آموزشگاه آلاء

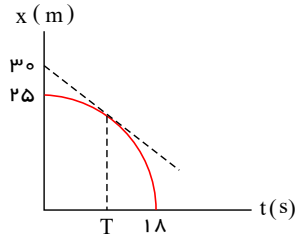
فیزیک ریاضی فارغ

سال دوازدهم

ریاضی

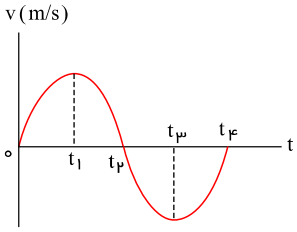
۶۰ دقیقه

۱. شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان حرکتی را نشان می‌دهد که در آن خط مماس بر منحنی در لحظهٔ T رسم شده است. اگر تندی متوسط حرکت پیش از لحظهٔ T برابر ۰٫۵ متر بر ثانیه و تندی متوسط حرکت پس از لحظهٔ T برابر ۲٫۵ متر بر ثانیه باشد، تندی حرکت در لحظهٔ T چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱
۲) ۱٫۲۵
۳) ۱٫۵
۴) ۱٫۷۵

۲. نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. در چه فاصلهٔ زمانی، بردار شتاب متحرک در جهت مثبت محور x است؟



۱) ۰ تا t_1
۲) ۰ تا t_2
۳) t_2 تا t_4
۴) t_2 تا t_3

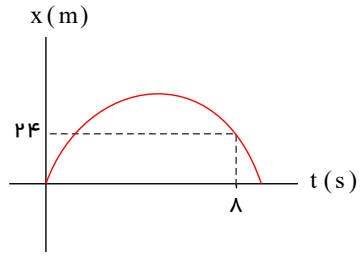
۳. عددی که عقربهٔ کیلومترشمار اتومبیل را نشان می‌دهد، معرف چه کمیتی است؟

۱) سرعت لحظه‌ای
۲) سرعت متوسط
۳) تندی متوسط
۴) تندی لحظه‌ای

۴. یک ذره روی محیط دایره‌ای به قطر $90cm$ در یک سو می‌چرخد. اگر اندازهٔ جابه‌جایی این ذره $45cm$ باشد، مسافت پیموده‌شده توسط ذره برحسب سانتی‌متر کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

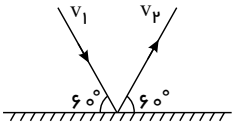
۱) 75π
۲) 105π
۳) 135π
۴) 165π

۵. نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل مقابل است. هرگاه سرعت اولیه چهار برابر اندازه سرعت در $t = 8(s)$ باشد، سرعت اولیه چند m/s است؟



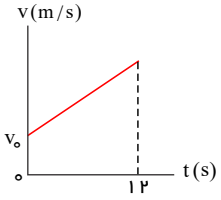
۱) ۴٫۸
۲) ۶٫۴
۳) ۸
۴) ۱۲

۶. مطابق شکل توپی با تندی $4m/s$ به سطح افقی برخورد می‌کند و با همان مقدار سرعت در جهت نشان داده شده از سطح بازمی‌گردد. اگر مدت زمان تماس توپ با سطح افق ۰٫۱ ثانیه باشد، مقدار شتاب متوسط در این مدت چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $20\sqrt{3}$
۲) ۲۰
۳) $40\sqrt{3}$
۴) ۴۰

۷. نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در شکل روبه‌رو نشان داده شده است. سرعت متحرک در کدام لحظه برابر با سرعت متوسط آن در این ۱۲ ثانیه است؟

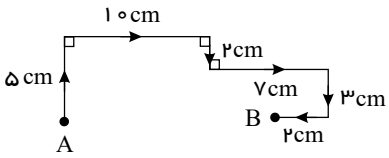


۱) پایان ثانیهٔ ششم
۲) ابتدای ثانیهٔ ششم
۳) در تمام لحظه‌ها
۴) در هیچ لحظه

۸. متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند در مدت زمان ۶ ثانیه با شتاب ثابت متوقف می‌شود. نسبت جابه‌جایی این متحرک در $2s$ اول به جابه‌جایی در کل مسیر کدام است؟

۱) $\frac{5}{4}$
۲) $\frac{4}{5}$
۳) $\frac{5}{9}$
۴) $\frac{4}{3}$

۹. حشره‌ای روی یک صفحهٔ کاغذ به‌صورت زیر از نقطهٔ A به سمت نقطهٔ B حرکت کرده است و در مدت ۱۰۰ ثانیه به نقطهٔ B رسیده است، تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط حشره به‌ترتیب از راست به چپ برابر با چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



۱) ۰٫۲۹ و ۰٫۱۹
۲) ۰٫۱۷ و ۰٫۱۵
۳) ۰٫۱۹ و ۰٫۱۷
۴) ۰٫۲۹ و ۰٫۱۵

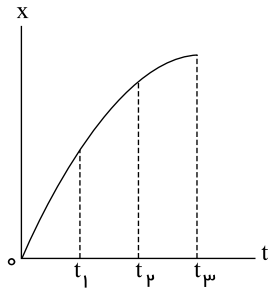
۱۰. راننده اتومبیلی ترمز می‌کند و اتومبیل با شتاب ثابت در مدت ۰٫۵ ثانیه مسافت ۵ متر را طی کرده و می‌ایستد. سرعت اتومبیل در لحظه ترمز چند متر بر ثانیه بوده است؟

۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۲۰
۴) ۲۵

۱۱. معادله سرعت - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند در SI به‌صورت $v = -\frac{۱}{۵}t - ۲۰$ است. پس از مبداء زمان، این حرکت چگونه است؟

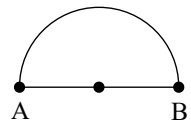
۱) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده
۲) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده
۳) پیوسته کندشونده
۴) پیوسته تندشونده

۱۲. در کدام‌یک از بازه‌های زمانی زیر برای متحرکی که نمودار مکان - زمان آن به‌صورت شکل روبه‌رو است، تندی متوسط متحرک کوچکتر است؟



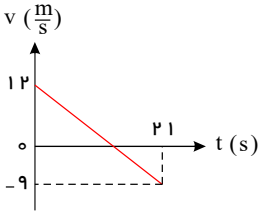
۱) ۰ تا $t_۲$
۲) $t_۱$ تا $t_۳$
۳) $t_۱$ تا $t_۲$
۴) ۰ تا $t_۳$

