} \rightarrow ۲۹q_۲ = q_۲ + ۲ \rightarrow q_۲ = ۲\ \mu C$

مثال) دو کره فلزي مشابه داراي بارهاي الکتریکي $q_1 = +5\mu C$ و $q_2 = +15\mu C$ در فاصله r، نیروي F، بر یکدیگر وارد میکنند. اگر این دو کره را در یك لحظه با یکدیگر تماس دهیم، به طوري که فقط بین دو کره مبادله بار صورت گیرد و مجددا به همان فاصله قبلي برگردانیم، نیروي دافعه بین دو کره چگونه تغییر مي کند؟

$q' = \frac{۵+۱۵}{۲} = ۱۰\ \mu C$

۱) ۲۵ درصد افزایش مي یابد.

۲) ۲۵ درصد کاهش مي یابد.

۳) تقریبا ۳۳ درصد کاهش مي یابد.

۴) تقریبا ۳۳ درصد افزایش مي یابد.

$\frac{F_۲}{F_۱} = \frac{۱۰\times۱۰}{۵\times۱۵} = \frac{۲\times۲}{۳} = \frac{۴}{۳} \xrightarrow{\times۱۰۰} ۱۳۳$

مثال) دو بار الکتریکي نقطه اي q_1 و $q_2 = 2q_1$ در فاصله r از هم قرار دارند و به هم نیروي دافعه وارد مي کنند. چند درصد از بار q_2 را به q_1 منتقل کنیم تا در همان فاصله، نیروي دافعه بین بارهاي الکتریکي بیشینه شود؟

* حاصلضرب دو عدد که مجموع آن ثابت است، وقتی max است که دو عدد با هم برابر باشند.

$q' = \frac{q_۱ + ۲q_۱}{۲} = \frac{۳}{۲}q_۱$ $\quad$ ۲۵٪ انتقال بار

نیروی الکتریکی ۱۲/۵٪ افزایش می یابد.

$۹/۴ / ۲ = ۹/۸$

❖ **اثر تغییر فاصله بین دو ذره باردار بر نیروی الکتریکی:** نیروی الکتریکی با مجذور فاصله بین دو بار رابطه معکوس دارد.

$$\frac{F'}{F} = (\frac{r}{r'})^2$$

مثال) دو بار نقطه اي يكسان، يكديگر را با نيروي ۰/۱ ميلي نيوتون مي رانند. اگر دو بار را به اندازه $5cm$ از هم دور كنيم، نيروي رانشي بين آنها ۲۵ ميكرو نيوتون مي شود. فاصله دو بار در ابتدا چند سانتي متر بوده است؟

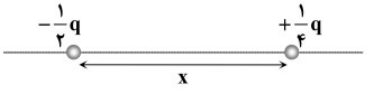
$$\frac{25\times10^{-6}}{0.1\times10^{-3}} = \left(\frac{r}{r+5}\right)^2 \rightarrow \frac{25}{100} = \left(\frac{r}{r+5}\right)^2 \rightarrow \frac{5}{10} = \frac{r}{r+5}$$

$$5r+25 = 10r \rightarrow r = 5\ cm$$

مثال) دو ذره باردار كه در فاصله d از هم قرار دارند، بر يكديگر نيرويي با بزرگي $0/06N$ وارد مي كنند. اگر بار يكي از ذرات را نصف كنيم و فاصله دو بار را به $\frac{d}{3}$ كاهش دهيم، اندازه نيرويي كه دو ذره باردار بر هم وارد مي كنند، چند نيوتون مي شود؟

$$\frac{F'}{0/06} = \frac{1/2\,q_1 q_2 / d^2}{q_1 q_2 / d^2} \rightarrow F' = 0/06 \times \frac{9}{2} = 0/27\ N$$

مثال) نيرويي كه دو بار الكتريكي مشابه q در فاصله ۲ متري به يكديگر وارد ميكنند F است. با توجه به شكل، مقدار x (فاصله بين دو ذره) چقدر باشد تا نيروي بين دو ذره باردار $2F$ شود؟



$$2 = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} \rightarrow 2 = \frac{4}{8x^2} \rightarrow x = \frac{1}{2} = 50\ cm$$

مثال) دو بار نقطه اي منفي در فاصله d از هم قرار دارند. در اثر دور كردن دو بار به اندازه $3cm$ از يكديگر، نيروي رانشي بين آنها $\frac{4}{9}$ برابر مي شود. d چند سانتي متر است؟

$$\frac{4}{9} = \left(\frac{d}{d+3}\right)^2 \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{d}{d+3} \rightarrow 3d = 2d+6$$

