

حل معادلات درجه دوم

۱- ریشه مضاعف معادله درجه دوم $9x^2 - 3mx + m = 0$ (با شرط $m \neq 0$) کدام است؟

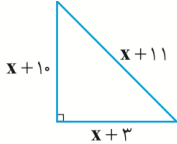
- (۱) ۴ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) قابل محاسبه نیست

۲- قدرمطلق ریشه منفی معادله $x^2 - 6x - 2 = 0$ برابر کدام است؟

- (۱) $\sqrt{11} - 3$ (۲) $\sqrt{10} - 3$ (۳) $3 - \sqrt{7}$ (۴) $3 - \sqrt{8}$

۳- در مثلث قائم الزاویه مقابل نسبت وتر به ضلع کوچک تر چقدر است؟

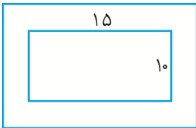
- (۱) $\frac{2}{6}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\frac{5}{2}$



۴- یک عکس به اندازه 15×10 سانتی متر درون یک قاب با مساحت 300 سانتی متر مربع، قرار دارد. اگر فاصله همه

لبه‌های عکس تا قاب برابر باشند، محیط این قاب عکس کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۵۰ (۳) ۷۰ (۴) ۸۰



۵- معادله‌ی $3x^2 - x - (k^2 + 1) = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بستگی به k دارد.

۶- اختلاف سنی دو برادر ۴ سال است. اگر چهار سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها 60 شود، سن برادر بزرگ تر چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۱

۷- در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$)، کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱) اگر $b^2 = 5ac$ باشد، معادله دو ریشه حقیقی متمایز دارد.
 (۲) اگر $b^2 = 4ac$ باشد، معادله یک ریشه مضاعف حقیقی دارد.
 (۳) اگر $b^2 = 3ac$ باشد، معادله دو ریشه حقیقی متمایز دارد.
 (۴) اگر $b^2 = 2ac$ باشد، معادله ریشه حقیقی ندارد.

۸- کدام عدد مثبت است که اگر یک سوم آن را با یک و همچنین یک چهارم آن را با یک جمع کنیم و دو حاصل

جمع را در هم ضرب کنیم، برابر 20 شود؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

۹- دو برابر مجموع مربعات دو عدد مثبت زوج متوالی برابر 200 است، عدد کوچک تر کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۰- ریشه‌های معادله $x^2 + (2 - \sqrt{2})x = \sqrt{8}$ چگونه است؟

- (۱) یک ریشه گویا و دیگری گنگ است.
 (۲) هر دو ریشه گنگ است.
 (۳) هر دو ریشه گویاست.
 (۴) فقط یک ریشه گویاست.

۱۱- اگر α ریشه‌ی معادله‌ی $3x^2 + x - 2 = 0$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{3\alpha^2}{\alpha - 2} - (3\alpha^2 + \alpha)^2$ کدام است؟

- (۱) -26 (۲) -17 (۳) -10 (۴) -5

تغییر متغیر

۱- اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $x^4 - 7x^2 - 5 = 0$ به ترتیب P و S باشند، حاصل عبارت

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

$2SP + 2S - 2P^2$ ، کدام است؟

(۱) $59 - 7\sqrt{69}$ (۲) $7 + \sqrt{69}$ (۳) ۵۰ (۴) $59 + 7\sqrt{69}$

۲- مجموع جواب‌های معادله $x - 13\sqrt{x} + 36 = 0$ کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۹۷ (۳) ۱۳ (۴) ۷۹

۳- کدام یک از معادله‌های زیر دقیقاً سه ریشه متمایز دارد؟

(۱) $x^4 - x^2 = 0$ (۲) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ (۳) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ (۴) $x^4 - 1 = 0$

۴- حاصل ضرب ریشه‌های معادله $x^4 - 2x^2 = 1$ کدام است؟

(۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $1 - \sqrt{2}$ (۳) $-1 - \sqrt{2}$ (۴) $-1 + \sqrt{2}$

۵- کدام معادله‌ی زیر دارای ریشه‌ی $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ است؟

(۱) $x^4 - 10x^2 - 1 = 0$ (۲) $x^4 + 10x^2 + 1 = 0$

(۳) $x^4 - 10x^2 + 1 = 0$ (۴) $x^4 + 10x^2 - 1 = 0$

۶- اگر حاصل ضرب ریشه‌های معادله $mx^6 - x^3 - 2 = 0$ برابر ۲ باشد، مجموع مکعبات ریشه‌های آن کدام است؟

(۱) $\sqrt[3]{4}$ (۲) $-\sqrt[3]{4}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ (۴) $-\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$

۷- حدود m برای آن که معادله $mx^4 - 2mx^2 - m + 4 = 0$ چهار ریشه حقیقی داشته باشد، کدام است؟

(۱) $(0, 2)$ (۲) $(0, 4)$ (۳) $(4, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 0)$

۸- معادله $(x^2 - 1 - \sqrt{x})^2 = x^2 - 1 - \sqrt{x}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

روابط بین ریشه‌ها

۱- عدد ۱۷ را به صورت مجموع دو عدد نوشته‌ایم، به طوری که حاصل ضرب آن دو عدد برابر ۵۲ است. اختلاف آن‌ها کدام است؟

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۲- اگر α و β ریشه‌های معادله $-2x^2 + x + 5 = 0$ باشند، حاصل $4(\alpha^2\beta + \alpha\beta^2)$ کدام است؟

- ۳ (۱) -۳ (۲) ۵ (۳) -۵ (۴)

۳- در مورد معادله $3x^2 - 4x - \sqrt{3} = 1$ کدام گزینه صحیح است؟

(۱) دو ریشه حقیقی مثبت دارد. (۲) دو ریشه حقیقی منفی دارد.

(۳) دو ریشه حقیقی مختلف‌العلامت دارد. (۴) ریشه حقیقی ندارد.

۴- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - x = 3$ باشند، حاصل $(\alpha - \beta)^2$ چقدر است؟

- ۱۱ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۵- در معادله $x^2 - 6x + 4 = 0$ مقدار $\sqrt{\frac{x_1}{x_2}} + \sqrt{\frac{x_2}{x_1}}$ کدام است؟ (x_1 و x_2 ریشه‌های معادله هستند).

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۶- در معادله درجه دوم $2x^2 - 11x + m = 0$ رابطه $2x_1 - x_2 = \frac{1}{p}$ برقرار است. m کدام است؟

- ۱۱ (۱) $\frac{52}{9}$ (۲) ۱۴ (۳) $\frac{26}{9}$ (۴)

۷- اگر α و β ریشه‌های معادله $3x^2 - x - 1 = 0$ باشند، کدام معادله زیر ریشه‌هایش $\{\beta - 2\alpha, \alpha - 2\beta\}$ است؟

- ۹x² - 3x = 29 (۱) 9x² + 3x = 27 (۲) 9x² + 3x = -27 (۳) 9x² + 3x = 29 (۴)

۸- در معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ مقدار $\alpha^5 + \beta^5$ کدام است؟

- ۱۴۴ (۱) ۱۴۵ (۲) ۱۴۶ (۳) ۱۲۳ (۴)

۹- به ازای کدام مقدار m ، هریک از ریشه‌های معادله درجه دوم $8x^2 - mx - 8 = 0$ ، توان سوم

(فاز ریاضی ۹۶)

ریشه‌های معادله $2x^2 - x - 2 = 0$ می‌باشد؟

- ۹ (۱) ۱۱ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴)

۱۰- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 2(a+1)x + 2a - 1 = 0$ باشند، به ازای کدام مقدار a ، به ترتیب سه عدد α ،

(فاز ریاضی ۱۴۰۱)

a و β تشکیل دنباله هندسی می‌دهند؟

- ۲ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴)

۱۱- اگر a و b اعداد طبیعی و ریشه‌های معادله $x^2 - (a^2 + b^2 - 12)x + a + b - 1 = 0$ باشند، مقدار $a + b$ کدام است؟

(فاز تجربی ۱۴۰۱)

- ۲ (۱) ۵ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴)

۱۲- به ازای کدام مقدار m ، مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله $mx^2 - (m+3)x + 5 = 0$ ، برابر ۶ می‌باشد؟

(سراسری تجربی ۹۳)

- $-\frac{9}{5}$ (۱) ۱ (۲) $-\frac{9}{5}$ و ۱ (۳) $-\frac{9}{5}$ و -۱ (۴)



معادله درجه سوم

۱- ریشه‌های معادله‌ی $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$ چگونه‌اند؟

- (۱) ریشه‌ی مضاعف - یک ریشه منفی
- (۲) دو ریشه منفی - یک ریشه‌ی مثبت
- (۳) دو ریشه‌ی مثبت - یک ریشه‌ی منفی
- (۴) ریشه‌ی مضاعف منفی - یک ریشه‌ی مثبت

۲- اگر یکی از ریشه‌های معادله $2x^3 + ax^2 - 3x + a + 5 = 0$ برابر ۲ باشد، دو ریشه دیگر آن کدام است؟

- (۱) $-1, \frac{1}{2}$
- (۲) $1, -\frac{1}{2}$
- (۳) $1, \frac{3}{2}$
- (۴) $-1, \frac{3}{2}$

۳- در معادله‌ی $x^3 + 2x^2 - 3x - 6 = 0$ مربع ریشه‌ی کوچکتر کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۲
- (۳) $\sqrt[3]{4}$
- (۴) ۴

۴- به ازای کدام مقادیر a ، معادله $x^3 + (a-1)x^2 + (4-a)x = 4$ دارای سه ریشه حقیقی متمایز مثبت است؟

- (۱) $a < -4$ و $a \neq -5$
- (۲) $a > -4$
- (۳) $a < 4$ و $a \neq -5$
- (۴) $a > 4$

۵- بزرگ‌ترین ریشه معادله‌ی $6x^3 - 2x^2 - 3x + 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

۶- معادله‌ی $x^3 + 2x^2 - 2x = 1$ دارای جواب حقیقی و مجموع جواب‌های آن است.