۱۳. موتورسیکلتی مطابق شکل روبه‌رو در یک مسیر نیم‌دایره‌ای به شعاع ۲ متر از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود. جابه‌جایی و مسافت طی‌شده به‌ترتیب از راست به چپ چند متر است؟($\pi \simeq ۳$)



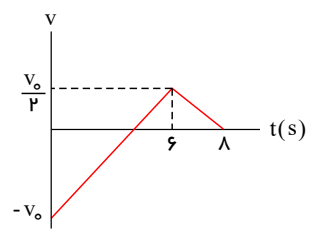
۱) ۶-۶
۲) ۶-۴
۳) ۴-۴
۴) ۴-۶

۱۴. نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در فاصله‌ی زمانی $t = ۶s$ تا $t = ۱۲s$ چند متر است؟



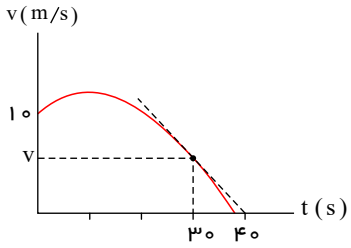
۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۲۲٫۵
۴) ۳۲٫۵

۱۵. نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. مسافت پیموده شده توسط متحرک در مدتی که حرکت آن تندشونده است، چند برابر مسافت پیموده شده توسط متحرک در مدتی است که حرکت کندشونده است؟



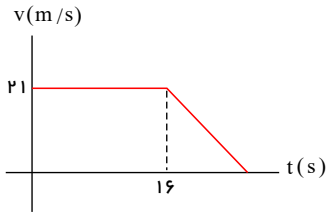
۱) ۲
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۵}$
۴) $\frac{۳}{۸}$

۱۶. شکل مقابل نمودار سرعت - زمان متحرکی در حرکت روی خط راست را نشان می‌دهد اگر شتاب در لحظهٔ $t = ۳۰(s)$ برابر شتاب متوسط در ۳۰ ثانیهٔ اول حرکت باشد، سرعت متحرک در $t = ۳۰(s)$ چند m/s است؟



۱) ۰٫۴
۲) ۰٫۲
۳) ۲٫۵
۴) ۵

۱۷. نمودار سرعت - زمان یک خودرو که روی خط راست حرکت می‌کند به‌صورت شکل روبه‌رو است. اگر اندازهٔ شتاب متوسط خودرو در کل زمان حرکت آن ۰٫۷۵ متر بر مربع ثانیه باشد، اندازهٔ شتاب متوسط خودرو در مدت زمانی که سرعت آن در حال کاهش است چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) ۱٫۲۵
۲) ۱٫۷۵
۳) ۲٫۲۵
۴) ۲٫۷۵

۱۸. معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^۲ - ۱۰t - ۲۰$ است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، جهت حرکت متحرک عوض می‌شود؟

۱) ۲
۲) ۵
۳) ۱۰
۴) متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

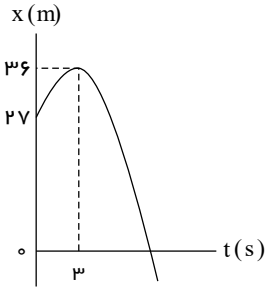
۱۹. متحرکی روی محور xها از مکان $x_۰ = ۵m$ با سرعت اولیه $۸\frac{m}{s}$ و شتاب ثابت به حرکت درمی‌آید و در مکان $x = ۸٫۵m$ سرعت آن به $۶\frac{m}{s}$ می‌رسد. معادله‌ی مکان این متحرک در SI کدام است؟

۱) $x = ۲t^۲ + ۸t + ۵$
۲) $x = -۴t^۲ + ۸t + ۵$
۳) $x = ۴t^۲ + ۸t + ۵$
۴) $x = -۲t^۲ + ۸t + ۵$

۲۰. متحرکی با سرعت اولیهٔ $۱۰\frac{m}{s}$ و شتاب ثابت مسافت ۱۵۰ متر را در ۱۰ ثانیه طی می‌کند. در پایان این مسیر سرعت آن چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۳۶
۲) ۵۴
۳) ۷۲
۴) ۹۰

۲۱. شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم با شتاب ثابت حرکت می‌کند. مسافتی که متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۱۰s$ طی می‌کند، چند متر است؟



۱) ۴۰
۲) ۴۵
۳) ۵۸
۴) ۸۵

۲۲. شخصی به مدت ۵ ثانیه، ۱۰ متر به سمت شمال حرکت می‌کند، سپس به مدت ۱۵ ثانیه ۳۰ متر به سمت جنوب حرکت می‌کند. تندی متوسط شخص در این مدت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$
۴) $\sqrt{۱۰}$

۲۳. اتومبیلی با سرعت ثابت $۲۰m/s$ خلاف جهت محور xها در حال حرکت است. در مدت ۵ ثانیه از مکان $x = +۲۰m$ به چه مکانی می‌رسد؟

۱) $x = ۱۲۰m$
۲) $x = -۱۲۰m$
۳) $x = +۸۰m$
۴) $x = -۸۰m$

۲۴. متحرکی روی محور xها از مکان $x_0 = 4m$ با سرعت اولیه $4\frac{m}{s}$ و شتاب ثابت به حرکت درمی‌آید و در مکان $x = 10m$ سرعت آن به $8\frac{m}{s}$ می‌رسد. معادله‌ی حرکت آن در SI کدام است؟

۱) $x = -2t^2 + 4t + 4$ ۲) $x = t^2 + 4t + 4$ ۳) $x = 2t^2 + 4t + 4$ ۴) $x = -t^2 + 4t + 4$

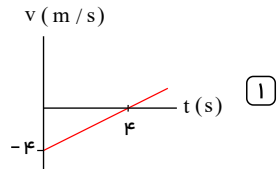
۲۵. متحرکی با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، اگر سرعت آن در لحظه $t_1 = 3s$ برابر $10\frac{m}{s}$ و در لحظه $t_2 = 8s$ برابر $20\frac{m}{s}$ باشد، سرعت اولیه آن (در لحظه $t = 0$) برابر چند $\frac{m}{s}$ است؟

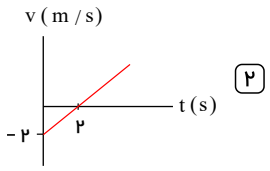
۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

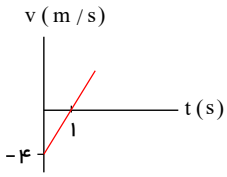
۲۶. از لبهٔ یک چاه به عمق h گلوله‌ای بدون سرعت اولیه رها شده و پس از $3/15(s)$ صدای برخورد سنگ به ته چاه به گوش می‌رسد، عمق چاه (h) چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = 10m/s^2$ و سرعت صوت $300m/s$ است.)