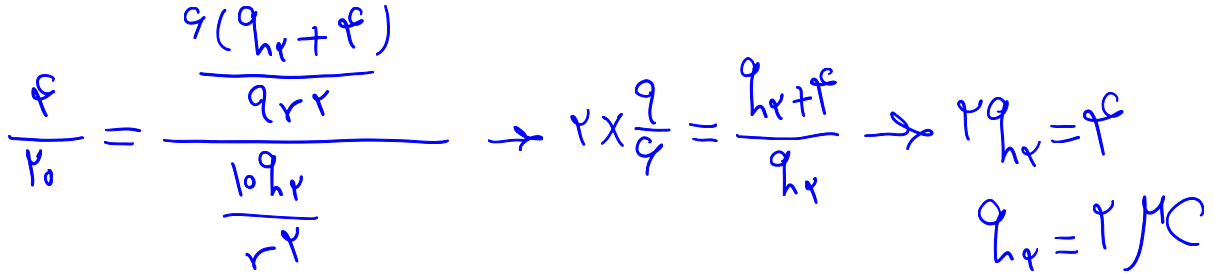
$$d = 6\ cm$$

مثال) دو بار الكتريكي نقطه اي يكسان در فاصله r از يكديگر قرار دارند. چند درصد از بار يكي را برداشته و به ديگري اضافه كنيم تا وقتي فاصله بين آنها دو برابر مي شود، اندازه نيروي الكتريكي بين آنها نسبت به حالت قبل ۷۶ درصد كاهش يابد؟ (قلمچی ۹۹)

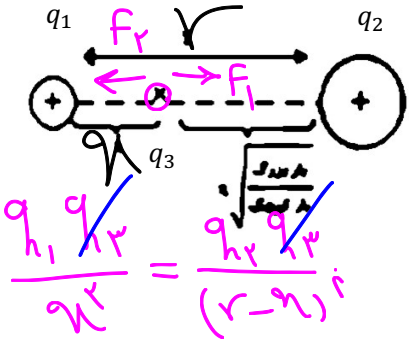
$$\frac{24}{100} = \frac{(q-nq)(q+nq)}{\frac{4r^2}{q^2}} \rightarrow \frac{24\times4}{100} = 1-n^2 \rightarrow n^2 = 0/04 \rightarrow n = 0/2$$

۲۰٪ جابجایی بار

مثال) دو بار الکتریکي نقطه اي هم نام $q_1 = 10\mu C$ و q_2 در فاصله r از یکدیگر، نیرویي به بزرگي $20N$ به هم وارد مي کنند، اگر $4\mu C$ از بار q_1 برداشته و به بار q_2 اضافه کنیم و فاصله بین بارها را نیز ۳ برابر کنیم، اندازه نیروي الکتریکي بین آنها $4N$ مي شود، q_2 چند میکروکولن است؟



❖ **تعیین نقطه ای که برآیند نیروهای الکتریکی دو بار صفر می شود:** اگر دو بار الکتریکی غیر هم اندازه $|q_2| > |q_1|$ در فاصله معینی از هم باشند، همواره نقطه ای نزدیک به بار کوچکتر وجود دارد که برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر بار دلخواه که در آن نقطه قرار گیرد، صفر می شود.

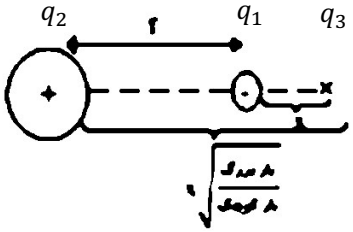


اگر دو بار هم نام باشند، این نقطه بین دو بار قرار دارد.

اگر دو بار ناهم نام باشند، این نقطه خارج از فاصله بین دو بار قرار دارد.

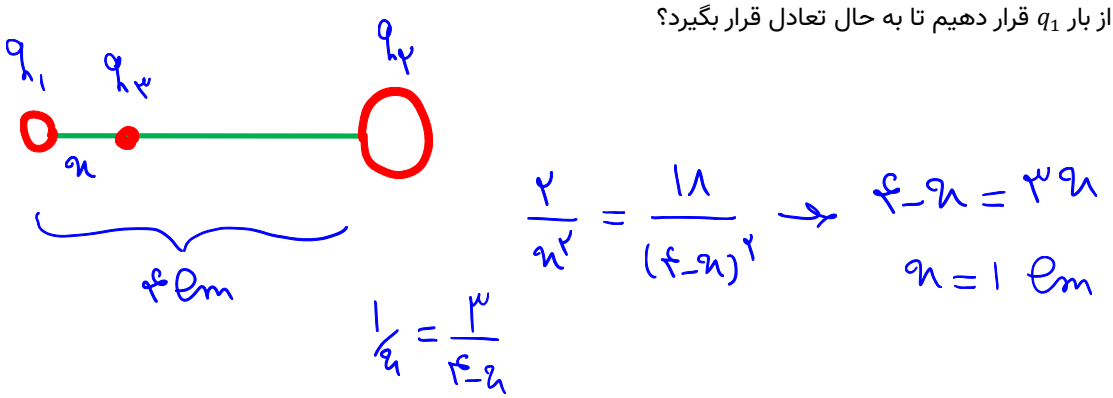
$$F_{13} = F_{23} \Longrightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(r-x)^2}$$