- (۱) $-3, 2$
- (۲) $-2, 3$
- (۳) $-2, 2$
- (۴) $-3, 3$

۷- اگر $x = \alpha$ ریشه معادله $2x^3 - 6x^2 + 6x = \frac{56}{27}$ آنگاه $3\alpha + 2$ کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۶
- (۳) ۵
- (۴) ۴

۸- معادله $x^4 - x^3 - 13x^2 + x + 12 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴



معادلات گویا

۱- حاصل ضرب ریشه‌های گویای معادله $\frac{3}{(x+1)^4} - \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{5}{16} = 0$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) -۱

۲- اگر $x=4$ یک جواب معادله $\frac{x-a}{x^2-x-6} - \frac{1}{x^2-4} = \frac{a-1}{2x-4}$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴) جواب دیگری ندارد.

۳- اگر $x=2$ تنها ریشه معادله $\frac{3x^2-ax+2}{5x^3+2ax-b} = 0$ باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) $\frac{43}{27}$ (۲) $-\frac{43}{27}$ (۳) $\frac{131}{27}$ (۴) $-\frac{47}{27}$

۴- مساحت یک مستطیل طلایی $2(1+\sqrt{5})$ است. محیط مستطیل چقدر است؟

- (۱) $6-\sqrt{20}$ (۲) $6+\sqrt{20}$ (۳) $3+\sqrt{5}$ (۴) $3+\sqrt{20}$

۵- در تساوی $\frac{2x^2-7x+9}{x^3-2x^2-x+2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x-2}$ مقدار $A+2B-2C$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۶- قطاری مسیری به طول ۶۰ کیلومتر را با سرعت ثابت طی کرده است. در مسیر برگشت سرعت قطار ۱۰ کیلومتر بر ساعت کاسته شده است و مسیر برگشت نیم ساعت بیشتر از مسیر رفت طول کشیده است. کل زمان رفت و برگشت قطار چند ساعت است؟

- (۱) ۵/۵ (۲) ۴/۵ (۳) ۳/۵ (۴) ۴

۷- استخری دارای دو شیر ورودی و یک دریچه تخلیه است. قدرت یکی از شیرهای ورودی دو برابر دیگری است و قدرت دریچه تخلیه یک و نیم برابر شیر ضعیف‌تر است. اگر هر دو شیر ورودی و دریچه تخلیه باز باشند، استخر

در ۲۰ ساعت پر می‌شود، شیر ورودی ضعیف‌تر به تنهایی در چند ساعت استخر را پر می‌کند؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۵ (۳) ۳۰ (۴) ۲۸



سهمی

۱- عرض نقطه ماکزیمم سهمی $y^2 + (x-3)^2 = 1+y^2$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

۲- کمترین مقدار y در تابع $y = ax^2 - 2ax + 4a - 2$ (با $a \neq 0$) کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $2-3a$ (۴) $3a-2$

(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

۳- کمترین مقدار تابع $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$ برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟

- (۱) $x = 3/5$ (۲) $x = 2$ (۳) $x = 2/5$ (۴) $x = 3$

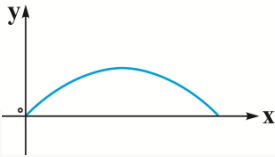
۴- اگر خط $x = \frac{3}{4}$ محور تقارن سهمی $y = ax^2 + 3x - 2$ باشد، طول نقاط برخورد سهمی با محور x ها کدام است؟

- (۱) ۱ و ۲ (۲) ۲ و -۱ (۳) -۲ و ۱ (۴) -۲ و -۱

۵- فوتبالیستی توپی را شوت می‌زند به طوری که تا ارتفاع ۱۵ متری بالا می‌رود. اگر مسیر حرکت توپ مانند شکل

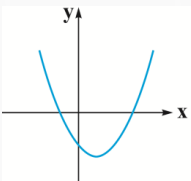
و تابع آن به صورت $f(x) = ax^2 + 3x$ باشد، توپ چند متر جلوتر به زمین می‌خورد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۳۵



۶- با توجه به نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ کدام نتیجه گیری صحیح است؟

- (۱) $abc < 0$ (۲) $bc > 0$ (۳) $ac > 0$ (۴) $ab > 0$



۷- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - x + m = 0$ باشند و داشته باشیم $\alpha < 2 < \beta$ ، در این صورت حدود m کدام است؟

- (۱) $m < 0$ (۲) $m < 1$ (۳) $m < -2$ (۴) $m < 2$

۸- اگر از دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2 - 4x + 2$ نقطه‌ی $x = x_0$ را حذف کنیم، از برد آن $f(x_0)$ حذف می‌شود. حاصل

$x \cdot f(x_0)$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) ۴ (۴) -۴

۹- اگر مقدار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ به ازای $x = 5$ و $x = -1$ برابر باشد و نمودار تابع، محور x و y را به ترتیب در ۳ و ۱

(سنجش آبان ۹۹)

قطع کند، $f(4)$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) ۱

۱۰- نمودار تابع $y = 3x^2 + (2m-1)x + m + \frac{4}{3}$ در ناحیه دوم بر نیمساز آن ناحیه مماس است. طول رأس سهمی، کدام است؟

(فاز ریاضی ۱۴۰۱)

- (۱) $-\frac{1}{18}$ (۲) $-\frac{5}{18}$ (۳) $-\frac{7}{6}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

انواع ریشه و تعیین علامت

۱- تعداد و انواع ریشه‌های معادله $(x+1)(x^3 - 3x + 2) = 0$ کدام است؟

- (۱) یک ریشه ساده و دو ریشه مضاعف
 (۲) یک ریشه مضاعف و دو ریشه ساده
 (۳) دو ریشه ساده
 (۴) دو ریشه مضاعف

۲- اگر جدول تعیین علامت عبارت $p(x) = \frac{mx^2 - 4x - 2m}{x^2 + x + 2}$ به صورت مقابل باشد، حدود m کدام است؟

| | | | | | | |
|--------|-----------|-------|-------|-----------|-------------|----------------|
| x | $-\infty$ | x_1 | x_2 | $+\infty$ | $m > 0$ (۲) | $m \geq 0$ (۱) |
| $p(x)$ | + | • | - | • | $m < 0$ (۴) | $m \leq 0$ (۳) |

۳- جواب نامعادله $\frac{(x^2 + 4x + 5)|x-1|}{x+1} < 0$ کدام است؟

- (۱) $x \leq -1$
 (۲) $x < -1$
 (۳) $x > -1$
 (۴) $x \geq -1$

۴- مجموعه جواب $|2x-1|(x^2 - 6x + 9) \leq 0$ کدام است؟

- (۱) $\{x : x \leq \frac{1}{2}\}$
 (۲) $\{x : x \geq 3\}$
 (۳) $\{3\}$
 (۴) $\{3, \frac{1}{2}\}$

۵- اگر معادله‌ی $(m+2)x^2 - (m+4)x + 2 = 0$ ریشه‌ی حقیقی داشته باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $m > -2$
 (۲) $m > -2, m \neq 0$
 (۳) $m > 0$
 (۴) $m \in \mathbb{R}$

(سراسری تجربی ۹۶)

۶- مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{3x+1}{x-3} < -1$ ، به کدام صورت است؟

- (۱) $x < \frac{1}{2}$
 (۲) $x < 3$
 (۳) $-\frac{1}{2} < x < 3$
 (۴) $\frac{1}{2} < x < 3$

۷- جواب نامعادله‌ی $x^2 < (2x-3)^2$ کدام است؟

- (۱) $(-3, 1)$
 (۲) $(-1, 3)$
 (۳) $(1, 3)$
 (۴) $(-3, -1)$

۸- مجموعه جواب نامعادله $(\frac{1}{2}x + 4)(1 + \sqrt{x}) \leq 3(x + \sqrt{x})$ کدام است؟

- (۱) $[2, 4]$
 (۲) $[4, 16]$
 (۳) $[4, 8]$
 (۴) $[8, 16]$

۹- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + m = 0$ باشند، مجموعه مقادیر m که هر دو ریشه معادله در بازه $(1, 5)$

(سنجش مرداد ۹۹)

قرار می‌گیرد، کدام است؟

- (۱) $(3, 4)$
 (۲) $(-\infty, 4)$
 (۳) $(-\infty, 5)$
 (۴) $(-\infty, -5) \cup (4, +\infty)$

(فراغ تجربی ۹۹)

۱۰- معادله درجه دوم $2x^2 + mx + m + 6 = 0$ دارای دو ریشه مثبت است. بازه مقادیر m ، کدام است؟

- (۱) $(-4, 0)$
 (۲) $(-4, -2)$
 (۳) $(-6, 0)$
 (۴) $(-6, -4)$

تعبیر هندسی نامعادله

۱- اگر به ازای جمع مقادیر x ، تابع $y = (k-1)x + 2k$ بالای محور x ها باشد، k کدام است؟

- (۱) $k > 1$ (۲) $0 < k < 1$ (۳) $k = 1$ (۴) $k \in \emptyset$

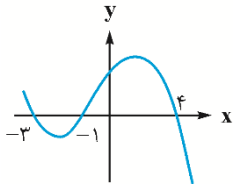
۲- اگر عبارت $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1$ به ازای هر مقدار x منفی باشد، a به کدام مجموعه تعلق دارد؟

(سراسری ریاضی ۹۱)

- (۱) $\{a : 1 < a < 5\}$ (۲) $\{a : a < 1\}$ (۳) \emptyset (۴) \mathbb{R}

(فاز ۹۴ تجربی)

۳- شکل روبرو، نمودار تابع $y = f(x-2)$ است. دامنه تابع با ضابطه $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟



- (۱) $[-1, 1] \cup [0, 6]$ (۲) $[-3, 1] \cup [0, 2]$
(۳) $[-5, -3] \cup [-1, 2]$ (۴) $[-5, -3] \cup [0, 2]$

۴- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، سهمی به معادله $y = (1-m)x^2 + 2(m-3)x - 1$ همواره پایین محور x ها است؟

(فاز ۹۸ ریاضی)

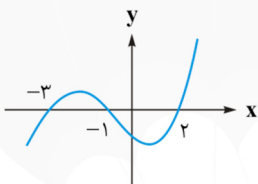
- (۱) $1 < m < 5$ (۲) $2 < m < 5$ (۳) $2 < m < 4$ (۴) $2 < m < 6$