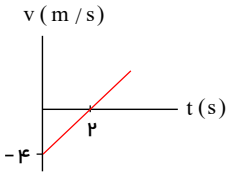
۱) ۲۵ ۲) ۳۵ ۳) ۴۵ ۴) ۵۵

۲۷. رابطه مکان – زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = 2t^2 - 4t - 2$ می‌باشد. نمودار سرعت – زمان آن کدام است؟

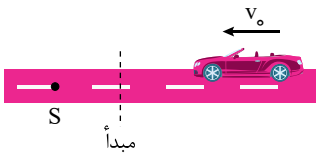
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۸. مطابق شکل اتومبیل با حرکت کندشونده در نقطهٔ S متوقف می‌شود. چند مورد درست در گزینه‌های زیر وجود دارد؟الف) هنگام نزدیک شدن به مبدأ، مسافت و شتاب هم‌علامت هستند.



ب) هنگام دورشدن از مبدأ، جابه‌جایی و شتاب هم‌علامت هستند.

پ) هنگام نزدیک شدن به مبدأ، جابه‌جایی و شتاب هم‌علامت هستند.

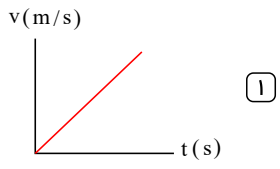
ت) هنگام نزدیک شدن به مبدأ، بردار مکان و شتاب هم‌علامت هستند.

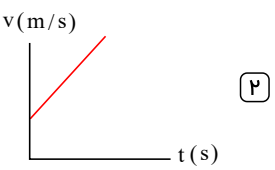
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

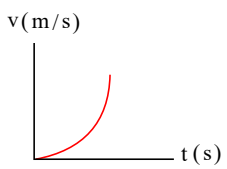
۲۹. معادلهٔ سرعت – زمان متحرکی در حرکت روی خط راست به‌صورت $v = 2t - 6$ است. مسافت طی‌شده در ۵ ثانیهٔ اول چند متر است؟

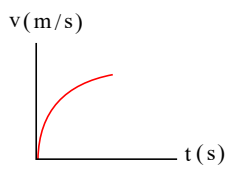
۱) ۹ ۲) ۱۳ ۳) ۵ ۴) ۴

۳۰. متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، کدام‌یک از شکل‌های زیر نمودار سرعت – زمان آن می‌باشد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

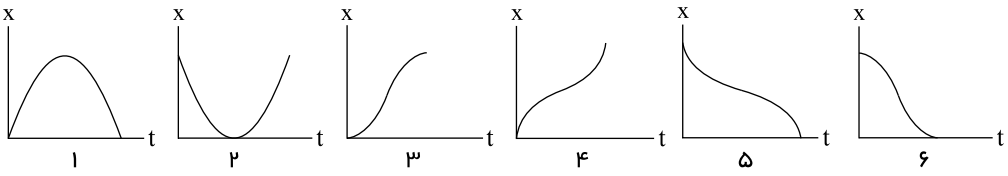
۳۱. جسمی را در شرایط خلأ از یک بلندی رها می‌کنیم، به طوری که با سرعت $30\frac{m}{s}$ به زمین برخورد می‌کند. ارتفاع بلندی چند متر است؟ $(g = 10m/s^2)$

۱) ۴۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴/۵ ۴) ۳

۳۲. از بالای ساختمانی به ارتفاع ۸۰ متر در شرایط خلأ قطره‌های آب با فواصل زمانی یکسان بدون سرعت اولیه رها می‌شوند. وقتی قطرهٔ پنجم شروع به حرکت می‌کند، قطرهٔ اوّل به زمین می‌خورد، فاصلهٔ قطرهٔ اوّل و دوم موقعی که قطرهٔ اوّل به زمین می‌رسد، چند متر است؟ $(g = 10m/s^2)$

۱) ۳۵ ۲) ۲۲/۵ ۳) ۴۵ ۴) قابل محاسبه نیست.

۳۳. در شکل‌های زیر نمودارمکان–زمان برای ۶ متحرک رسم شده است. چه تعداد از آن‌ها ابتدا حرکتی کندشونده و سپس تندشونده دارند؟



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۲
۴) ۵

۳۴. راننده‌ای با تندی $۱۰۸\frac{km}{h}$ حرکت می‌کند که ناگهان مانعی در مقابل خود در فاصلهٔ ۱۲۰ متری می‌بیند و با شتاب ثابت $۵\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌کند. اگر زمان واکنش راننده $۰/۵s$ باشد؛ اتومبیل:

۱) با مانع برخورد می‌کند.
۲) در فاصلهٔ ۵ متری مانع می‌ایستد.
۳) در فاصلهٔ ۱۰ متری مانع می‌ایستد.
۴) در فاصلهٔ ۱۵ متری مانع می‌ایستد.

۳۵. گلوله‌ای از ارتفاع h بدون سرعت اولیه رها شده و در ثانیهٔ آخر حرکت مسافت ۱۱ متر را طی می‌کند. ارتفاع h چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = ۱۰ m/s^۲$ است.)

۱) ۶/۴
۲) ۹/۶
۳) ۸/۶
۴) ۱۲/۸

۳۶. در شرایط خلأ، گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود و پس از t ثانیه به زمین می‌رسد. اگر این گلوله $\frac{۱}{۴}$ اولیه مسیر خود را در مدت t' ثانیه طی کرده باشد، حاصل $\frac{t}{t'}$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۲) ۲
۳) $\sqrt{۳}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

۳۷. متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است؛ در $t_۱ = ۲\ s$ در $x_۱ = -۲۰\ m$ در حال حرکت با تندی $۵\frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور است. در چه لحظه‌ای در مکان $x_۲ = +۲۰\ m$ و تندی آن $۱۵\frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور خواهد بود؟

۱) ۴
۲) ۵
۳) ۳
۴) ۶

۳۸. بیشنیهٔ شتاب اتومبیلی در حین ترمز کردن، در جادهٔ خشک $۵\frac{m}{s^۲}$ و در جادهٔ خیس، $۲\frac{m}{s^۲}$ است. اگر اتومبیلی با سرعت اولیهٔ $۷۲\frac{km}{h}$ در هر دو جاده بر اثر ترمز کردن متوقف شود، جابه‌جایی آن در جادهٔ خیس چند برابر جابه‌جایی آن در جادهٔ خشک است؟

۱) ۲/۵
۲) ۵
۳) ۰/۴
۴) ۱

۳۹. معادلهٔ مکان – زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = ۳t^۲ - ۶ + ۱۵$ است. کدام گزینه در مورد این متحرک نادرست است؟

۱) در لحظهٔ $t = ۱s$ تغییر جهت می‌دهد.
۲) در $t = ۱/۵s$ ثانیه حرکت آن تندشونده است.
۳) در $t = ۱/۲$ ثانیه جهت حرکت خلاف محور xها است.
۴) شتاب حرکت آن $۶\frac{m}{s^۲}$ است.