نکته: با توجه به قانون کولن شرط $\frac{r_{13}}{r_{23}} = \sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}}$ برقرار است.

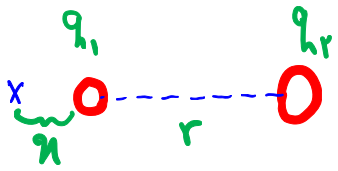


$$F_{13} = F_{23} \Longrightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(r+x)^2}$$

مثال) دو بار الکتریکی نقطه ای $q_1 = +2\mu C$ و $q_2 = +18\mu C$ در فاصله ۴ سانتی متری از هم قرار دارند. بار q_3 را در چند سانتی متری از بار q_1 قرار دهیم تا به حال تعادل قرار بگیرد؟



مثال) دو بار الکتریکی نقطه ای $q_1 = -2\mu C$ و $q_2 = +18\mu C$ در فاصله ۴ سانتی متری از هم قرار دارند. بار q_3 را در چند سانتی متری از بار q_1 قرار دهیم تا به حال تعادل قرار بگیرد؟



$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{q_3}{q_2} \quad \frac{2}{18} = \frac{x^2}{(4+x)^2} \quad \frac{1}{3} = \frac{x}{4+x}$$

$$4+x = 3x \rightarrow x = 2\,cm$$

مثال) در شکل روبرو برایند نیروهای وارد بر بار q_3 از طرف دو بار q_1 و q_2 صفر شده است. q_2 چند نانوکولن است؟

$$\frac{10}{400} = \frac{q_2}{100} \rightarrow q_2 = 2.5\,nC$$

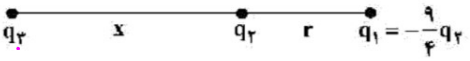
مثال) در شکل زیر، اگر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار الکتریکی نقطه ای q_3 از طرف دو بار الکتریکی نقطه ای q_1 و q_2 برابر با صفر باشد، حاصل $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟ (قلمچی ۹۹)

۱) ۹ ۲) -۹

۳) ۱۶ ۴) -۱۶

$$\frac{q_1}{16} = \frac{q_2}{1} \qquad \frac{q_1}{(4r)^2} = \frac{q_2}{r^2} \rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -16$$

مثال) در شکل زیر، برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هریك از بارهای الکتریکی صفر است. نسبت های $\frac{x}{r}$ و $\frac{q_3}{q_2}$ را بدست آورید.



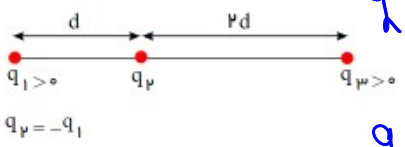
$$\frac{q_2}{x^2} = \frac{\frac{9}{4}q_2}{(x+r)^2} \quad q_3 \text{ بردوی}$$

$$\frac{3}{2}x = x + r \rightarrow x = 2r$$

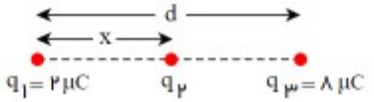
q_1 بردوی: $\frac{q_3}{(x+r)^2} = \frac{q_2}{r^2} \rightarrow \frac{q_3}{q_2} = 9$

چون نیرو خارج از فاصله بین q_2 و q_3 صفر شده است $\rightarrow -9$

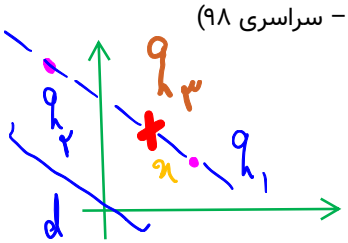
مثال) سه بار نقطه اي مطابق شکل زیر ثابت شده اند. اگر برآیند نیروهاي الکتریکي وارد بر بار q_1 هم اندازه برآیند نیروهاي الکتریکي وارد بر بار q_2 باشد، $\frac{q_3}{q_1}$ را بدست آورید. (سراسري ۹۵)



