

گزینه ۴

۱

گزینه ۴ درست است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\frac{V_B}{I_B}}{\frac{V_A}{I_A}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{9}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

گزینه ۱

۲

گزینه ۲

۳

توان مصرفی لامپ را محاسبه می‌کنیم.

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$\frac{P}{P'} = \left(\frac{V}{V'}\right)^2 \Rightarrow \frac{100}{P'} = \left(\frac{220}{200}\right)^2 \Rightarrow P' = \frac{10^4}{121} \text{ W} = \frac{10}{121} \text{ kW}$$

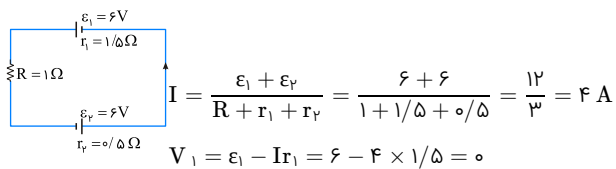
$$U = P \cdot t = \frac{10}{121} \times 11 = \frac{10}{11} \text{ kWh}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

گزینه ۱

۴

ابتدا جریان مدار را به دست آورده و سپس اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد \mathcal{E}_1 را محاسبه می‌کنیم:



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

گزینه ۲

۵

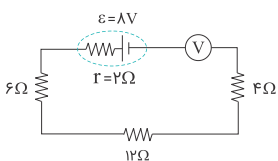
LDR مقاومت نوری است که مقاومت آن به نور تابیده شده بستگی دارد، به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

گزینه ۱

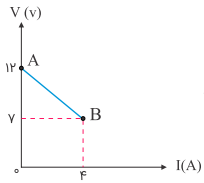
۶

مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل بی‌نهایت است و اگر به‌طور متوالی در مدار قرار می‌گیرد طبق رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$ شدت جریان مدار صفر می‌شود. در این حالت ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مولد یا همان نیروی محرکه مولد را نشان می‌دهد: $V = \mathcal{E} = 8V$



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

باتوجه به رابطه $V = \varepsilon - Ir$ و با استفاده از داده‌های نمودار در دو نقطه A و B مقدار ε و r به دست خواهد آمد.
در نقطه A:



$$\begin{cases} V_A = \varepsilon - I_A r \\ V_A = 12V \\ I_A = 0 \end{cases} \Rightarrow 12 = \varepsilon - 0 \Rightarrow \varepsilon = 12V$$

در نقطه B:

$$\begin{cases} V_B = \varepsilon - I_B r \\ V_B = 7V \\ I_B = 4A \end{cases} \Rightarrow 7 = 12 - 4r \Rightarrow r = \frac{5}{4} = 1/25 \Omega$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

گام اول

الف) اگر توان تلف شده در مقاومت درونی مولد برابر λ وات باشد $P_r = \lambda W$
ب) مقاومت R چند اهم است؟ $R = ? \Omega$

گام دوم

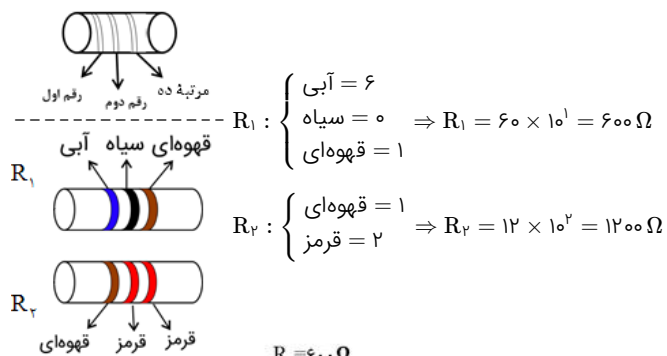
با استفاده از توان مقاومت داخلی جریان مدار محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} P = rI^2 \\ r = 2 \Omega \\ P = \lambda W \end{cases} \Rightarrow \lambda = 2 \times I^2 \Rightarrow I = 2 A$$

با استفاده از قاعده حلقه می‌توانیم مقاومت R را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} \varepsilon - IR - Ir = 0 \\ \varepsilon = 12V \\ r = 2 \Omega \\ I = 2A \end{cases} \Rightarrow 12 - 2 \times R - 2 \times 2 = 0 \Rightarrow R = 4 \Omega$$

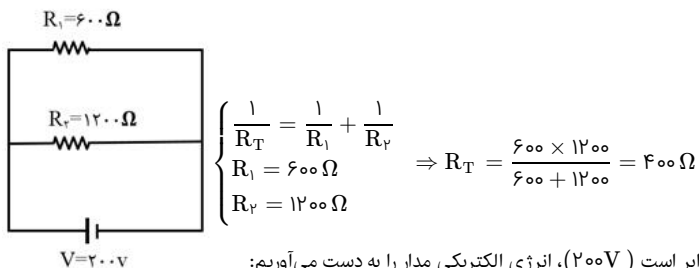
ابتدا مقدار مقاومت‌ها را مشخص می‌کنیم:



$$R_1 : \begin{cases} \text{آبی} = 6 \\ \text{سیاه} = 0 \\ \text{قهوه‌ای} = 1 \end{cases} \Rightarrow R_1 = 60 \times 10^1 = 600 \Omega$$

$$R_2 : \begin{cases} \text{قهوه‌ای} = 1 \\ \text{قرمز} = 2 \end{cases} \Rightarrow R_2 = 12 \times 10^2 = 1200 \Omega$$

بنابراین مدار به صورت زیر درمی‌آید:



مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم موازی هستند، بنابراین:

باتوجه به اینکه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها، با ولتاژ دو سر مولد برابر است ($200V$)، انرژی الکتریکی مدار را به دست می‌آوریم:

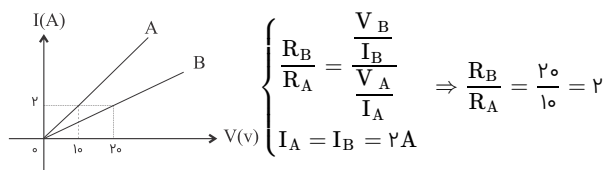
$$\begin{cases} W = \frac{V^2}{R_T} t \\ V = 200V \\ R_T = 400 \Omega \\ t = 1/5 h \end{cases} \Rightarrow W = \frac{200^2 \times 10^3}{400} \times 1/5 = 150 Wh = 0.15 kWh$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

مقاومت الکتریکی رشته تنگستن با افزایش دما، افزایش می‌یابد، بنابراین هنگام روشن بودن دارای مقاومت الکتریکی بیشتری است تا هنگام خاموش بودن.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

باتوجه به نمودار، به ازای جریان ۲ آمپر، مقدار ولتاژ دو مقاومت A و B به ترتیب برابر ۱۰ و ۲۰ ولت است. بنابراین کافی است از رابطه $R = \frac{V}{I}$ استفاده کنیم:

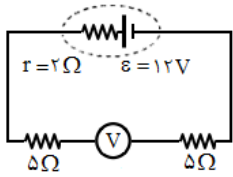


کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۵

جریان خروجی از رئوسا، از C خارج می‌شود (نه از B) و لغزنده تأثیری روی سیمی که از آن عبور می‌کند ندارد. در واقع طول سیم ثابت باقی می‌ماند و جریان تغییری نمی‌کند.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

ولت‌سنج وسیله‌ای است با مقاومت بسیار زیاد؛ بنابراین وقتی به‌طور متوالی در مدار قرار می‌گیرد طبق رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ شدت جریان مدار صفر می‌شود. در این حالت ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مولد یا همان نیروی محرکه مولد را نشان می‌دهد. $V = \varepsilon = 12V$



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۱

حالت اول) کلید باز است.
طبق قاعده حلقه، جریان برابر است با:

$$\varepsilon - I_1 r - I_1 R = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{1/5}{0/5 + 0/5} = 1/5 \text{ A}$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با:

$$V_1 = \varepsilon - I_1 r \Rightarrow V_1 = 1/5 - 1/5 \times 0/5 = 0/75 \text{ V}$$

حالت دوم) با بستن کلید مقاومت R اتصال کوتاه می‌شود، بنابراین جریان برابر است با:

$$\varepsilon - I_2 r = 0 \Rightarrow 1/5 - I_2 \times 0/5 = 0 \Rightarrow I_2 = 3 \text{ A}$$

بنابراین تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با:

$$\begin{cases} \Delta V = V_1 - V_2 \\ V_1 = 0/75 \text{ V} \\ V_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta V = 0/75 - 0 = 0/75 \text{ V}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

گام اول

الف) دو سیم فلزی A و B دارای طول و مقاومت الکتریکی مساوی‌اند. $I_A = I_B, R_A = R_B$
ب) اگر جرم سیم B، $\frac{2}{3}$ جرم سیم A بوده $m_B = \frac{2}{3} m_A$
ج) چگالی آن، $\frac{1}{3}$ چگالی سیم A باشد $\rho_B = \frac{1}{3} \rho_A$ (چگالی)
د) مقاومت ویژه سیم B چندبرابر مقاومت ویژه سیم A است؟ $\frac{\rho_B}{\rho_A} = ?$ (مقاومت ویژه)

گام دوم

با استفاده از روابط $R = \rho \frac{l}{A}$ و $\rho = \frac{m}{V}$ (چگالی)، نسبت مقاومت ویژه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$R_A = R_B \Rightarrow \rho_A \frac{l_A}{A_A} = \rho_B \frac{l_B}{A_B} \xrightarrow{A=\frac{V}{l}} \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{V_B}{V_A} \frac{l_A}{l_B}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{\frac{m_B}{V_B}}{\frac{m_A}{V_A}} = \frac{\frac{2}{3} m_A}{m_A} \times \frac{1}{\frac{1}{3} \rho_A} = 2$$

گام اول

توان مصرفی در مقاومت‌های خارجی مدار چند وات است؟ $P = ? (W)$ ، منظور از مقاومت‌های خارجی، مقاومت معادل بین R ، ΔR است.

گام دوم

مقاومت‌های نشان‌داده‌شده باهم موازی می‌باشند، در نتیجه مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{20} + \frac{1}{\Delta} \Rightarrow R_T = \frac{20 \times \Delta}{20 + \Delta} = 4\Omega$$

با استفاده از قاعده حلقه می‌توانیم جریان I را به دست بیاوریم:

$$\varepsilon - Ir - IR_T = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{9}{4/\Delta} = 2A$$

بنابراین توان مقاومت‌های خارجی برابر است با:

$$P = R_T I^2 = 4(2)^2 = 16W$$

کافی است که مقاومت معادل R_{AB} را برحسب R به دست بیاوریم. ابتدا مقاومت معادل بین دو مقاومتی که موازی بسته شده‌اند را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_1 = \frac{R}{2}$$

مقاومت‌های R و R_1 در شاخه بالا متوالی هستند، بنابراین:

$$R_2 = \frac{R}{2} + R = \frac{3}{2}R$$

حالا تنها دو مقاومت موازی داریم:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{\frac{3}{2}R} + \frac{1}{R} = \frac{\Delta}{3R} \Rightarrow R_{AB} = \frac{3}{\Delta}R$$

باتوجه به اینکه $R_{AB} = 3\Omega$ است، بنابراین:

$$3 = \frac{3}{\Delta}R \Rightarrow R = \Delta\Omega$$

آمپرسنج وسیله‌ای است با مقاومت ناچیز که به‌طور متوالی در مدار قرار می‌گیرد تا شدت جریان مدار را اندازه‌گیری کند. ولتسنج وسیله‌ای است با مقاومت بسیار زیاد که به‌طور موازی بین دو نقطه از مدار قرار می‌گیرد و اختلاف پتانسیل این دو نقطه را اندازه‌گیری می‌کند. بنابراین ولتسنج و آمپرسنج تنها در شکلی درست بسته شده‌اند که ولتسنج موازی با مقاومت و آمپرسنج متوالی با مقاومت باشد.

گام اول

الف) قطر مقطع سیم مسی A، ۲ برابر قطر مقطع سیم مسی B است $\leftarrow \frac{D_A}{D_B} = 2$ ، $\rho_A = \rho_B$ ،
 ب) طول سیم A، $\frac{1}{4}$ طول سیم B است $\leftarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{4}$
 ج) مقاومت سیم A برابر 5Ω $\leftarrow R_A = 5\Omega$
 د) مقاومت سیم B چند اهم است؟ $\leftarrow R_B = ?\Omega$

گام دوم

باتوجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ نسبت $R = \frac{R_A}{R_B}$ را به دست آورده و سپس R_B را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} R = \rho \frac{L}{A} \\ A = \pi \frac{D^2}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A \frac{L_A}{A_A}}{\rho_B \frac{L_B}{A_B}}$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{5}{R_B} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} \right)^2 \Rightarrow R_B = 5 \times 16 = 80\Omega$$

گزینه ۲

می‌دانیم در نمودار V بر حسب I، (دوسر مولد) طول از مبدأ برابر $\frac{E}{r}$ است، بنابراین داریم:

$$\varepsilon_B = 20V, \varepsilon_A = 10V$$

$$\frac{\varepsilon_B}{r_B} = \frac{\varepsilon_A}{r_A} \Rightarrow \frac{20}{r_B} = \frac{10}{r_A} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 2$$

گزینه ۳

طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ نتیجه می‌گیریم که توان مصرفی با مقاومت مدار نسبت وارون دارد.
 هنگامی که هر دو کلید بسته شوند، مقاومت‌ها موازی شده و مقاومت مدار کمترین مقدار و توان مصرفی مدار بیشترین مقدار را خواهند داشت:

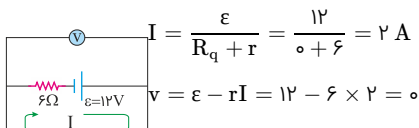
$$R_{\min} = \frac{288}{3} \Omega$$

اگر فقط کلید شاخهٔ بالا بسته شود، مقاومت مدار بیشترین مقدار و توان مصرفی مدار کمترین مقدار را خواهند داشت:

$$R_{\max} = 288 \Omega$$

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{\frac{V^2}{R_{\min}}}{\frac{V^2}{R_{\max}}} = \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{288}{\frac{288}{3}} = 3$$

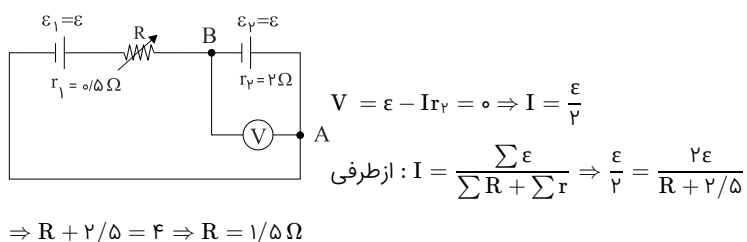
گزینه ۱



گزینه ۴

ترمیستور نوعی از مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما، با مقاومت‌های الکتریکی معمولی متفاوت است. اغلب از ترمیستورها به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش و دماپاها و نیز در دماسنج‌ها استفاده می‌شود.

با استفاده از رابطه زیر، مقدار R را به دست می‌آوریم:



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۰

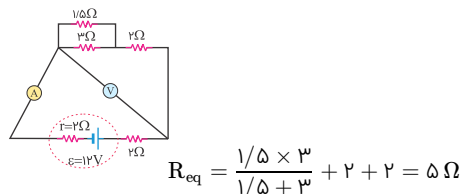
گام اول

به تدریج R را افزایش می‌دهیم $\leftarrow I$ کاهش می‌یابد.

گام دوم

با افزایش R ، مقدار مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد و طبق رابطه $I = \frac{\varepsilon}{r + R}$ جریان الکتریکی نور لامپ L_2 کاهش می‌یابد. از آنجا که اختلاف پتانسیل ثابت باقی می‌ماند ($V = V_1 + V_2$) و V_2 کاهش می‌یابد ($V_2 = R_2 I$)، V_1 باید افزایش یابد. پس طبق رابطه $P = \frac{V_1^2}{R_1}$ توان لامپ L_1 افزایش می‌یابد و نور آن زیاد می‌شود.

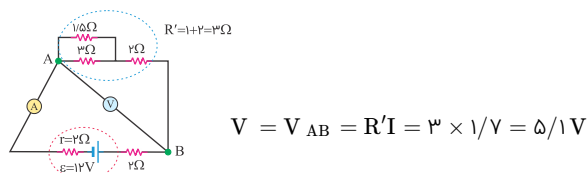
گام اول: مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω با آمپرسنج ایده آل موازی‌اند پس اتصال کوتاه می‌شوند. شکل ساده‌شده مدار به صورت زیر خواهد شد. بنابراین با یک مدار تک‌حلقه روبرو هستیم.



$$I_{\text{باتری}} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۱۲}{۵ + ۲} = \frac{۱۲}{۷} = ۱/۷ A$$

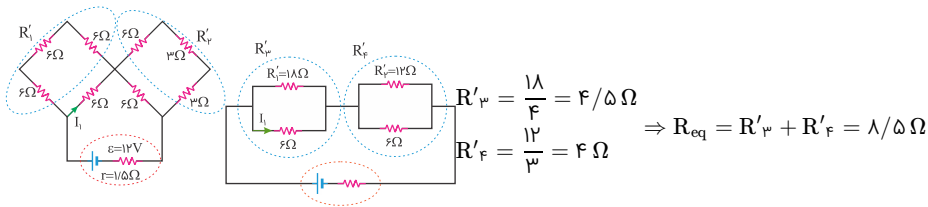
گام دوم: مقاومت معادل مدار و جریان عبوری از باتری را حساب می‌کنیم.

گام سوم: عدد ولت‌سنج برابر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل شاخه بالای ولت‌سنج است. پس:



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

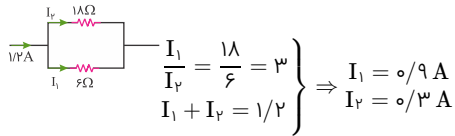
گام اول: شکل را مقداری ساده می‌کنیم و مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:



گام دوم: جریان عبوری از مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{12}{1/5 + 1/1} = \frac{12}{1.2} = 10 \text{ A}$$

گام سوم: حال به کمک نسبت تقسیم جریان‌ها I_1 را به دست می‌آوریم:



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

راه‌حل اول:

به ازای جریان‌های $I_1 = 3 \text{ A}$ و $I_2 = 5 \text{ A}$ توان‌های خروجی باتری یکسان است:

$$P = \varepsilon I - r I^2 \Rightarrow 3\varepsilon - 9r = 5\varepsilon - 25r \Rightarrow \frac{\varepsilon}{r} = 8 \quad (*)$$

ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد، اگر این عدد صفر باشد یعنی:

$$V = \varepsilon - Ir \xrightarrow{V=0} 0 = \varepsilon - Ir \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r} \xrightarrow{(*)} I = 8 \text{ A}$$

راه‌حل دوم:

اگر به ازای جریان‌های $I_1 = 3 \text{ A}$ و $I_2 = 5 \text{ A}$ توان‌های خروجی باتری یکسان باشد به ازای $I = \frac{I_1 + I_2}{2} = 4 \text{ A}$ توان خروجی بیشینه است. در این حالت $I = \frac{\varepsilon}{r}$ می‌باشد:

$$I = \frac{I_1 + I_2}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4 \text{ A}$$

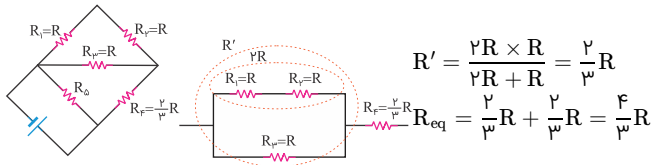
$$I = \frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow 4 = \frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{r} = 4$$

معادله دو سر باتری $V = \varepsilon - Ir$ است. اگر $V = 0$ باشد داریم:

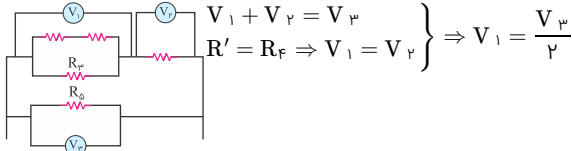
$$V = \varepsilon - Ir = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r} = 4 \text{ A}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

گام اول: در شاخه بالا مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:



گام دوم: اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_p ، نصف اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_Δ است:

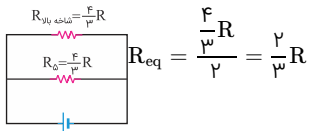


گام سوم: از اینکه توان مقاومت R_p ، $\frac{1}{3}$ توان R_Δ است داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_p}{P_\Delta} = \left(\frac{V_p}{V_\Delta}\right)^2 \left(\frac{R_\Delta}{R_p}\right)$$

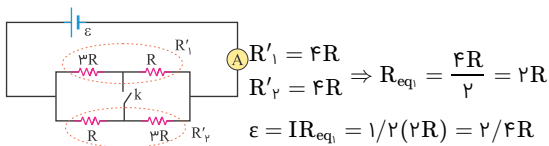
$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{R_\Delta}{R} \Rightarrow R_\Delta = \frac{4}{3}R$$

گام آخر: حال مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:

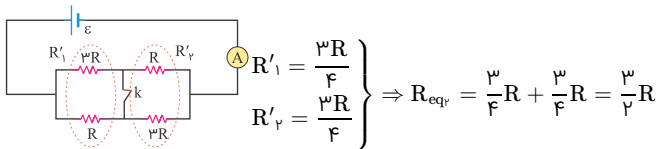


کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

گام اول: ϵ را برحسب R به دست می‌آوریم، برای این کار ابتدا مقاومت معادل مدار را برحسب R مشخص می‌کنیم:



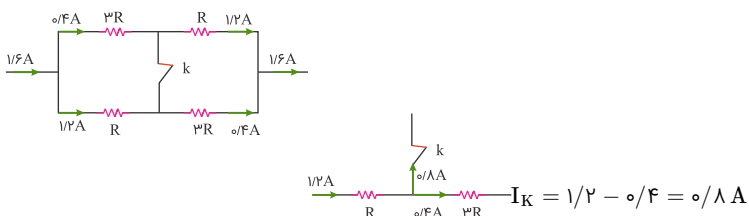
گام سوم: در حالتی که کلید بسته است مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم:



گام چهارم: جریان عبوری از مدار را در حالت دوم به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq2}} = \frac{2/4R}{3/2R} = 1/6 A$$

گام پنجم: تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی با اندازه مقاومت‌ها نسبت عکس دارد بنابراین داریم:

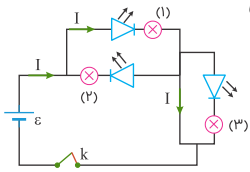


گام آخر: از قانون گره می‌توانیم نتیجه بگیریم که جریان عبوری از کلید $0/8 A$ است:

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

با بستن کلید جریان مطابق شکل زیر در مدار ایجاد می‌شود.

دیوها در مدار نقش یکسوکننده را دارند. دیودی که در مدار برخلاف جهت جریان بسته‌شده جریانی از آن عبور نمی‌کند و لامپ (۲) خاموش می‌ماند. دو سر شاخه‌ای که لامپ (۳) در آن قرار دارد دچار اتصال کوتاه شده بنابراین جریانی از آن نیز عبور نمی‌کند و روشن نمی‌شود بنابراین فقط لامپ (۱) روشن می‌شود.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

با کاهش مقاومت R مقاومت کل مدار افزایش یافته و از رابطه $I = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{r_1 + r_2 + R}$ نتیجه می‌گیریم که جریان کل مدار افزایش می‌یابد. معادله اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۱) $V = \epsilon_1 - Ir_1$ است که با افزایش I ، کاهش می‌یابد. معادله توان ورودی باتری (۲) $P = I\epsilon_2 + rI^2$ است که با افزایش I ، P افزایش می‌یابد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

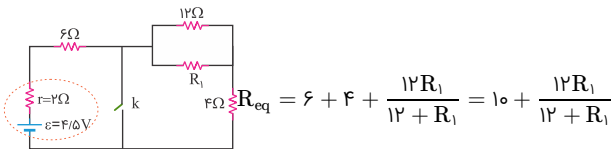
۱- با بستن کلید اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۶ اهمی دو برابر می‌شود یعنی جریان عبوری از مدار ۲ برابر می‌شود:

$$I_2 = 2I_1$$

۲- با بستن کلید سمت راست مدار دچار اتصال کوتاه‌شده و جریانی از آن عبور نمی‌کند و جریان از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I_2 = \frac{\epsilon}{r + R} = \frac{4/\omega}{2 + 6} = \frac{4/\omega}{8}$$

۳- در حالت اول برای مقاومت معادل مدار داریم:



۴- در حالت اول جریان نصف حالت دوم است داریم:

$$I_1 = \frac{I_2}{2} = \frac{4/\omega}{16}, \quad I_1 = \frac{\epsilon}{r + R_{eq}} \Rightarrow \frac{4/\omega}{16} = \frac{4/\omega}{2 + 10 + \frac{12R_1}{12 + R_1}}$$

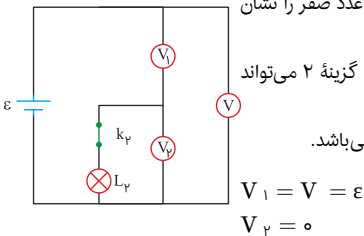
$$\Rightarrow 16 = 12 + \frac{12R_1}{12 + R_1} \Rightarrow \cancel{12} = \frac{\cancel{12}R_1}{12 + R_1} \Rightarrow R_1 = 6 \Omega$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

با قطع کردن کلید k_1 جریان اصلی مدار قطع می‌شود. چون از لامپ L_2 جریانی نمی‌گذرد پس اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر شده و ولت‌سنج V_2 عدد صفر را نشان خواهد داد.

ولت‌سنج V که به دو سر مولد وصل است طبق رابطه $V = \epsilon - Ir$ و با صفر شدن I ، نیرومحرکه مولد را نشان می‌دهد و صفر نیست (پس فقط گزینه ۲ می‌تواند صحیح باشد)

با استدلالی مشابه ولت‌سنج V_1 هم اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان خواهد داد که در این مدار که فاقد جریان است برابر با نیرومحرکه مولد می‌باشد.