۴۰. معادله حرکت متحرکی که روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند در SI به‌صورت $x = t^۲ - ۸t + ۷$ است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد این متحرک صحیح نیست؟

۱) این متحرک در لحظهٔ $t = ۵s$ در حال نزدیک شدن به مبدأ است.
۲) در لحظهٔ $t = ۲s$ حرکت تندشونده است.
۳) در لحظهٔ $t = ۴s$ سرعت متحرک صفر است.
۴) در لحظهٔ $t = ۸s$ متحرک در حالی که حرکت تندشونده دارد در حال دور شدن از مبدأ است.

پاسخنامه تشریحی

۱ . گزینه ۱ حرکت روی خط راست و بدون تغییر جهت است، بنابراین تندی متوسط برابر اندازهٔ سرعت متوسط است. مکان متحرک در لحظهٔ T را d فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} \text{تندی متوسط پیش از لحظه } T = \left|\dfrac{x_T - x_۰}{T - ۰}\right| = \left|\dfrac{d - ۲۵}{T}\right| = \dfrac{۲۵ - d}{T} = ۰/۵\dfrac{m}{s} \\ \text{تندی متوسط پس از لحظه } T = \left|\dfrac{x_{۱۸} - x_T}{۱۸ - T}\right| = \left|\dfrac{۰ - d}{۱۸ - T}\right| = \dfrac{d}{۱۸ - T} = ۲/۵\dfrac{m}{s} \end{cases}$$

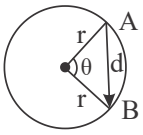
$$\Rightarrow \begin{cases} ۲۵ - d = ۰/۵T \\ d = ۴۵ - ۲/۵T \end{cases} \Rightarrow ۲۵ = ۴۵ - ۲T \Rightarrow T = ۱۰s \Rightarrow d = ۲۰m$$

$$\text{تندی در لحظه } T = |\text{شیب خط مماس در لحظه } T| = \left|\dfrac{d - ۳۰}{T - ۰}\right| = \left|\dfrac{۲۰ - ۳۰}{۱۰ - ۰}\right| = ۱\dfrac{m}{s}$$

۲ . گزینه ۱ می‌دانیم شیبِ خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در هر لحظه برابر شتاب حرکت در همان لحظه می‌باشد و هنگامی که شیب خط مماس مثبت است، شتاب نیز مثبت (در جهت مثبت محور) می‌باشد که در بازه‌های (۰ تا $t_۱$) و ($t_۳$ تا $t_۴$) اینچنین است.

۳ . گزینه ۴ عددی که عقربهٔ کیلومترشمار اتومبیل نشان می‌دهد، درواقع تندی لحظه‌ای متحرک می‌باشد.

۴ . گزینه ۳ جابه‌جایی ذره برابر شعاع دایره است. پس طبق شکل روبه‌رو نقطهٔ آغاز (A) و نقطهٔ پایان (B) حرکت در دو سر کمانی به اندازهٔ ۶۰ درجه قرار دارند. طول این کمان را L فرض می‌کنیم.



$$d = r \Rightarrow \theta = ۶۰^\circ$$

$$\text{محیط دایره} = ۲\pi R = ۹۰\pi cm \Rightarrow l = \dfrac{۱}{۶} \times \text{محیط} = ۱۵\pi cm$$

ذره می‌تواند کمان AB را در سوی ساعتگرد پیموده باشد و مسافت پیموده‌شده توسط آن $۱۵\pi cm$ باشد. همچنین ذره ممکن است در سوی پادساعتگرد از A و B رفته باشد و مسافت پیموده‌شده توسط آن $۹۰\pi - ۱۵\pi = ۷۵\pi cm$ باشد. از طرفی ذره ممکن است پس از پیمودن یک یا چند دور کامل از نقطهٔ A به نقطهٔ B برود. بنابراین مسافت پیموده‌شده توسط ذره برحسب سانتی‌متر هریک از مقدارهای زیر می‌تواند باشد:

$$\begin{cases} ۱۵\pi\ ,\ ۱۰۵\pi\ ,\ ۱۹۵\pi\ ,\ ۲۸۵\pi\ ,\ \cdots \\ ۷۵\pi\ ,\ ۱۶۵\pi\ ,\ ۲۵۵\pi\ ,\ ۳۴۵\pi\ ,\ \cdots \end{cases}$$

بنابراین مسافت پیموده‌شده نمی‌تواند ۱۳۵π سانتی‌متر باشد.

۵ . گزینه ۳ در $t = ۸s$ سرعت منفی است (شیب نمودار مکان - زمان منفی است) و در $t = ۰$ سرعت مثبت است.

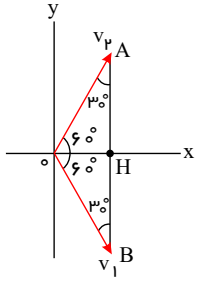
$$v_۰ = -۴v_۸ \Rightarrow v_{av} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{۲۴}{۸} = ۳$$

$$v_{av} = \dfrac{v_۸ + v_۰}{۲} \Rightarrow ۳ = \dfrac{v_۸ - ۴v_۸}{۲} \Rightarrow v_۸ = -۲m/s$$

$$v_۰ = -۴v_۸ = ۸m/s$$

۶ . گزینه ۳ بردار تغییرات سرعت توپ را رسم می‌کنیم. مثلث ایجادشده متساوی‌الساقین است. در این صورت $AH = BH$ می‌باشد.

پس می‌توان نوشت:



$$\overset{\Delta}{OAH} : \sin ۶۰^\circ = \dfrac{AH}{v} \Rightarrow AH = ۴ \times \dfrac{\sqrt{۳}}{۲} = ۲\sqrt{۳}$$

$$AB = ۲AH = ۴\sqrt{۳} \Rightarrow \Delta v = ۴\sqrt{۳}m/s$$

$$a_{av} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{۴\sqrt{۳}}{۰/۱} = ۴۰\sqrt{۳}m/s^۲$$

۷ . گزینه ۱ در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر سرعت لحظهٔ وسط آن بازهٔ زمانی است.