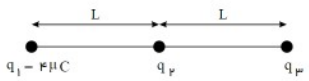
مثال) سه بار نقطه ای مطابق شکل قرار دارند. برآیند نیروهای وارد بر هریک از بارها صفر است. بار q_2 چند میکروکولن است؟



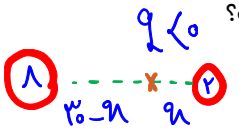
مثال) سه ذره باردار $q_1 = 12\mu C$ ، $q_1 = 3\mu C$ و q_3 در صفحه $x-y$ بترتیب در مختصات $(4cm, 3cm)$ ، $(-8cm, 12cm)$ و (x_3, y_3) قرار دارند. اگر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر ذره صفر باشد، q_3 را بدست آورید. (اختیاری – سراسری ۹۸)



مثال) در شکل زیر، سه بار نقطه ای قرار دارند. برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 برابر با نیروی الکتریکی وارد بر q_3 از طرف q_1 می باشد. q_2 چند میکروکولن است؟ (سراسری ۹۸)



مثال) دو بار الکتریکی نقطه ای ۲ و ۸ میکروکولنی در فاصله ۳۰ سانتی متری از هم قرار دارند. بار الکتریکی q را در نقطه ای قرار داده ایم و هر سه بار الکتریکی به حالت تعادل درآمده اند. بار الکتریکی q چند میکروکولن است؟



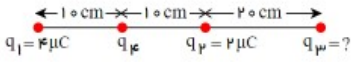
$q<0$

$\frac{8}{(30-x)^2}=\frac{2}{x^2} \rightarrow 2x=30-x \rightarrow x=10\,cm$

$q=8 \Rightarrow \frac{q}{20^2}=\frac{2}{30^2} \rightarrow q=-\frac{8}{9}\,\mu C$

مثال) در شکل زیر، برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 برابر صفر است. بار q_3 چند میکروکولن است؟

$q_4>0$ فرض



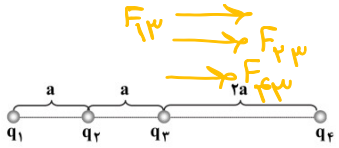
مثبت

F_{34} $F_{24}<F_{14}$

$q_4=0$ $\frac{q_3}{900}+\frac{2}{100}=\frac{4}{100} \rightarrow \frac{q_3}{900}=\frac{2}{100}$

$q_3=+18\,\mu C$

مثال) چهار بار هم اندازه در کنار یکدیگر ثابت شده اند. اگر فقط علامت بار q_4 با بقیه بارها متفاوت باشد با حذف این بار نیروی وارد بر بار q_3 چند برابر می شود؟

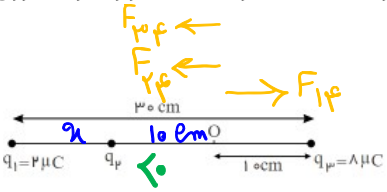


① $K\left(\frac{q^2}{4a^2}+\frac{q^2}{a^2}+\frac{q^2}{4a^2}\right)=\frac{6Kq^2}{4a^2}=\frac{3}{2}\frac{Kq^2}{a^2}$

② $\frac{6}{4}K\frac{q^2}{a^2}$

$\frac{②}{①}=\frac{\frac{6}{4}}{\frac{3}{2}}=\frac{6}{6}$

مثال) در شکل زیر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هریک از بارها صفر است. اگر بار $q_4=1\mu C$ در نقطه O قرار گیرد. نیروی الکتریکی وارد بر آن چند نیوتن می شود؟ (سراسری ۹۷)



q_2: $\frac{q_1}{x^2}=\frac{q_3}{(30-x)^2} \rightarrow \frac{2}{x^2}=\frac{8}{(30-x)^2} \rightarrow 2x=30-x \rightarrow x=10\,cm$

q_3: $\frac{2}{900}=\frac{q_2}{400} \rightarrow q_2=\frac{8}{9}\,\mu C \rightarrow -\frac{8}{9}\,\mu C$

$F_{q_4}=F_{24}+F_{34}-F_{14}=9\times10^{9}\left(\frac{18}{100}+\frac{8}{100}-\frac{2}{100}\right)=15\,N$

❖ **برآیند نیروهای الکتریکی:** نیروی برآیند وارد بر بار نقطه ای q_0 با جمع برداری زیر بدست می آید:

$$\vec{F}_{T_0}=\vec{F}_{10}+\vec{F}_{20}+\vec{F}_{30}+\vec{F}_{40}$$