۵- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 + 2x + m}{2x^2 - x + 1}$ پایین تر از خط به معادله $y = 1$ قرار دارد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -\frac{5}{4})$ (۲) $(-\frac{5}{4}, +\infty)$ (۳) $(\frac{5}{4}, +\infty)$ (۴) $(-\infty, \frac{5}{4})$

۶- در کدام بازه نمودار $f(x) = \frac{x+3}{x^2+x+2}$ بالاتر از نمودار $g(x) = \frac{2}{x}$ قرار دارد؟

- (۱) $x < 3$ (۲) $x < 2$ (۳) $x < 0$ (۴) \emptyset



(فاز ۹۷ ریاضی)

۷- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x)$ است. دامنه غیرنقطه‌ای $\sqrt{(x+1)f(x)}$ ، کدام است؟

- (۱) $[-3, 2]$ (۲) $[-1, +\infty)$
(۳) $(-\infty, -1]$ (۴) $\mathbb{R} - (-3, 2)$

۸- سهمی $y = mx^2 + (2m-4)x + 5 + m$ فقط از ناحیه چهارم محورهای مختصات نمی‌گذرد، m چند مقدار

(سنجش مرداد ۹۹)

صحیح می‌تواند اختیار کند؟

- (۱) ۰ (۲) بی‌شمار (۳) ۴ (۴) ۵

معادلات گنگ

۱- معادله $x = \sqrt{2x^2 + 7x + 5} - 1$ چند ریشه دارد؟

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر (۱)

۲- معادله $\sqrt{4-x^2} + \sqrt{x^2+2x-8} = 0$ چند جواب دارد؟

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر (۱)

(سئیش آبان ۹۹)

۳- معادله $\frac{1}{\sqrt{2-x}+2} - \frac{1}{2-\sqrt{2-x}} = \frac{2-x}{5\sqrt{2-x}}$ چند ریشه مثبت دارد؟

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر (۱)

(فاز تهری ۱۴۰۱)

۴- معادله $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4$ چند ریشه دارد؟

- ۱ (۲) دو (۳) سه (۴) صفر (۱)

۵- اگر یکی از جواب‌های معادله $\sqrt{2x+1} - x = a$ برابر ۴ باشد جواب دیگر کدام است؟

- ۱ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) صفر (۱)

۶- اگر معادله $\sqrt{x^2+2x-15} + \sqrt{x^3-x^2+m} + \sqrt{x^2+x-12} = 0$ دارای جواب باشد، m کدام است؟

- ۱ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) -۱۸ (۱)

۷- اگر $x=4$ یکی از ریشه‌های معادله $x+a = \sqrt{5x-x^2}$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) جواب دیگر ندارد.

۸- معادله $\sqrt{x-4} + \sqrt{x+\sqrt{4-x}} = x-2$ چند جواب دارد؟

- ۱ (۲) ۲ (۳) سه (۴) صفر (۱)

قدر مطلق

۱- اگر $|a - b| = |a| + |b|$ آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $ab > 0$ (۲) $ab < 0$ (۳) $ab \geq 0$ (۴) $ab \leq 0$

۲- اگر $x \in (-\infty, -1]$ باشد حاصل عبارت $A = \sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $2x$ (۳) -2 (۴) $-2x$

۳- با شرط $x < -2$ ، حاصل $|2 - |x|| - \sqrt{x^2}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $2 - 2x$ (۳) $2x - 2$ (۴) -2

۴- اگر $|x| + |2y - 4| = 6$ باشد، آنگاه حدود تغییرات y کدام است؟

- (۱) $1 \leq y \leq 5$ (۲) $0 \leq y \leq 2$ (۳) $0 \leq y \leq 5$ (۴) $-1 \leq y \leq 5$

۵- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟ (x عددی حقیقی است.)

(۱) $|2x - 1| - |x + 3| \leq |3x + 2|$ (۲) $|2x - 1| - |x + 3| \leq |x - 4|$

(۳) $|2x - 1| + |x + 3| \geq |x - 4|$ (۴) $|2x - 1| + |x + 3| \leq |3x + 2|$

۶- جواب نامعادله $|x^3 + x - 4| < |x|^3 + |x - 4|$ کدام است؟

- (۱) $x > 1$ (۲) $x < 0$ (۳) $x > 4$ (۴) $0 < x < 4$

۷- معادله $|x^2 - 4| = |x^2 - 3x| + |4 - 3x|$ چند جواب صحیح نابیشتر از ۳ دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۸- حاصل $|x^2 - 1| + |5 - x^3| + |x^3 - x^2|$ برای $1 < x < \sqrt[3]{5}$ کدام است؟

- (۱) $x^2 - 49x^3$ (۲) $x^3 + x^2$ (۳) ۶ (۴) ۴

۹- اگر $0 < a < b$ ، $|a| < |b|$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $A = \sqrt{a^2 + b^2} - 2\sqrt{a^2 b^2}$ همواره کدام است؟

- (۱) $a + b$ (۲) $a - b$ (۳) $b - a$ (۴) $-a - b$

۱۰- اگر $0 < p < 15$ و $p \leq x \leq 15$ ، آنگاه مینیمم مقدار عبارت $|x - p| + |x - 15| + |x - p - 15|$ کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) صفر

معادلات و نامعادلات قدر مطلق

۱- مجموعه جواب نامعادله $(2|x|+3)(|x-1|-2) < 0$ کدام است؟

- (۱) (۱, ۳) (۲) (-۱, ۳) (۳) $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ (۴) \emptyset

۲- مجموعه جواب نامعادله $|2x-1| \geq |x-3|$ شامل چند عدد صحیح نمی باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

(سنجش فروردین ۹۸)

۳- در کدام بازه، نمودار تابع $f(x) = |x|$ بالاتر از نمودار تابع $g(x) = x^2 - 2x$ است؟

- (۱) (-۱, ۰) (۲) (-۱, ۳) (۳) (۰, ۲) (۴) (۰, ۳)

۴- تعداد جواب‌های حقیقی معادله $|x^3 + x - 2| + |x^3 - 4x + 3| + |x^2 - x| = 0$ کدام است؟

- (۱) یک ریشه (۲) دو ریشه (۳) سه ریشه (۴) ریشه ندارد.

۵- به ازای کدام مجموعه مقادیر a معادله $x^2 - (a+1)|x| + a = 0$ چهار ریشه‌ی حقیقی دارد؟

- (۱) $a > 0$ (۲) $a > -1$ (۳) $a > 1$ (۴) $a \neq 1, a > 0$

(خارج ریاضی ۹۱)

۶- مجموعه جواب نامعادله $|x^2 - 2x| < x$ کدام بازه است؟

- (۱) (۰, ۱) (۲) (۰, ۳) (۳) (۱, ۲) (۴) (۱, ۳)

۷- جواب کامل دستگاه معادلات $\begin{cases} |x-1| < 2 \\ |2x-5| < |x-2| \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $-1 < x < 2$ (۲) $1 < x < 2$ (۳) $-1 < x < 3$ (۴) $0 < x < 2$

۸- مجموع جواب‌های معادله $|2|x| + |x-1| = x + 3$ ، کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) $1/5$ (۳) $0/5$ (۴) صفر

۹- اگر $|2x - \sqrt{6x}| = 2x - \sqrt{6x}$ باشد، حاصل $|3x| + |2x - 3| + |x - 1|$ همواره کدام است؟

- (۱) $6x - 4$ (۲) ۴ (۳) $2x + 2$ (۴) $4x - 2$

۱۰- اگر برای همه جواب‌های نامعادله $\frac{1}{2x+1} > 1$ داشته باشیم $|x| < k$ ، مقدار k چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{5}$

نمودارهای قدر مطلقى - حل معادله و نامعادله به کمک نمودار

۱- نمودار به معادله $y = |x^2 - 2x| - 4$ در چند نقطه، محور طولها را قطع می کند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲- کمترین مقدار تابع $y = 2|x - 1| + |3 - 2x|$ کدام است؟

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵ (۴)

(سراسری تمبری ۹۵)

۳- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = x + |x|$ ، $y = 2 - |x|$ ، کدام است؟

- ۲ (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) ۳ (۴)

۴- کمترین مقدار تابع $y = |x| + |x + 1| - |x - 1|$ چقدر است؟

- ۳ (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴)

۵- مجموع ریشه های معادله $|x - 2| + |x + 3| = 7$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴)

۶- خط $y = k$ نمودار $y = ||x| - 1|$ را در سه نقطه قطع می کند. k کدام است؟

- ۱ (۲) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

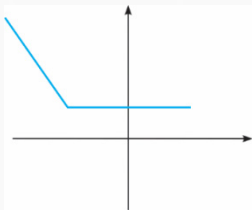
(سنجش فرداده ۱۴۰۰)

۷- مساحت محدود بین دو نمودار $f(x) = |x - 1|$ و $g(x) = 8 - |x - 5|$ کدام است؟

- ۱۸ (۱) ۳۶ (۲) ۲۴ (۳) ۲۸ (۴)

۸- اگر نمودار f به صورت مقابل باشد آن گاه معادله $|x| \cdot f(x) = 1$ چند ریشه دارد؟

- ۲ (۱)
۱ (۲)
۳ (۳)
بی شمار (۴)



۹- معادله $|x^2 - 2| = \sqrt{2 - x}$ چند ریشه دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰- معادله $|x - 3| = \sqrt{x} + |x - 1|$ چند ریشه دارد؟

- ۱ (۲) ۱ (۲) ۲ (۳) بی شمار (۴)

۱۱- اگر مجموعه جواب نامعادله $\sqrt{3x + 4} > 2|x - 1| - x$ ، بازه (a, b) باشد. طول وسط این بازه، کدام است؟

- $\frac{5}{2}$ (۱) ۳ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) ۴ (۴)

(سراسری ریاضی ۹۵)

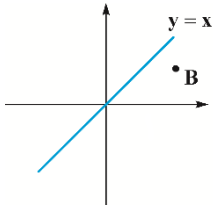
هندسه تحلیلی (مفاهیم اولیه و معادله خط)

۱- مساحت مثلث محدود به خط $3x + 2y = m$ و محور های مختصات برابر ۳ است. مقدار مثبت m چقدر است؟

- ۶ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴)

۲- اگر نقطه $B(1-a, 2a)$ در ناحیه اول و زیر خط $y = x$ قرار گیرد حدود a کدام است؟