۸ . گزینه ۳

معادلهٔ جابه‌جایی را یک‌بار برای کل ۶ ثانیه و بار دیگر برای ۴ ثانیه آخر می‌نویسیم:

$$\text{برای کل مسیر } \Delta x = vt - \dfrac{۱}{۲}at^۲ \Rightarrow d = ۰ - \dfrac{۱}{۲}a \times ۳۶ = -۱۸a$$

$$\text{برای ۴ ثانیهٔ آخر } \Delta x = vt - \dfrac{۱}{۲}at^۲ \Rightarrow d_۲ = ۰ - \dfrac{۱}{۲}a \times ۱۶ = -۸a$$

$$\text{مسافت ۲ ثانیهٔ اول} \Rightarrow d_۱ = -۱۸a + ۸a = -۱۰a$$

$$\frac{d_1}{d_2}=\frac{-10a}{-18a}=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$$

۹ . گزینه ۴ برای محاسبهٔ اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط ابتدا مسافت و جابه‌جایی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مسافت}=5+10+2+7+3+2=29cm$$

$$\text{جابه‌جایی}=10+7-2=15cm$$

سپس با داشتن مسافت و جابه‌جایی سرعت و تندی متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{سرعت متوسط}=\frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}}=\frac{15}{100}=0/15\frac{cm}{s} \quad \text{و} \quad \text{تندی متوسط}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}=\frac{29}{100}=0/29\frac{cm}{s}$$

۱۰ . گزینه ۳

با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب داریم:

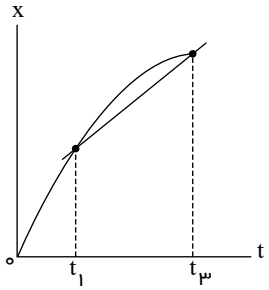
$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t$$

$$5=\frac{0+v_0}{2}\times\frac{1}{2} \Rightarrow v_0=20\frac{m}{s}$$

۱۱ . گزینه ۴ سرعت اولیه و شتاب هر دو منفی هستند، پس حرکت پیوسته تندشونده در جهت منفی محور x است.

۱۲ . گزینه ۲ حرکت روی خط راست است و در آن تغییر جهت روی نداده است. بنابراین در یک بازهٔ زمانی تندی متوسط با اندازهٔ سرعت متوسط و همچنین اندازهٔ شیب خط عبوری از ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی برابر است.

در بین بازه‌های زمانی مشخص‌شده در گزینه‌ها، در بازهٔ زمانی t_1 تا t_3 شیب خط عبوری از ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی کمتر از بقیه گزینه‌ها است و بنابراین تندی متوسط در این بازهٔ زمانی از تندی متوسط در بازه‌های زمانی دیگر کوچکتر است.



۱۳ . گزینه ۲ جابه‌جایی برابر قطر نیم‌دایره یعنی: $\Delta x=4m$ است.

ومسافت طی‌شده برابر با محیط نیم‌دایره: $\text{مسافت}=\frac{2\pi r}{2}=\frac{2\times3\times2}{2}=6m$

۱۴ . گزینه ۲

با توجه به اینکه نمودار v-t یک خط با شیب ثابت است، حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. پس شیب خط برابر شتاب حرکت متحرک است. بنابراین با پیدا کردن شتاب، معادلهٔ سرعت را نوشته و داریم:

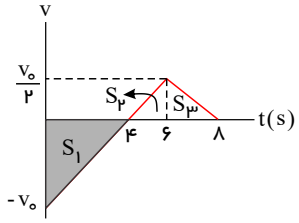
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{-9-12}{21-0}=-1\frac{m}{s^2}$$

$$v=at+v_0 \xrightarrow[v_0=12]{a=-1} v=-t+12$$

$$\begin{cases} t_1=6 \to v_1=-(6)+12=6\frac{m}{s} \\ t_2=12 \to v_2=-12+12=0 \end{cases} \Rightarrow \Delta x=\frac{v_1+v_2}{2}\Delta t=\frac{6+0}{2}\times(12-6)=18m$$

۱۵ . گزینه ۳ ابتدا لحظه‌ای که نمودار سرعت – زمان محور زمان را قطع می‌کند، به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\frac{v_0}{2}}{v_0}=\frac{6-t'}{t'} \Rightarrow 12-2t'=t' \Rightarrow t'=4s$$



در بازهٔ زمانی $t=0$ تا $t=4s$ و بازهٔ زمانی $t=6s$ تا $t=8s$ نوع حرکت متحرک کندشونده است. از طرفی مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است، بنابراین مسافت پیموده شده توسط متحرک در این مدت برابر است با:

$$\left.\begin{array}{l}\ell_۱ = S_۱ + S_۳ = \frac{v_۰ \times ۴}{۲} + \frac{\frac{v_۰}{۲} \times ۲}{۲} = \frac{۵}{۲}v_۰ \\ \ell_۲ = S_۲ = \frac{\frac{v_۰}{۲} \times (۶-۴)}{۲} = \frac{v_۰}{۲}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\ell_۲}{\ell_۱} = \frac{\frac{v_۰}{۲}}{\frac{۵}{۲}v_۰} = \frac{۱}{۵}$$

۱۶ . گزینه ۳ شتاب در $t = ۳۰(s)$ برابر شیب خط مماس بر منحنی سرعت - زمان در این نقطه است.

$$a_{۳۰} = \frac{-v}{۴۰ - ۳۰} = \frac{-v}{۱۰} \qquad a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - ۱۰}{۳۰}$$

$$\frac{-v}{۱۰} = \frac{v - ۱۰}{۳۰} \Rightarrow -۳v = v - ۱۰ \Rightarrow ۴v = ۱۰ \Rightarrow v = ۲/۵ m/s$$

۱۷ . گزینه ۲ لحظه‌ای که خودرو متوقف شده است (سرعت آن صفر می‌شود) را لحظهٔ T فرض می‌کنیم.

$$۰ \le t \le T \Rightarrow a_{av} = \frac{v(T) - v(۰)}{T - ۰} = \frac{۰ - ۲۱}{T} = -\frac{۲۱}{T} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{۲۱}{T}$$

$$|a_{av}| = ۰/۷۵ \Rightarrow \frac{۲۱}{T} = ۰/۷۵ = \frac{۳}{۴} \Rightarrow T = ۲۸s$$

سرعت خودرو در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۶s ثابت است و در بازهٔ زمانی ۱۶s تا $T = ۲۸s$ در حال کاهش است.

$$\begin{cases} t_۱ = ۱۶s \\ t_۲ = ۲۸s \end{cases} \Rightarrow a'_{av} = \frac{v(۲۸s) - v(۱۶s)}{۲۸ - ۱۶} = \frac{۰ - ۲۱}{۱۲} = -۱/۷۵ \frac{m}{s^۲}$$

اندازهٔ شتاب در بازهٔ زمانی که سرعت در حال کاهش است برابر ۱/۷۵ متر بر مربع ثانیه است.