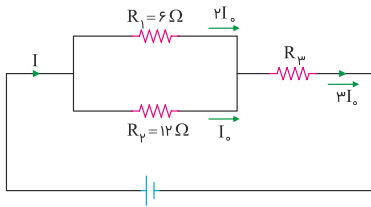


$$V_1 = V = \epsilon$$

$$V_2 = 0$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

اگر جریان گذرنده از R_2 را I_o فرض کنیم جریان گذرنده از بقیه مقاومت‌ها همانند شکل خواهند بود:



$$P_3 = \epsilon P_2 \Rightarrow R_3 (\epsilon I_o)^2 = \epsilon \times R_2 \times (I_o)^2$$

$$R_3 \times 9 I_o^2 = \epsilon \times 12 \times I_o^2 \Rightarrow R_3 = 8 \Omega$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

اگر مقاومت رتوستا صفر باشد مثل اتصال کوتاه عمل کرده و مقاومت 6Ω نیز از مدار حذف می‌گردد.

$$I = \frac{\epsilon}{R_o + r} = \frac{12}{1/5} = 8 A \Rightarrow V = \epsilon - Ir = 0$$

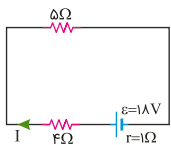
اگر مقاومت رتوستا به 18 اهم افزایش یابد داریم:

$$R_t = \frac{18 \times 6}{18 + 6} = 4/5 \Omega \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{R + r} = \frac{12}{4/5 + 1/5} = 2 A$$

$$\Rightarrow V = \epsilon - Ir = 12 - 2 \times 1/5 = 9 V$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

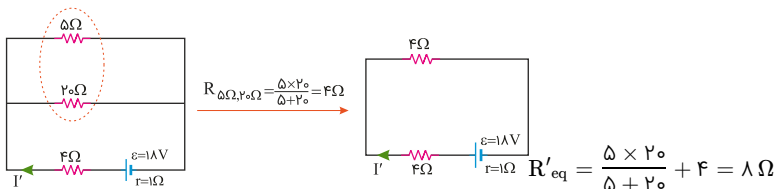
گام اول: قبل از بستن کلید، جریان مدار و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω را به دست می‌آوریم. در این حالت مقاومت 20Ω در مدار قرار نمی‌گیرد.



$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{18}{5 + 4 + 1} = 1/8 A$$

$$V_{5\Omega} = RI = 5 \times 1/8 = 9 V$$

گام دوم: با بستن کلید، مقاومت 20Ω به مدار اضافه می‌شود. در این حالت جریان عبوری از باتری برابر است با:



$$I' = \frac{\epsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{18}{8 + 1} = 2 A$$

گام سوم:

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω اهمی برابر با اختلاف پتانسیل شاخه پایینی است:

$$V'_{5\Omega} = \epsilon - I'r - I'R_{4\Omega} = 18 - 2 \times 1 + 2 \times 4 = 8 V$$

یا از روش دیگر (طبق ویژگی مقاومت‌های موازی):

$$V'_{5\Omega} = V_{20\Omega} = V_{5\Omega,20\Omega} = I'R_{5,20} = 2 \times 4 = 8 V$$

به این ترتیب اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω به اندازه $8 - 9 = -1 V$ تغییر کرده است؛ یعنی مقدار اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت ۱ ولت کاهش یافته است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

گام اول

الف) R متغیر را از $2r$ تا r کاهش می‌دهیم $\leftarrow R_1 = 2r, R_2 = r$
 ب) افت پتانسیل در باتری چندبرابر می‌شود؟ $\leftarrow \frac{V_2}{V_1} = ?$

گام دوم

باتوجه به رابطه $\epsilon - Ir = V_{\text{مولد}}$ ، می‌دانیم Ir افت پتانسیل است پس طبق رابطه $V = Ir = \frac{\epsilon}{R+r}r$ افت پتانسیل مولد را در دو حالت R_1 و R_2 به دست می‌آوریم:

در حالت دوم:

$$V_1 = \frac{\epsilon r}{R_1 + r} \Rightarrow V_1 = \frac{\epsilon r}{2r + r} = \frac{\epsilon}{3}$$

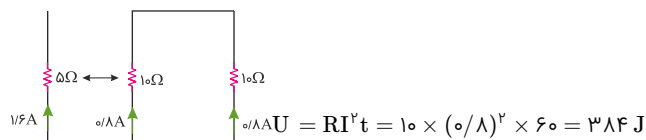
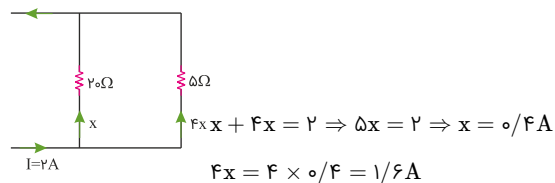
$$V_2 = \frac{\epsilon r}{R_2 + r} \Rightarrow V_2 = \frac{\epsilon r}{r + r} = \frac{\epsilon}{2}$$

بنابراین نسبت افت پتانسیل در باتری برابر است با:

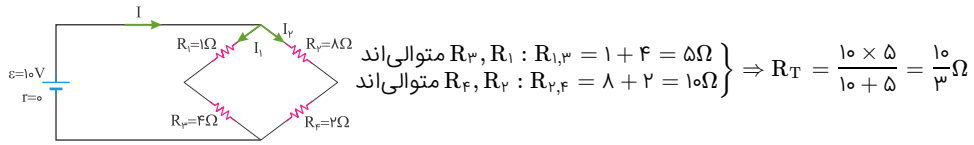
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{\epsilon}{2}}{\frac{\epsilon}{3}} = \frac{3}{2}$$

$$I = \frac{\epsilon}{R_{\text{eq}} + r} \Rightarrow 2 = \frac{12}{R_{\text{eq}} + 2} \Rightarrow R_{\text{eq}} = 4\Omega$$

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{6} - \frac{1}{10} - \frac{1}{20} \Rightarrow R = 10\Omega$$



ابتدا جریان I ، I_1 ، I_2 را حساب کرده و سپس طبق رابطه $U = R_3 I_1^2 t$ انرژی مصرفی در R_3 را محاسبه می‌کنیم:



حال جریان کل (1) و مقادیر I_1 و I_2 را به دست می‌آوریم:

$$R_T = \frac{V}{I_T} \Rightarrow \frac{10}{3} = \frac{10}{I_T} \Rightarrow I_T = 3 \text{ A}$$

یا $R_{1,3}$ یا $R_{2,4}$ موازی بوده و اختلاف پتانسیل آن‌ها یکسان است.

$$V_{1,3} = V_{2,4} \Rightarrow R_{2,4} I_2 = R_{1,3} I_1 \Rightarrow 6 I_2 = 5 I_1 \Rightarrow 2 I_2 = I_1 \quad (1)$$

طبق قانون گره‌ها داریم:

$$I = I_1 + I_2 \xrightarrow{(1)} I = 2 I_2 + I_2 = 3 I_2 \Rightarrow 3 = 3 I_2 \Rightarrow I_2 = 1 \text{ A}, I_1 = 2 \text{ A}$$

$$U_3 = R_3 I_1^2 t = 4 \times (2)^2 \times 3 = 48 \text{ J}$$

گام اول

الف) قطر مقطع دو سیم مسی A و B به ترتیب 0.2mm و 0.3mm ← 0.3mm و 0.2mm ، $D_B = 0.3\text{mm}$ ، $D_A = 0.2\text{mm}$ ، $\rho_A = \rho_B$

ب) طول این دو سیم باهم برابر است ← $L_A = L_B$

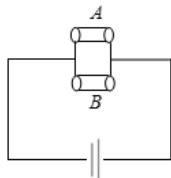
ج) دو سیم به‌طور موازی به اختلاف پتانسیل ثابتی بسته شده‌اند ← $V_A = V_B$

د) از مجموعه جریان $2/6$ آمپر می‌گذرد ← $I_A + I_B = 2/6 \text{ (A)}$

ه) شدت جریان عبوری از سیم A چند آمپر است؟ ← $I_A = ?$

گام دوم

اختلاف پتانسیل دو سیم A و B باهم برابر است، بنابراین:



$$\begin{cases} V_A = V_B \\ V = IR \end{cases} \Rightarrow I_A R_A = I_B R_B \Rightarrow I_B = \frac{R_A}{R_B} I_A$$

از طرفی می‌دانیم $I_A + I_B = 2/6 \text{ (A)}$ ، با استفاده از این دو رابطه می‌توانیم I_A را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} I_A + I_B = 2/6 \\ I_B = \frac{R_A}{R_B} I_A \end{cases} \Rightarrow I_A + \frac{R_A}{R_B} I_A = 2/6$$

$$R = \rho \frac{L}{\pi \left(\frac{D}{4}\right)^2} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A L_A}{\rho_B L_B} = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\begin{cases} I_A + \frac{R_A}{R_B} I_A = 2/6 \\ \frac{R_A}{R_B} = \frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow I_A + \frac{9}{4} I_A = 2/6 \Rightarrow \frac{13}{4} I_A = 2/6 \Rightarrow I_A = 0.8 \text{ A}$$

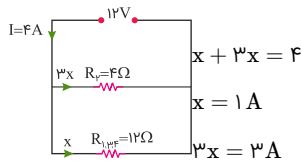
$$\text{موازی } R_1, R_3 \Rightarrow R_{1,3} = 4\Omega$$

$$\text{متوالی } R_{1,3}, R_4 \Rightarrow R_{1,3,4} = 4 + 8 = 12\Omega$$

$$\text{موازی } R_{1,3,4}, R_2 \Rightarrow R_{eq} = 3\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12}{3} = 4A$$

آمپرسنج A_1 جریان کل یعنی $4A$ را نشان می‌دهد.



آمپرسنج A_2 جریان x را نشان می‌دهد.

$$x = 1A$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: چون در شاخه وسط، نقاط ab به هم اتصال ندارند، هیچ جریانی از این شاخه عبور نمی‌کند و آن را مدار حذف می‌کنیم:

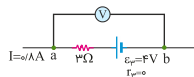


گام دوم: جریان مدار را با استفاده از رابطه $I = \frac{\epsilon_T}{R_{eq} + r_1 + r_2}$ به دست می‌آوریم. باتوجه به جهت پیکان نیروی محرکه باتری‌ها، $\epsilon_T = \epsilon_1 - \epsilon_2$ است و جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\epsilon_T}{R_{eq} + r_1 + r_2} = \frac{16 - 6}{4 + 3 + 6 + 2 + 0} = \frac{10}{15} = 2/3 A$$

جهت جریان به صورت پادساعتگرد در مدار است.

گام سوم: از یک سر ولتسنج شروع به حرکت درون مدار می‌کنیم تا به سر دیگر آن برسیم. اختلاف پتانسیل به دست آمده بین دو سر ولتسنج همان عدد ولتسنج است.

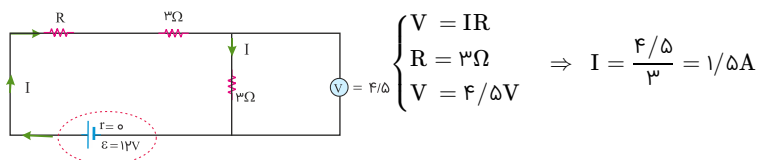


$$V_a - 3I - \epsilon_2 = V_b \Rightarrow V_a - 2/4 - 6 = V_b$$

$$\Rightarrow V_a - V_b = 6/4 V \Rightarrow \text{عدد ولتسنج} = V = 6/4 V$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل مقاومت 3Ω (مقاومت موازی با ولت‌سنج) را $4/5$ ولت نشان می‌دهد. ابتدا با استفاده از رابطه $V = IR$ شدت جریان را محاسبه می‌کنیم سپس با استفاده از قاعده حلقه، مقدار R را به دست می‌آوریم:



حال از قاعده حلقه استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} +\varepsilon - IR - I \times 3 - I \times 3 = 0 \\ \varepsilon = 12V \\ I = 1/5A \end{cases} \Rightarrow 12 - 1/5R - 1/5 \times 3 - 1/5 \times 3 = 0 \Rightarrow 1/5R = 3 \Rightarrow R = 2\Omega$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۲

گام اول: چون $\frac{1}{\rho}$ سیم را نگه داشته‌ایم، حجم سیم باقی‌مانده با هر تغییری در ابعاد، $\frac{1}{\rho}$ حجم سیم اولیه خواهد بود. طبق گفته تست در نهایت طول سیم باقی‌مانده برابر با طول سیم اولیه است و می‌دانیم که حجم آن $\frac{1}{\rho}$ حجم سیم اولیه است؛ بنابراین نسبت سطح مقطع سیم پس از دو تغییر متوالی به سطح مقطع اولیه سیم برابر است با:

$$V_2 = \frac{1}{\rho} V_1 \Rightarrow A_2 L_2 = \frac{1}{\rho} A_1 L_1 \xrightarrow{L_1=L_2} A_2 = \frac{1}{\rho} A_1$$

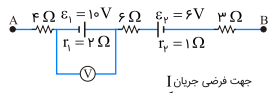
گام دوم: حالا با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ به صورت نسبتی، مقاومت سیم پس از دو تغییر را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{\rho'}{\rho} \times \frac{L'}{L} \times \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{R'}{R} = 1 \times 1 \times \frac{1}{\rho} \Rightarrow R' = 24\Omega$$

توجه کنید که رابطه را به صورت مستقیم بین مقاومت اولیه و مقاومت نهایی سیم نوشته‌ایم.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

با استفاده از داده صورت سؤال و جهت جریان فرض شده داریم:

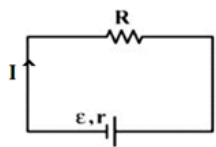


$$V_B - 3I - I + 6 - 6I - 2I - 10 - 4I = V_A \Rightarrow V_A - V_B = -16I - 4 \xrightarrow{V_A - V_B = -12V} -12 = -16I - 4 \Rightarrow 16I = 8 \Rightarrow I = 0.5A$$

حال اختلاف پتانسیل دو سر مولد ε_1 را به دست می‌آوریم:

$$V = |-\varepsilon_1 - I r_1| = |-10 - 0.5 \times 2| = 11V$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵



$$R_1 : P_1 = R_1 I_1^2 \\ R_2 : P_2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow P_1 = P_2$$

$$\Rightarrow R_1 I_1^2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow R_1 \left(\frac{\varepsilon}{R_1 + r} \right)^2 = R_2 \left(\frac{\varepsilon}{R_2 + r} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{R_2 + r}{R_1 + r} = \frac{\sqrt{R_2}}{\sqrt{R_1}} \xrightarrow{\text{تفصیل نسبت در صورت}} \frac{R_2 + r - R_1 - r}{R_1 + r} = \frac{\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1}}{\sqrt{R_1}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{R_1}(R_2 - R_1) = (R_1 + r)(\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1})$$

$$\frac{R_2 - R_1 = (\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1})(\sqrt{R_2} + \sqrt{R_1})}{\sqrt{R_1}(\sqrt{R_2} + \sqrt{R_1})} \Rightarrow \sqrt{R_1}(\sqrt{R_2} + \sqrt{R_1}) = R_1 + r$$

$$\Rightarrow \sqrt{R_1 R_2} + R_1 = R_1 + r \Rightarrow r = \sqrt{R_1 R_2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

گام اول: جریان عبوری از مقاومت $1/10 \Omega$ در نظر می‌گیریم. چون دو مقاومت 10Ω و 5Ω موازی‌اند، نسبت جریان عبوری از آن‌ها به نسبت عکس مقاومت آن‌ها است؛ پس جریان عبوری از مقاومت 5Ω برابر با $2I$ خواهد بود. باتوجه به گره A در مدار داریم:

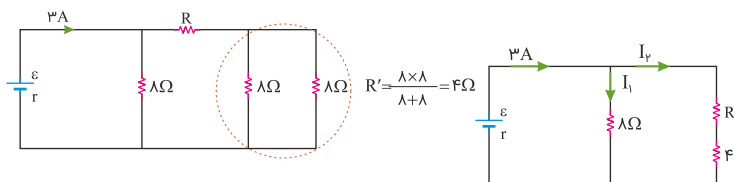
$$A \cdot \begin{cases} \vec{I} \\ \vec{2I} \end{cases} = \begin{cases} I + 1/6 + 2I \\ I_{10\Omega} = I = 0/8 A \\ I_{5\Omega} = 2I = 1/6 A \end{cases}$$

گام دوم: چون جریان عبوری از مقاومت 5Ω با جریان عبوری از مقاومت R برابر است، مقدار مقاومت‌هایشان نیز برابر است. پس $R = 5 \Omega$ است. حالا طبق رابطه $U = RI^2 t$ انرژی الکتریکی مقاومت R در مدت 25 دقیقه را به دست می‌آوریم:

$$U = RI^2 t = 5 \times (1/6)^2 \times (25 \times 60) = 19200 J = 19/2 kJ$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

گام اول: مدار را یک مرحله ساده می‌کنیم:



گام دوم: از آنجایی که اختلاف پتانسیل شاخه‌های موازی برابرند داریم:

$$4\Omega I_1 \times \lambda = I_2(R + 4) \Rightarrow 4\lambda I_1 = I_2 R + 4I_2$$

گام سوم: طبق فرض مسئله $I_2 R = 12V$ و از طرفی $I_1 + I_2 = 3A$ است؛ پس داریم:

$$4\lambda I_1 = 12 + 4I_2 \Rightarrow \begin{cases} 4\lambda I_1 - I_2 = 3 \\ I_1 + I_2 = 3 \end{cases}$$

$$3I_1 = 6 \Rightarrow I_1 = 2A \Rightarrow I_2 = 1A$$

گام چهارم: از رابطه $I_2 R = 12V$ ، R را به دست می‌آوریم:

$$1 \times R = 12 \Rightarrow R = 12\Omega$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

در نگاه اول متوجه می‌شویم که مقاومت R_4 دچار اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. ابتدا مقاومت کل مدار و جریان کل را محاسبه می‌کنیم:

$$R' = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{12 \times 12}{12 + 12} = 6 \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R' + R_4 = 4 + 6 + 8 = 18 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{60}{18 + 2} = 3 \text{ A}$$

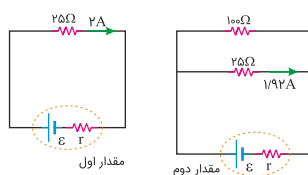
چون ولتسنج به دو سر باتری متصل است عددی که نشان می‌دهد را از رابطه $V = \varepsilon - Ir$ به دست می‌آوریم:

$$V = \varepsilon - Ir = 60 - 3 \times 2 = 54 \text{ V}$$

مقاومت‌های R_2 و R_3 هم‌اندازه و موازی‌اند؛ پس جریان به نسبت مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود، پس آمپرسنج عدد $\frac{3}{2} \text{ A}$ را نشان می‌دهد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

برای هر دو حالت مدار رسم می‌کنیم:



در مدار اول: توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی مقاومت 25Ω است:

$$P_1 = RI^2 = 25 \times 4 = 100 \text{ W}$$

در مدار دوم: ابتدا جریان گذرنده از مقاومت 100Ω را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow I_2 = 1/92 \times \frac{25}{100} = 0/48$$

سپس مقاومت معادل مقاومت‌های 25Ω و 100Ω و جریان گذرنده از مقاومت معادل را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \times 25}{125} = 20 \Omega$$

$$I_{eq} = I_1 + I_2 = 1/92 + 0/48 = 2/4 \text{ A}$$

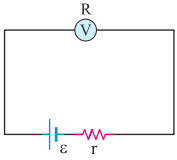
حالا توان مصرفی مقاومت معادل که برابر با توان خروجی باتری است را به دست می‌آوریم:

$$P_2 = R_{eq} I_{eq}^2 \Rightarrow P_2 = 20 \times 2/4^2 = 115/2 \text{ W}$$

توان خروجی در مدار دوم $15/2 \text{ W}$ بیشتر است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

گام اول: جریان را در مدار تک حلقه‌ای که ایجاد شده محاسبه می‌کنیم:



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{\varepsilon}{\omega + \varepsilon_0 \times 10^{\omega}}$$

گام دوم: چون مرتبه بزرگی جریان را باید محاسبه کنیم می‌توانیم از 3Ω صرف نظر کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0 \times 10^{\omega}} = 10^{-F} \text{ A}$$

گام سوم: از رابطه $I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t}$ تعداد الکترون‌های عبوری را در مدت زمان ۶s به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{ne}{t} \Rightarrow n = \frac{It}{e} \Rightarrow n = \frac{10^{-F} \times 6}{1/6 \times 10^{-19}} = \frac{\omega}{0/\lambda} \times 10^{+16}$$

$\frac{\omega}{0/\lambda} < 5$ است، پس به جای آن ۱ قرار می‌دهیم؛ بنابراین مرتبه بزرگی تعداد الکترون‌ها 10^{16} است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

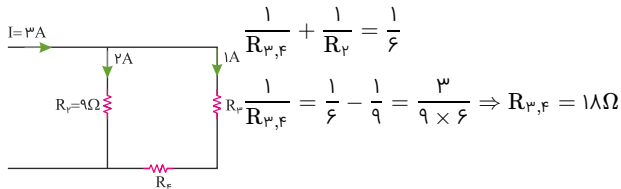
باتوجه به اینکه ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد، می‌توان نوشت:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 2V = 30 - I \times 1 \Rightarrow I = 3A$$

از طرفی به کمک جریان کل مدار می‌توانیم مقاومت معادل مدار را به دست آوریم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow \omega = \frac{30}{R_{eq} + 1} \Rightarrow R_{eq} = 9\Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{\omega, \omega, F} \Rightarrow 9 = \omega + R_{\omega, \omega, F} \Rightarrow R_{\omega, \omega, F} = 6\Omega$$



$$P = R_F I^2 \Rightarrow 6 = R_F \times 1^2 \Rightarrow R_F = 6$$

$$R_{\omega} + R_F = 18 \Rightarrow R_{\omega} = 12\Omega$$

چون توان مصرفی R_F داده شده، می‌توان مقدار این مقاومت را محاسبه نمود:

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

$$V_A - Ir_1 + \varepsilon = V_B$$

$$\varepsilon = Ir_1 \quad (1)$$

$$V_B + \varepsilon - Ir_2 - I \frac{R}{\omega} = V_A$$

$$\varepsilon = Ir_2 + \frac{1}{\omega} IR \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow Ir_2 + \frac{1}{\omega} IR = Ir_1$$

$$\frac{1}{\omega} R = r_1 - r_2 \Rightarrow R = \omega(r_1 - r_2)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

$$P_{\psi} = P_{\phi} \Rightarrow R_{\psi} = R_{\phi} = \mathcal{F}/\Delta\Omega$$

$$V_{\psi} = V_{\psi} + V_{\phi} \Rightarrow V_{\psi} = 2V_{\psi}$$

$$P_{\psi} = P_{\psi} \Rightarrow \frac{V_{\psi}^2}{R_{\psi}} = \frac{V_{\psi}^2}{R_{\psi}} \Rightarrow R_{\psi} = \mathcal{F}R_{\psi} = \mathcal{F} \times \mathcal{F}/\Delta = 18 \Omega$$

$$I_{\psi}R_{\psi} = I_{\psi}(R_{\psi} + R_{\phi}) \Rightarrow I_{\psi} \times 18 = I_{\psi} \times 9 \Rightarrow I_{\psi} = 2I_{\psi}$$

$$I_1 = I_{\psi} + I_{\psi} = I_{\psi} + 2I_{\psi} = 3I_{\psi}$$

$$R_1 I_1^2 = R_{\psi} I_{\psi}^2 \Rightarrow R_1 (3I_{\psi})^2 = 18 I_{\psi}^2 \Rightarrow R_1 = 2 \Omega$$

$$2I_1 + 18I_{\psi} = 2\mathcal{F} \Rightarrow I_1 + 9I_{\psi} = 12 \Rightarrow 3I_{\psi} + 9I_{\psi} = 12 \Rightarrow I_{\psi} = 1A$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{eq}}$$

$$\frac{P_{\psi}}{P_1} = \frac{R_1}{R_{\psi}} = \frac{\frac{12 \times 6}{12 + 6}}{\frac{12 \times 6}{12 + 6} + 8} = \frac{1}{3}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

$$V = (R + R_A)I \Rightarrow 12 = (R + 5) \cdot 1 \Rightarrow R = 115 \Omega$$

$$P = RI^2 = 115(1)^2 = 115W$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۵

گام اول

$$\begin{cases} V_1 = 12V \\ P_1 = 36W \end{cases} \leftarrow \text{الف) لامپی با مشخصات } 12V \text{ و } 36W$$

ب) به منبع برق ۸ ولت وصل می‌کنیم $V_{\psi} = 8V$

ج) اگر مقاومت الکتریکی لامپ ثابت بماند $R_1 = R_{\psi}$

د) توانش چند وات می‌شود؟ $P_{\psi} = ?W$

گام دوم

با استفاده از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ و نسبت $\frac{P_{\psi}}{P_1}$ می‌توانیم مقدار P_{ψ} را به دست بیاوریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_{\psi}}{P_1} = \frac{V_{\psi}^2}{R_{\psi}} \times \frac{R_1}{V_1^2} \Rightarrow \frac{P_{\psi}}{36} = \left(\frac{8}{12}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_{\psi}}{36} = \frac{4}{9} \Rightarrow P_{\psi} = 16W$$

گام اول

$$\begin{cases} L = 2\text{m} \\ A = 0.2\text{mm}^2 = 2 \times 10^{-7}\text{m}^2 \end{cases} \leftarrow \begin{array}{l} \text{الف) سیم به طول ۲ متر و سطح مقطع } 0.2\text{mm}^2 \\ \text{ب) اختلاف پتانسیل دو سیم ۲۰۰ ولت} \end{array}$$

$$V = 200\text{V} \leftarrow$$

$$t = 20\text{min} = \frac{1}{3}\text{h} \leftarrow \text{ج) در مدت ۲۰ دقیقه}$$

$$U = ?\text{kWh} \leftarrow \text{د) چند کیلووات ساعت انرژی در این سیم مصرف می‌شود؟}$$