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(1, +\infty)$
 (۳) $(0, \frac{1}{3})$ (۴) $(\frac{1}{3}, 1)$



۳- مساحت مثلث ABC با رأس های $A(3, 0)$ و $B(-5, 1)$ و $C(7, 6)$ چقدر است؟

- ۲۶ (۱) ۴۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴)

۴- به ازای کدام مقدار a قرینه نقطه $A(1, 2)$ نسبت به $M(-1, 4)$ روی خط $y = -x + a$ واقع است؟

- $a = 3$ (۱) $a = -3$ (۲) $a = 4$ (۳) $a = -4$ (۴)

۵- اگر $A(3, 4)$ و $B(2, 8)$ و $C(-1, 2)$ سه رأس مثلث ABC باشند، قرینه نقطه B نسبت به وسط ضلع AC کدام است؟

- (۱) $(2, -8)$ (۲) $(2, -6)$ (۳) $(0, 2)$ (۴) $(0, -2)$

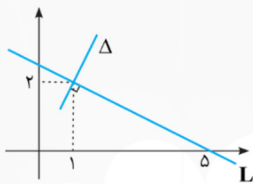
۶- اگر خط $5y - (m+1)x = m - 2$ از سه ربع اول، سوم و چهارم عبور کند، حدود m کدام است؟

- (۱) $1 < m < \frac{1}{5}$ (۲) $-2 < m < 1$ (۳) $-1 < m < 2$ (۴) $-\frac{2}{5} < m < -\frac{1}{5}$

۷- در شکل زیر خط Δ از کدام نقطه می گذرد؟

- (۱) $(-2, -4)$ (۲) $(-2, -3/5)$
 (۳) $(-2, -3/20)$ (۴) $(-2, -3)$

(سرمش آبان ۹۹)



۸- مساحت مثلثی که توسط خطوط $y = 3x$ و $y + x = 4$ و محور x ها ایجاد می شود، کدام است؟

- ۴ (۱) ۲ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴)

هندسه تحلیلی (وضع نسبی دو خط)

۱- مثلث ABC با رئوس $A(2,1)$ ، $B(1,4)$ و $C(4,b)$ در رأس A قائمه است. مساحت مثلث چقدر است؟

$\frac{8}{3}$ (۱) $\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴)

۲- نقاط $A(-3,-2)$ و $B(5,2)$ و $C(0,1)$ و $D(\alpha,\beta)$ مفروضند. اگر AC بر BD عمود باشند، مقدار $\alpha + \beta$ چقدر است؟

7 (۱) 4 (۲) -2 (۳) -4 (۴)

۳- اگر $A(14,3)$ و $B(10,-13)$ ، معادله عمود منصف پاره خط AB کدام است؟

$4y + x + 8 = 0$ (۱) $3y + x + 3 = 0$ (۲) $8y + 2x + 10 = 0$ (۳) $3y + 2x - 26 = 0$ (۴)

۴- خطوط L و $d_1: y = 3x - 5$ و $d_2: y = 2x - 3$ در یک نقطه متقاطعند. اگر L بر d_2 در نقطه تقاطع عمود باشد،

عرض از مبدأ L کدام است؟

1 (۱) 2 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴)

۵- مربع ABCD با دو رأس مجاور $A(5,1)$ و $B(10,4)$ مفروض است. معادله ضلع AD کدام است؟

$3y + 5x = 28$ (۱) $3y - 5x = 28$ (۲) $5y - 3x = 28$ (۳) $5y + 3x = 28$ (۴)

۶- معادله ارتفاع AH در مثلث ABC با رئوس $A(1,5)$ و $B(2,3)$ و $C(-2,4)$ کدام است؟

$y = 4x - 1$ (۱) $y = 4x + 1$ (۲) $y = x + 4$ (۳) $y = x - 4$ (۴)

۷- نقطه‌ی $A(7,6)$ رأس یک متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به معادلات $2y - 3x = 11$ و

(سراسری تجربی ۹۰)

$3y + 4x = 8$ می‌باشند. مختصات وسط قطر آن کدام است؟

$(1,5)$ (۱) $(3,4)$ (۲) $(3,5)$ (۳) $(4,3)$ (۴)

۸- اگر سه خط $3x + 2y = 8$ ، $4x - y = 7$ و $ax = 7 + y$ از یک نقطه بگذرند، مقدار a کدام است؟

2 (۱) 4 (۲) 6 (۳) 3 (۴)

۹- اگر $A(1,-3)$ ، $C(2,1)$ دو رأس مثلث ABC و $M(3,1)$ وسط AB باشد، عرض H پای ارتفاع AH کدام است؟

(سهمش فروردین ۹۹)

$-1/82$ (۱) $-1/86$ (۲) $-2/04$ (۳) $-3/32$ (۴)

۱۰- سه ضلع مثلثی به معادلات $AB: 2y - x = 3$ ، $AC: y - 2x = 5$ و $BC: 2y + 3x = 6$ هستند. معادله‌ی ارتفاع

(فارج تجربی ۸۹)

AH از مثلث مفروض، کدام است؟

$9y - 4x = 15$ (۱) $9y - 6x = 17$ (۲) $3y - 2x = 7$ (۳) $2y + 2x = 9$ (۴)

هندسه تحلیلی (فاصله‌ها)

۱- در مثلث ABC با رأس‌های $A(1,9)$ و $B(3,1)$ و $C(7,1)$ طول میانه AM کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۲- فاصله نقطه A روی محور Xها تا دو نقطه $(5,2)$ و $(3,2)$ یکسان است، طول نقطه A چقدر است؟

- ۳ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

۳- دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات $2x - 2y = 3$ و $y = x + 1$ هستند، مساحت این مربع کدام است؟

- (۹۲ سراسری تجربی) $\frac{9}{8}$ (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{25}{8}$ (۳) $\frac{25}{4}$ (۴)

۴- نقاط $A(2,3)$ و $B(0,1)$ و $C(3,-2)$ سه رأس از یک مستطیل هستند. فاصله رأس چهارم از مبدأ مختصات چقدر است؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴)

۵- عرض نقطه‌ای روی خط $y = 2x - 1$ که فاصله آن از $A(1,5)$ و $B(-3,2)$ برابر می‌باشد، کدام است؟ (سنجش مرداد ۹۹)

- ۰/۶ (۱) ۰/۷ (۲) ۰/۸ (۳) ۰/۹ (۴)

۶- نقطه $(-1,2)$ رأس مستطیلی است که یک ضلع آن بر خط $3x + 4y + 15 = 0$ منطبق است. اگر محیط مستطیل ۲۴

باشد، عدد مساحت آن کدام است؟ (سنجش فروردین ۱۴۰۰)

- ۳۶ (۱) ۲۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۲ (۴)

۷- معادله یکی از نیمسازهای زاویه بین دو خط $x - 2y = 1$ و $2x + y = 3$ ، کدام است؟ (سنجش فروردین ۹۸)

- $x + 3y = 2$ (۱) $x + 3y = 4$ (۲) $3x + y = 1$ (۳) $3x - y = 0$ (۴)

۸- سه ضلع یک مثلث به معادلات $AB: y + 2x = 7$ ، $AC: 4y - 3x = 17$ ، و $BC: 2y - 7x = -19$ هستند. طول

ارتفاع BH، کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۱)

- ۴/۴ (۱) ۳ (۲) ۲/۵ (۳) ۱ (۴)

۹- فاصله نقطه A روی خط $x + y = a$ از دو نقطه $B(-3,2)$ و $C(-1,4)$ به ترتیب برابر $\sqrt{29}$ و ۵ است. مقدار a چقدر است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

- ۲ (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴)

الگو و دنباله

۱- در الگوی خطی $b_n = pn + q$ مجموع جمله‌های سوم و چهارم برابر ۹ و مجموع جملات چهارم و پنجم برابر ۱۶ است، ۴ برابر جمله نهم کدام است؟

- ۹۱ (۱) ۹۳ (۲) ۹۵ (۳) ۹۷ (۴)

۲- با توجه به الگوی مقابل، در شکل چهلم چند دایره وجود دارد؟

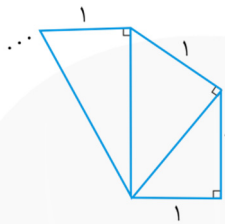


- ۱۰۰ (۱) ۱۴۴ (۲) ۸۱ (۴) ۱۲۱ (۳)

۳- جمله چندم دنباله‌ی $t_n = \frac{n^2 + 4}{3n - 2}$ برابر ۲ است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۴ گزینه‌های ۱ و ۳ (۴)

۴- در شکل زیر مثلث‌های قائم‌الزاویه در یک رأس مشترک‌اند و اندازه‌ی یک ضلع قائم آنها یک واحد است و وتر هر مثلث ضلع قائم مثلث بعدی است. جمله‌ی عمومی دنباله‌ی وتر مثلث‌ها کدام است؟



- $\sqrt{n} + 1$ (۲) \sqrt{n} (۱)
 $\sqrt{n} - 1$ (۴) $\sqrt{n+1}$ (۳)

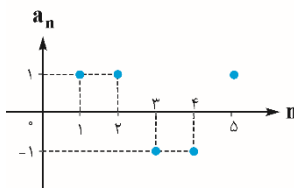
۵- در دنباله $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n+2}$ مجموع جملات سوم تا سی و چهارم چقدر است؟

- ۴ (۴) -۳ (۳) ۲ (۲) ۴ (۱)

۶- دنباله‌ی $a_n = \frac{n}{16} + (-\frac{1}{2})^n$ چند جمله‌ی منفی دارد؟

- ۴ (۴) ۱ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

۷- اگر نقاط مشخص شده جملات دنباله‌ی a_n باشد مجموع جمله دهم و دوازدهم چقدر است؟



- صفر (۱)
۱ (۲)
۲ (۳)
-۲ (۴)

۸- در دنباله‌ی $\frac{\sqrt{2}}{n}$ بزرگترین جمله کدام است؟

- $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۱)

۹- چند جمله از دنباله‌ی $b_n = \frac{5n-21}{2n-77}$ منفی است؟

- ۳۲ (۴) ۳۵ (۳) ۳۴ (۲) ۳۳ (۱)