۱۸ . گزینه ۲ در حرکت با شتاب ثابت متحرک در لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن برابر با صفر شود. بنابراین داریم:

$$x = t^۲ - ۱۰t - ۲۰ \xrightarrow{x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰} \begin{cases} a = ۲m/s^۲ \\ v_۰ = -۱۰m/s \end{cases} \xrightarrow[v=۰]{v = at + v_۰} ۲t - ۱۰ = ۰ \Rightarrow t = ۵s$$

۱۹ . گزینه ۴ برای نوشتن معادله‌ی مکان به a و $v_۰$ نیاز داریم، $v_۰$ مشخص است. پس باید ابتدا a را به‌دست آوریم، بنابراین طبق پارامترهای حرکت (معلوم: $x, v, v_۰$ ، مجهول: a) از معادله‌ی مستقل از زمان استفاده می‌کنیم.

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۶^۲ - ۸^۲ = ۲ \times a \times (۸/۵ - ۵) \Rightarrow a = -۴\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین معادله‌ی مکان - زمان اینگونه است:

$$x = \frac{۱}{۲} \times (-۴) \times t^۲ + ۸t + ۵ \Rightarrow x = -۲t^۲ + ۸t + ۵$$

۲۰ . گزینه ۳ با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب داریم:

$$\Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \times \Delta t \Rightarrow ۱۵۰ = \frac{۱۰ + v_۲}{۲} \times ۱۰ \Rightarrow v_۲ = ۲۰\frac{m}{s}$$

اما مقدار سرعت برحسب $\frac{km}{h}$ خواسته شده است که این سرعت $(۲۰\frac{m}{s})$ برحسب $\frac{km}{h}$ برابر است با: $۷۲\frac{km}{h}$

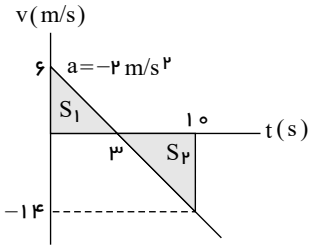
۲۱ . گزینه ۳ توجه: هنگامی که مسافت طی شده خواسته می‌شود باید توجه کنیم ممکن است حرکت رفت و برگشت باشد (در نمودار $(x - t)$ نقاط max و min و در نمودار $(v - t)$ محور تقاطع نمودار با محور افقی t و تغییر علامت v). برای یافتن مسافت طی شده و نیز تندی متوسط S_{av} (که به مسافت طی شده توسط متحرک وابسته است.) رسم نمودار $(v - t)$ و استفاده از مساحت سطح زیر نمودار آن یکی از راه‌کارهای مناسب است.

گام اول: سرعت اولیه را می‌یابیم. شتاب ثابت است و در $t = ۳s$، سرعت متحرک صفر است. (شیب خط مماس برابر سرعت در هر لحظه است.)

$$(t_۲ = ۳s \text{ تا } t_۱ = ۰ \text{ در بازهٔ زمانی}) \Rightarrow \Delta x = (\frac{v + v_۰}{۲})\Delta t \Rightarrow ۳۶ - ۲۷ = (\frac{۰ + v_۰}{۲})(۳ - ۰) \Rightarrow ۹ = \frac{۳}{۲}v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۶\frac{m}{s} \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۶}{۳ - ۰} = -۲\frac{m}{s^۲}$$

$$\Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

گام دوم: نمودار $(v - t)$ را رسم می‌کنیم:



در هر ثانیه $۲\frac{m}{s}$ از تندی کاسته می‌شود، پس:

$$t = ۳s \rightarrow v = ۰$$

$$t = ۱۰s \rightarrow v = ۶ - ۲ \times ۱۰ = -۱۴\frac{m}{s}$$

$t = ۱۰s$ تا $t = ۰$: مسافت طی شده از $L = S_۱ + S_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۳ + \frac{۱}{۲} \times ۱۴ \times ۷ = ۹ + ۴۹ = ۵۸m$

روش دوم: با استفاده از دنباله‌ای که جابه‌جایی‌ها در حرکت با شتاب ثابت در هر ثانیهٔ تشکیل می‌دهد نیز به پاسخ رسید.

۲۲ . گزینه ۲ تندی متوسط، نسبت مسافت پیموده‌شده به مدت زمان طی آن است، در این صورت داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۱۰ + ۳۰}{۵ + ۱۵} = \frac{۴۰}{۲۰} = ۲m/s$$

۲۳ . گزینه ۴ در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط و لحظه‌ای برابرند، بنابراین داریم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -۲۰ = \frac{x - ۲۰}{۵} \Rightarrow x - ۲۰ = -۱۰۰ \Rightarrow x = -۸۰(m)$$

۲۴ . گزینه ۳ در ابتدا با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان)، شتاب حرکت و پس از آن معادله حرکت را می‌نویسیم.