گام دوم

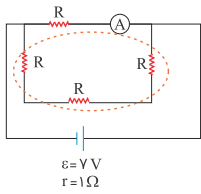
ابتدا از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ مقاومت سیم را به دست می‌آوریم، سپس از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ توان و از $U = P t$ انرژی مصرف‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} R = \rho \frac{L}{A} \\ \rho = 10^{-6}\Omega\text{m} \end{cases} \Rightarrow R = 10^{-6} \times \frac{2}{2 \times 10^{-7}} = 10\Omega$$

$$P = \frac{V^2}{R}, \quad U = P t$$

$$\Rightarrow U = \frac{V^2 t}{R} \Rightarrow U = \frac{(200)^2 \times \frac{1}{3}}{10} = \frac{4000}{3}\text{W.h} = \frac{4}{3}\text{kW.h}$$

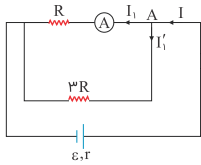
حالت اول) کلید k_1 بسته و k_2 باز باشد:



شکل مدار به صورت زیر درمی آید. مقاومت‌های نشان‌داده شده در شکل با هم سری می باشند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با: $R_1 = R + R + R = 3R$. مقاومت‌های R و $3R$ با هم موازی می باشند، بنابراین $(V_R = V_{3R})$

$$\begin{cases} V_R = V_{3R} \\ V = RI \\ I_1 = \frac{3}{4}A \end{cases} \Rightarrow I_1 R = I'_1 3R \Rightarrow \frac{3}{4} = 3I'_1 \Rightarrow I'_1 = \frac{1}{4}A$$

حال اگر قانون گره را برای نقطه A بنویسیم جریان کل (I) به دست می آید:

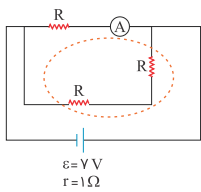


$$I = I_1 + I'_1 \Rightarrow I = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1A$$

در نهایت از قانون حلقه استفاده کرده و R را محاسبه می کنیم:

$$\varepsilon - Ir - I_1 R = 0 \Rightarrow 7 - 1 - \frac{3}{4}R = 0 \Rightarrow R = 8\Omega$$

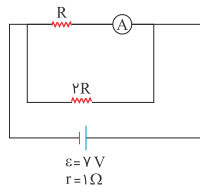
حالت دوم) هر دو کلید بسته شوند:



اگر هر دو کلید بسته شوند دو سر مقاومت R سمت چپ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می شود. مقاومت های نشان‌داده شده در شکل با هم سری می باشد و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_p = R + R = 2R$$

مقاومت های R , $2R$ با هم موازی هستند؛ بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

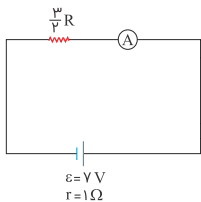


$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_T = \frac{2}{3}R$$

حالا می توانیم از قاعده حلقه استفاده کنیم و جریان کل را به دست بیاوریم:

$$\varepsilon - Ir - I \frac{2}{3}R = 0 \Rightarrow 7 - I - \frac{16}{3}I = 0 \Rightarrow I = \frac{21}{19}A$$

با استفاده از قانون گره و اینکه $(V_R = V_{2R})$ است، می‌توانیم I_2 را محاسبه کنیم:

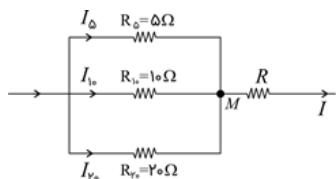


$$V_R = V_{2R} \Rightarrow I_2 R = I'_2 \times 2R \Rightarrow I'_2 = \frac{I_2}{2}$$

$$I = I'_2 + I_2 \Rightarrow \frac{21}{19} = \frac{I_2}{2} + I_2 \Rightarrow \frac{21}{19} = \frac{3}{2}I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{14}{19}A$$

گام اول

الف) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۵ اهمی برابر ۱۰ ولت است ← $V_{\Delta} = 10V$
 ب) شدت جریان I چند آمپر است؟ ← $I = ? A$



گام دوم

جریان I_{Δ} برابر است با:

$$\begin{cases} I_{\Delta} = \frac{V_{\Delta}}{R_{\Delta}} \\ V_{\Delta} = 10V \\ R_{\Delta} = 5\Omega \end{cases} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{10}{5} = 2A$$

مقاومت‌های R_{Δ} با R_{10} ، R_{20} موازی است؛ بنابراین:

$$\begin{cases} V_{\Delta} = V_{10} = V_{20} \\ V_{\Delta} = 10V \\ R_{10} = 10\Omega \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} V_{\Delta} = V_{10} &\Rightarrow 10 = I_{10} \times R_{10} \Rightarrow 10 = I_{10} \times 10 \Rightarrow I_{10} = 1 \\ V_{\Delta} = V_{20} &\Rightarrow 10 = I_{20} \times R_{20} \Rightarrow 10 = I_{20} \times 20 \Rightarrow I_{20} = \frac{1}{2} A \end{aligned}$$

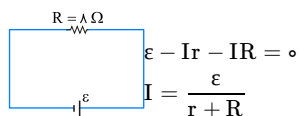
باتوجه به قانون بقای بار در نقطه M:

$$\begin{cases} I = I_{\Delta} + I_{10} + I_{20} \\ I_{\Delta} = 2A \\ I_{10} = 1A \\ I_{20} = \frac{1}{2}A \end{cases} \Rightarrow I = 2 + 1 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}A$$

گام اول

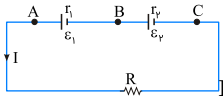
الف) وقتی مقاومت رثوستا برابر ۸ اهم است توان مفید مولد P_1 است ← $R_1 = 8\Omega$
 ب) مقاومت رثوستا را به چند اهم برسانیم ← $R_2 = ?\Omega$
 ج) توان مفید مولد دوباره برابر P_1 شود ← $P_2 = P_1$

گام دوم

توان مفید مولد برابر است با $P = R_T I^2$ که در آن I برابر است با:بنابراین توان مولد برابر است با $P = R \left(\frac{\epsilon}{r+R} \right)^2$ ، حالا باتوجه به اینکه $P_1 = P_2$ است، داریم:

$$R_1 \left(\frac{\epsilon}{r+R_1} \right)^2 = R_2 \left(\frac{\epsilon}{r+R_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{\lambda}{(r+\lambda)^2} = \frac{R_2}{(r+R_2)^2} \Rightarrow \lambda R_2 = R_2^2 + \lambda R_2 + r^2$$

$$R_2 - 10R_2 + r^2 = 0 \Rightarrow R_2 = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 64}}{2} = \frac{10 \pm 6}{2} = \begin{cases} R_2 = 8\Omega \\ R_2 = 2\Omega \end{cases} \text{ صحیح است } R_2 = 2\Omega$$



$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} \xrightarrow{\varepsilon_1 = \varepsilon_2} I = \frac{2\varepsilon_2}{R + r_2 - r_1 + r_1 + r_2} = \frac{2\varepsilon_2}{2r_2} = \frac{\varepsilon_2}{r_2}$$

جریان مدار برابر است با:

حال اختلاف پتانسیل بین نقاط را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta V_{AB} : V_B - Ir_1 + \varepsilon_1 = V_A$$

$$\Rightarrow \Delta V_{AB} = \varepsilon_1 - Ir_1 = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1}{r_2} = 0$$

گزینه ۱ و ۴ غلط است.

$$\Delta V_{AC} : V_C - Ir_2 + \varepsilon_2 - Ir_1 + \varepsilon_1 = V_A$$

$$\Rightarrow \Delta V_{AC} = 2\varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1}{r_2} (r_1 + r_2) = 0$$

گزینه ۲ غلط است.

$$\Delta V_{BC} : V_C - Ir_2 + \varepsilon_2 = V_B$$

$$\Rightarrow \Delta V_{BC} = \varepsilon_2 - Ir_2 = \varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_2}{r_2} \times r_2 = 0$$

گزینه ۳ صحیح است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

گام اول

الف) روی یک لامپ اعداد ۱۰۰ وات و ۲۰۰ ولت نوشته شده ← $P_1 = 100W, V_1 = 200V$
 ب) اگر به علت افت ولتاژ، توان مصرفی لامپ ۱۹ درصد کاهش پیدا کند ← $P_2 = 100 - 19 = 81W$
 ج) افت ولتاژ چند ولت خواهد بود؟ ← $\Delta V = ?$

گام دوم

با استفاده از رابطه توان مصرفی $P = \frac{V^2}{R}$ خواهیم داشت:

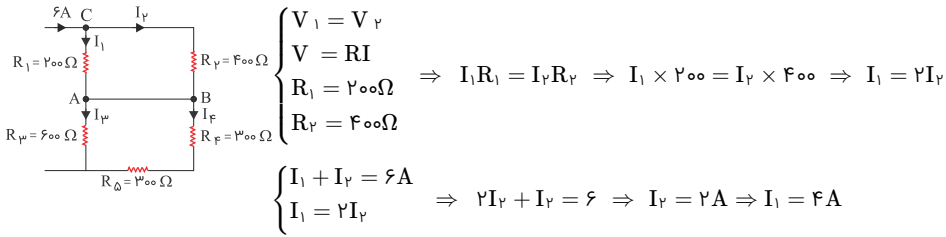
$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{V_2^2}{R}}{\frac{V_1^2}{R}} \Rightarrow \frac{81}{100} = \left(\frac{V_2}{200}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{9}{10} = \frac{V_2}{200} \Rightarrow V_2 = 180V$$

$$\Delta V = 180 - 200 = -20V$$

علامت منفی نشان‌دهنده افت ولتاژ است.

ابتدا جریان‌های I_1, I_2, I_3, I_4 را به دست می‌آوریم سپس قانون گره را در نقطه A می‌نویسیم. با استفاده از قانون گره در نقطه C ($I_1 + I_2 = 6A$) و موازی بودن مقاومت‌های R_1, R_2 داریم:



مقاومت‌های R_4, R_5 با هم سری می‌باشند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

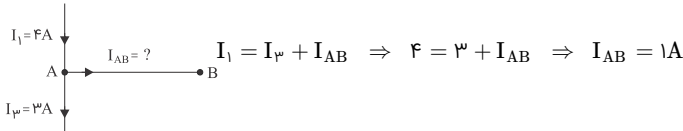
$$R_{F,\delta} = R_4 + R_5 = 300 + 300 = 600\Omega$$

حالا مقاومت $R_3, R_{F,\delta}$ با هم موازی می‌باشند ($V_{F,\delta} = V_3$) و باتوجه به پایستگی جریان ($I_3 + I_4 = 6A$) می‌توانیم I_3, I_4 را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} V_{F,\delta} = V_3 \\ V = RI \\ R_{F,\delta} = R_3 = 600\Omega \end{cases} \Rightarrow I_4 R_{F,\delta} = I_3 R_3 \Rightarrow I_4 = I_3$$

$$\begin{cases} I = I_3 + I_4 \\ I = 6 \end{cases} \Rightarrow 6 = 2I_3 \Rightarrow I_3 = I_4 = 3A$$

حالا کافی است قانون گره را در نقطه A بنویسیم:



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

جریانی که از R_V می‌گذرد باید با جریان A_3 جمع شده و وارد مولد شود. $A_3 = 9A$ و جریان کل مولد که A_1 نشان می‌دهد برابر با $20A$ است؛ بنابراین جریان R_V باید $11A$ باشد.

$$A_3 + I_{R_V} = A_1 \Rightarrow 9 + I_{R_V} = 20 \Rightarrow I_{R_V} = 11A$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

گام اول

الف) ولت‌سنج $18V$ ولت را نشان می‌دهد $\leftarrow \varepsilon - V_r = V_R = 18V$
ب) توان مصرفی مقاومت R چندبرابر توان مصرفی مقاومت r است؟ $\leftarrow \frac{P_R}{P_r} = ?$

گام دوم

ابتدا مقدار V_r را محاسبه می‌کنیم:

$$\varepsilon - V_r = 18 \Rightarrow V_r = \varepsilon - 18 = 20 - 18 = 2V$$

ازطرفی جریان عبوری از مقاومت‌ها با هم برابر می‌باشند ($I_R = I_r$)، بنابراین:

$$P = VI \Rightarrow \frac{P_R}{P_r} = \frac{V_R I_R}{V_r I_r} = \frac{18}{2} = 9$$

گام اول

(الف) جرم دو سیم مسی A و B با هم برابر است ← $m_A = m_B$ ، $\rho_A = \rho_B$

(ب) قطر مقطع سیم A ، $\sqrt{2}$ برابر قطر مقطع سیم B است ← $\frac{D_A}{D_B} = \sqrt{2}$

(ج) مقاومت الکتریکی سیم B برابر 10Ω است ← $R_B = 10\Omega$

(د) مقاومت الکتریکی سیم A چند اهم است؟ ← $R_A = ?\Omega$

گام دوم

باتوجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ و با استفاده از تناسب $\frac{R_A}{R_B}$ می‌توانیم مقدار R_A را به دست بیاوریم. از آنجاکه جرم دو سیم و چگالی آن‌ها برابر است، سیم‌ها دارای حجم‌های یکسان هستند $(V_A = V_B)$ بنابراین:

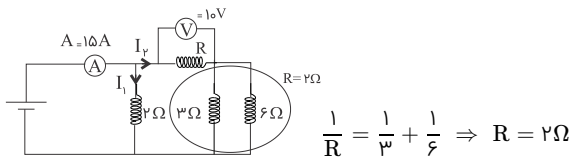
$$\begin{cases} V_A = V_B \\ V = AL = \frac{\pi D^2}{4} L \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi D_A^2}{4} \times L_A = \frac{\pi D_B^2}{4} \times L_B \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2$$

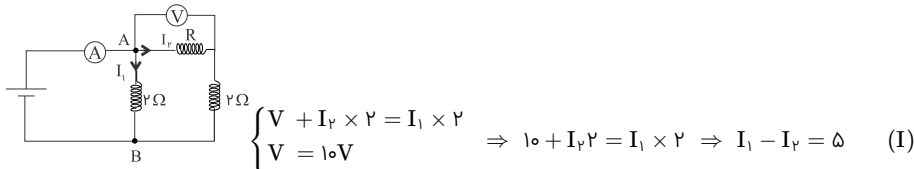
$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A \frac{L_A}{A_A}}{\rho_B \frac{L_B}{A_B}} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 \times \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^4$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{10} = \frac{1}{4} \Rightarrow R_A = 2.5$$

برای به دست آوردن مقاومت R، کافی است I_2 را به دست بیاوریم تا از رابطه $V = RI$ مقدار مقاومت را محاسبه کنیم؛ برای ساده‌تر شدن مدار، به جای مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی که با هم موازی می‌باشند مقاومت معادلشان را در نظر می‌گیریم:



اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B را یک بار با جریان I_1 و یک بار با جریان I_2 محاسبه می‌کنیم، سپس با هم مساوی قرار می‌دهیم و با به کار بردن قانون گره در نقطه A، I_2 را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ I = 15A \end{cases} \Rightarrow I_1 + I_2 = 15 \quad (II)$$

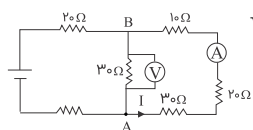
حالا از معادلات (I) ، (II) استفاده می‌کنیم تا I_2 به دست آید و در نهایت مقاومت را می‌یابیم:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = 15 \\ I_1 - I_2 = 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفریق}} 2I_2 = 10 \Rightarrow I_2 = 5A$$

با استفاده از رابطه $R = \frac{V}{I_2}$ ، مقاومت R را به دست می‌آوریم.

$$R = \frac{V}{I_2} \Rightarrow R = \frac{10}{5} = 2\Omega$$

اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B برابر با ۱۲ ولت ($V_A - V_B = 12V$) می‌باشد، پس:



$$V_A - I \times 3 - I \times 1 - I \times 2 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 6I \Rightarrow 12 = 6I \Rightarrow I = 2A$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۷

با استفاده از رابطه $P = RI^2$ ، نسبت $\frac{P_{10}}{P_6}$ را می‌یابیم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_{10}}{P_6} = \frac{R_{10}I_1^2}{R_6I^2} = \frac{10I_1^2}{6I^2} = 2 \left(\frac{I_1}{I} \right)^2$$

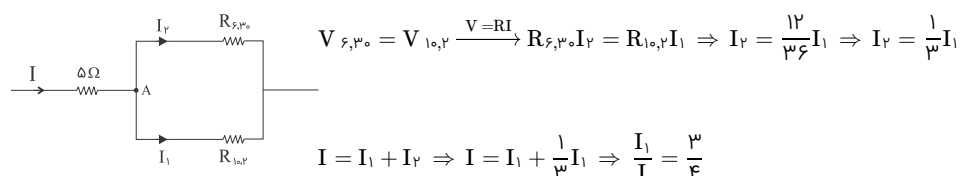
کافی است نسبت $\frac{I_1}{I}$ را به دست بیاوریم:

مقاومت‌های ۳۰ و ۶ اهمی و همچنین ۲ و ۱۰ اهمی با هم سری هستند؛ بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{6,30} = 30 + 6 = 36\Omega$$

$$R_{10,2} = 10 + 2 = 12\Omega$$

مقاومت‌های $R_{6,30}$ و $R_{10,2}$ با هم موازی هستند، بنابراین:



$$V_{6,30} = V_{10,2} \xrightarrow{V=RI} R_{6,30}I_1 = R_{10,2}I \Rightarrow I_1 = \frac{12}{36}I \Rightarrow I_1 = \frac{1}{3}I$$

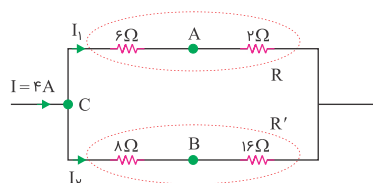
حال با استفاده از قاعده گره برای نقطه A داریم:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = I_1 + \frac{1}{3}I_1 \Rightarrow \frac{I_1}{I} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{P_{10}}{P_6} = 2 \left(\frac{I_1}{I} \right)^2 = 2 \times \left(\frac{3}{4} \right)^2 = \frac{9}{8}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

ابتدا جریانی را که از هر شاخه می‌گذرد، محاسبه می‌کنیم. مقاومت‌های ۶ و ۲ اهمی و همچنین ۱۶ و ۸ اهمی هرکدام با هم سری می‌باشند. بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



$$R = 6 + 2 = 8\Omega$$

$$R' = 8 + 16 = 24\Omega$$

مقاومت R' ، R با هم موازی هستند $V_R = V_{R'}$ بنابراین:

$$V_R = V_{R'} \Rightarrow I_1R = I_2R' \Rightarrow I_1 \times 8 = 24 \times I_2 \Rightarrow I_1 = 3I_2$$

همچنین با استفاده از قانون گره در نقطه C داریم:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ I_1 = 3I_2 \\ I = 4A \end{cases} \Rightarrow 4 = 3I_2 + I_2 \Rightarrow I_2 = 1A \Rightarrow I_1 = 3A$$

حال اختلاف پتانسیل بین نقاط A، C و یک بار هم بین نقاط B، C را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} V_C = I_1 \times 6 + V_A \\ V_C = I_2 \times 8 + V_B \end{cases} \xrightarrow{\text{تفریق}} V_B - V_A = -I_2 \times 8 + I_1 \times 6 = -1 \times 8 + 3 \times 6 = +10V$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۳

گام اول

انرژی پتانسیل بار الکتریکی $q = -2\mu\text{C}$ از نقطه A تا B چند میکروژول تغییر می‌کند؟ $\Delta U_{AB} = ? \mu\text{J}$ ←

گام دوم

برای به دست آوردن تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی، از رابطه $\Delta U_{AB} = q\Delta V_{AB}$ استفاده می‌کنیم. بنابراین قبل از آن باید ΔV_{AB} را به دست بیاوریم: برای محاسبه ΔV_{AB} ابتدا باید I را بیابیم:

$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_1 + r_2 + R_2 + r_1} \\ \varepsilon_1 = 18V \\ \varepsilon_2 = 2V, r_2 = 1\Omega \\ R_1 = 4\Omega \\ R_2 = 3\Omega \end{cases} \Rightarrow I = \frac{18 + 2}{4 + 3 + 1} = \frac{20}{8} = 2.5A$$

$$V_A + \varepsilon_1 - IR_1 = V_B \Rightarrow V_B - V_A = \varepsilon_1 - IR_1 \Rightarrow \Delta V_{AB} = 18 - 2.5 \times 4 = 8V$$

در نتیجه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی برای q برابر است با:

$$\Delta U_{AB} = q\Delta V_{AB} = -2\mu \times 8 = -16\mu\text{J}$$

در حالت دوم، مقاومت مدار افزایش می‌یابد ($R_{T'} > R_T$).

$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} \Rightarrow I' < I \\ R_{T'} > R_T \end{cases}$$

اختلاف پتانسیلی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، برابر است با:

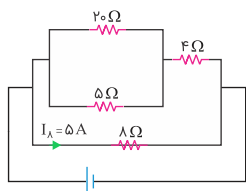
$$\begin{cases} V = \varepsilon - Ir \\ I > I' \end{cases} \Rightarrow V' > V$$

بنابراین جریان کاهش و اختلاف پتانسیل دو سر مولد افزایش خواهد یافت.

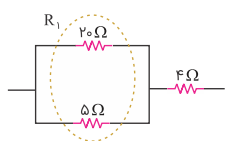
گام اول

الف) مقاومت معادل آن‌ها 4Ω ← $R_T = 4\Omega$ ب) از مقاومت 8Ω اهمی جریان $5A$ عبور می‌کند ← $I_A = 5A$ ج) از مقاومت 20Ω اهمی جریان چند آمپر عبور می‌کند؟ ← $I_{20} = ?A$

گام دوم

تنها مدار زیر مقاومت معادلی برابر با 4Ω دارد.

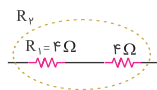
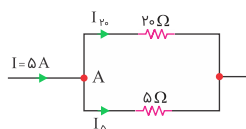
باتوجه به اینکه شاخه بالا و پایین باهم موازی هستند، با به دست آوردن مقاومت معادل شاخه بالا می‌توانیم جریان عبوری از شاخه بالا را محاسبه کنیم و همین کار را برای مقاومت‌های موازی 20Ω و 5Ω آمپر انجام می‌دهیم. مقاومت معادل شاخه بالا برابر است با: مقاومت 20Ω و 5Ω اهمی باهم موازی هستند، بنابراین:



$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{20} + \frac{1}{5} \Rightarrow R_1 = 4\Omega$$

حال R_1 و مقاومت 4Ω باهم سری هستند بنابراین:

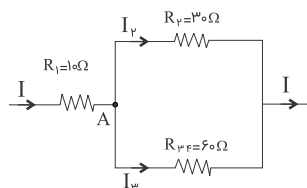
$$R_T = R_1 + 4 = 8\Omega$$

مقاومت معادل هر دو شاخه باهم برابر است، بنابراین جریان عبوری از هرکدام نیز باهم برابر می‌باشد. حال به محاسبه I_{20} می‌پردازیم:باتوجه به اینکه مقاومت‌های 20Ω و 5Ω اهمی باهم موازی هستند ($V_{20} = V_5$)، با استفاده از قانون گره برای نقطه A داریم:

$$\begin{cases} V_{20} = V_5 \\ V = IR \end{cases} \Rightarrow I_{20} \times 20 = I_5 \times 5 \Rightarrow I_5 = 4I_{20}$$

$$\begin{cases} I = I_5 + I_{20} \\ I = 5A \\ I_5 = 4I_{20} \end{cases} \Rightarrow I = 4I_{20} + I_{20} \Rightarrow 5 = 5I_{20} \Rightarrow I_{20} = 1A$$

ابتدا جریان هریک از مقاومت‌ها را برحسب جریان عبوری از یک مقاومت به دست می‌آوریم، سپس توان هر مقاومت را محاسبه کرده و باهم مقایسه می‌کنیم. مقاومت‌های R_F , R_3 باهم سری هستند؛ بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



$$R_{3,F} = R_3 + R_F = 50 + 10 = 60 \Omega$$

$$V_V = V_{3,F} \xrightarrow{V=RI} R_V I_V = R_{3,F} I_3 \Rightarrow 30 I_V = 60 I_3 \Rightarrow I_V = 2 I_3$$

مقاومت $R_{3,F}$ و مقاومت R_V باهم موازی هستند، بنابراین:

با استفاده از قاعده گره در نقطه A داریم:

$$I = I_V + I_3 \xrightarrow{I_V=2I_3} I = 3I_3$$

حالا توان هریک از مقاومت‌ها را برحسب I_3 محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} P_1 = R_1 I^2 \Rightarrow P_1 = 30 I_3^2 \\ I = 3 I_3 \end{cases}, \begin{cases} P_V = R_V I_V^2 \Rightarrow P_V = 60 I_3^2 \\ I_V = 2 I_3 \end{cases}$$

$$P_3 = I_3^2 R_3 \Rightarrow P_3 = 50 I_3^2, P_F = I_3^2 R_F \Rightarrow P_F = 10 I_3^2$$

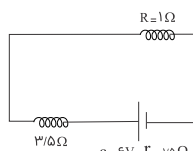
در نتیجه: $P_V > P_3 > P_1 > P_F$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۴

ابتدا جریان کل را به دست می‌آوریم سپس با استفاده از اینکه مقاومت ۳ اهمی و $1/5$ اهمی باهم موازی هستند ($V_3 = V_{1/5}$) جریان I_1 را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{3} + \frac{1}{1/5} \Rightarrow R = 1 \Omega$$

حالا می‌توانیم با استفاده از قانون حلقه جریان کل را بیابیم:



$$\begin{cases} \epsilon - I r_V - I R - I \times (3/5) = 0 \\ \epsilon = 6V \\ r_V = 1/5 \Omega \\ R = 1 \Omega \end{cases}$$

$$\Rightarrow 6 - 1/5 \times I - I - 3/5 \times I = 0 \Rightarrow I = 1A$$

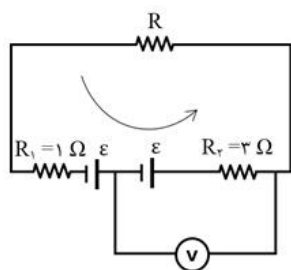
باتوجه به قانون گره در نقطه A و اینکه $V_{1/5} = V_3$ است، جریان I_1 را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} V_{1/5} = V_3 \\ V = RI \end{cases} \Rightarrow I_1 \times 1/5 = I_V \times 3 \Rightarrow I_V = \frac{1}{3} I_1$$

$$\begin{cases} I = I_1 + I_V \\ I_V = \frac{1}{3} I_1 \\ I = 1A \end{cases} \Rightarrow 1 = I_1 + \frac{1}{3} I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{3}{4} A$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

ولت‌سنج، صفر ولت را نشان می‌دهد، بنابراین:



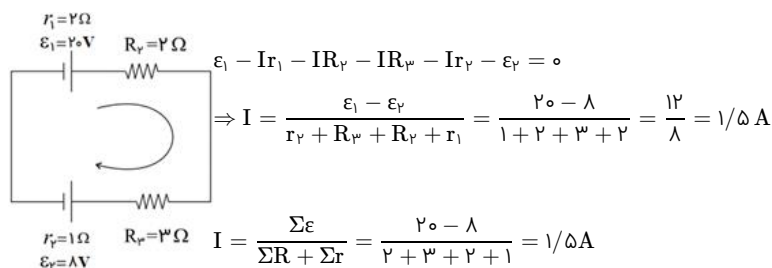
$$\epsilon - I R_V = 0 \Rightarrow \epsilon = 3I \quad (1)$$

$$\begin{cases} \epsilon + \epsilon - I R_V - I R - I R_1 = 0 \\ \epsilon = 3I \end{cases} \Rightarrow 3I + 3I - I(1 + 3) = IR \Rightarrow 2I = IR \Rightarrow R = 2 \Omega$$

با استفاده از قاعده حلقه، R را محاسبه می‌کنیم:

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

کافی است جریان مدار را با استفاده از قاعده حلقه (ولتاژ کیرشهف) حساب کنیم.