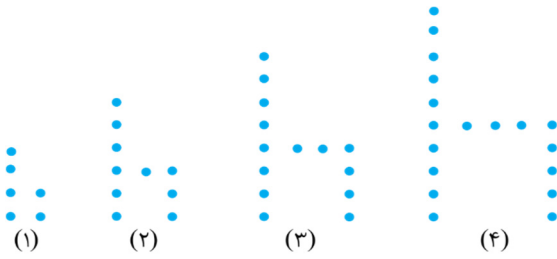
۱۰- در الگوی زیر جمله صدم چند نقطه دارد؟

(۱) ۴۰۲

(۲) ۵۰۱

(۳) ۶۰۱

(۴) ۳۰۱



۱۱- چند جمله دنباله $a_n = \begin{cases} n+3 & n \text{ فرد} \\ \lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor & n \text{ زوج} \end{cases}$ برابر ۵ است؟

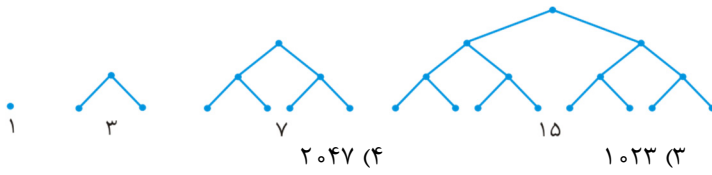
(۱) یک

(۲) سه

(۳) چهار

(۴) دو

۱۲- با توجه به الگوی زیر جمله دهم کدام است؟



(۱) ۵۱۲

(۲) ۱۰۲۴

(۳) ۱۰۲۳

(۴) ۲۰۴۷



دنباله‌های خاص

۱- در دنباله با جمله عمومی $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ ($a_1 = a_2 = 1$) حاصل $a_8 - a_6$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۲۶ (۲) ۱۵ (۳) ۱۳ (۴)

۲- کدام یک از الگوهای زیر درجه‌ی دوم است؟

- ۱, ۳, ۵, ۷, ... (۱) ۴, ۹, ۱۶, ۲۴, ... (۲) ۵, ۷, ۱۱, ۱۷, ... (۳) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ (۴)

۳- در یک الگوی درجه دوم جملات به صورت $\dots, -۶, -۴, -۲$ است. جمله بیستم چقدر است؟

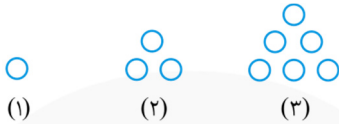
- ۲۰۰ (۱) ۳۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۵۰۰ (۴)

۴- با توجه به الگوی زیر تعداد نقاط در مرحله‌ی صدم چندتاست؟

- ۱۰۱۰۰ (۱) ۱۰۲۰۰ (۲) ۱۰۳۰۰ (۳) ۱۰۴۰۰ (۴)

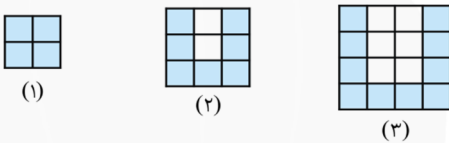


۵- در الگوی مثلثی مقابل در چندمین مرحله، مجموع تعداد دایره‌ها و شماره مرحله برابر ۶۵ است؟



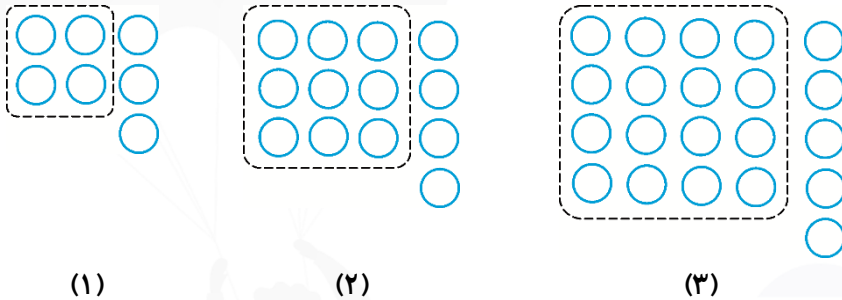
- ۲۰ (۱) ۱۳ (۲) ۱۷ (۳) ۱۰ (۴)

۶- با توجه به الگوی مقابل در شکل دهم چند مربع رنگ شده است؟



- ۲۸ (۱) ۲۷ (۲) ۲۹ (۳) ۳۱ (۴)

۷- با توجه به الگوی مقابل در شکل مرحله دهم تعداد دایره‌های داخل کادر چند تا بیشتر از تعداد دایره‌های بیرون کادر می‌باشد؟



- ۱۰۹ (۱) ۱۲۱ (۲) ۱۱۱ (۳) ۱۰۰ (۴)

۸- با توجه به الگوی درجه دوم در شکل زیر، تعداد دایره‌ها در مرحله دهم چندتاست؟



- ۱۲۱ (۱) ۱۲۳ (۲) ۱۱۷ (۳) ۱۱۹ (۴)

۹- در یک دنباله اعداد $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ داریم $a_n = 2a_{n-1} - 2$ حاصل $a_8 - a_7$ کدام است؟

- ۳۲ (۱) ۴۸ (۲) ۵۶ (۳) ۶۴ (۴)

(فاز ۹۵ تجربی)

دنباله حسابی

۱- دنباله حسابی $P, P+3, 4P, \dots, 41P+10$ چند جمله دارد؟

- ۲۹ (۱) ۳۰ (۲) ۳۱ (۳) ۳۲ (۴)

۲- اگر $\frac{x}{y}$ و $x+2$ و $2x-11$ سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، جمله وسط کدام است؟

- ۳۲ (۱) ۳۴ (۲) ۳۰ (۳) ۲۹ (۴)

۳- چند جمله از دنباله‌ی حسابی $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \dots$ منفی است؟

- چهار (۱) پنج (۲) چهل (۳) پنجاه (۴)

۴- جمله‌ی عمومی یک دنباله حسابی $a_n = (a-1)n^3 + (a+2b)n^2 + an + b$ است مجموع دو جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۵- جمله‌ی پنجم یک دنباله‌ی حسابی ۱۷ و جمله‌ی دوازدهم آن ۵۲ است. کوچک‌ترین عدد سه رقمی این دنباله کدام است؟

- ۱۰۰ (۱) ۱۰۱ (۲) ۱۰۲ (۳) ۱۰۳ (۴)

۶- اگر به قدرنسبت یک دنباله‌ی حسابی، دو واحد اضافه کنیم. به جمله‌ی دهم آن دنباله چند واحد اضافه خواهد شد؟

- ۲۲ (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴)

۷- چند عدد سه رقمی وجود دارد که باقیمانده تقسیم آن‌ها بر ۳ برابر ۲ باشد؟

- ۳۰۰ (۱) ۲۸۰ (۲) ۲۸۹ (۳) ۲۹۹ (۴)

۸- به ازای کدام مقدار m عدد ۳ واسطه‌ی حسابی بین ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - (m+1)x - 3m = 0$ می‌باشد؟

- ۵ (۱) -۵ (۲) ۶ (۳) -۶ (۴)

۹- در یک دنباله حسابی کاهشی، جمله‌ی هشتم، $\frac{2}{3}$ جمله‌ی پنجم می‌باشد. اولین جمله‌ی منفی چندمین جمله دنباله است؟

- ۱۶ (۱) ۱۵ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۱۰- اندازه‌ی زاویه‌های داخلی یک پنج ضلعی محدب، تشکیل یک دنباله عددی می‌دهند. اگر کوچک‌ترین زاویه‌ی

این پنج ضلعی 66° باشد، بزرگ‌ترین زاویه‌ی آن، چند درجه است؟

- ۱۹۲ (۱) ۱۷۶ (۲) ۱۵۰ (۳) ۱۳۴ (۴)

دنباله هندسی

۱- جمله‌ی عمومی دنباله‌ی هندسی $b_n = 3 \times x^{3n-1}$ است اگر نسبت جمله‌ی چهارم به جمله‌ی اول برابر ۸ باشد

آن گاه جمله‌ی دوم دنباله‌ی $a_n = (\frac{x^6}{8})^{n-1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۲ (۴) ۴

(سئمش آبان ۹۹)

۲- اگر 3×3^x و $3\sqrt{3}$ و $\frac{3^{2x}}{3}$ ، جملات اول، دوم و سوم دنباله هندسی باشد، جمله پنجم دنباله کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) $27\sqrt{3}$ (۳) ۸۱ (۴) ۲۴۳

۳- اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه دنباله هندسی تشکیل می‌دهند. مربع قدر نسبت کدام است؟ ($q > 1$)

- (۱) $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{7}-1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{7}+1}{2}$

۴- اگر دو جمله‌ی اول دنباله‌ای $4x-1$ و $4x^2$ باشد و این دنباله هم هندسی و هم حسابی باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $x=1$ (۲) $x=\frac{1}{2}$ (۳) $x=\frac{1}{3}$ (۴) $x=\frac{2}{3}$

۵- اعداد ۱۸ و b و a جملات متوالی دنباله هندسی و سه عدد b و a و 10 دنباله حسابی تشکیل می‌دهند. a کدام است؟

- (۱) ۲۴، ۸ (۲) ۵۰، ۸ (۳) ۱۲، ۳۲ (۴) ۲۴، ۱۲

۶- در دنباله هندسی $a_1 = 3$ و $r = \frac{3}{2}$ اولین جمله بزرگتر از ۱۰۰، چندمین جمله است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۷- جملات چهارم، ششم و دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی‌اند. چندمین

(سئمش آذر ۹۹)

جمله دنباله حسابی صفر است؟

- (۱) سوم (۲) پنجم (۳) نهم (۴) یازدهم

۸- اگر $y+1$ ، $\sin x - \frac{1}{y}$ ، $\sin x$ ، 2 جملات متوالی دنباله‌ی هندسی باشند مقدار y کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

۹- به هر یک از سه عدد ۲، ۶ و ۱۳، عدد ثابتی اضافه کرده‌ایم تا اعداد حاصل، تشکیل دنباله هندسی بدهند. قدر

نسبت دنباله جدید چقدر است؟

- (۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{10}{3}$ (۴) $\frac{16}{3}$