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۸^۲ - ۴^۲ = ۲ \times a \times (۱۰ - ۴) \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین معادله‌ی مکان - زمان اینگونه است:

$$x = \frac{۱}{۲} \times ۴t^۲ + ۴t + ۴ \Rightarrow x = ۲t^۲ + ۴t + ۴$$

۲۵ . گزینه ۴ با توجه به پارامترهای حرکت بین ۳ نقطه، و ثابت بودن شتاب داریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow \begin{cases} ۱۰ = a \times ۳ + v_۰ \\ ۲۰ = a \times ۸ + v_۰ \end{cases} \Rightarrow ۵a = ۱۰ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow ۱۰ = ۲ \times ۳ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۴\frac{m}{s}$$

۲۶ . گزینه ۳ از لحظهٔ رها شدن تا برخورد به زمین حرکت سقوط آزاد انجام شده و از لحظهٔ برخورد به سطح آب، صوت با سرعت ثابت بازمی‌گردد، اگر عمق چاه را h فرض کنیم.

$$\begin{aligned} h &= \frac{۱}{۲}gt_۱^۲ = ۵t_۱^۲ \\ h &= vt_۲ = ۳۰۰t_۲ \end{aligned} \Rightarrow ۵t_۱^۲ = ۳۰۰t_۲ \Rightarrow \begin{cases} t_۱^۲ = ۶۰t_۲ \\ t_۱ + t_۲ = ۳/۱۵ \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_۱ + \frac{t_۱^۲}{۶۰} = ۳/۱۵ \Rightarrow (t_۱ - ۳)(t_۱ + ۶۳) = ۰$$

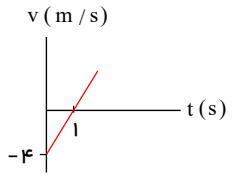
$$\Rightarrow \begin{cases} t_۲ = ۳(s) \\ t_۱ = ۰/۱۵(s) \end{cases} \Rightarrow h = ۳۰۰ \times \frac{۱۵}{۱۰۰} = ۴۵(m)$$

۲۷ . گزینه ۳ با توجه به معادلهٔ حرکت، سرعت اولیه و شتاب را تعیین کرده و نمودار $v - t$ را تعیین می‌کنیم.

$$x = ۲t^۲ - ۴t - ۲ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۴\frac{m}{s^۲} \\ v_۰ = -۴\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۴t - ۴$$

$$v = ۰ \Rightarrow ۴t - ۴ = ۰ \Rightarrow t = ۱s$$



۲۸ . گزینه ۲ حرکت کندشونده است و جهت حرکت که همان علامت سرعت است، منفی است.

$$av < ۰ \xrightarrow{v<۰} a > ۰$$

عبارت ۱ صحیح است، زیرا مسافت و شتاب هر دو مثبت هستند.

عبارت ۲ غلط است، زیرا جابه‌جایی هم‌علامت سرعت است یعنی منفی است؛ ولی شتاب مثبت است.

عبارت ۳ نیز به همین دلیل نادرست است.

عبارت ۴ درست است، زیرا هنگام نزدیک شدن به مبدأ با توجه به شکل متحرک سمت راست مبدأ است، یعنی $x > ۰$ و بردار مکان مثبت است، بنابراین x و a هم‌علامت هستند.

بنابراین ۲ عبارت صحیح است.

۲۹ . گزینه ۲

یکی از راه‌های پیدا کردن مسافت طی شده رسم نمودار v-t و تعیین سطح محصور بین نمودار و محور زمان در بازهٔ زمانی داده شده است. بنابراین داریم:

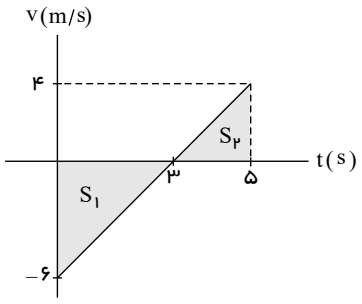
$$v = ۲t - ۶ = ۰ \qquad t = ۳s$$

متحرک در لحظه $t = ۳s$ تغییر جهت می‌دهد.

$$t = ۵s \Rightarrow v = ۴m/s$$

$$S_۱ = \frac{۳ \times (-۶)}{۲} = -۹$$

$$S_۲ = \frac{۲ \times ۴}{۲} = ۴$$



$$l = |S_۱| + |S_۲| = ۱۳(m)$$

۳۰. گزینه ۱ شتاب حرکت ثابت و $v_{\circ} = \circ$ است، پس شیب خط مماس بر نمودارِ (سرعت - زمان) متحرک در تمامی لحظات، باید ثابت باشد و نمودار از مبدأ شروع شده باشد.

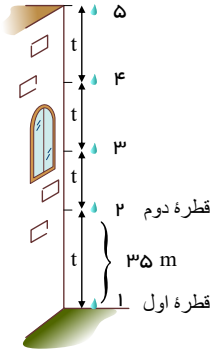
۳۱. گزینه ۱ جهت مثبت را به سوی پایین فرض می‌کنیم.

$$v^{۲} - v_{\circ}^{۲} = ۲a\ \Delta y\ ,\ a = +g$$

$$\Rightarrow v^{۲} = ۲gh \Rightarrow (۳\circ)^{۲} = ۲ \times ۱\circ h \Rightarrow h = ۴۵ \text{ متر}$$

۳۲. گزینه ۱

وقتی قطرهٔ پنجم رها می‌شود قطرهٔ اول به زمین می‌رسد، پس مسیر حرکت را به ۴ زمان مساوی تقسیم می‌کنیم.



$$h = \frac{۱}{۲}gt^{۲} \Rightarrow ۸\circ = ۵t^{۲} \Rightarrow t = ۴s$$

پس فاصلهٔ زمانی هر دو قطره یک ثانیه است.

جابه‌جایی ثانیهٔ اول $= ۵m$

جابه‌جایی ثانیهٔ دوم $= ۱۵m$

جابه‌جایی ثانیهٔ سوم $= ۲۵m$

جابه‌جایی ثانیهٔ چهارم $= ۳۵m$

فاصلهٔ قطرهٔ اول و دوم $= ۳۵m$

۳۳. گزینه ۲ در نمودارهای ۱ و ۲ و ۴ و ۵ حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده بوده است. در نمودار مکان - زمان هرگاه شیب خط مماس بدون توجه به جهت آن به طرف صفر شدن می‌رود، حرکت کندشونده است و از وقتی که از صفر دور می‌شود، یعنی تندی افزایش می‌یابد و حرکت تندشونده است.

۳۴. گزینه ۴ مسافت توقف برابر است با (دقت کنید که سرعت باید برحسب $\frac{m}{s}$ باشد):

$$d = v_{\circ}(\Delta t)_{\text{واکنش}} + \frac{v_{\circ}^{۲}}{۲|a|} = ۳\circ \times \circ/۵ + \frac{۳\circ^{۲}}{۲ \times ۵} = ۱۰۵(m)$$

پس اتومبیل در فاصلهٔ ۱۵ متری مانع خواهد ایستاد. زیرا:

$$۱۲\circ - ۱۰۵ = ۱۵\,m$$

توجه:

$$۱۰۸\frac{km}{h} \div ۳/۶ = ۳\circ\frac{m}{s}$$

و گزینهٔ «۴» پاسخ درست است.