یا

در نتیجه توان مقاومت ۲ اهمی برابر است با:

$$P = RI^2 \Rightarrow P = ۲ \times \frac{۹}{۴} = ۴/۵ \text{ W}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

جریان در مدار (طبق قاعده حلقه) برابر است با:

$$\varepsilon - IR_1 - IR_2 - IR = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_T + r}$$

با افزایش مقاومت، جریان کاهش می‌یابد.

افت پتانسیل در باتری برابر است با IR و بنابراین با کاهش جریان، کاهش می‌یابد. با کاهش افت پتانسیل باتری، اختلاف پتانسیل کل مدار افزایش می‌یابد.

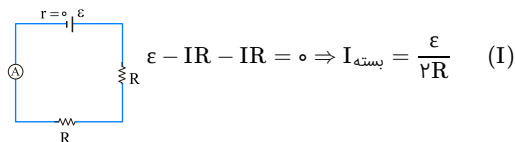
$$V = \varepsilon - Ir$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 برابر است با IR_2 که با کاهش جریان، کاهش می‌یابد. از آنجاکه اختلاف پتانسیل کل برابر است با مجموع اختلاف پتانسیل‌های مقاومت‌های R_1 و R_2 . با کاهش V_2 و افزایش V_1 ، V باید افزایش یابد.

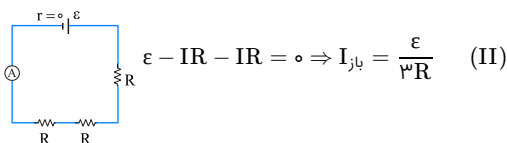
$$\begin{cases} V_T = V_1 + V_2 \\ V_T \uparrow, V_2 \downarrow \end{cases} \Rightarrow V_1 \uparrow$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

وقتی کلید بسته است، مقاومت R از مدار خارج می‌شود، پس باید جریان را در هر حالت محاسبه کنیم تا نسبت آن‌ها را به دست بیاوریم. حالت اول کلید بسته است؛ پس مدار به صورت زیر درمی‌آید. با استفاده از قاعده حلقه، جریان مدار را به دست می‌آوریم:



حالت دوم کلید باز است؛ در نتیجه داریم:



حال می‌توانیم نسبت جریان‌ها را به دست آوریم:

$$\frac{I_{\text{بسته}}}{I_{\text{باز}}} = \frac{\frac{\varepsilon}{2R}}{\frac{\varepsilon}{3R}} = 1/۵$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۲

گام اول

الف) مقاومت درونی باتری 2Ω ← $r = 2\Omega$ ب) نسبت $\frac{V}{\epsilon} = 0/8$ ← $0/8$ برابر $0/8$ ج) آمپرسنج جریان $0/8$ آمپر را نشان می‌دهد ← $I = 0/8A$ د) اگر کلید را قطع کنیم ← $I = 0$

گام دوم

با قطع کلید، ولتسنج نیروی محرکه مولد را نشان می‌دهد؛ پس کافی است نیروی محرکه مولد (ϵ) را به دست آوریم. بنابراین باتوجه به دو رابطه زیر مقدار ϵ برابر است با:

$$V = \epsilon - Ir \Rightarrow \frac{V}{\epsilon} = \frac{\epsilon - Ir}{\epsilon}$$

$$\Rightarrow 0/8 = \frac{\epsilon - 0/8 \times 2}{\epsilon} \Rightarrow 0/8\epsilon = \epsilon - 1/6 \Rightarrow \epsilon = 8V$$

گزینه ۴

گام اول

الف) طول سیم مسی A دو برابر طول سیم مسی B است ← $\rho_A = \rho_B$, $L_A = 2L_B$ ب) قطر مقطع سیم A نصف قطر مقطع سیم B است ← $D_A = \frac{1}{2}D_B$ $\frac{A_A = \pi D_A^2}{4} \rightarrow A_A = \frac{1}{4}A_B$ ج) مقاومت الکتریکی سیم A، چند برابر مقاومت الکتریکی سیم B است؟ ← $\frac{R_A}{R_B} = ?$

گام دوم

با استفاده از رابطه زیر داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = 2 \times 4 = 8$$

گزینه ۱

با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

$$\begin{cases} R = \rho \frac{L}{A} \\ A = (\frac{1}{2}L, \frac{1}{4}\rho, A) \\ B = (L, \frac{1}{2}\rho, A) \\ C = (L, \rho, A) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_A = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{\rho \times L}{A} = \frac{\rho L}{A} \\ R_B = \frac{1}{2} \rho \frac{L}{A} \Rightarrow 2R_B = \rho \frac{L}{A} \\ R_C = \rho \frac{L}{A} \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} R_C = \rho \frac{L}{A} \\ R_A = 2R_C \end{cases} \Rightarrow R_A = 2R_C$$

$$\begin{cases} 2R_B = \rho \frac{L}{A} \\ R_C = \rho \frac{L}{A} \end{cases} \Rightarrow 2R_B = R_C$$

گام اول

الف) مقاومت ویژه سیم A، سه برابر مقاومت ویژه سیم B است ← $\frac{\rho_A}{\rho_B} = 3$
 ب) اگر طول و مقاومت الکتریکی این دو سیم باهم برابر باشند ← $L_A = L_B$, $R_A = R_B$
 ج) قطر مقطع سیم A چند برابر قطر مقطع سیم B است؟ ← $\frac{D_A}{D_B} = \frac{r_A}{r_B} = ?$

گام دوم

باتوجه به معادله $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

$$\begin{cases} R = \rho \frac{L}{A} \\ A = \pi r^2 \end{cases} \Rightarrow R = \rho \frac{L}{\pi r^2}$$

$$R_A = R_B \Rightarrow \rho_A \frac{L_A}{\pi r_A^2} = \rho_B \frac{L_B}{\pi r_B^2}$$

$$\Rightarrow 3\rho_B \times \frac{L_B}{r_A^2} = \rho_B \times \frac{L_B}{r_B^2} \Rightarrow \frac{r_A^2}{r_B^2} = 3 \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \sqrt{3}$$

گام اول

الف) طول یک سیم فلزی ۱۰ سانتی‌متر ← $L_1 = 10 \text{ cm}$
 ب) و قطر مقطع آن ۲ میلی است ← $d = 2 \text{ mm}$
 ج) اگر مقاومت الکتریکی آن ۱۶ برابر شود ← $\frac{R_2}{R_1} = 16$
 د) طول آن چند سانتی‌متر می‌شود ← $L_2 = ? \text{ cm}$

گام دوم

با استفاده از نسبت $\frac{R_2}{R_1}$ می‌توانیم L_2 را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} \frac{R_2}{R_1} = 16 \\ R = \rho \frac{L}{A} \end{cases} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{L_2 A_1}{L_1 A_2} = 16$$

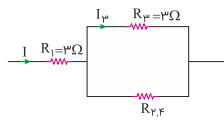
$$V_1 = V_2 \Rightarrow L_1 A_1 = L_2 A_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$\begin{cases} \frac{L_2 A_1}{L_1 A_2} \\ \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \\ L_1 = 10 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow 16 = \frac{L_2}{100} \Rightarrow L_2 = 1600 \Rightarrow L_2 = 40 \text{ cm}$$

از آنجا که حجم سیم ثابت باقی می‌ماند داریم:

بنابراین:

با ساده کردن مدار می‌توانیم جریان گذرنده از مقاومت R_3 را با جریان عبوری از R_1 مقایسه کنیم:



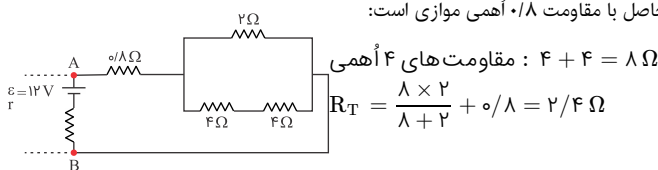
$$R_{v,f} = \frac{R_v R_f}{R_v + R_f} = \frac{1 \times \frac{3}{2}}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{3}{5} \Omega$$

$$I_v = \frac{R_{v,f}}{R_{v,f} + R_3} I = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{5} + 3} I = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{18}{5}} I = \frac{1}{6} I$$

$$P = R I^2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_3} = \frac{R_1}{R_3} \left(\frac{I_1}{I_3} \right)^2 = \frac{3}{3} \left(\frac{I}{\frac{1}{6} I} \right)^2 = 36$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

بخش سمت راست مدار به صورت شکل زیر است. باتوجه به شکل، اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B: $V_{\text{مولد}} = V_{AB}$
مطابق شکل مشاهده می‌شود مقاومت‌های ۴ اهمی با هم سری بوده و با مقاومت ۲ اهمی موازی هستند و حاصل با مقاومت ۰/۸ اهمی موازی است:



در ادامه داریم:

$$P_{2\Omega} = R_v I_{2\Omega}^2 \Rightarrow \lambda = 2 I_{2\Omega}^2 \Rightarrow I_{2\Omega} = \sqrt{\lambda} = \sqrt{2} A$$

$$\Rightarrow V_{2\Omega} = I_{2\Omega} R = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 V$$

$$\Rightarrow V_{\text{های } 4\text{ اهمی}} = V_{2\Omega} = 2 V$$

$$\Rightarrow I_{\text{های } 4\text{ اهمی}} \times R_{\text{های } 4\text{ اهمی}} = 2 V \Rightarrow I_{\text{های } 4\text{ اهمی}} \times 8 = 2 \Rightarrow I_{\text{های } 4\text{ اهمی}} = 0.25 A$$

$$\Rightarrow I_T = \sqrt{2} + 0.25 = 1.71 A$$

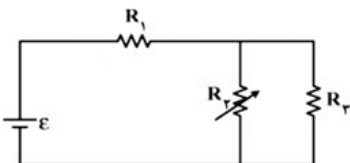
$$V_{\text{مولد}} = V_{AB} = I_T R_T = 1.71 \times 2.4 = 4.1 V$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

مقاومت رُوستا افزایش یافته، در نتیجه مقاومت کل مدار زیاد و جریان کل مدار کاهش می‌یابد (I کاهش).
چون مقاومت شاخهٔ دربردارندهٔ رُوستا افزایش یافته بنابراین جریان عبوری از آن کاهش می‌یابد، در نتیجه جریان عبوری از شاخهٔ وسط افزایش می‌یابد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

با افزایش مقاومت R_2 ، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد؛ در نتیجه جریان کل کاهش می‌یابد؛ بنابراین ولتاژ دو سر مولد افزایش یافته، ولتاژ دو سر مقاومت R_1 نیز افزایش می‌یابد.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

گام اول

الف) دو سیم فلزی توپر A و B به طول‌های مساوی $L_A = L_B$ ←
 ب) اگر مقاومت ویژه سیم A، ۳ برابر مقاومت ویژه سیم B باشد ← $\rho_A = 3\rho_B$
 ج) سطح مقطع سیم A چند برابر سطح مقطع سیم B است؟ ← $\frac{A_A}{A_B} = ?$

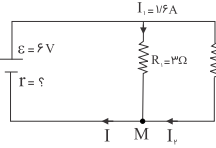
گام دوم

باتوجه به اینکه مقاومت‌ها و مولد باهم موازی‌اند و با استفاده از رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ ، مقاومت دو سیم A و B را برحسب I و ε به دست آورده و در نهایت از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ استفاده می‌کنیم تا نسبت سطح مقطع دو سیم به دست آید:

$$R_A = \frac{V_A}{I_A}, \quad I_A = \frac{I}{3}, \quad V_A = V_B = \varepsilon \Rightarrow R_A = \frac{3\varepsilon}{I}$$

$$R_B = \frac{V_B}{I_B}, \quad I_B = \frac{2I}{3} \Rightarrow R_B = \frac{3\varepsilon}{2I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{3\varepsilon}{I}}{\frac{3\varepsilon}{2I}} = 2, \quad \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A \frac{L_A}{A_A}}{\rho_B \frac{L_B}{A_B}} \Rightarrow 2 = 3 \times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = \frac{3}{2}$$

مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم موازی هستند ($V_1 = V_2$)، بنابراین:



$$\begin{cases} V_1 = V_2 \\ V = RI \end{cases} \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow I_2 = \frac{1/6 \times 3}{6} = 0/8 A$$

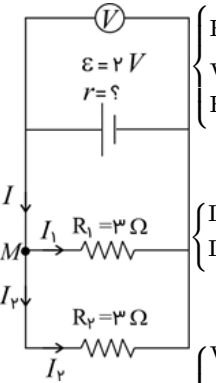
$$I = I_1 + I_2 = 1/6 + 0/8 = 2/4 A$$

باتوجه به قانون گره در نقطه M داریم:

در نهایت با استفاده از قاعده حلقه سمت چپ، مقدار r را به دست می‌آوریم:

$$\varepsilon - I r - I_1 R_1 = 0 \Rightarrow 6 - 2/4 \times r - 1/6 \times 3 = 0 \Rightarrow r = 0/5 \Omega$$

باتوجه به اینکه مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم برابرند و اختلاف پتانسیل دو سرشان هم مساوی است، جریان الکتریکی عبوری از آنها نیز با هم برابر می‌باشد ($I_1 = I_2$).



$$\begin{cases} R = \frac{V}{I} \\ V_\varepsilon = V_{R_1} = 1/5 V \Rightarrow I_1 = \frac{1/5}{3} = 0/5 A, \quad I_2 = 0/5 A \\ R_1 = 3 \Omega \end{cases}$$

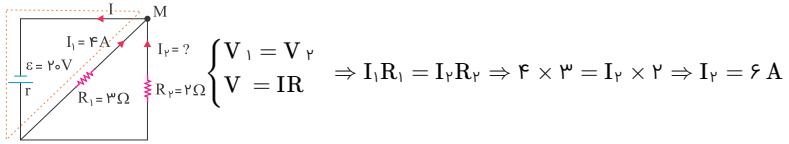
$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ I_1 = I_2 = 0/5 A \Rightarrow I = 1 A \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = \varepsilon - I r \\ \varepsilon = 2 V \Rightarrow 1/5 = 2 - r \Rightarrow r = 0/5 \Omega \\ V = 1/5 V \end{cases}$$

با استفاده از قانون گره در نقطه M داریم:

حال باتوجه به اختلاف پتانسیل دو سر مولد، می‌توانیم r را به دست آوریم:

ابتدا جریان عبوری از مولد را به دست می‌آوریم؛ سپس با استفاده از قاعده حلقه، مقاومت r را محاسبه می‌کنیم.
مقاومت‌های R_1 و R_2 باهم موازی هستند. ($V_1 = V_2$)



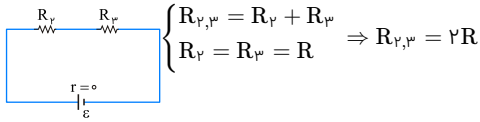
با استفاده از قانون گره در نقطه M داریم:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ I_1 = 4 \text{ A} \\ I_2 = 6 \text{ A} \end{cases} \Rightarrow I = 4 + 6 = 10 \text{ A}$$

باتوجه به قاعده حلقه در مسیر نشان‌داده‌شده، داریم:

$$\varepsilon - Ir - I_1 R_1 = 0 \Rightarrow 20 - 10 \times r - 4 \times 3 = 0 \Rightarrow r = 0.8 \Omega$$

حالت اول) قبل از اینکه کلید بسته شود مقاومت‌های R_3 , R_4 با هم سری هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



جریان مدار طبق قاعده حلقه، برابر است با:

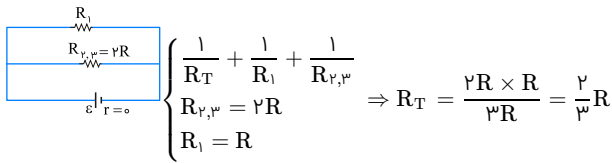
$$\varepsilon - I_1 R_{v,w} = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{v,w}}$$

بنابراین مدار در این حالت برابر است با:

$$\begin{cases} P_1 = R_{v,w} I_1^2 \\ I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{v,w}} \\ R_{v,w} = 2R \end{cases} \Rightarrow P_1 = R_{v,w} \left(\frac{\varepsilon}{R_{v,w}} \right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{2R}$$

حالت دوم) پس از بسته شدن کلید:

مقاومت R_1 با مقاومت معادل $R_{v,w}$ موازی هستند.



بنابراین جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$\varepsilon - I_v R_T = 0 \Rightarrow I_v = \frac{\varepsilon}{R_T} \Rightarrow I_v = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon}{R}$$

توان مدار در این حالت برابر است با:

$$P_v = R_T I_v^2 \Rightarrow P_v = \frac{3}{2} R \times \left(\frac{3}{2} \frac{\varepsilon}{R} \right)^2 = \frac{27}{4} \frac{\varepsilon^2}{R}$$

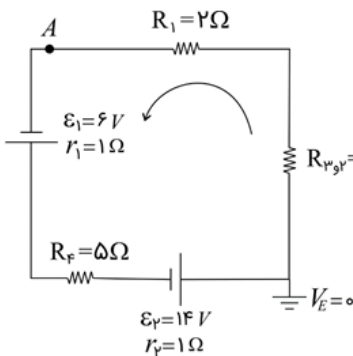
در نتیجه نسبت توان در دو حالت برابر است با:

$$\begin{cases} P_v = \frac{27}{4} \frac{\varepsilon^2}{R} \\ P_1 = \frac{\varepsilon^2}{2R} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_v}{P_1} = \frac{\frac{27}{4} \frac{\varepsilon^2}{R}}{\frac{\varepsilon^2}{2R}} = \frac{27}{2}$$

مقاومت‌های R_3 , R_4 با هم موازی‌اند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R_{3,4}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow R_{3,4} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{3 \times 1/5}{4/5} = 1\Omega$$

با استفاده از قانون حلقه (قانون ولتاژ کیرشهف) جریان مدار را به دست می‌آوریم.



$$\varepsilon_1 - I r_1 - I R_6 + \varepsilon_2 - I r_2 - I R_{3,4} - I R_5 = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{(r_1 + r_2 + R_1 + R_{3,4} + R_6)} = \frac{20}{1 + 1 + 2 + 1 + 5} = 2A$$

باتوجه به اینکه V_E برابر صفر است، V_A برابر است با:

$$V_A + \varepsilon_1 - I r_1 - I R_6 + \varepsilon_2 - I r_2 = V_E \Rightarrow V_A + 6 - 2 \times 1 - 2 \times 5 + 14 - 2 \times 1 = 0 \Rightarrow V_A = -20 + 14 = -6V$$

در مدار صورت سؤال، توان لامپ برابر است با:

$$\begin{cases} P = \frac{V^2}{R} \\ V = \varepsilon \end{cases} \Rightarrow P = \frac{\varepsilon^2}{R}$$

بنابراین در مدارهای داده شده در گزینه‌ها، باید اختلاف پتانسیل دو سر لامپ‌ها برابر ε باشد که تنها در گزینه ۴ لامپ‌ها اختلاف پتانسیلی برابر با ε دارند؛ درحقیقت ویژگی به هم بستن موازی مقاومت‌ها (لامپ‌ها) این است که اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با اختلاف پتانسیل دو سر هر کدام از مقاومت‌ها (لامپ‌ها).

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

گام اول

الف) چند مقاومت 40Ω اهمی را باید به هم وصل کنیم $\leftarrow R = 40\Omega$, $n = ?$

ب) از یک منبع برق $120V$ ولتی $\leftarrow V = 120V$

ج) شدت جریان را $15A$ آمپر بگیریم $\leftarrow I = 15A$

گام دوم

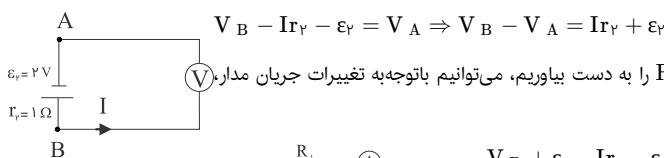
طبق قانون اهم مقاومت معادل که متصل به منبع $120V$ ولتی است و جریان $15A$ آمپر از آن می‌گذرد برابر است با:

$$R_T = \frac{V}{I} \Rightarrow R_T = \frac{120}{15} = 8\Omega$$

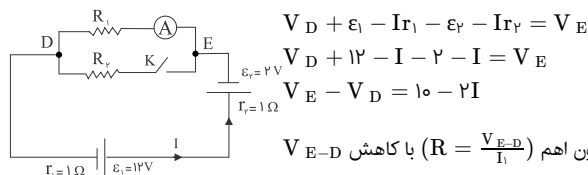
از آنجا که مقاومت معادل کمتر از تک‌تک مقاومت‌ها است ($8\Omega < 40\Omega$)، باید به صورت موازی بسته شده باشند:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R} = \frac{n}{R} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{n}{40} \Rightarrow n = 5$$

با بستن کلید k ، مقاومت معادل کل مدار کاهش می‌یابد؛ زیرا مقاومت کل (R_T)، قبل از بستن کلید، برابر R_1 است و بعد از بستن کلید، برابر $R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ است. از آنجایی که $\frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$ است بین 0 و 1 ، در هر عدد مثبتی ضرب شود، آن عدد کوچک‌تر می‌شود؛ پس با کاهش مقاومت کل R_T ، شدت جریان I افزایش می‌یابد (طبق رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_T + r}$). اختلاف پتانسیل V برابر است با:



بنابراین با افزایش جریان، ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد. اگر اختلاف پتانسیل دو سر شاخه R_1 را به دست بیاوریم، می‌توانیم با توجه به تغییرات جریان مدار، درمورد تغییرات جریان آمپر نتیجه‌گیری کنیم:



در نتیجه با افزایش جریان، اختلاف پتانسیل بین دو سر شاخه کاهش می‌یابد. با توجه به قانون اهم ($R = \frac{V_{E-D}}{I}$) با کاهش V_{E-D} ، I_1 نیز کاهش می‌یابد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

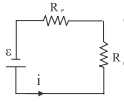
با باز کردن کلید k مقاومت R_2 از مدار حذف می‌شود و مقاومت معادل افزایش می‌یابد؛
مقاومت معادل در حالت اول:

$$R_{T1} = R_3 + R_1 \times \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

مقاومت معادل در حالت دوم:

$$R_{T2} = R_3 + R_1$$

از آنجایی که $\frac{R_2}{R_1 + R_2}$ عددی است بین ۰ و ۱، در هر عدد مثبت ضرب شود آن عدد کوچک می‌شود، بنابراین $R_{T1} < R_{T2}$ است. با افزایش R_{T1} ، i کاهش می‌یابد (زیرا، $i = \frac{\epsilon}{r + R_{T1}}$).
حال قانون کیرشهف را برای مدار می‌نویسیم:



$$\epsilon - V_1 - iR_3 = 0 \Rightarrow V_1 = \epsilon - iR_3$$

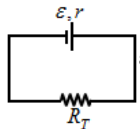
i کاهش یافته، بنابراین V_1 افزایش می‌یابد. طبق قانون اهم ($R_1 = \frac{V_1}{i}$)، با افزایش V_1 ، i کاهش می‌یابد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم موازی‌اند؛ بنابراین:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1}{1 + \frac{R_1}{R_2}}$$

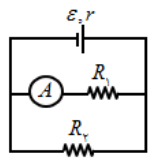
بنابراین با کاهش R_2 ، نسبت $\frac{R_1}{R_2}$ افزایش و مقدار R_T کاهش می‌یابد. با استفاده از قاعده حلقه، جریان کل را به دست می‌آوریم:



$$\epsilon - Ir - IR_T = 0 \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{R_T + r}$$

با کاهش R_T ، جریان کل افزایش می‌یابد.