مجموعه

۱- اگر \mathbb{R} مجموعه مرجع باشد، حاصل $[(A \cup B)' - (A \cap B)'] \cup A$ کدام مجموعه است؟

- A (۱) B (۲) \emptyset (۳) \mathbb{R} (۴)

۲- اگر بازه $(3m+4, 7)$ زیر مجموعه بازه $(-3, m-4)$ باشد آن گاه حدود m کدام است؟

- (۱) $-7 \leq m \leq 11$ (۲) $m \geq 11$ (۳) $m \geq -\frac{7}{3}$ (۴) \emptyset

۳- اگر طول بازه $(m+1, 2m+8)$ برابر ۱۴ باشد، وسط بازه چقدر است؟

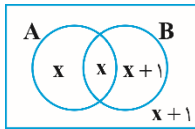
- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۴- ۴۰ کلاسی ۴۰ دانش آموز دارد اگر ۱۹ نفر عضو تیم فوتبال و ۲۵ نفر عضو تیم بسکتبال باشند و ۷ نفر عضو هیچ تیم ورزشی نباشند آن گاه چند نفر فقط عضو یک تیم ورزشی می باشند؟

- (۱) ۳۸ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۲۲

۵- تعداد عضوهای هر مجموعه را درون آن نوشته ایم. اگر $n(A' \cap B') = 10$ باشد، $n(B')$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۱۵



۶- ۸۰ ایرانی در یک همایش ۲۰۰ نفری حضور دارند. اگر ۵۰ نفر از شرکت کنندگان بازیگر و ۱۰۰ نفر نه بازیگر و نه ایرانی باشند، آن گاه چند نفر از شرکت کنندگان فقط ایرانی یا فقط بازیگر هستند؟

- (۱) ۷۰ (۲) ۸۰ (۳) ۹۰ (۴) ۶۰

۷- اگر مجموعه $A = \left\{ \sqrt{\frac{3}{x}} : x \in \mathbb{N}, x \leq 10^{10} \right\}$ ، m عضو گویا و n عضو گنگ داشته باشد $m+n$ چند است؟

- (۱) 10^8 (۲) 10^9 (۳) $\frac{1}{2} \times 10^{10}$ (۴) 10^{10}

۸- مجموعه های $A = \{3n-1 | n \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{n+1 | n \in \mathbb{N}\}$ را از مجموعه مرجع \mathbb{N} در نظر بگیرید. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $A' = \{3n+1 | n \in \mathbb{N}\}$ (۲) مجموعه جواب حقیقی معادله $x^3 - 1 = 0$ است.
(۳) $A' = \emptyset$ (۴) $B' = \emptyset$

ریشه و توان

۱- حاصل عبارت $A = \frac{\sqrt{18} - \sqrt{2} + \sqrt{50}}{14\sqrt{2}} + 1$ چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$

۲- مقدار $A = \sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ چقدر است؟

- (۱) -۲ (۲) صفر (۳) $-2\sqrt{2}$ (۴) ۲

۳- حاصل $\frac{\sqrt{4\sqrt{4}}}{\sqrt[3]{2-8}}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$

۴- حاصل $(\sqrt{\sqrt{2}+1} \times \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}} + 1)^2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۹

۵- حاصل $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2+\sqrt{3}})(\sqrt{2}\sqrt{2})$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $1+\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۶- عبارت $\sqrt{\frac{2^m \sqrt{2}}{5^m}}$ را به صورت $2^{\frac{m}{n}}$ نوشته‌ایم، مقدار $\frac{n}{m}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{105}$ (۲) $\frac{105}{17}$ (۳) $\frac{119}{15}$ (۴) $\frac{15}{119}$

۷- مقدار $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{3}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\sqrt[6]{8}$ (۲) $\sqrt[6]{9}$ (۳) $\sqrt[6]{27}$ (۴) $\sqrt[6]{27}$

۸- اگر $A = \sqrt[5]{4^3 \sqrt[3]{6}} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $\frac{1}{3}(2A)$ ، کدام است؟

- (۱) $0/25$ (۲) $0/5$ (۳) $0/75$ (۴) ۱

۹- چند مقدار طبیعی n در رابطه $1-\sqrt{2} < \sqrt{n} < \sqrt{7}+1$ صدق می‌کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۰- حاصل عبارت $\sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{5-2\sqrt{6}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{3}-1$ (۳) $\sqrt{2}-1$ (۴) $5\sqrt{6}$

(سراسری ریاضی ۹۳)

اتحادهای جبری و نتایج

۱- عبارت $A = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b)^2$ به ازای $a = 1 + \sqrt{5}$ و $b = 2 - \sqrt{5}$ چقدر است؟

- ۸۱ (۱) ۸۰ (۲) ۶۴ (۳) ۳۸ (۴)

۲- حاصل $A = (x^2 - y^2)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$ به ازای $x = \sqrt[3]{2}$ و $y = 1$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) صفر

۳- حاصل عبارت $A = \frac{(x^2 + 2x + 1)(x + 1)(x^3 + 1)}{x^2 - x + 1}$ به ازای $x = \sqrt[3]{3} - 1$ چقدر است؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴)

۴- مقدار عبارت $N = (x + y)^3 + 6(x + y)^2 + 12(x + y) + 9$ به ازای $x = \sqrt{2}$ و $y = \sqrt{8} - 2$ کدام است؟

- ۵۴ (۱) ۵۲ (۲) ۵۲ (۳) ۵۴ (۴)

۵- اگر $x = \sqrt{5} - 1$ و $y = \sqrt{5} + 1$ باشد، حاصل $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}$ برابر کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{5}$ (۲) ۲ (۳) $1 + \sqrt{5}$ (۴)

۶- با توجه به تساوی $(x + \frac{A}{x})^3 = x^3 + Ax + \frac{B}{x} + \frac{C}{x^3}$ مقدار \sqrt{ABC} چقدر است؟

- ۲۲ (۱) ۲۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴)

۷- اگر $x + \frac{1}{x+3} = 1$ باشد، حاصل $\frac{1}{(x+3)^2} + (x+3)^2$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۳ (۴)

۸- اگر $x^6 + x^2 = 9$ باشد، حاصل $\frac{x^6}{81 + x^8}$ کدام است؟

- ۱۹ (۱) $\frac{1}{19}$ (۲) ۱۸ (۳) $\frac{1}{18}$ (۴)

۹- اگر $\sqrt{\sqrt{x} + 2} + \sqrt{\sqrt{x} - 4} = 4$ باشد، حاصل $\sqrt{\sqrt{x} + 2} - \sqrt{\sqrt{x} - 4}$ کدام است؟

- $-\frac{1}{4}$ (۱) -۴ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴)

۱۰- اگر $2x^2 + 4xy + 4y^2 + 6x + 9 = 0$ باشد، مقدار y کدام است؟

- ۱/۵ (۱) ۲/۵ (۲) ۵/۲ (۳) ۵/۱ (۴)

۱۱- به ازای هر $x \in (0, 1)$ حاصل عبارت $\sqrt{x + x^{-1}} + 2 - \sqrt{x + x^{-1}} - 2$ کدام است؟

- $\frac{2}{\sqrt{x}}$ (۱) $-\frac{\sqrt{x}}{2}$ (۲) $-2\sqrt{x}$ (۳) $2\sqrt{x}$ (۴)

تجزیه، عبارتهای گویا و گویا کردن

۱- حاصل $A = \frac{x^2 - z^2}{x+z} - \frac{x^2 + xy + yz + xz}{x+z}$ کدام است؟

- (۱) $x - z$ (۲) $-(y+z)$ (۳) $y - z$ (۴) $-(x+y)$

۲- در تجزیه عبارتهای $A = a^3 - 4ab^2 + a^2b - 4b^3$ و $B = 4b^4 - 5a^2b^2 + a^4$ کدام عامل به صورت مشترک وجود دارد؟

- (۱) $b - a$ (۲) $a + b$ (۳) $a^2 + 2b$ (۴) $2a - b$

۳- اگر تجزیه عبارت $x^3 + x^2 + x - 3$ به صورت $(x-1)(ax^2 + bx + c)$ باشد، مقدار $a + b + c$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

۴- در تجزیه عبارت $8 - 2(x^2 - 3x) - (x^2 - 3x)^2$ چهارعامل خطی به صورت $(a_i x + b_i)$ وجود دارد، بیشترین

مقدار $|b_i|$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۵- در تجزیه عبارت $x^4 + 4$ ، کدام عامل مضرب موجود است؟

- (۱) $x^2 - 2x + 2$ (۲) $x^2 - x + 2$ (۳) $x^2 + x + 2$ (۴) $x^2 + 2x + 4$

(سراسری تهرنی ۹۹)

۶- حاصل عبارت $2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1} - \frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}}$ کدام است؟

- (۱) $1 + \sqrt{3}$ (۲) $-1 + \sqrt{2}$ (۳) $1 - \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

۷- اگر $\frac{1}{\sqrt[4]{x+1}} = \frac{A(x)}{x-1}$ باشد، حاصل $A(16)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۶

۸- در تجزیه $27x^3 + y^3 + 3xy + y^2$ کدام عامل وجود دارد؟

- (۱) $x + 3y$ (۲) $x - 3y$ (۳) $3x + 2y$ (۴) $9x^2 + y^2 + y - 3xy$

۹- در تجزیه $5x^4 - 3x^3 - 2x^2$ کدام عامل وجود ندارد؟

- (۱) x^2 (۲) $x - 1$ (۳) $5x - 2$ (۴) $5x + 2$

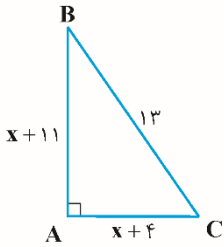
(فارج تهرنی ۱۴۰۰)

۱۰- فرض کنید $a = \sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}}$. مقدار $(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2})^2 (a + \frac{1}{a} - \sqrt{2})^2$ ، کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۶ (۳) ۲۵ (۴) ۴۹

نسبت های مثلثاتی

۱- در شکل مقابل مقدار $\tan B + \tan C$ چقدر است؟



- (۱) $\frac{161}{60}$
- (۲) $\frac{163}{60}$
- (۳) $\frac{170}{3}$
- (۴) $\frac{169}{60}$