۳۵. گزینه ۴

ابتدا به‌صورت زیر سرعت گلوله در برخورد به زمین را یافته، پس از آن با استفاده از رابطهٔ سرعت - جابه‌جایی، ارتفاع h را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta y = vt - \frac{۱}{۲}at^{۲} \Rightarrow ۱۱ = v \times ۱ - ۵ \times ۱ \Rightarrow v = ۱۶m/s$$

$$v^{۲} - v_{\circ}^{۲} = ۲a\Delta y \Rightarrow ۲۵۶ - \circ = ۲\circ\Delta y \Rightarrow \Delta y = h = ۱۲/۸m$$

۳۶. گزینه ۲ اگر نقطه شروع حرکت را مبدأ مکان و جهت رو به پایین را مثبت فرض کنیم، با استفاده از رابطه $\Delta y = \frac{۱}{۲}gt^{۲} + v_{\circ}t$ و باتوجه به این که $v_{\circ} = \circ$ است، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} h = \frac{۱}{۲}gt^{۲} \\ \frac{۱}{۴}h = \frac{۱}{۲}gt'^{۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{h}{\frac{۱}{۴}h} = \frac{\frac{۱}{۲}gt^{۲}}{\frac{۱}{۲}gt'^{۲}} \Rightarrow \frac{t^{۲}}{t'^{۲}} = ۴ \Rightarrow \frac{t}{t'} = ۲$$

۳۷. گزینه ۴ حرکت با شتاب ثابت است. پس با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب داریم:

$$\left.\begin{aligned} V_{av} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ V_{av} &= \frac{V_{۱} + V_{۲}}{۲} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta t = \frac{۲\Delta x}{V_{۱} + V_{۲}} \Rightarrow t_{۲} - t_{۱} = \frac{۲(x_{۲} - x_{۱})}{V_{۱} + V_{۲}}$$

$$t_۲ = t_۱ + \frac{۲(x_۲ - x_۱)}{V_۱ + V_۲} = ۲ + \frac{۲((+۲۰) - (-۲۰))}{+۵ + (+۱۵)} = ۲ + ۴ = ۶\,s$$

و گزینهٔ «۴» پاسخ درست است.

۳۸ . گزینه ۱ با استفاده از معادلهٔ سرعت - جابه‌جایی، مسافت طی شده در حین ترمز تا توقف $(v = ۰)$ را محاسبه می‌کنیم.

$$v_۰ = ۷۲\frac{km}{h} = ۷۲ \times \frac{۵}{۱۸} = ۲۰\frac{m}{s}$$

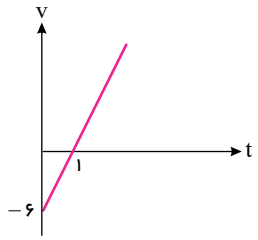
$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{-v_۰^۲}{۲a}$$

$$\frac{\Delta x_{\text{خیس}}}{\Delta x_{\text{خشک}}} = \frac{\frac{-v_۰^۲}{۲a_{\text{خیس}}}}{\frac{-v_۰^۲}{۲a_{\text{خشک}}}} = \frac{a_{\text{خشک}}}{a_{\text{خیس}}} = \frac{۵}{۲}$$

۳۹ . گزینه ۳ با تشکیل معادلهٔ سرعت و رسم نمودار $v - t$ می‌توان نوع و جهت حرکت را در هر لحظهٔ پیدا کرد.

$$x = ۳t^۲ - ۶t + ۱۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲}a = ۳ \Rightarrow a = ۶\frac{m}{s^۲}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = ۶t - ۶$$



با توجه به نمودار $v - t$ می‌توان دریافت که:

گزینهٔ «۱» صحیح است. متحرک در $t = ۱\,s$ تغییر جهت می‌دهد.

گزینهٔ «۲» صحیح است. متحرک در $t = ۱/۵s$ در حال دور شدن از محور t است، بنابراین حرکتش تندشونده است.

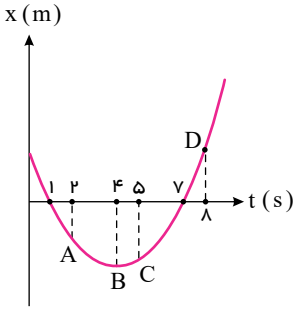
گزینهٔ «۳» غلط است. در $t = ۱/۲s$ سرعت متحرک مثبت و جهت حرکت در جهت مثبت محور xها است.

۴۰ . گزینه ۲ رسم منحنی در نمودار $x - t$ که به شکل سهمی است، بهترین روش بررسی کل حرکت است.

$$x = t^۲ - ۸t + ۷ = (t - ۱)(t - ۷)$$

شتاب کل حرکت مثبت است:

$$\frac{۱}{۲}a = ۱ \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$



گزینهٔ «۱»: در لحظهٔ $t = ۵s$ متحرک به سمت مبدأ حرکت می‌کند (نقطهٔ C)

گزینهٔ «۲»: در لحظهٔ $t = ۲s$ یعنی نقطهٔ A، شیب یعنی سرعت منفی است.

$$v < ۰ \text{ و } a > ۰ \Rightarrow av < ۰$$

حرکت کندشونده است.

گزینهٔ «۳»: لحظهٔ $t = ۴$، ثانیه شیب نمودار برابر صفر است.

گزینهٔ «۴»: در لحظهٔ $t = ۸s$، شیب منحنی مثبت است و در حال دور شدن از مبدأ است (نقطهٔ D)، حرکت کندشونده است.

$$v > ۰ \text{ و } a > ۰ \Rightarrow av > ۰$$

پاسخنامه کلیدی

۱. [۱]	۷. [۱]	۱۳. [۲]	۱۹. [۴]	۲۵. [۴]	۳۱. [۱]	۳۷. [۴]
۲. [۱]	۸. [۳]	۱۴. [۲]	۲۰. [۳]	۲۶. [۳]	۳۲. [۱]	۳۸. [۱]
۳. [۴]	۹. [۴]	۱۵. [۳]	۲۱. [۳]	۲۷. [۳]	۳۳. [۲]	۳۹. [۳]
۴. [۳]	۱۰. [۳]	۱۶. [۳]	۲۲. [۲]	۲۸. [۲]	۳۴. [۴]	۴۰. [۲]
۵. [۳]	۱۱. [۴]	۱۷. [۲]	۲۳. [۴]	۲۹. [۲]	۳۵. [۴]	
۶. [۳]	۱۲. [۲]	۱۸. [۲]	۲۴. [۳]	۳۰. [۱]	۳۶. [۲]	

آموزشگاه آلاء