اختلاف پتانسیل R_1 و R_2 برابر $V = \epsilon - Ir$ است. پس با افزایش I ، اختلاف پتانسیل کاهش پیدا می‌کند. با توجه به $I_1 = \frac{V}{R_1}$ ، با کاهش V ، I_1 نیز کاهش می‌یابد.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۰

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۵

گام اول

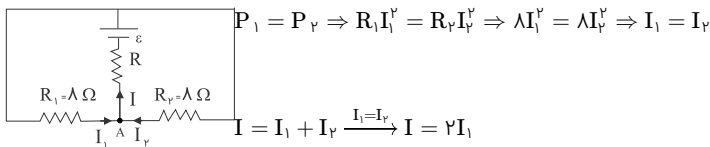
الف) توان هر سه مقاومت با هم برابر هستند

$$P_1 = P_2 = P_R \leftarrow$$

ب) $R = ? \Omega$ ← چند اهم است؟

گام دوم

ابتدا توان مقاومت R_1 را با توان مقاومت R_2 برابر قرار می‌دهیم:



قانون گره را برای نقطه A می‌نویسیم:

در نتیجه با توجه به تساوی توان مقاومت‌های R_1 ، R_2 داریم:

$$P_1 = P_R \Rightarrow R_1 I_1^2 = R I^2 \Rightarrow \lambda I_1^2 = R (\lambda I_1)^2 \Rightarrow R = \lambda R$$

گام اول

الف) ۳ مقاومت الکتریکی مشابه را به‌طور متوالی می‌بندیم. $R_1 = R_2 = R_3 = R \Rightarrow R_{T_1} = R_1 + R_2 + R_3 = 3R \leftarrow$
 ب) توان مصرفی کل مدار ۹۰ وات می‌شود. $P_1 = 90W \leftarrow$
 ج) همان مقاومت‌ها را به‌طور موازی به همان اختلاف پتانسیل وصل می‌کنیم. $\frac{1}{R_{T_2}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}$, $V_1 = V_2 = V \leftarrow$
 د) توان کل مدار چند وات می‌شود؟ $P_2 = ?W \leftarrow$

گام دوم

باتوجه به حالت اول اختلاف پتانسیل (V) را به دست می‌آوریم و در حالت دوم از آن استفاده می‌کنیم:

$$P_1 = \frac{V^2}{R_{T_1}} \Rightarrow 90 = \frac{V^2}{3R} \Rightarrow V^2 = 270R$$

$$P_2 = \frac{V^2}{R_{T_2}} = \frac{270R}{\frac{R}{3}} = 810W$$

گام اول

مقدار گرمایی که در مدت ۱۰۰ ثانیه در مقاومت R_3 تولید می‌شود، چند ژول است؟ $t = 100s$, $U_3 = ?J \leftarrow$

گام دوم

ابتدا باید جریان کل را محاسبه کنیم. سه مقاومت R_1, R_2, R_3 باهم موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} \Rightarrow R_{1,2,3} = 4\Omega$$

حال با استفاده از قانون حلقه، جریان کل را محاسبه می‌کنیم:

$$\varepsilon - Ir - IR_F - IR_{1,2,3} = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R_F + R_{1,2,3}} = \frac{30}{1 + 5 + 4} = 3A$$

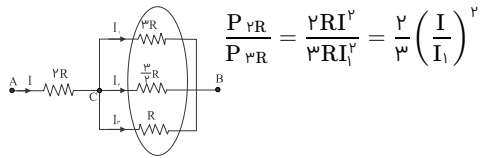
مقاومت‌های R_1, R_2, R_3 باهم موازی‌اند، بنابراین:

$$\begin{cases} V_{1,2,3} = R_{1,2,3} I \\ R_{1,2,3} = 4\Omega \\ I = 3A \end{cases} \Rightarrow V_{1,2,3} = 4 \times 3 = 12V \Rightarrow V_{1,2,3} = V_1 = V_2 = V_3 = 12V$$

حالا می‌توانیم مقدار گرمای R_3 را در مدت ۱۰۰ ثانیه حساب کنیم:

$$U_3 = \frac{V_3^2}{R_3} t = \frac{12^2}{24} \times 100 = 600J$$

باتوجه به اینکه مقاومت‌ها برحسب R هستند، کافی است نسبت جریان $\frac{I}{I_1}$ را به دست بیاوریم:



$$\frac{P_{2R}}{P_{3R}} = \frac{2RI_2^2}{3RI_1^2} = \frac{2}{3} \left(\frac{I_2}{I_1} \right)^2$$

سه مقاومت نشان داده شده در شکل باهم موازی هستند، بنابراین:

$$V_{3R} = V_{2R} = V_R \Rightarrow I_3 R = I_2 \left(\frac{2}{3} R \right) = I_1 (3R) \Rightarrow \begin{cases} I_2 = 2I_1 \\ I_3 = 3I_1 \end{cases}$$

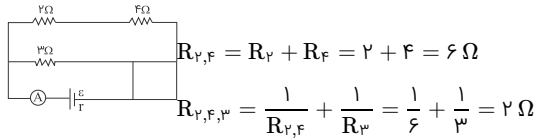
با نوشتن قاعده گره برای نقطه C می‌توانیم $\frac{I}{I_1}$ را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 + I_3 \\ I_2 = 2I_1 \\ I_3 = 3I_1 \end{cases} \Rightarrow I = I_1 + 2I_1 + 3I_1 \Rightarrow \frac{I}{I_1} = 6$$

$$\frac{P_{2R}}{P_{3R}} = \frac{2}{3} \left(\frac{I}{I_1} \right)^2 = \frac{2}{3} \times 6^2 = 24$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

در حالت اول، وقتی که کلید به A وصل می‌شود، مدار به شکل زیر در می‌آید:
مقاومت‌های ۴ و ۲ اهمی موازی می‌شوند و با مقاومت ۳ اهمی متوالی می‌شوند:



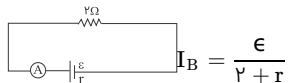
$$R_{2,4} = R_2 + R_4 = 2 + 4 = 6 \Omega$$

$$R_{2,4,3} = \frac{1}{R_{2,4}} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = 2 \Omega$$

جریان عبوری از مدار در این حالت:

$$I_A = \frac{\epsilon}{2 + r}$$

در حالت دوم، با اتصال کلید به B، مطابق شکل زیر، مقاومت ۳ اهمی از مدار خارج می‌شود و مقاومت ۴ اهمی اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شود و فقط مقاومت ۲ اهمی در مدار باقی می‌ماند.
جریان عبوری از مدار در این حالت:



$$I_B = \frac{\epsilon}{2 + r}$$

به این ترتیب:

$$\frac{I_A}{I_B} = 1$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۸

با استفاده از رابطه $P = RI^2$ نسبت توان مصرفی مقاومت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2 I_2^2}{R_1 I_1^2} = \frac{\lambda}{2} \times \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = 4 \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2$$

کافی است $\frac{I_2}{I_1}$ را بیابیم؛ مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم موازی‌اند؛ بنابراین ولتاژ دو سر آن‌ها با هم برابر است ($V_1 = V_2$):

$$\begin{cases} V_1 = V_2 \\ V = RI \end{cases} \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 2 \times I_1 = \lambda I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{\lambda} I_1$$

با به‌کارگیری قاعده گره در نقطه A داریم:

$$I_3 = I_1 + I_2 \Rightarrow I_3 = I_1 + \frac{1}{\lambda} I_1 \Rightarrow I_3 = \frac{\lambda + 1}{\lambda} I_1 \Rightarrow \frac{I_3}{I_1} = \frac{\lambda + 1}{\lambda}$$

$$\frac{P_3}{P_1} = 4 \left(\frac{I_3}{I_1}\right)^2 = 4 \left(\frac{\lambda + 1}{\lambda}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۹

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۱

گام اول

الف) توان مصرف‌شده در مقاومت 12Ω برابر $40W$ است $\leftarrow P_{12} = 40W$

ب) توان مصرف‌شده در مقاومت 8Ω چند وات است؟ $\leftarrow P_8 = ?W$

گام دوم

دو مقاومت با هم موازی هستند ($V_{12} = V_8$); بنابراین با توجه به رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، نسبت توان‌ها را نوشته و توان مقاومت 8 اهمی را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_{12}}{P_8} = \frac{R_8}{R_{12}} \times \frac{V^2}{V^2} \Rightarrow \frac{40}{P_8} = \frac{\lambda}{12} \Rightarrow P_8 = 60W$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

گام اول

انرژی مصرفی در مقاومت R در مدت 30 دقیقه چند کیلووات ساعت است؟ $\leftarrow U_R = ?kWh, t = \frac{1}{2}h$

گام دوم

با محاسبه مقدار جریان مصرفی از مقاومت R و اختلاف پتانسیل دو سر آن می‌توانیم انرژی مصرفی را محاسبه کنیم. اختلاف پتانسیل V_1 برابر است با:

$$V_1 = I_1 \times 25 = 6 \times 25 = 150V$$

$$V_R = V_1 = 150V$$

از آنجا که مقاومت R با مقاومت 25Ω موازی هستند، دارای اختلاف پتانسیل‌های یکسان می‌باشند بنابراین:

با محاسبه V_2 می‌توانیم جریان کل را به دست بیاوریم:

$$V_T = V_1 + V_2 \Rightarrow 250 = 150 + V_2 \Rightarrow V_2 = 100V$$

$$V_2 = R_2 I \Rightarrow 100 = 12/5 \times I \Rightarrow I = 8A$$

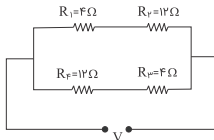
با استفاده از قانون گره در نقطه A، I_2 و در نهایت انرژی مصرفی در مقاومت R را محاسبه می‌کنیم:

$$I = I_1 + I_2 \xrightarrow{\substack{I=8A \\ I_1=6A}} \lambda = 6 + I_2 \Rightarrow I_2 = 2A$$

$$U_R = V_1 I_2 t = 150 \times 2 \times \frac{1}{2} = 150wh = 0.15kWh$$

حالت اول) کلید باز:

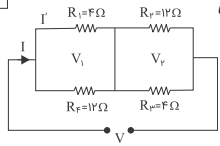
در این حالت مقاومت‌های R_1 و R_2 به صورت سری بسته شده‌اند و اختلاف پتانسیل بین دو سر مقاومت‌ها برابر با V است؛ بنابراین:



$$V = IR_1 + IR_2 \Rightarrow I = \frac{V}{12 + F} = \frac{V}{16} \quad (I)$$

حالت دوم) کلید بسته:

مقاومت‌های R_2 و R_3 با مقاومت‌های R_1 ، R_4 ، R_5 ، R_6 دوه‌دو باهم مساوی هستند بنابراین مقاومت معادل آن‌ها نیز باهم برابر است. پس می‌توانیم بگوییم که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_2 ، R_3 و همچنین R_1 و R_4 باهم برابر هستند:



$$\begin{cases} V = V_1 + V_2 \\ V_1 = V_2 \end{cases} \Rightarrow V = 2V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{V}{2}$$

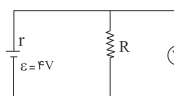
حال می‌توانیم جریان عبوری از مقاومت R_1 ، I' را به دست آورده و در نهایت نسبت $\frac{I'}{I}$ را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} V_1 = R_1 I' \\ V_1 = \frac{V}{2} \\ R_1 = F \Omega \end{cases} \Rightarrow \frac{V}{2} = F \times I' \Rightarrow I' = \frac{V}{2F} \quad (II)$$

$$\frac{(I)}{(II)} \Rightarrow \frac{I'}{I} = \frac{\frac{V}{2F}}{\frac{V}{16}} = 2$$

حالت اول) یکی از کلیدها باز و دیگری بسته است:

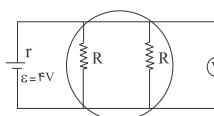
با استفاده از قاعده حلقه ابتدا جریان را به دست آورده و سپس به کمک اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R ، R را محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{cases} \epsilon - Ir - IR = 0 \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{r + R} \\ V = IR \\ \epsilon = FV \\ V = 3V \end{cases} \Rightarrow V = \frac{\epsilon R}{r + R} \Rightarrow 3 = \frac{FR}{r + R} \Rightarrow R = 3r$$

حالت دوم) هر دو کلید بسته است:

ابتدا مقاومت معادل را حساب کرده، سپس با استفاده از قاعده حلقه، جریان I_2 را به دست می‌آوریم:



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_T = \frac{R}{2} \Rightarrow R_T = \frac{3}{2}r$$

$$\epsilon - I'r - I'R_T = 0 \Rightarrow I' = \frac{\epsilon}{r + \frac{3}{2}r} = \frac{2\epsilon}{5r}$$

در نهایت اختلاف پتانسیل در حالت دوم برابر است با:

$$V_2 = R_T I' = \frac{3r}{2} \times \frac{2\epsilon}{5r} = \frac{3}{5} \times F = 2/4V$$

گام اول

کلید سمت هرکدام از حالت های ۱ و ۲ قرار گیرد جریان آمپرسنج تغییر نمی‌کند ← ثابت $I =$ و نیز باتوجه به اینکه ولتاژ مدار نیز در هر دو حالت ثابت است پس طبق قانون اهم مقاومت‌های معادل نیز باید در هر دو حالت برابر باشد ($R_{T1} = R_{T2}$).

گام دوم

مقاومت معادل در حالت اول برابر است با:

$$\frac{1}{R_{T1}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_{T1} = \frac{6R}{6+R}$$

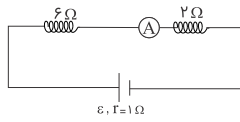
در حالت دوم نیز فقط مقاومت 4Ω در مدار است؛ بنابراین: $R_{T2} = 4\Omega$

در نتیجه R برابر است با:

$$R_{T1} = R_{T2} \Rightarrow \frac{6R}{6+R} = 4 \Rightarrow 3R = 12 + 2R \Rightarrow R = 12\Omega$$

در حالت اول مقدار ε را محاسبه می‌کنیم، سپس در حالت دوم I_{12} را به دست می‌آوریم:
حالت اول:

از قاعده حلقه استفاده می‌کنیم:

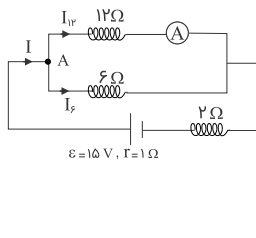


$$\begin{cases} \varepsilon - I_1 r - I_1 12 - I_1 2 = 0 \\ I_1 = 1 \\ r = 1 \Omega \end{cases} \Rightarrow \varepsilon - 1 - 12 - 2 = 0 \Rightarrow \varepsilon = 15 V$$

حالت دوم:

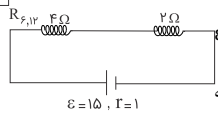
ابتدا مقاومت معادل را به دست می‌آوریم.

مقاومت‌های ۱۲ و ۶ اهمی باهم موازی می‌باشند؛ بنابراین:



$$\frac{1}{R_{12,6}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \Rightarrow R_{12,6} = 4 \Omega$$

با استفاده از قاعده حلقه، جریان کل را به دست می‌آوریم:



$$\varepsilon - Ir - IR_{12,6} - I \times 2 = 0 \Rightarrow I = \frac{15}{1+4+2} = \frac{15}{7} A$$

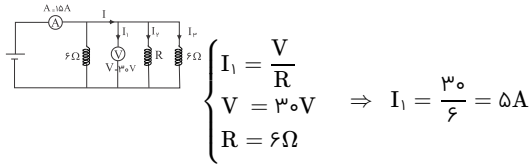
حال باتوجه به اینکه مقاومت‌های ۱۲ و ۶ اهمی موازی اند ($V_{12} = V_6$) و به کمک قانون گره در نقطه A می‌توانیم I_{12} را محاسبه کنیم:

$$V_{12} = V_6 \Rightarrow R_6 I_6 = R_{12} I_{12} \Rightarrow 6 I_6 = 12 I_{12} \Rightarrow I_6 = 2 I_{12}$$

$$\begin{cases} I = I_6 + I_{12} \\ I_6 = 2 I_{12} \\ I = \frac{15}{7} A \end{cases} \Rightarrow \frac{15}{7} = 2 I_{12} + I_{12} \Rightarrow I_{12} = \frac{5}{7} A$$

مقاومت‌ها به صورت موازی بسته شده‌اند و دارای اختلاف پتانسیل یکسانی می‌باشند ($V = ۳۰V$) بنابراین اگر $I_۲$ را به دست بیاوریم با استفاده از رابطه $R = \frac{V}{I}$ می‌توانیم مقاومت R را به دست بیاوریم.

جریان‌های $I_۱$ ، $I_۳$ با هم برابرند، زیرا مقاومت‌های برابری دارند:



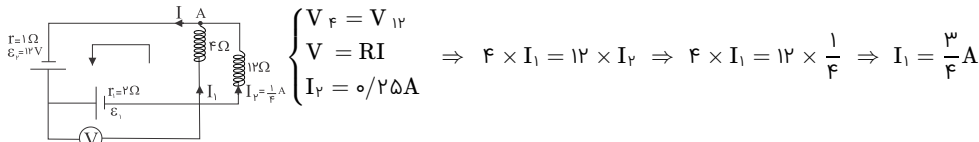
از قانون گره استفاده می‌کنیم تا $I_۲$ را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_۲ + I_۳ \\ I_1 = I_۳ = 5A \\ I = 15A \end{cases} \Rightarrow 15 = 5 + I_۲ + 5 \Rightarrow I_۲ = 5A$$

از آنجایی که $I_1 = I_۲ = I_۳$ است و هر سه مقاومت ولتاژ یکسانی دارند، مقاومتشان نیز با هم برابر است: $R = 6\Omega$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۹

ابتدا باید جریان I_1 و I را به دست بیاوریم تا بتوانیم اختلاف پتانسیل را محاسبه کنیم: مقاومت‌های ۱۲ اهمی و ۴ اهمی موازی هستند ($V_۴ = V_{۱۲}$)، بنابراین:



با استفاده از قانون گره برای نقطه A ، I را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_۲ \\ I_1 = 0.75A \\ I_۲ = 0.25A \end{cases} \Rightarrow I = 0.75 + 0.25 = 1A$$

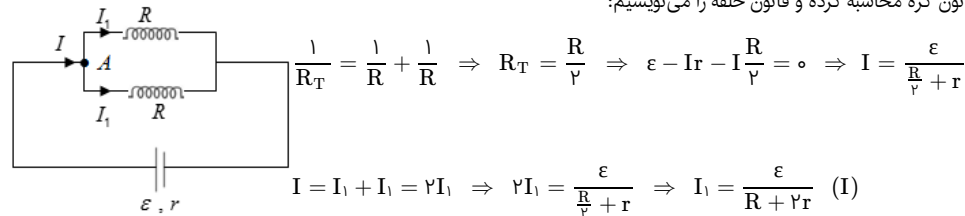
حالا می‌توانیم اختلاف پتانسیل را محاسبه کنیم:

$$V = -I_1 r - I r + \varepsilon_۲ \Rightarrow V = \frac{-۳}{۴} \times ۴ - 1 + 12 \Rightarrow V = 8V$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

جریان را در هر کدام از حالت‌ها به دست می‌آوریم و در نهایت با هم مساوی قرار می‌دهیم: حالت اول (موازی):

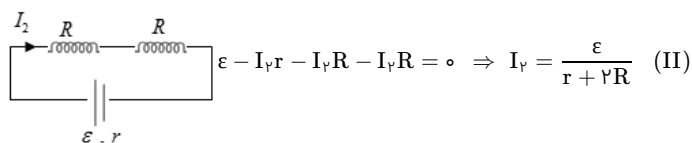
مقاومت معادل را به دست می‌آوریم و جریان کل را با استفاده از قانون گره محاسبه کرده و قانون حلقه را می‌نویسیم:



با استفاده از قانون گره برای نقطه A داریم:

حالت دوم (سری):

با استفاده از قانون حلقه، جریان $I_۲$ را محاسبه می‌کنیم:



از آنجاکه جریان مقاومت‌ها در دو حالت با هم مساوی است: داریم:

$$I_1 = I_۲ \xrightarrow{(I)} \frac{\varepsilon}{\frac{R}{۲} + r} = \frac{\varepsilon}{R + ۲R} \Rightarrow ۲r + R = r + ۲R \Rightarrow r = R$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۲

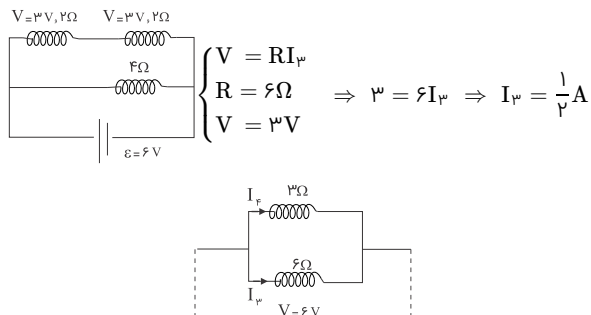
ابتدا مقاومت‌های معادل R_1 و R_2 را به دست می‌آوریم. مقاومت‌های ۴ اهمی باهم موازی‌اند، مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی نیز باهم موازی‌اند. بنابراین:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \Rightarrow R_1 = 2\Omega$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \Rightarrow R_2 = 2\Omega$$

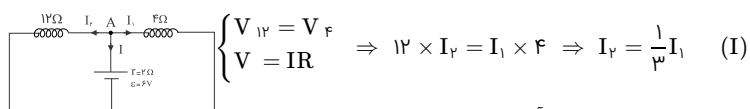
مدار به صورت زیر درمی‌آید:

باتوجه به اینکه مقاومت‌های شاخه بالا باهم مساوی هستند (2Ω) و متصل به اختلاف پتانسیل $6V$ ، می‌توانیم این نتیجه را بگیریم که اختلاف پتانسیل هرکدام از مقاومت‌ها برابر ۳ ولت است. پس اختلاف پتانسیل مقاومت R_1 برابر با V است. بنابراین I_3 برابر است با:



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۵

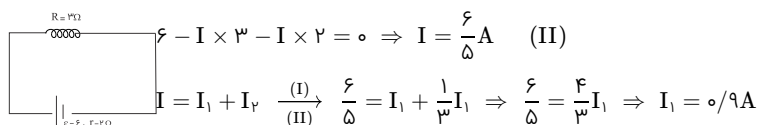
باتوجه به اینکه مقاومت‌های ۴ و ۱۲ اهمی به‌طور موازی متصل شده‌اند ($V_{12} = V_4$) و با استفاده از قانون گره در نقطه A می‌توانیم جریان I_2 را به دست بیاوریم:



قبل از استفاده از قانون گره باید جریان کل را بیابیم. مقاومت‌های ۱۲ و ۴ اهمی باهم موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} \Rightarrow R = 3\Omega$$

حالا که یک حلقه داریم با استفاده از قاعده حلقه جریان I را به دست آورده و در نهایت به کمک قانون گره می‌توانیم جریان I_1 را محاسبه کنیم:



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

گام اول

- الف) دو سیم رسانای A و B، با قطر مقطع و طول مساوی $L_A = L_B$ ، $A_A = A_B$ ،
 ب) به طور موازی به هم وصل شده‌اند $V_A = V_B$ ←
 ج) از مجموعه آن‌ها جریان ۴/۵ آمپر عبور می‌کند $I_A + I_B = 4/5 A$ ←
 د) شدت جریان برای سیم A چند آمپر است؟ $I_A = ?$ ←

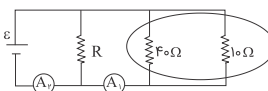
گام دوم

باتوجه به اینکه $V_A = V_B$ است، می‌توانیم نسبت $\frac{I_A}{I_B}$ را پیدا کرده و با جایگذاری در رابطه مجموع جریان‌ها، I_A را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} V_A = V_B \xrightarrow{V=IR} I_A R_A = I_B R_B \\ R = \rho \frac{L}{A} \\ \rho_A = 1/6 \times 10^{-8} \Omega m \\ \rho_B = 5/6 \times 10^{-8} \Omega m \end{cases} \Rightarrow I_A \rho_A \frac{L_A}{A_A} = I_B \rho_B \frac{L_B}{A_B} \Rightarrow I_B = I_A \frac{\rho_A}{\rho_B} \Rightarrow I_B = \frac{16}{56} I_A = \frac{2}{7} I_A$$

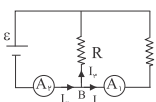
$$\begin{cases} I_A + I_B = 4/5 A \\ I_B = \frac{2}{7} I_A \end{cases} \Rightarrow I_A + \frac{2}{7} I_A = 4/5 \Rightarrow \frac{9}{7} I_A = 4/5 \Rightarrow I_A = 3/5 A$$

برای به دست آوردن مقاومت معادل ابتدا باید R را مشخص کنیم. اگر مقاومت معادل مقاومت‌های ۴۰ و ۱۰ اهمی را به دست بیاوریم آنگاه دو شاخه موازی با پتانسیل‌های یکسان داریم و می‌توانیم R را محاسبه کنیم:



$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{40} + \frac{1}{40} \Rightarrow R' = \frac{40}{2} = 20 \Omega$$

مقاومت R و 20Ω با هم موازی هستند و دارای اختلاف پتانسیل‌های یکسانی می‌باشند بنابراین:



$$\begin{cases} V_R = V_{\lambda} \\ V = IR \end{cases} \Rightarrow I_{\lambda} R = I_{\lambda} \times \lambda$$

حال کافی است با استفاده از قانون گره در نقطه B، I_{λ} را مشخص کنیم:

$$\begin{cases} I_{\lambda} = I_1 + I_{20} \\ I_{\lambda} = 3 A \\ I_1 = 2/5 A \end{cases} \Rightarrow 3 = 2/5 + I_{20} \Rightarrow I_{20} = 13/5 A$$

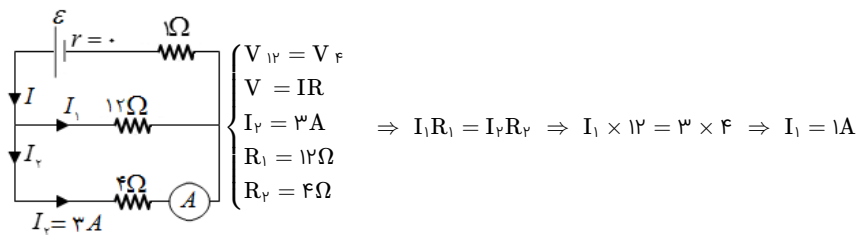
بنابراین R برابر است با:

$$I_{\lambda} R = I_{\lambda} \times \lambda \Rightarrow \frac{1}{5} \times R = \frac{13}{5} \times \lambda \Rightarrow R = 13 \Omega$$

حال ۳ مقاومت موازی داریم و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{40} + \frac{1}{40} + \frac{1}{20} \Rightarrow R_T = \frac{10}{3} \Omega$$

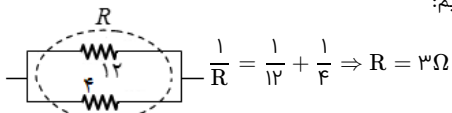
آمپرسنج مقدار جریانی را که از مقاومت ۴Ω می‌گذرد نشان می‌دهد. باتوجه به اینکه اختلاف پتانسیل مقاومت‌های ۱۲Ω و ۴Ω یکسان می‌باشد، می‌توانیم جریانی که از مقاومت ۱۲Ω می‌گذرد را به دست آوریم، تا در نهایت جریان کل محاسبه شود.