۲- اگر $0 < \alpha < 45^\circ$ باشد، کدام رابطه زیر درست است؟

- (۱) $\sin \alpha > \cos \alpha$
- (۲) $\tan \alpha > \cot \alpha$
- (۳) $\sin \alpha < \cos \alpha$
- (۴) $\tan^2 \alpha > \tan \alpha$

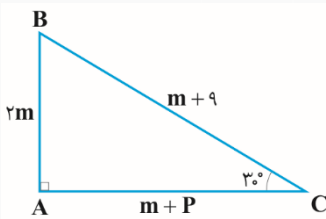
۳- حاصل $[\sin 5^\circ] + [\sin 10^\circ] + [\sin 20^\circ] + [\sin 25^\circ]$ کدام است؟

- (۱) -۴
- (۲) -۲
- (۳) -۳
- (۴) -۱

۴- اگر زاویه α در محدوده $[45^\circ, 180^\circ]$ تغییر کند، محدوده تغییرات $\sin \alpha$ کدام است؟

- (۱) $[0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$
- (۲) $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1]$
- (۳) $[0, 1]$
- (۴) $[-1, \frac{\sqrt{2}}{2}]$

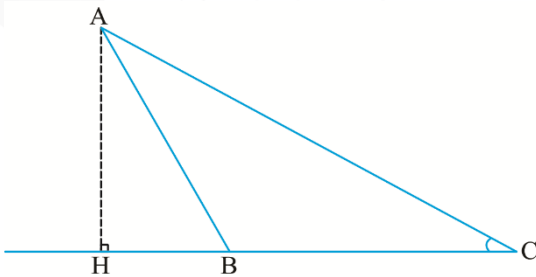
۵- با توجه به مثلث مقابل مقدار P کدام است؟



- (۱) $6\sqrt{3} + 6$
- (۲) $6\sqrt{3} + 3$
- (۳) $6\sqrt{3} - 6$
- (۴) $6\sqrt{3} - 3$

(سراسری ریاضی ۹۹)

۶- در شکل زیر، فرض کنید $\sin C = \frac{5}{13}$ و $CH = 9$ ، اندازه ارتفاع AH، کدام است؟



- (۱) $3/25$
- (۲) $3/5$
- (۳) $3/6$
- (۴) $3/75$

۷- اگر $-\frac{\pi}{12} < x \leq \frac{\pi}{24}$ باشد، محدوده $\cos^2 4x$ کدام است؟

- (۱) $[\frac{1}{4}, 1]$
- (۲) $(\frac{1}{4}, 1]$
- (۳) $(0, 1]$
- (۴) $[0, 1]$

۸- با فرض $\frac{\pi}{3} < x < \frac{5\pi}{6}$ و $\sin x = \frac{3-m^2}{3+m^2}$ ، مقادیر m در کدام فاصله تغییر می کند؟

- (۱) $|m| < \sqrt{3}$
- (۲) $|m| < \sqrt{2}$
- (۳) $|m| < 1$
- (۴) $|m| < \frac{1}{\sqrt{2}}$

۹- اگر $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$ و $\tan \alpha = \frac{1}{4m+3}$ حدود کامل m کدام است؟

- (۱) $(-1, -\frac{1}{4}) - \{-\frac{3}{4}\}$
- (۲) $(-\frac{1}{4}, 1)$
- (۳) $(-1, \frac{1}{4})$
- (۴) $(-1, \frac{1}{4}) - \{-\frac{3}{4}\}$

روابط اصلی بین نسبت های مثلثاتی

۱- اگر $\frac{3 \sin x - \cos x}{\sin x + 4 \cos x} = 2$ باشد چقدر است $\tan x + \cot x$ ؟

- (۱) $\frac{80}{9}$ (۲) $\frac{70}{9}$ (۳) $\frac{72}{9}$ (۴) $\frac{82}{9}$

۲- اگر انتهای کمان α در ربع سوم باشد و $\frac{1}{1 + \cos \alpha} = 3 - 3 \cos \alpha$ باشد. مقدار $\tan \alpha + \cot \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

۳- اگر $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{5}$ باشد، حاصل $(\frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta})^2$ کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۱۰ (۳) ۳۵ (۴) ۴۰

۴- اگر $A = \tan \theta \times \frac{\sin \theta - \sin^3 \theta}{\cos \theta - \cos^3 \theta}$ باشد، حاصل $1 + A^2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{3}$

۵- اگر $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ باشد، حاصل $\sqrt{1 + \tan^2 x} - \frac{1}{\cos x}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{2}{\cos x}$ (۳) $-\frac{2}{\cos x}$ (۴) صفر

۶- اگر $3^{\sin \alpha} = \sqrt[3]{3}$ حاصل $\cot^2 \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۶

۷- کسینوس زاویه ای که خط گذرنده از نقاط $A(-1, 6)$ و $B(1, 3)$ با جهت مثبت محور X ها می سازد کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{\sqrt{13}}$ (۲) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ (۳) $-\frac{4}{\sqrt{13}}$ (۴) $-\frac{2}{\sqrt{13}}$ (سنجش آذر ۹۹)

۸- اگر $\begin{cases} x = \tan \alpha + \cot \alpha \\ y = \tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha \end{cases}$ باشد کدام رابطه بین X و Y برقرار است؟

- (۱) $y = x^3 + x$ (۲) $y = x^3 + 3x$ (۳) $y = x^3 - x$ (۴) $y = x^3 - 3x$

۹- خلاصه شده عبارت $A = 1 + \frac{4}{1 + \tan^2 \theta} + \frac{4}{1 + \cot^2 \theta}$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

تغییر زاویه (زوایای $(\frac{k\pi}{p} \pm \alpha)$)

۱- حاصل $\tan(\frac{4\pi}{3}) \times \sin(-\frac{7\pi}{6}) \times \cos(225^\circ)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ (۳) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{6}}{4}$

۲- حاصل عبارت $A = 4 \cos(\frac{121\pi}{6}) + 6 \sin(-\frac{124\pi}{3})$ کدام است؟

- (۱) $-3\sqrt{3}$ (۲) $-5\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $5\sqrt{3}$

۳- اگر $\tan 75^\circ = a$ باشد، حاصل عبارت $\frac{3 \sin 75^\circ + 2 \sin 105^\circ}{\sin 165^\circ - \cos 255^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}a$ (۲) $-\frac{3}{2}a$ (۳) $\frac{5}{2}a$ (۴) $-\frac{5}{2}a$

۴- حاصل $\cos \frac{3\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{7\pi}{14} + \cos \frac{9\pi}{14} + \cos \frac{11\pi}{14}$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) صفر (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 1

۵- مقدار عبارت $A = \tan \frac{\pi}{2} \tan \frac{3\pi}{2} \tan \frac{5\pi}{2} \tan \frac{7\pi}{2} \tan \frac{9\pi}{2}$ برابر است با:

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -1 (۴) 1

۶- حاصل $A = \sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} - 73\pi) + \cos^2(\frac{49\pi}{6}) + \sin 111^\circ$ کدام است؟

- (۱) $0/4$ (۲) $0/75$ (۳) $0/25$ (۴) $0/5$

۷- اگر کمان α در ناحیه سوم دایره مثلثاتی و $\tan \alpha = 2/4$ باشد، حاصل $\frac{\tan(-\frac{13\pi}{2} - \alpha) \times \sin(-7\pi - \alpha)}{\cos(\frac{15\pi}{2} + \alpha) + \tan(-\alpha)}$ کدام است؟

(سئیش مرداد ۹۹)

- (۱) $-\frac{5}{18}$ (۲) $-\frac{25}{216}$ (۳) $\frac{25}{216}$ (۴) $\frac{5}{18}$

۸- اگر $A = \frac{-\sin 6^\circ \cos 135^\circ - \cos 3^\circ \sin 225^\circ}{\tan 21^\circ \cot 6^\circ - \cot 24^\circ \tan 33^\circ}$ ، آن گاه طول کمان قطاعی به زاویه 6° و شعاع $\sqrt{6}A$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) $\frac{3\pi}{4}$ (۴) $\frac{4\pi}{3}$

نسبت‌های 2α و نتایج آن

۱- اگر $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{1000}$ باشد، کدام رابطه صحیح است؟ (x در ناحیه اول است).

- (۱) $\sin 2x < 0$ (۲) $\cos 2x < 0$ (۳) $\tan 2x > 0$ (۴) $\tan x < 0$

۲- حاصل $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$ کدام است؟

- (۱) $\cot \alpha$ (۲) $\cot \frac{\alpha}{2}$ (۳) $\tan \frac{\alpha}{2}$ (۴) $\tan \alpha$

۳- مقدار عددی $\tan 15^\circ + \cot 15^\circ$ چقدر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱

۴- اگر $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = 1$ باشد، مقدار $\cot x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{-7}{12}$ (۴) $\frac{-7}{24}$

۵- اگر $\tan \alpha = 2$ ، آنگاه $\cos 4\alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{25}$ (۲) $\frac{-4}{25}$ (۳) $\frac{4}{25}$ (۴) $-\frac{7}{25}$

۶- اگر $\cos 4x = a \sin^4 x + b \sin^2 x + c$ باشد، مقدار $a + b + c$ کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) -۱۷ (۳) ۱ (۴) -۱

۷- اگر $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\tan \alpha + \cot \alpha$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۸- مقدار عبارت $A = (\tan \alpha + \cot \alpha) \times \frac{1}{4 \cos^2 \alpha - 2}$ به ازای $\alpha = 7/5^\circ$ چقدر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱

۹- خلاصه شده $N = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} + \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}}$ با شرط این که α در ناحیه اول باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{\cos \alpha}$ (۲) $\frac{2}{\tan \alpha}$ (۳) $\frac{2}{\sin \alpha}$ (۴) $\frac{2}{\cot \alpha}$

(سنجش آذر ۹۹)

نمودارهای مثلثاتی

۱- برد تابع $y = 3\cos x + 4$ شامل چند عدد طبیعی است؟

- ۹ (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۲- کمترین مقدار تابع $y = 2 - 3|\sin x|$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) -۳ (۴)

۳- تابع $f(x) = \sin 3x$ در فاصله $(-2\pi, 2\pi)$ چند بار محور x ها را قطع می کند؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴)