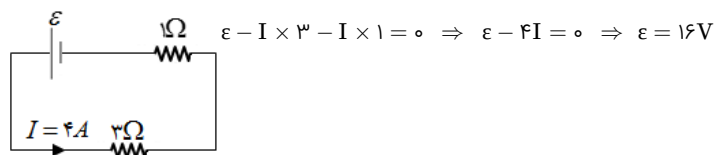
بنابراین جریان کل برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} I = I_1 + I_2 \\ I_1 = 1A \\ I_2 = 3A \end{array} \right. \Rightarrow I = 1 + 3 = 4A$$

برای محاسبه نیروی محرکه مولد \mathcal{E} ابتدا باید مقاومت معادل مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω را به دست بیاوریم. باتوجه به موازی بودن آن‌ها داریم:

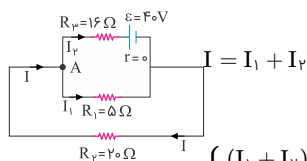


حال می‌توانیم از قاعده حلقه استفاده کنیم و نیروی محرکه مولد را به دست بیاوریم:



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۱

جریان دلخواه I را در نظر می‌گیریم و برای گره A داریم:



حال از قاعده حلقه استفاده می‌کنیم؛ یک بار برای مسیری که I_2 در آن وجود دارد و بار دیگر برای مسیری که I_1 در آن هست. بنابراین:

$$\left\{ \begin{array}{l} (I_1 + I_2) \times 20 + 16I_2 + 40 = 0 \\ (I_1 + I_2) 20 + 5I_1 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 36I_2 + 20I_1 + 40 = 0 \quad (I) \\ 25I_1 + 20I_2 = 0 \quad (II) \end{array} \right.$$

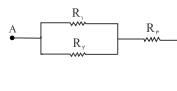
دستگاه دو معادله دو مجهول را حل می‌کنیم تا I_1 به دست آید:

$$25I_1 + 20I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = -\frac{5}{4}I_1$$

$$\xrightarrow{(I)} -36 \times \frac{5}{4}I_1 + 20I_1 + 40 = 0 \Rightarrow -45I_1 + 20I_1 + 40 = 0 \Rightarrow 25I_1 = 40 \Rightarrow I_1 = 1/6A$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

ابتدا باید مقاومت معادل بین نقاط A و B را به دست بیاوریم و برابر با R_1 قرار دهیم.
مقاومت R_1 و R_2 باهم موازی هستند بنابراین:




$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

حال دو مقاومت داریم که به صورت متوالی بسته شده‌اند؛ ازطرفی

$$R_{AB} = R_1$$

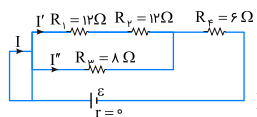
است، بنابراین R_3 برابر است با:



$$\begin{cases} R_{AB} = R + R_3 \\ R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \\ R_{AB} = R_1 \end{cases} \Rightarrow R_1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \Rightarrow R_3 = R_1 - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1^2}{(R_1 + R_2)}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

مدار به شکل زیر است.



از معادله $P = \frac{V^2}{R}$ ، برای محاسبه توان مصرفی مقاومت‌ها استفاده می‌کنیم؛ ازطرفی ولتاژ کل، بین مقاومت $R_{1,2,3}$ و R_4 تقسیم می‌گردد:

$$\begin{aligned} R_{1,2} &= R_1 + R_2 = 24 \Omega \\ R_{1,2,3} &= \frac{R_{1,2} \times R_3}{R_{1,2} + R_3} = \frac{24 \times 8}{24 + 8} = 6 \Omega \end{aligned}$$

چون $R_4 = R_{1,2,3} = 6 \Omega$ است، ولتاژها نیز باهم برابر است ($V_4 = V_{1,2,3} = V$) در مقاومت‌های موازی ولتاژها باهم برابر هستند؛ بنابراین داریم:

$$V_3 = V_{1,2} = V_{1,2,3} = V$$

ازطرفی چون مقاومت‌های R_2, R_1 باهم برابر و سری هستند، داریم:

$$V_1 = V_2 = \frac{V_{1,2}}{2} = \frac{V}{2}$$

پس نسبت توان مصرفی مقاومت R_4 به توان مصرفی مقاومت R_1 برابر است با:

$$\frac{P_4}{P_1} = \frac{\frac{V_4^2}{R_4}}{\frac{V_1^2}{R_1}} = \frac{V^2}{V_1^2} \times \frac{12}{6} = 8$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

مقاومت ولتسنج آرمانی بسیار زیاد است؛ بنابراین اگر ولتسنج سر راه جریان اصلی مدار قرار بگیرد، جریان صفر خواهد شد.
آمپرسنج صفر را نشان می‌دهد و ولتسنج نیروی محرکه مولد را نشان خواهد داد.

$$\begin{aligned} V &= \varepsilon - I r \Rightarrow V = \varepsilon \\ I &= \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{\varepsilon}{\infty} \Rightarrow I = 0 \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

وقتی کلید k باز است، مقاومت مدار شامل دو مقاومت ۱۲ اهمی متوالی است:

$$P_1 = \frac{V^2}{R_1} = \frac{\varepsilon^2}{12 + 12} = \frac{12^2}{24} = 6 \text{ W}$$

وقتی کلید k بسته شود، مقاومت‌های ۶ و ۱۲ اهمی باهم موازی و با مقاومت ۱۲ اهمی بالا متوالی می‌شوند:

$$R_2 = \frac{6 \times 12}{6 + 12} + 12 = 16 \Omega \Rightarrow P_2 = \frac{V^2}{R_2} = \frac{\varepsilon^2}{16} = \frac{12^2}{16} = 9 \text{ W}$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 9 - 6 = 3 \text{ W}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

توان مجموعه در حالت موازی: $P_T = P_1 + P_2$

توان مجموعه در حالت سری: $\frac{1}{P_T} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} \Rightarrow \frac{1}{P_T} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_1} = \frac{2}{P_1} \Rightarrow P_1 = 2 \times 40 = 80 \text{ W}$

$$P_T = P_1 + P_2 = 2P_1 = 2 \times 80 = 160 \text{ W}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1/7 \times 10^{-8} \times \frac{30}{\pi r^2} = 1/7 \times 10^{-8} \times \frac{30}{\pi \times (1 \times 10^{-3})^2} = 17 \times 10^{-2} \Omega$$

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{17^2}{17 \times 10^{-2}} = \frac{17 \times 17}{17 \times 10^{-2}} = \frac{17}{10^{-2}} = 1700 \text{ W}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

گام اول

الف) سیمی به طول ۲۵ متر ← $L = 25 \text{ m}$
 ب) اختلاف پتانسیل ۳ ولت در دو سر آن برقرار است ← $V = 3 \text{ V}$
 ج) جریان ۱/۲ آمپر عبور می‌کند ← $I = 1/2 \text{ A}$
 د) مقاومت ویژه سیم $1/8 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$ و چگالی آن 8 g/cm^3

مقاومت ویژه سیم: $\rho_1 = 1/8 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$ ، چگالی: $\rho_2 = 8 \text{ g/cm}^3 = 8000 \text{ kg/m}^3$

ه) جرم سیم چند گرم است؟ ← $m = ?$

گام دوم

از قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{3}{1/2} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$$

و رابطه مقاومت با ساختمان رسانا (مقاومت ویژه ρ_1):

$$R = \rho_1 \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{5}{2} = 1/8 \times 10^{-8} \times \frac{25}{A}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1/8 \times 10^{-8} \times 25 \times 2}{5} = 18 \times 10^{-8} \text{ m}^2$$

از رابطه چگالی، جرم سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_2 = \frac{m}{V} = \frac{m}{A \cdot L} \Rightarrow 8000 = \frac{m}{18 \times 10^{-8} \times 25} \Rightarrow m = 0.036 \text{ kg} = 36 \text{ g}$$

گام اول

الف) دو سیم هم‌طول مسی و آلومینیومی $\ell_{Cu} = \ell_{Al} \leftarrow$

ب: در یک دمای معین، دارای مقاومت الکتریکی مساوی‌اند $R_{Cu} = R_{Al} \leftarrow$

ج) اگر چگالی مس و آلومینیوم به ترتیب $\rho_{Cu} = 9 \text{ g/cm}^3$ و $\rho_{Al} = 2.7 \text{ g/cm}^3$ و $\rho_{Cu} = 9 \text{ g/cm}^3$ و $\rho_{Al} = 2.7 \text{ g/cm}^3$ باشد \leftarrow

د) مقاومت ویژه مس $\frac{1}{\rho}$ برابر مقاومت ویژه آلومینیوم باشد $\leftarrow \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}} = \frac{1}{\rho} \Rightarrow$ مقاومت ویژه: ρ'

ه) جرم سیم آلومینیومی چندبرابر جرم سیم مسی است؟ $\leftarrow \frac{m_{Al}}{m_{Cu}}$

گام دوم

با استفاده از روابط زیر خواهیم داشت:

$$R = \rho' \frac{\ell}{A} \Rightarrow \frac{R_{Cu}}{R_{Al}} = \frac{\rho'_{Cu} \frac{\ell_{Cu}}{A_{Cu}}}{\rho'_{Al} \frac{\ell_{Al}}{A_{Al}}}$$

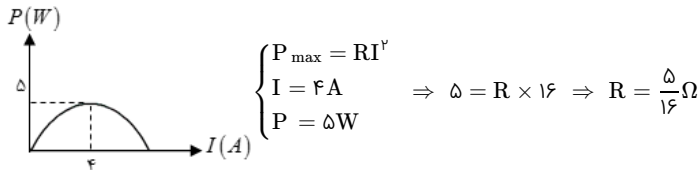
$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{\rho'} \times 1 \times \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} \Rightarrow \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} = \rho'$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{\rho_{Al} V_{Al}}{\rho_{Cu} V_{Cu}} \xrightarrow{V=Al}$$

$$\frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{2.7}{9} \times \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} \times 1 = 0.3 \times \rho' = 0.6 = \frac{3}{5}$$

گزینه ۳

نیروی محرکه مولد برابر $\mathcal{E} = I(r + R)$ است. کافی است مقدار مقاومت‌ها را به دست بیاوریم؛ طبق نمودار زمانی که شدت جریان به $\mathcal{E}A$ می‌رسد، توان مولد بیشترین مقدار خود را دارد. در این زمان مقاومت درونی مولد و مقاومت خارجی مقداری برابر دارند؛ بنابراین:



پس در لحظه‌ای که جریان به $\mathcal{E}A$ می‌رسد، داریم:

$$r = R = \frac{5}{16} \Omega$$

حال می‌توانیم اندازه نیروی محرکه را به دست بیاوریم:

$$\mathcal{E} = I(r + R) = 4 \left(\frac{5}{16} + \frac{5}{16} \right) = 2.5 \text{ V}$$

گزینه ۲

در ابتدا انرژی مصرف‌شده در هر خانه در یک ماه و پس از آن مبلغ را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مقدار برق مصرف‌شده در یک خانه در یک روز} = U = Pt = 0.1 \times 5 = 0.5 \text{ kWh}$$

$$\text{مقدار برق مصرف‌شده در یک خانه در یک ماه} = 0.5 \times 30 = 15 \text{ kWh}$$

$$\text{مقدار برق مصرفی اضافی در کل تهران و در یک ماه} = 15 \times 2 \times 10^6 = 3 \times 10^7 \text{ kWh}$$

$$\text{سه میلیارد ریال} = 3 \times 10^9 = 3 \times 10^7 \times 100 = 3 \times 10^9$$

گزینه ۱

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \times 10^3 \times 2 \times 10^6}{100 \times 10^3 + 2 \times 10^6} = \frac{2 \times 10^6}{21}$$

$$\mathcal{E} = IR_{\text{eq}} \Rightarrow 20 = I \times \frac{2 \times 10^6}{21} \Rightarrow I = \frac{20 \times 21}{2 \times 10^6} \text{ A} = 21 \times 10^{-6} \text{ A} \Rightarrow I = 0.21 \text{ mA}$$

باید جریان مدار را محاسبه کنیم. برای این کار مقاومت معادل قسمت راست مدار را که به دو سر ولتسنج وصل است حساب می‌کنیم.

$$10 + 20 = 30 \Omega$$

$$30 \times 15 \Rightarrow \frac{30 \times 15}{30 + 15} = 10 \Omega \Rightarrow \text{متوالی } 10 \text{ و } 10 \text{ R} = 10 + 10 = 20 \Omega$$

$$V = IR \Rightarrow \epsilon = I \times 20 \Rightarrow I = 0.3 \text{ A}$$

این جریان از مولد خارج می‌شود. با در نظر گرفتن مقاومت ۵ اهمی به عنوان مقاومت درونی مولد خواهیم داشت:

$$V = \epsilon - Ir \Rightarrow \epsilon = \epsilon - 0.3 \times 5 \Rightarrow \epsilon = 7/5 \text{ V}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

مطابق شکل، جریان I' را به دو روش می‌توان در نظر گرفت:

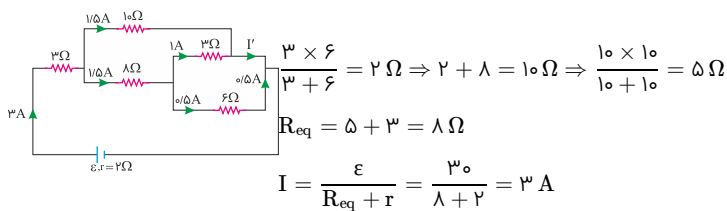
الف: مجموع جریان I' و جریان گذرنده از مقاومت ۶ اهمی برابر با جریان کل است که به باتری می‌رود.

ب: جریان I' مجموع جریان گذرنده از مقاومت ۱۰ اهمی و مقاومت ۳ اهمی (داخل شاخه) است.

بنابراین کافی است جریان کل مدار و جریان گذرنده از مقاومت‌ها را محاسبه کنیم.

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:

مقاومت معادل و جریان مدار را محاسبه می‌کنیم:



جریان ۳ A بعد از عبور از مقاومت ۳ اهمی سمت چپ، بین دو شاخه به تساوی تقسیم می‌شود: $\frac{3 \text{ A}}{2} = 1.5 \text{ A}$

جریان ۱.۵ A بین مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی موازی، تقسیم می‌شود، طوری که ۱ A از ۳ اهمی و ۰.۵ A از ۶ اهمی می‌گذرد.

حال از روش (الف) داریم:

$$I' = I_{10\Omega} + I_{3\Omega} = 1/5 + 1 = 2/5 \text{ A}$$

و یا از روش (ب) نیز داریم:

$$I' + I_6 = I \Rightarrow I' + 0.5/5 = 3 \Rightarrow I' = 2/5 \text{ A}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

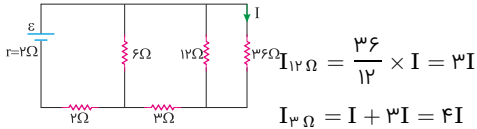
وقتی باتری به مدار وصل نیست، ولتسنج نیروی محرکه آن را نشان می‌دهد.

$$V = \epsilon = 12 \text{ V}$$

$$V = IR = \frac{\epsilon}{R + r} R \Rightarrow 9/6 = \frac{12}{\lambda + r} \times \lambda \Rightarrow \lambda + r = 10 \Rightarrow r = 2 \Omega$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

جریان مقاومت 36Ω را I در نظر می‌گیریم. بنابراین:



$$I_{12\Omega} = \frac{36}{12} \times I = 3I$$

$$I_{3\Omega} = I + 3I = 4I$$

$$I_{6\Omega} = \frac{((36\Omega \parallel 12\Omega) + 3\Omega)}{6} \times 4I = 8I$$

$$I_{2\Omega} = I_{6\Omega} + I_{3\Omega} = 8I + 4I = 12I$$

با توجه به جریان‌ها، توان هر مقاومت را محاسبه می‌کنیم.

$$P_{36\Omega} = 36I^2$$

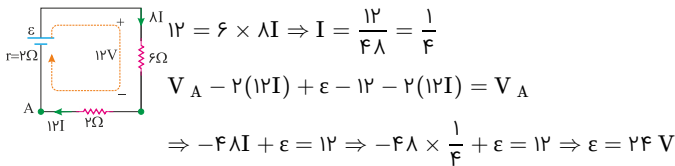
$$P_{12\Omega} = 12 \times (3I)^2 = 108I^2$$

$$P_{3\Omega} = 3 \times (4I)^2 = 48I^2$$

$$P_{6\Omega} = 6 \times (8I)^2 = 6 \times 64I^2 = 384I^2$$

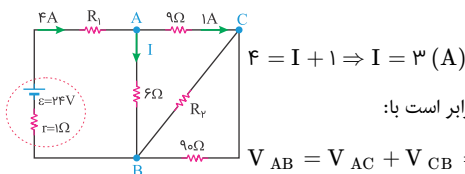
$$P_{2\Omega} = 2 \times (12I)^2 = 288I^2$$

بنابراین مقاومت 6Ω بیشترین توان مصرفی را دارد و اختلاف پتانسیل دو سر آن $12V$ است.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گام اول: باتوجه به گره A، جریان عبوری از مقاومت 6Ω برابر است با:



گام دوم: اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B با مجموع اختلاف پتانسیل AC و CB برابر است. پس اختلاف پتانسیل دو سر R_r برابر است با:

$$V_{AB} = V_{AC} + V_{CB} \Rightarrow 6 \times 2 = 9 \times 1 + V_{R_r} \Rightarrow V_{R_r} = 9V$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل مقاومت 90Ω چون با R_r موازی است با V_{R_r} برابر است. پس جریان عبوری از 90Ω و R_r برابر است با:

$$V_{90\Omega} = V_{R_r} \Rightarrow I_{90\Omega} = \frac{V_{90\Omega}}{R} = \frac{9}{90} = 0.1A$$

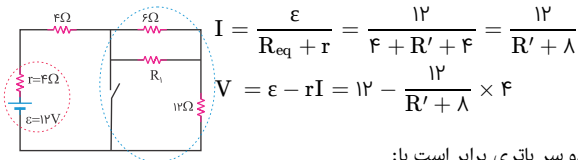
$$I_{90\Omega} + I_R = 1(A) \Rightarrow 0.1 + I_R = 1 \Rightarrow I_R = 0.9A$$

گام چهارم: حالا توان مصرفی R_r را از رابطه $P = VI$ به دست می‌آوریم:

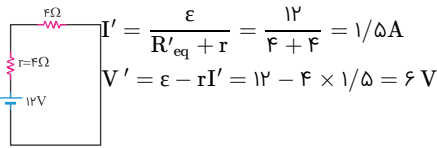
$$P_R = V_R I_R = 9 \times 0.9 = 8.1W$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: قبل از بسته شدن کلید، مقاومت معادل قسمت مشخص شده را R' در نظر می‌گیریم. در این صورت جریان عبوری از باتری و اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:



گام دوم: پس از بسته شدن کلید، مقاومت معادل R' اتصال کوتاه می‌شود و از مدار حذف می‌گردد. در این حالت ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

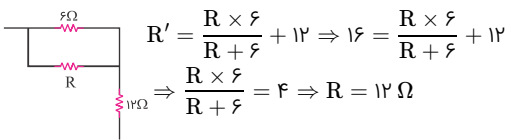


گام سوم: طبق گفته سوال، $-40 = \frac{V' - V}{V} \times 100$ است، پس:

$$\frac{V' - V}{V} \times 100 = -40 \Rightarrow V' - V = 0.4V \Rightarrow V' = 0.6V$$

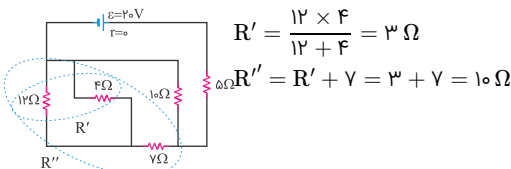
$$\Rightarrow 6 = 0.6 \left(12 - \frac{12}{R' + 8} \times 4 \right) \Rightarrow \frac{48}{R' + 8} = 2 \Rightarrow R' = 16 \Omega$$

گام چهارم: حالا با استفاده از مقاومت معادل بدست آمده، مقاومت R را حساب می‌کنیم:

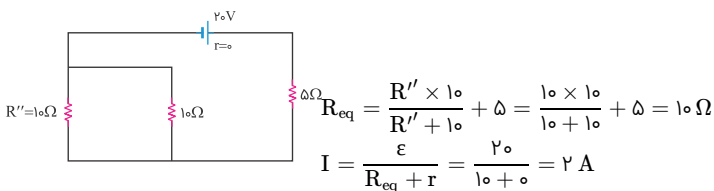


کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: ابتدا مدار را کمی ساده می‌کنیم. دو مقاومت 4Ω و 12Ω با هم موازی و معادل آن‌ها با 7Ω سری است. پس:

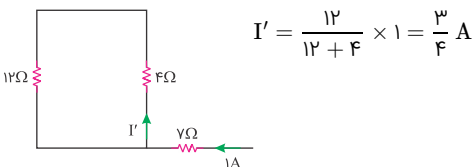


شکل ساده شده مدار به صورت زیر است:



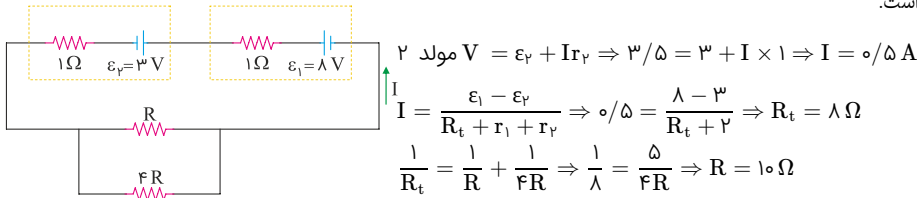
گام دوم: مقاومت معادل مدار و جریان عبوری از هر یک از مقاومت‌ها را تعیین می‌کنیم.

گام سوم: جریان 2 A بین دو مقاومت R'' و 10Ω تقسیم شده و از هر یک 1 A عبور می‌کند. پس جریان عبوری از R'' که معادل 7Ω ، 4Ω و 12Ω بود (به صورت شکل زیر) برابر 1 A است. باتوجه به شکل جریان عبوری از 4Ω برابر است با:



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

$\epsilon_1 > \epsilon_2 \Leftarrow$ پس جهت جریان پادساعتگرد است و مولد ϵ_2 ، پادمحرک است.

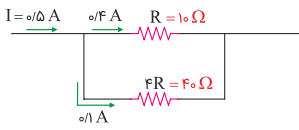


$$V = \epsilon_2 + I r_2 \Rightarrow 3/5 = 3 + I \times 1 \Rightarrow I = 0/5 \text{ A}$$

$$I = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{R_t + r_1 + r_2} \Rightarrow 0/5 = \frac{8 - 3}{R_t + 2} \Rightarrow R_t = 8 \Omega$$

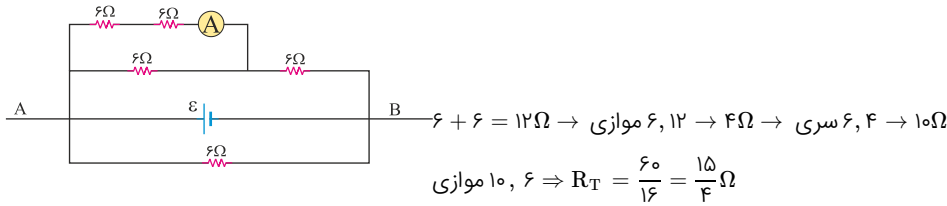
$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R} + \frac{1}{4R} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{5}{4R} \Rightarrow R = 10 \Omega$$

$$P = R I^2 = 10 \times (0/4)^2 = 1/6 \text{ W}$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

وقتی مولد بین A و B بسته می‌شود:



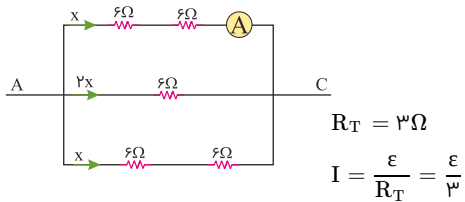
$$6 + 6 = 12 \Omega \rightarrow \text{موازی } 6, 12 \rightarrow 4 \Omega \rightarrow \text{سری } 6, 4 \rightarrow 10 \Omega$$

$$10, 6 \Rightarrow R_T = \frac{60}{16} = \frac{15}{4} \Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{R_t} = \frac{4}{15} \epsilon \Rightarrow \begin{cases} \text{بالا } I = \frac{6}{10+6} \times \frac{4}{15} \epsilon = \frac{\epsilon}{10} A \\ \text{پایین } I \end{cases}$$

$$\text{بالا } I \begin{cases} \text{آمپرسنج} \rightarrow \text{جریان شاخه آمپرسنج} = \frac{6}{6+12} \times \frac{\epsilon}{10} = \frac{\epsilon}{30} \\ \text{جریان اهمی } 6 \end{cases}$$

وقتی مولد بین A و C بسته می‌شود:



$$R_T = 3 \Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{R_T} = \frac{\epsilon}{3}$$

$$\text{آمپرسنج} \rightarrow x = \frac{\epsilon}{12} \Rightarrow 4x = \frac{\epsilon}{3} \Rightarrow \text{تقسیم جریان بین شاخه‌ها}$$

$$\frac{I_{AC}}{I_{AB}} = \frac{12}{\epsilon} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

با افزایش مقدار یک مقاومت جریان کلی مدار (جریان عبوری از باتری) کاهش می‌یابد.

$$V = \epsilon - rI \xrightarrow{I \downarrow} V \uparrow \Rightarrow \text{عدد ولت سنج} \uparrow$$

همچنین ولتاژ دو سر آن مقاومتی که افزایش یافته نیز افزایش می‌یابد.

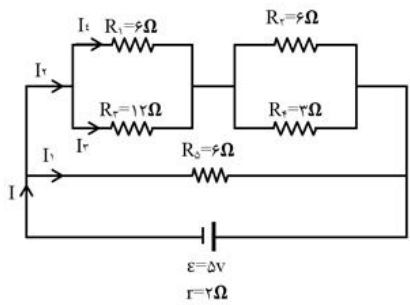
$$I \downarrow \Rightarrow R \uparrow \Rightarrow \text{عدد آمپرسنج} \downarrow$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گام اول

توان مصرفی مقاومت R_1 چند وات است؟ $P_1 = ? W$

گام دوم

باید جریان عبوری از مقاومت R_1 را به دست بیاوریم. ابتدا جریان کل را محاسبه می‌کنیم.مقاومت‌های R_1, R_3 باهم موازی‌اند بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_{1,3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \\ R_1 = 6\Omega, R_3 = 12\Omega \end{cases} \Rightarrow R_{1,3} = \frac{6 \times 12}{18} = 4\Omega$$

مقاومت‌های R_4, R_5 باهم موازی‌اند:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_{4,5}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \\ R_4 = 6\Omega, R_5 = 12\Omega \end{cases} \Rightarrow R_{4,5} = \frac{6 \times 12}{18} = 4\Omega$$

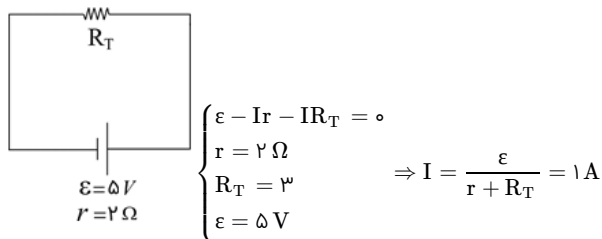
مقاومت معادل $R_{2,3,4,5}, R_{1,3}$ باهم سری‌اند:

$$\begin{cases} R_{1,2,3,4,5} = R_{4,5} + R_{1,3} \\ R_{4,5} = 4\Omega, R_{1,3} = 4\Omega \end{cases} \Rightarrow R_{1,2,3,4,5} = 4 + 4 = 8\Omega$$

مقاومت‌های $R_6, R_{1,2,3,4,5}$ باهم موازی‌اند:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{1,2,3,4,5}} \\ R_{1,2,3,4,5} = 8\Omega, R_6 = 8\Omega \end{cases} \Rightarrow R_T = \frac{8}{2} = 4\Omega$$

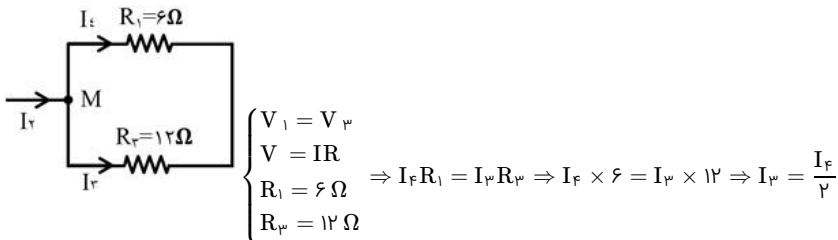
حالا می‌توانیم جریان کل را محاسبه کنیم.



$$\begin{cases} \varepsilon - Ir - IR_T = 0 \\ r = 2\Omega \\ R_T = 4\Omega \\ \varepsilon = 5V \end{cases} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = 1A$$

حال باید جریان عبوری از R_1 را به دست بیاوریم.مقاومت معادل $R_6, R_{1,2,3,4,5}$ باهم موازی و برابرند؛ بنابراین جریان I به‌طور مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود؛ بنابراین:

$$\begin{cases} I_1 = I_2 = \frac{I}{2} \Rightarrow I_1 = I_2 = \frac{1}{2}A \\ I = 1A \end{cases}$$

مقاومت‌های R_1, R_3 باهم موازی هستند ($V_1 = V_3$) بنابراین:

$$\begin{cases} V_1 = V_3 \\ V = IR \\ R_1 = 6\Omega \\ R_3 = 12\Omega \end{cases} \Rightarrow I_1 R_1 = I_3 R_3 \Rightarrow I_1 \times 6 = I_3 \times 12 \Rightarrow I_1 = \frac{I_3}{2}$$

باتوجه به پایستگی بار در نقطه M داریم:

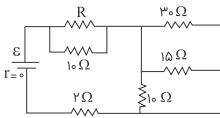
$$\begin{cases} I_2 = I_1 + I_3 \\ I_1 = \frac{I_3}{2} \\ I_2 = \frac{1}{2}A \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{I_3}{2} + I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{1}{3}A$$

$$\begin{cases} P_1 = R_1 I_F^2 \\ R_1 = 6 \\ I_F = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow P_1 = 6 \times \frac{1}{9} = \frac{2}{3} \text{ W}$$

گزینه ۲

۱۴۷

مقاومت R با مقاومت 10Ω موازی است و سمت راست مقاومت‌های 30Ω و 15Ω و نیز با هم موازی‌اند و کل آن‌ها با 2Ω متوالی هستند.

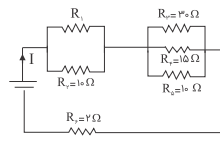


$$R_{30,15,10} = \frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10}} = \frac{1+2+3}{30} = \frac{6}{30} \Rightarrow R_{30,15,10} = 5 \Omega$$

$$V_{10} = 30 \cdot V \Rightarrow V_{30,15,10} = 30 \cdot V$$

$$V_{30,15,10} = I_{30,15,10} \times R_{30,15,10} \Rightarrow 30 = I_{30,15,10} \times 5 \Rightarrow I_{30,15,10} = 6 \text{ A}$$

بنابراین I_{10} نیز 6 A است.



$$V_{10} = 30 \cdot V \Rightarrow V_{1,2} = 30 \cdot V \Rightarrow V_{1,2} = I_{1,2} R_{1,2} \Rightarrow 30 = 6 R_{1,2} \Rightarrow R_{1,2} = 5 \Omega$$

$$R_T = R_{1,2} + R_{30,15,10} + R_6 = 5 + 5 + 2 = 12 \Omega$$

گزینه ۳

۱۴۸

هنگامی که لغزنده رتوستا از نقطه A به نقطه B برده می‌شود، مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد؛ بنابراین جریان شاخه اصلی کاهش می‌یابد بنابراین:

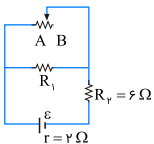
$$I_{R_2} \downarrow \Rightarrow V_{R_2} \downarrow \Rightarrow \text{مقاومت کاهش می‌یابد}$$

همچنین جریان عبوری از مقاومت درونی (مولد) نیز کاهش می‌یابد؛ بنابراین ولتاژ خروجی مولد افزایش می‌یابد: $I \downarrow \Rightarrow V_{\text{مولد}} \uparrow$

در نتیجه ولتاژ دو سر مقاومت R_1 و شاخه بالایی افزایش می‌یابد؛ که در نتیجه جریان عبوری از مقاومت R_1 و به تبع آن توان مصرفی این مقاومت افزایش می‌یابد:

$$V_{R_1} \uparrow \Rightarrow I_{R_1} \uparrow \xrightarrow{P_{R_1} = R_1 I_1} P_{R_1} \uparrow$$

باتوجه به اینکه بیشترین توان خروجی مولد وقتی رخ می‌دهد که $r = R_T$ باشد (که با توجه به شکل $r = 2$ است یعنی بیشینه توان خروجی مولد به ازای $R_T = 2$ رخ می‌دهد) و هر چه مقدار R_T از مقدار r فاصله بگیرد، توان خروجی مولد کمتر است. با این توضیح و با توجه به اینکه با انتقال لغزنده از نقطه A به نقطه B ، R_T زیاد می‌شود (از 6Ω به 6Ω هم که قطعاً بیشتر است) و فاصله آن از r بیشتر شده، توان خروجی مولد کاهش می‌یابد.



$$\frac{U_1 t}{U_2 t} = 3 \xrightarrow{P=9} \frac{P R_1}{P R_2} = 3 \xrightarrow{P=9I^2} \frac{R_1 I_1^2}{R_2 I_2^2} = 3 \quad (1)$$

$$\begin{cases} I_2 + I_3 = I_1 \\ I_2 R_2 = I_3 R_3 \end{cases} \Rightarrow I_2 + \frac{I_2 R_2}{R_3} = I_1 \Rightarrow I_2 = \frac{I_1}{\left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right)} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{(12 + R_2)^2}{3 \times 18 R_2} = 1 \quad (*)$$

تمام گزینه‌ها را در رابطه * امتحان می‌کنیم:

$$\text{گزینه ۱: } \frac{(12 + 9)^2}{3 \times 18 \times 9} = 1$$

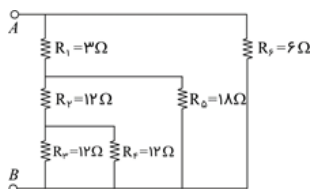
$$\text{گزینه ۲: } \frac{(12 + 12)^2}{3 \times 18 \times 12} = 1$$

$$\text{گزینه ۳: } \frac{(12 + 15)^2}{3 \times 18 \times 15} = 1$$

$$\text{گزینه ۴: } \frac{(12 + 24)^2}{3 \times 18 \times 24} = 1$$

پس گزینه "۴" صحیح است.

حالت اول) کلید باز است در این حالت مدار به شکل زیر خواهد بود:



$$\begin{cases} \frac{1}{R_{\psi, \phi}} = \frac{1}{R_{\psi}} + \frac{1}{R_{\phi}} \\ R_{\psi} = R_{\phi} = 12 \Omega \end{cases} \Rightarrow R_{\psi, \phi} = \frac{12}{2} = 6 \Omega$$

مقاومت‌های R_{ϕ} , R_{ψ} باهم موازی هستند بنابراین:

مقاومت‌های R_{ψ} و $R_{\psi, \phi}$ باهم سری هستند؛ بنابراین:

$$\begin{cases} R_{\psi, \psi, \phi} = R_{\psi} + R_{\psi, \phi} \\ R_{\psi} = 12 \Omega \\ R_{\psi, \phi} = 6 \Omega \end{cases} \Rightarrow R_{\psi, \psi, \phi} = 12 + 6 = 18 \Omega$$

مقاومت معادل R_{δ} با $R_{\psi, \psi, \phi}$ موازی هستند بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_{\psi, \psi, \phi, \delta}} = \frac{1}{R_{\psi, \psi, \phi}} + \frac{1}{R_{\delta}} \\ R_{\psi, \psi, \phi} = R_{\delta} = 18 \Omega \end{cases} \Rightarrow R_{\psi, \psi, \phi, \delta} = \frac{18}{2} = 9 \Omega$$

مقاومت معادل $R_{1, \psi, \psi, \phi, \delta}$ و مقاومت R_1 باهم سری هستند.

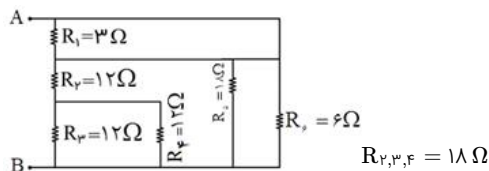
$$\begin{cases} R_{1, \psi, \psi, \phi, \delta} = R_1 + R_{\psi, \psi, \phi, \delta} \\ R_1 = 3 \Omega, R_{\psi, \psi, \phi, \delta} = 9 \Omega \end{cases} \Rightarrow R_{1, \psi, \psi, \phi, \delta} = 3 + 9 = 12 \Omega$$

مقاومت معادل $R_{1, \psi, \psi, \phi, \delta}$ و مقاومت R_6 باهم موازی هستند؛ بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{1, \psi, \psi, \phi, \delta}} \\ R_6 = 6 \Omega, R_{1, \psi, \psi, \phi, \delta} = 12 \Omega \end{cases} \Rightarrow R_{T_1} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4 \Omega$$

حالت دوم) کلید بسته است:

در این حالت شکل مدار به صورت زیر خواهد بود:



مقاومت R_1 اتصال کوتاه می‌شود و از مدار حذف می‌شود.

مقاومت معادل، مقاومت‌های R_{ϕ} , R_{ψ} , $R_{\psi, \psi, \phi}$ مانند حالت اول است و برابر است با:

و مقاومت معادل $R_{\psi, \psi, \phi}$ با مقاومت‌های R_{δ} و R_6 باهم موازی هستند؛ بنابراین:

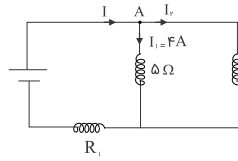
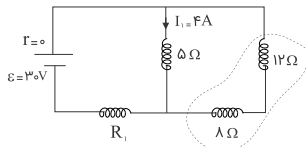
$$\begin{cases} \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_{\psi, \psi, \phi}} + \frac{1}{R_{\delta}} + \frac{1}{R_6} \\ R_{\psi, \psi, \phi} = R_{\delta} = 18 \Omega \\ R_6 = 6 \Omega \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{R_{T_2}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{1}{6} \Rightarrow R_{T_2} = \frac{18}{5} = 3.6 \Omega$$

بنابراین اختلاف مقاومت معادل بین دو حالت برابر است با:

$$R_{T_1} - R_{T_2} = 4 \Omega - 3.6 \Omega = 0.4 \Omega$$

ابتدا جریان عبوری از مقاومت R_1 را به دست می آوریم:

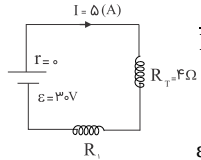
مقاومت‌های $12\ \Omega$ و $8\ \Omega$ با هم سری می باشند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با: $R_T = 8 + 12 = 20\ \Omega$.
مقاومت‌های R_T و $5\ \Omega$ با هم موازی اند ($V_5 = V_{R_T}$) بنابراین:



با استفاده از قانون گره در نقطه A می توانیم I را به دست بیاوریم:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = 4 + I_2 = 5A$$

حال باید مقدار R_1 را به دست بیاوریم. مقاومت‌های R_T و $5\ \Omega$ با هم موازی می باشند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



$$\frac{1}{R'_T} = \frac{1}{5} + \frac{1}{R_T} \Rightarrow \frac{1}{R'_T} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20} \Rightarrow R'_T = 4\ \Omega$$

با استفاده از قاعده حلقه، مقدار مقاومت R_1 را به دست می آوریم:

$$\varepsilon - IR'_T - IR_1 = 0 \Rightarrow R_1 = \frac{\varepsilon - IR'_T}{I} = \frac{30 - 5 \times 4}{5} = 2\ \Omega$$

در نتیجه توان مصرفی مقاومت R_1 برابر است با:

$$P_1 = R_1 I^2 = 2(5)^2 = 50\text{W}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

در دو حالت، مقدار معادل را به دست آورده و در نهایت با استفاده از نسبت $\frac{I'}{I} = \frac{16}{15}$ ، n را به دست می آوریم:

$$\text{حالت اول: } R_{eq} = \frac{R}{n} + R$$

$$\text{حالت دوم: } R'_{eq} = \frac{R}{n+1} + R$$

$$\frac{I'}{I} = \frac{16}{15} \Rightarrow \frac{\frac{\varepsilon}{\frac{R}{n+1} + R}}{\frac{\varepsilon}{\frac{R}{n} + R}} = \frac{16}{15} \Rightarrow \frac{\frac{R}{n} + R}{\frac{R}{n+1} + R} = \frac{16}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{n} + 1}{\frac{1}{n+1} + 1} = \frac{16}{15} \Rightarrow \frac{(n+1)^2}{n(n+2)} = \frac{16}{15}$$

در اینجا با جایگذاری اعداد گزینه در رابطه فوق، سریعتر به جواب خواهیم رسید.

در رابطه فوق $n = 3$ صدق می کند.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

با کاهش مقاومت متغیر R_1 ، مقاومت کل کاهش و شدت جریان مدار افزایش می یابد ($I = \frac{\varepsilon}{R_T + r}$).

حال به بررسی ولتسنج‌ها می پردازیم:

ولتسنج V: اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر $V = \varepsilon - Ir$ است؛ بنابراین با افزایش جریان مدار، اختلاف پتانسیل کاهش می یابد و ولتسنج V عدد کمتری را نشان می دهد.

ولتسنج V_2 : اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 برابر $V_2 = IR_2$ است؛ بنابراین با افزایش I، V_2 نیز افزایش می یابد و ولتسنج عدد بیشتری را نشان می دهد.

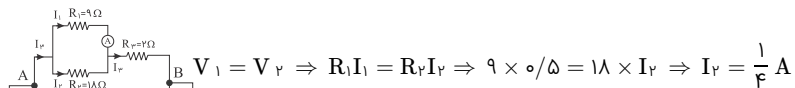
ولتسنج V_1 : به کمک اختلاف پتانسیل دو سر مولد داریم:

$$V = V_1 + V_2 + 2V_R$$

در این رابطه V کاهش یافته و V_2 و V_R افزایش یافته اند، بنابراین V_1 باید کاهش یابد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۲

برای محاسبه P_F باید جریان I_F را به دست بیاوریم. مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم موازی‌اند، بنابراین:



$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 9 \times 0.5 = 18 \times I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{4} \text{ A}$$

$$\begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_1 = 0.5 \text{ A} \Rightarrow I_3 = 0.5 \text{ A} + 0.25 \text{ A} = 0.75 \text{ A} \\ I_2 = 0.25 \text{ A} \end{cases}$$

قاعده گره را برای نقطه C می‌نویسیم:

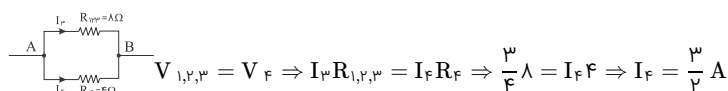
باید مقاومت معادل شاخه بالا را محاسبه کنیم تا جریان I_F به دست آید. R_1 و R_2 با هم موازی‌اند، پس:

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{1,2} = \frac{9 \times 18}{9 + 18} = 6 \Omega$$

مقاومت $R_{1,2}$ با مقاومت R_3 با هم سری هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{1,2,3} = R_{1,2} + R_3 = 6 + 2 = 8 \Omega$$

مقاومت $R_{1,2,3}$ با مقاومت R_F موازی است، بنابراین:



$$V_{1,2,3} = V_F \Rightarrow I_{1,2,3} R_{1,2,3} = I_F R_F \Rightarrow \frac{3}{4} \varepsilon = I_F \varepsilon \Rightarrow I_F = \frac{3}{4} \text{ A}$$

در نهایت توان مصرفی R_F برابر است با:

$$P_F = R_F I_F^2 = \varepsilon \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 9 \text{ W}$$

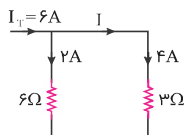
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

هنگامی توان خروجی مولد در یک مدار بیشینه می‌شود که: $R_T = r$

$$R_{\varepsilon, 1, 2} = \frac{\varepsilon \times 12}{\varepsilon + 12} = \varepsilon \Rightarrow \frac{\varepsilon R}{\varepsilon + R} = r \Rightarrow R_T = \frac{\varepsilon R}{\varepsilon + R} = 2 \Rightarrow R = 4 \Omega$$

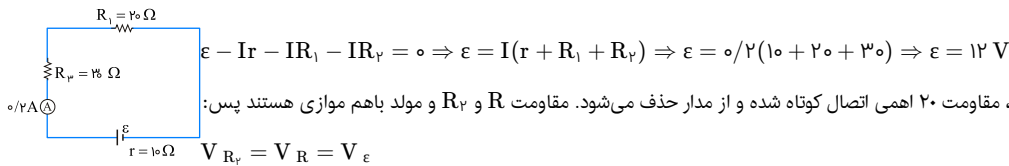
$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{2\varepsilon}{2 + 2} = \varepsilon \text{ A}$$

جریان مقاومت ۳ اهمی دو برابر جریان مقاومت ۶ اهمی است:

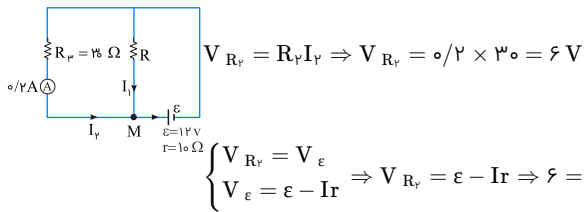


کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

حالت اول) K_1 و K_2 باز هستند:
طبق قاعده حلقه (قانون ولتاژ کیرشهف) داریم:



با استفاده از قانون اهم V_{R_v} برابر است با:



با استفاده از قانون گره در نقطه M داریم:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_v \\ I = 0.6 \text{ A} \Rightarrow 0.6 = I_1 + 0.2 \Rightarrow I_1 = 0.4 \text{ A} \\ I_v = 0.2 \text{ A} \end{cases}$$

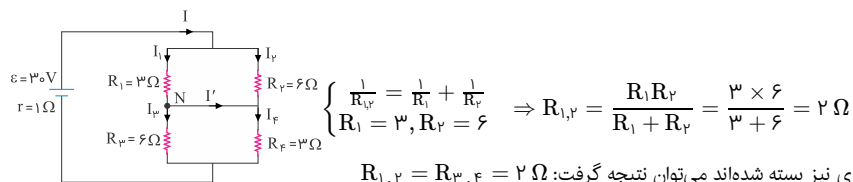
بنابراین R برابر است با:

$$\begin{cases} V_R = V_{R_v} \\ V_R = I_1 R \end{cases} \Rightarrow I_1 R = V_{R_v} \Rightarrow 0.4 \times R = 6 \Rightarrow R = 15 \Omega$$

باید جریان‌های مقاومت R_1 , R_3 را به دست بیاوریم و با استفاده از قانون گره، I' را محاسبه کنیم.

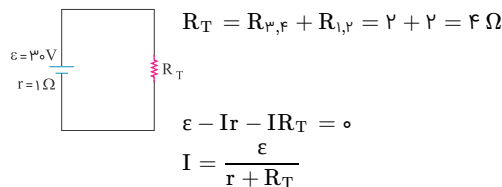
ابتدا باید جریان کل مدار را به دست بیاوریم.

مقاومت‌های R_1 , R_2 با هم موازی هستند، بنابراین:



از آنجایی که مقاومت R_3 , R_4 همان مقادیر مقاومت‌های R_1 , R_2 را دارند و موازی نیز بسته شده‌اند می‌توان نتیجه گرفت: $R_{1,2} = R_{3,4} = 2 \Omega$

مقاومت‌های $R_{1,2}$, $R_{3,4}$ با هم متوالی هستند و مقاومت معادل مدار برابر است با:



بنابراین جریان کل مدار برابر است با:

$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} \\ R_T = 4 \Omega \\ r = 1 \Omega \\ \varepsilon = 30 V \end{cases} \Rightarrow I = \frac{30}{1 + 4} = 6 A$$

مقاومت‌های R_1 , R_2 با هم موازی هستند ($V_1 = V_2$) بنابراین:

$$\begin{cases} V_1 = V_2 \\ V = I R \\ R_1 = 3 \Omega, R_2 = 6 \Omega \end{cases} \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow I_1 \times 3 = I_2 \times 6 \Rightarrow I_1 = 2 I_2$$

باتوجه به قانون گره در نقطه M داریم:

$$\begin{cases} I = I_2 + I_1 \\ I = 6 A \\ I_1 = 2 I_2 \end{cases} \Rightarrow 6 = I_2 + 2 I_2 \Rightarrow \begin{cases} I_2 = 2 A \\ I_1 = 4 A \end{cases}$$

باتوجه به تقارن مقاومت‌های R_3 و R_4 با مقاومت‌های R_1 و R_2 می‌توان نتیجه گرفت که $I_3 = I_4 = I_1 = I_2$. با استفاده از پایستگی بار در نقطه N داریم:

$$\begin{cases} I_1 = I_3 + I' \\ I_1 = 4 A \\ I_3 = I_4 = 2 A \end{cases} \Rightarrow 4 = 2 + I' \Rightarrow I' = 2$$

گام اول

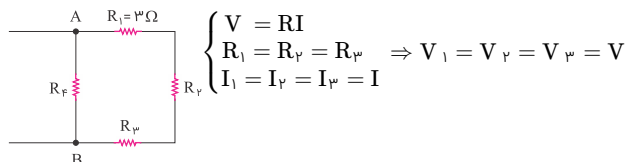
الف) توان مصرفی هریک از مقاومت‌ها باهم برابر است ← $P_1 = P_2 = P_3 = P_4$
 ب) مقاومت معادل مدار چند اهم است ← $R_T = ? \Omega$

گام دوم

مقاومت‌های R_1, R_2, R_3 باهم سری هستند؛ بنابراین:

$$\begin{cases} P_1 = P_2 = P_3 \\ I_1 = I_2 = I_3 = I \\ P_3 = R_3 I^2 \\ R_3 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 I^2 = R_2 I^2 = R_3 I^2 \\ R_1 = R_2 = R_3 = 3 \Omega \end{cases}$$

از آنجا که مقاومت‌ها باهم برابر هستند و جریان عبوری از آن‌ها یکسان است، اختلاف پتانسیل تمامی آن‌ها یکسان است.



$$\begin{cases} V = RI \\ R_1 = R_2 = R_3 \Rightarrow V_1 = V_2 = V_3 = V \\ I_1 = I_2 = I_3 = I \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{AB} = V_3 + V_2 + V_1 & V_{AB} = 3V \\ V_3 = V_2 = V_1 = V & V_4 = 3V \end{cases}$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_4 برابر است:

باتوجه به اینکه توان مقاومت R_4 با مقاومت R_1 برابر است می‌توانیم مقاومت R_4 را محاسبه کنیم.

$$\begin{cases} P_4 = P_1 \\ P = \frac{V^2}{R} \\ V_1 = V, V_4 = 3V, R_1 = 3 \Omega \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{V_4^2}{R_4} = \frac{V_1^2}{R_1} \\ \frac{9V^2}{R_4} = \frac{V^2}{3} \\ R_4 = 27 \Omega \end{cases}$$

حالا می‌توانیم مقاومت معادل را محاسبه کنیم. مقاومت‌های R_1, R_2, R_3 باهم سری و برابر ۳ اهم هستند.

$$\begin{cases} R_{1,2,3} = R_1 + R_2 + R_3 \Rightarrow R_{1,2,3} = 9 \Omega \\ R_1 = R_2 = R_3 \end{cases}$$

مقاومت معادل $R_{1,2,3}$ با مقاومت R_4 باهم موازی هستند؛ بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_{1,2,3}} + \frac{1}{R_4} \\ R_{1,2,3} = 9 \Omega \\ R_4 = 27 \Omega \end{cases} \Rightarrow R_T = \frac{9 \times 27}{9 + 27} = \frac{27}{4} \Omega$$

گام اول

الف) همهٔ مقاومت‌های مدار مشابه‌اند $\leftarrow R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$

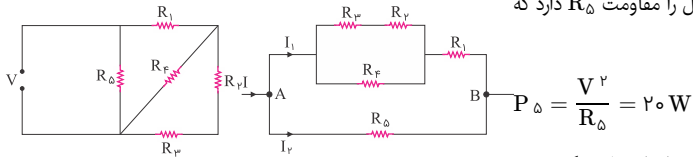
ب) هر مقاومت حداکثر توان $20W$ وات را می‌تواند تحمل کند $\leftarrow P_{\max} = 20W$

ج) حداکثر توان الکتریکی ممکن در این مدار چند وات است؟ $\leftarrow P_T = ?W$

گام دوم

شکل مدار را می‌توانیم ساده‌تر رسم کنیم.

توان مقاومت برابر است با $\frac{V^2}{R}$ با توجه به شکل مدار می‌توان به راحتی دریافت که بالاترین اختلاف پتانسیل را مقاومت R_5 دارد که برابر است با اختلاف پتانسیل کل مدار:



از آنجاکه $V_T = V_5$ است می‌توانیم از نسبت $\frac{P}{P_\Delta}$ را محاسبه کنیم. ابتدا باید مقاومت معادل کل مدار را محاسبه کنیم. مقاومت‌های R_3, R_2 با هم متوالی هستند بنابراین:

$$R_{2,3} = R_2 + R_3 = R + R = 2R$$

مقاومت معادل $R_{2,3}$ با مقاومت R_4 موازی است بنابراین:

$$\frac{1}{R_{2,3,4}} = \frac{1}{R_{2,3}} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_{2,3,4} = \frac{2R^2}{3R} = \frac{2}{3}R$$

مقاومت معادل $R_{2,3,4}$ با مقاومت R_1 سری است؛ بنابراین:

$$R_{1,2,3,4} = R_1 + R_{2,3,4} = R + \frac{2}{3}R = \frac{5}{3}R$$

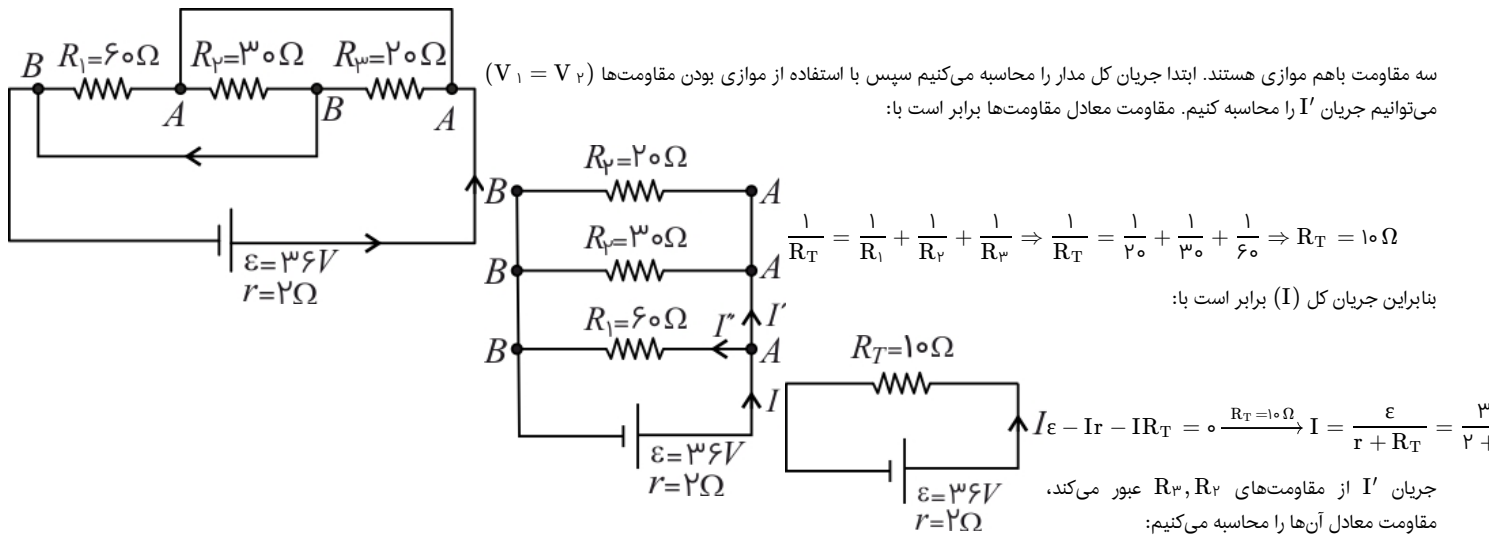
مقاومت معادل $R_{1,2,3,4}$ با مقاومت R_5 موازی است؛ بنابراین:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_{1,2,3,4}} \Rightarrow R_T = \frac{R \times \frac{5}{3}R}{\frac{5}{3}R} = \frac{5}{8}R$$

حال با استفاده از نسبت $\frac{P_T}{P_\Delta}$ می‌توانیم P_T را محاسبه کنیم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_T}{P_\Delta} = \frac{\frac{V_T^2}{R_T}}{\frac{V_\Delta^2}{R_\Delta}} \xrightarrow{V_T = V_\Delta} \frac{P_T}{P_\Delta} = \frac{R_\Delta}{R_T} \Rightarrow \frac{P_T}{20} = \frac{R}{\frac{5}{8}R} \Rightarrow P_T = 32W$$

باتوجه به نقاط هم‌پتانسیل می‌توانیم مدار را به شکل ساده‌تری رسم کنیم.



$$\frac{1}{R_{2,3}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{2,3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{30 \times 20}{30 + 20} = 12 \Omega$$

$V_1 = V_{2,3}$ موازی است در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است:

$$V_{2,3} = V_1 \xrightarrow{R_{2,3} = 12 \Omega} I' R_{2,3} = I'' R_1 \Rightarrow I' \times 12 = I'' \times 60 \Rightarrow \frac{I'}{I''} = 5$$

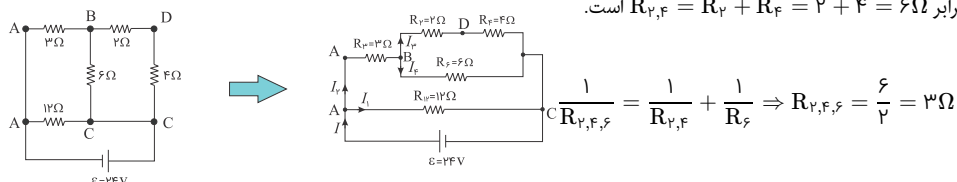
اکنون باتوجه به قانون گره در نقطه A داریم:

$$I = I' + I'' \Rightarrow 3 = I' + \frac{I'}{5} \Rightarrow 3 = \frac{6}{5} I' \Rightarrow I' = 2/5 \text{ A}$$

باتوجه به نقاط هم‌پتانسیل می‌توانیم مدار را به شکل ساده‌تر درآوریم و مقاومت کل را محاسبه کنیم:

مقاومت‌های R_{ψ} , R_{ϕ} با هم سری هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر $R_{\psi,\phi} = R_{\psi} + R_{\phi} = 2 + 4 = 6\Omega$ است.

مقاومت معادل $R_{\psi,\phi}$ با مقاومت R_{ϕ} موازی هستند، بنابراین:



$$R_{\psi,\phi,\psi} = R_{\psi,\phi,\phi} + R_{\psi} = 3 + 3 = 6\Omega$$

مقاومت $R_{\psi,\phi,\psi}$, R_{ψ} با هم سری هستند:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{\psi,\phi,\psi}} \Rightarrow R_{12} = \frac{12 \times 6}{18} = 4\Omega$$

مقاومت معادل R_{12} , $R_{\psi,\phi,\psi}$ با هم موازی‌اند:

بنابراین جریان کل برابر است با:

$$\varepsilon - IR_{12} - Ir = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{24}{4 + 2} = 4A$$

باتوجه به اینکه R_{12} , $R_{\psi,\phi,\psi}$ با هم موازی هستند، داریم:

$$V_{\psi,\phi,\psi} = V_{12} \Rightarrow I_{\psi} R_{\psi,\phi,\psi} = I_1 R_{12} \Rightarrow I_{\psi} \times 6 = I_1 \times 12 \Rightarrow I_{\psi} = 2I_1$$

باتوجه به قانون گره در نقطه A داریم:

$$I = I_1 + I_{\psi} \xrightarrow{I=4A, I_{\psi}=2I_1} 4 = \frac{I_{\psi}}{2} + I_{\psi} \Rightarrow I_{\psi} = \frac{8}{3}$$

از آنجایی که مقاومت‌های $R_{\psi,\phi}$, R_{ϕ} با هم برابر هستند، جریان I_{ψ} به‌طور مساوی بین شاخه‌ها تقسیم می‌شود. با استفاده از گره در نقطه B داریم:

$$I_{\psi} = I_{\psi} + I_{\phi} \xrightarrow{I_{\psi}=\frac{8}{3}A, I_{\phi}=I_{\psi}} \frac{8}{3} = 2I_{\phi} \Rightarrow I_{\phi} = \frac{4}{3}A$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

گام اول

الف) اگر توان مصرفی مجموعه در شکل (۲)، $4/5$ برابر توان مصرفی شکل (۱) باشد: $\frac{P_2}{P_1} = 4/5$
 ب) اندازه R_{ψ} کدام مقادیر برحسب اهم می‌تواند باشد: $R_{\psi} = ?\Omega$

گام دوم

باتوجه به ثابت بودن V در هر دو شکل، با محاسبه مقاومت معادل هرکدام از آن‌ها و استفاده از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ می‌توانیم R_{ψ} را به دست بیاوریم.
 در شکل (۱) مقاومت‌ها به‌صورت سری هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{T_1} = R_1 + R_{\psi} \quad (I)$$

در شکل (۲) مقاومت‌ها به‌صورت موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R_{T_2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{\psi}} \Rightarrow R_{T_2} = \frac{R_1 R_{\psi}}{R_1 + R_{\psi}} \quad (II)$$

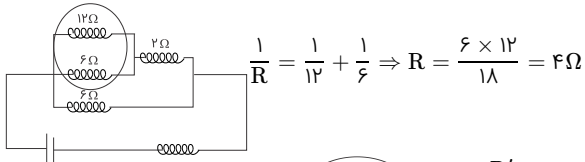
حال از نسبت $\frac{P_2}{P_1} = 4/5$ استفاده می‌کنیم:

$$P = \frac{V^2}{R_T} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{V^2}{R_{T_2}}}{\frac{V^2}{R_{T_1}}} \Rightarrow 4/5 = \frac{R_{T_1}}{R_{T_2}} \xrightarrow{(I)} \frac{(R_1 + R_{\psi})}{\frac{R_1 R_{\psi}}{(R_1 + R_{\psi})}} = 4/5$$

$$\xrightarrow{R_1=6\Omega} (\phi + R_{\psi})^2 = 6R_{\psi} \times 4/5 \Rightarrow R_{\psi}^2 - 12R_{\psi} + 36 = 0 \Rightarrow R_{\psi} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{2} \Rightarrow \begin{cases} R_{\psi} = 3\Omega \\ R_{\psi} = 12\Omega \end{cases}$$

شکل مدار را می‌توانیم ساده کنیم:

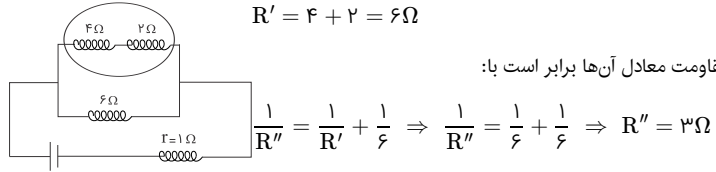
مقاومت‌های نشان‌داده‌شده در شکل باهم موازی می‌باشند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



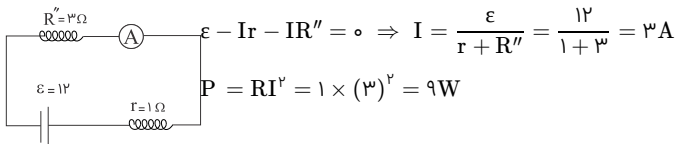
مقاومت‌های ۲ و ۴ اهمی باهم متوالی‌اند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها می‌شود:

$$R' = 4 + 2 = 6 \Omega$$

و در نهایت مقاومت R' با مقاومت 6Ω باهم موازی می‌باشند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



حال با استفاده از قاعده حلقه می‌توانیم جریان را محاسبه کرده و در نهایت توان تلف‌شده در باتری را به دست آوریم:



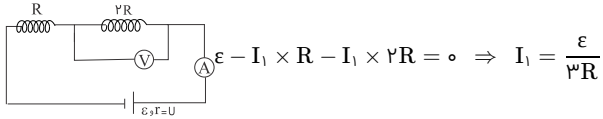
گام اول

الف) کلید K باز است ← پس مقاومت $2R$ (مقاومت پایینی) در مدار نادیده گرفته می شود.
 ب) اگر کلید را ببندیم ← مقاومت $2R$ وارد مدار شده و با مقاومت بالای خود موازی می شود.
 ج) اعدادی که ولت سنج و آمپرسنج نشان می دهند چندبرابر می شوند؟ ← $\frac{V_2}{V_1} = ?$ $\frac{I_2}{I_1} = ?$

گام دوم

حالت اول) کلید باز است:

قاعده حلقه را می نویسیم تا I_1 را به دست بیاوریم:



$$V_1 = 2RI_1 \Rightarrow V_1 = 2R \times \frac{\epsilon}{3R} \Rightarrow V_1 = \frac{2}{3}\epsilon$$

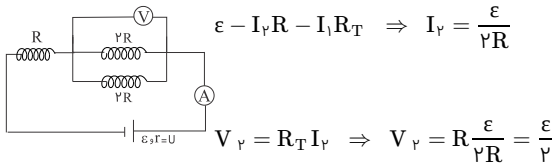
اختلاف پتانسیل مقاومت $2R$ برابر است با:

حالت دوم) کلید بسته است:

مقاومت های $2R$ به صورت موازی بسته شده اند؛ بنابراین مقاومت معادل آنها برابر است با:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} \Rightarrow R_T = R$$

حال با استفاده از قاعده حلقه جریان I_2 را به دست می آوریم:



و همچنین اختلاف پتانسیلی که ولت سنج نشان می دهد برابر است با:

بنابراین نسبت $\frac{I_2}{I_1}, \frac{V_2}{V_1}$ برابر است با:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{\epsilon}{2}}{\frac{2\epsilon}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\epsilon}{2R}}{\frac{\epsilon}{3R}} = \frac{3}{2}$$

گام اول

الف) در حالتی که کلید باز است ← یعنی مقاومت ۳Ω از مدار کنار گذاشته می شود و ولت سنج فقط اختلاف پتانسیل مقاومت $۱/۵\Omega$ را نشان می دهد.
 ب) اگر کلید را ببندیم ← مقاومت ها باهم موازی خواهند بود و اختلاف پتانسیل شان باهم برابر می شود.

$$\text{ج) اگر } \frac{V_2}{V_1} \text{ برابر با } \frac{\lambda}{9} \text{ باشد } \leftarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{\lambda}{9}$$

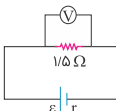
د) مقاومت درونی باتری چند اهم است؟ ← $r = ?$

گام دوم

باید اختلاف پتانسیل ها را در هر دو حالت محاسبه کرده تا با استفاده از نسبت $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\lambda}{9}$ ، r را به دست بیاوریم:

حالت اول) کلید باز:

با استفاده از قاعده حلقه، جریان را به دست آورده و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت را محاسبه می کنیم:

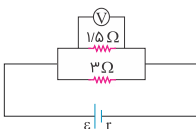


$$\varepsilon - Ir - I(1/5) = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{1/5 + r}$$

$$\begin{cases} V_1 = RI \\ R = 1/5\Omega \\ I = \frac{\varepsilon}{1/5 + r} \end{cases} \Rightarrow V_1 = \frac{1/5\varepsilon}{1/5 + r}$$

حالت دوم) کلید بسته:

مقاومت ها به صورت موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل آن ها برابر است با:



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{1/5} + \frac{1}{3} \Rightarrow R_T = 1\Omega$$

حال با استفاده از قاعده حلقه می توانیم جریان کل را به دست بیاوریم:

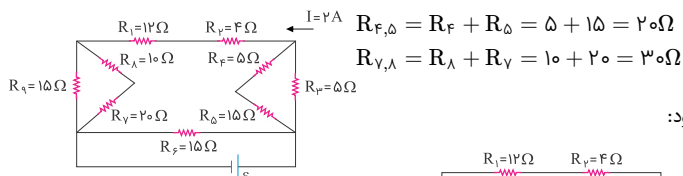
$$\varepsilon - Ir - IR_T = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + 1}$$

در نتیجه اختلاف پتانسیل در حالت دوم را به دست آورده و در نهایت r را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} V_2 = R_T I \\ R_T = 1\Omega \\ I = \frac{\varepsilon}{r + 1} \end{cases} \Rightarrow V_2 = \frac{\varepsilon}{r + 1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\lambda}{9} \Rightarrow \frac{\frac{\varepsilon}{r + 1}}{\frac{1/5\varepsilon}{1/5 + r}} = \frac{\lambda}{9} \Rightarrow \frac{1/5 + r}{1/5 + r} = \frac{\lambda}{9} \Rightarrow 12 + 12r = 9r + 13/5 \Rightarrow r = 0/5\Omega$$

باید جریان کل را محاسبه کنیم. مقاومت‌های R_δ , R_ϵ و همچنین مقاومت‌های R_λ , R_γ با هم سری هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



حال مقاومت معادل $R_{F,\delta}$, $R_{V,\lambda}$ و همچنین R_3 , $R_{F,\delta}$ با هم موازی اند و مقاومت معادل آن‌ها می‌شود:

$$\frac{1}{R_{3,F,\delta}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{F,\delta}} \Rightarrow \frac{1}{R_{3,F,\delta}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20} \Rightarrow R_{3,F,\delta} = 4\Omega$$

$$\frac{1}{R_{V,\lambda,\gamma}} = \frac{1}{R_{V,\lambda}} + \frac{1}{R_\gamma} \Rightarrow \frac{1}{R_{V,\lambda,\gamma}} = \frac{1}{15} + \frac{1}{30} \Rightarrow R_{V,\lambda,\gamma} = 10\Omega$$

مقاومت‌های $R_{V,\lambda,\gamma}$, R_1 , R_2 , $R_{3,F,\delta}$ با هم سری می‌باشند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_T = 4 + 4 + 12 + 10 = 30\Omega$$

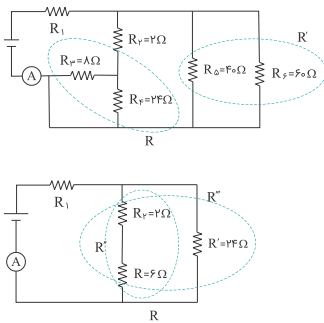
$$\begin{cases} V_T = V_\epsilon \\ V = RI \\ I = 2A \end{cases} \Rightarrow I \times 30 = 15 \times I_1 \Rightarrow 2 \times 30 = 15 \times I_1 \Rightarrow I_1 = 4A$$

حالا برای نقطه A قانون گره را می‌نویسیم تا جریانی که از مدار می‌گذرد را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} I_T = I_1 + I \\ I = 2A \\ I_1 = 4A \end{cases} \Rightarrow I_T = 2 + 4 = 6A$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

آمپرسنج جریان عبوری کل را به ما می‌دهد. بنابراین باید مقاومت معادل کل مدار را به دست بیاوریم و از قانون حلقه استفاده کنیم. مقاومت‌های R_ϵ , R_δ و همچنین مقاومت‌های R_ϵ , R_δ موازی اند بنابراین:



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{8} + \frac{1}{24} \Rightarrow R = 6\Omega$$

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{40} + \frac{1}{60} \Rightarrow R' = 24\Omega$$

بنابراین مدارمان به صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{cases} R'' = R_2 + R \\ R_2 = 2\Omega \\ R = 6\Omega \end{cases} \Rightarrow R'' = 8\Omega$$

مقاومت R'' با R' نیز با هم موازی می‌باشند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

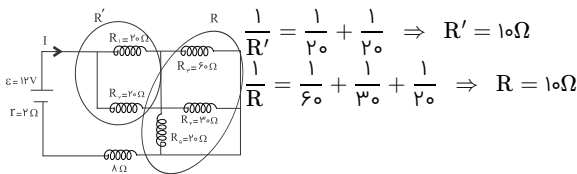
$$\frac{1}{R'''} = \frac{1}{R''} + \frac{1}{R'} \Rightarrow \frac{1}{R'''} = \frac{1}{8} + \frac{1}{24} \Rightarrow R''' = 6\Omega$$

حال یک مدار ساده داریم و با نوشتن قانون حلقه می‌توانیم R_1 را به دست بیاوریم:

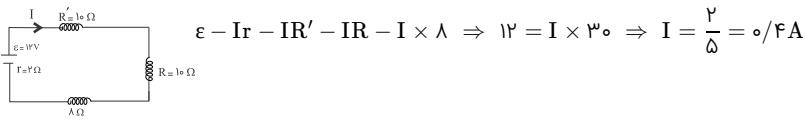
$$\epsilon - IR_1 - IR''' - Ir = 0 \Rightarrow 20 - 2 \times R_1 - 2 \times 6 - 3 \times 1 = 0 \Rightarrow R_1 = 3\Omega$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

برای محاسبه جریان I باید مقاومت معادل را به دست بیاوریم. مقاومت‌های R_1 ، R_2 و همچنین R_3 ، R_4 ، R_5 با هم موازی هستند بنابراین مقاومت‌های معادل هر کدام برابر است با:



بنابراین مدارمان به صورت زیر درمی‌آید. با استفاده از قانون حلقه می‌توانیم I را محاسبه کنیم:



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۷

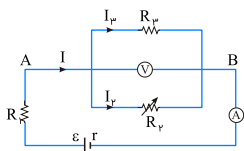
با افزایش مقاومت R_3 ، مقاومت معادل کل مدار افزایش می‌یابد. از طرفی نیروی محرکه مولد ثابت است؛ پس جریان الکتریکی کل مدار (I) کاهش می‌یابد. با توجه به شکل، R_3 و R_2 و ولت‌سنج با یکدیگر موازی هستند؛ لذا اختلاف پتانسیل دو سر آنها با هم برابر است:

$$V_3 = V_2 = V_{\text{ولت‌سنج}} \quad (1)$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 را محاسبه می‌کنیم:

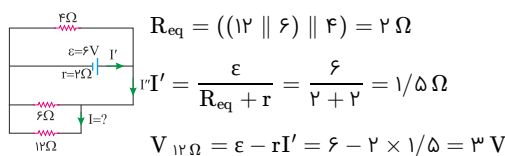
$$V_3 = \varepsilon - rI - R_1 I \quad (2)$$

از رابطه (۲) داریم: جریان الکتریکی کل I کاهش می‌یابد و مقادیر ε و r و R_1 ثابت هستند، لذا V_3 افزایش می‌یابد؛ و در نتیجه طبق رابطه (۱) اختلاف پتانسیلی که ولت‌سنج نشان می‌دهد نیز افزایش می‌یابد.



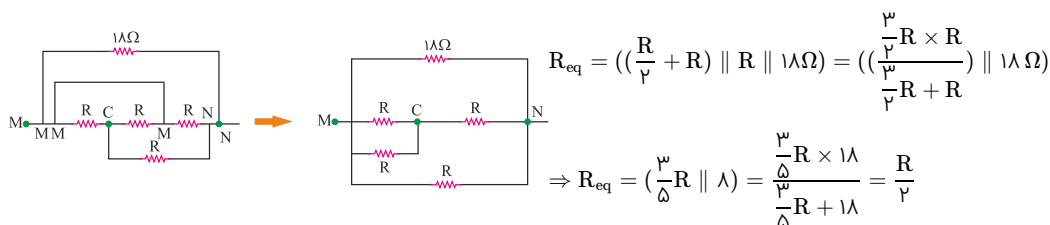
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

مقاومت 12Ω سمت راست مدار اتصال کوتاه شده است.



$$I = \frac{V}{R} = \frac{3}{12} = 0.25 \text{ A}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸



$$\Rightarrow \frac{\Delta \mathcal{F} R}{3R + 90} = \frac{R}{5} \Rightarrow 108 = 3R + 90 \Rightarrow R = 6 \Omega$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