۴- بیشترین مقدار تابع $y = 1 + 3\cos 2x$ چقدر از کمترین مقدار تابع $y = 1 - 4\sin^2 \Delta x$ بیشتر است؟

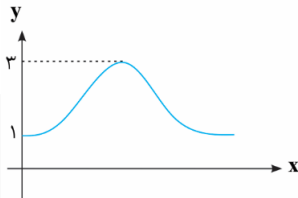
- ۴ (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۵- نمودار تابع $f(x) = \tan \frac{x}{\pi}$ در فاصله $[0, 4\pi]$ خط $y = 1$ را در چند نقطه قطع می کند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶- نمودار مقابل مربوط به کدام تابع است؟

- (۱) $y = \sin x + 1$
 (۲) $y = 2 - \cos x$
 (۳) $y = 1 + \cos x$
 (۴) $y = 2 \cos x - 1$



۷- نمودار تابع $y = |\sin x|$ در بازه $[0, \pi]$ بر نمودار کدام تابع زیر منطبق است؟

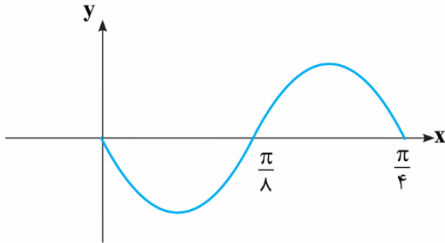
- (۱) $y = \cos(\frac{\pi}{\pi} + x)$ (۲) $y = -\cos(x + \frac{\pi}{\pi})$ (۳) $y = -\sin(\pi - x)$ (۴) $y = \sin(\pi + x)$

۸- خط $y = \frac{2}{\pi}x - 3$ نمودار تابع $y = \cos x$ را در فاصله $[0, 2\pi]$ در چند نقطه قطع می کند؟

- ۱ (۱) نقطه ۲ (۲) نقطه ۳ (۳) نقطه ۰ (۴) نقطه

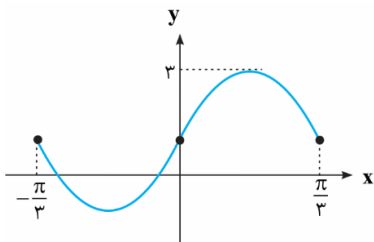
دوره تناوب توابع مثلثاتی

۱- اگر نمودار $y = \sin ax$ در یک دوره تناوب به صورت زیر باشد، مقدار a کدام است؟



- ۸ (۱)
- ۴ (۲)
- ۸ (۳)
- ۴ (۴)

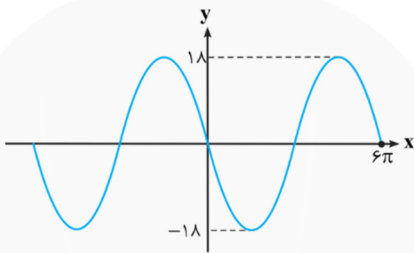
۲- شکل مقابل نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. $a + b$ کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

۳- اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = b \sin(ax)$ به صورت زیر باشد، کمترین مقدار $a + b$ کدام است؟

(سلیش ادیبهشت ۹۹)



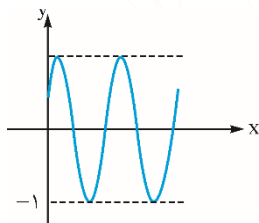
- 53/3 (۱)
- 53/3 (۲)
- 1.8 (۳)
- 1/3 (۴)

۴- اگر بیشترین مقدار تابع $f(x) = 3 \cos \frac{3\pi x}{k} + k$ هفت برابر کمترین مقدار آن باشد، دوره تناوب $f(x)$ کدام است؟

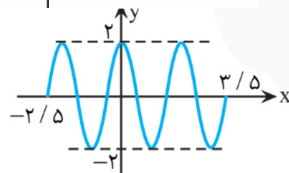
- ۱/4 (۴)
- 8/3 (۳)
- 3/8 (۲)
- 4 (۱)

(فارع ریاضی ۹۷)

۵- شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ در بازه $[0, 4/3]$ است. $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟



- 4 (۲)
- 3 (۱)
- 6 (۴)
- 5 (۳)



(سراسری ریاضی ۹۶)

۶- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin \pi(\frac{1}{4} + bx)$ است. ab کدام است؟

- 2/5 (۲)
- 2 (۱)
- 3/5 (۴)
- 3 (۳)

(سلیش آذر ۹۹)

۷- دوره تناوب تابع $f(x) = \frac{2 \sin x}{\cos x(1 + \tan^2 x)}$ کدام است؟

- 2pi (۴)
- pi (۳)
- pi/2 (۲)
- pi/4 (۱)

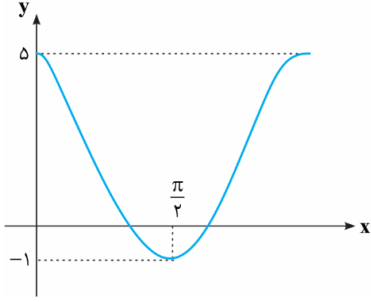


۸- شکل مقابل نمودار تابع $y = a + b \cos mx$ است. مقدار $a + b + m$ کدام می تواند

(سئیش دی ۹۹)

باشد؟

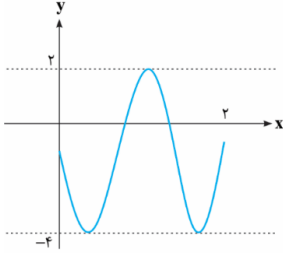
- ۳ (۱)
- ۵ (۳)
- ۴ (۲)
- ۶ (۴)



(سئیش دی ۹۹)

۹- نمودار تابع $y = a \cos(\pi(\frac{3}{4} - bx)) + c$ به شکل زیر می باشد. abc کدام است؟

- $-\frac{9}{2}$ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲ (۳)
- $\frac{9}{2}$ (۴)



(سئیش ازیبیهشت ۹۹)

۱۰- دوره تناوب تابع $y = \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$ کدام است؟

- $\frac{\pi}{4}$ (۱)
- $\frac{\pi}{2}$ (۲)
- π (۳)

(۴) دوره تناوب ندارد.



معادلات مثلثاتی سینوسی و کسینوسی

۱- جواب کلی معادله $3\sin^2 x - 7\sin x + 4 = 0$ به کدام صورت زیر است؟

- (۱) $k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ (۳) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۴) $2k\pi + \frac{\pi}{6}$

۲- معادله $2\cos 2x + \sin^2 x = 1$ در بازه $(0, 2\pi)$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(فازج تجربی ۹۴)

۳- جواب کلی معادله $\cos^3 x + \cos x = 0$ ، با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

۴- یکی از جواب‌های معادله $\cos^3 x = \sin 2x$ کدام است؟

- (۱) π (۲) $\frac{4\pi}{11}$ (۳) $\frac{\pi}{11}$ (۴) $\frac{9\pi}{10}$

(سراسری تجربی ۹۶)

۵- جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x + 2\cos^2 x = 0$ ، کدام است؟

- (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۶- معادله $\cos^4 x - \sin^4 x = \frac{1}{2}$ در بازه $(0, \pi)$ چند ریشه دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۷- جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin \frac{5\pi}{6} + \sin(\frac{\pi}{2} + x)\sin(\pi + x) = 0$ (که $k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۲) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۴) $2k\pi + \frac{\pi}{4}$

(سهمش اردیبهشت ۹۹)

۸- جواب‌های معادله $\sin x + \cos 2x = 1$ بر روی دایره مثلثاتی، کدام چندضلعی را ایجاد می‌کنند؟

- (۱) مستطیل (۲) مربع (۳) دوزنقه متساوی الساقین (۴) مثلث متساوی الساقین

(فازج تجربی ۹۰)

۹- جواب کلی معادله مثلثاتی $(\sin x - \tan x) \tan(\frac{3\pi}{2} - x) = \cos \frac{4\pi}{3}$ ، کدام است؟

- (۱) $k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۲) $k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(سهمش آذر ۹۹)

۱۰- تمام ریشه‌های معادله $(1 + \tan^2 x)\cos 3x = 1 - \tan^2 x$ کدام است؟

- (۱) $2k\pi + \frac{\pi}{5}$ (۲) $2k\pi$ (۳) $k\pi$ (۴) $\frac{2k\pi}{5}$



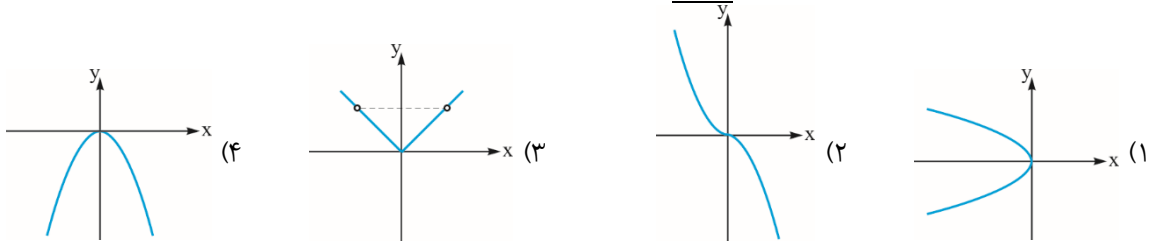
تابع

(سراسری ریاضی ۸۵)

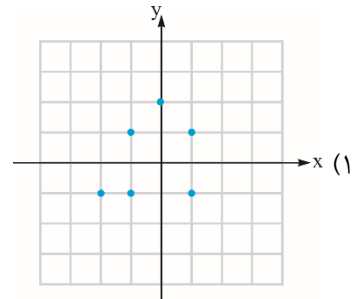
۱- رابطه‌ی $\{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$ به ازای کدام مقدار m ، یک تابع است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) 2 (۴) هیچ مقدار m

۲- کدام یک از نمودارهای زیر نمایش تابع نیست؟

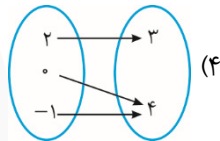


۳- کدام یک تابع است؟



(۳) $\{(\sin \frac{\pi}{4}, 1), (1, 4), (0, -1)\}$

| | | | |
|---|---|-----------------------|------------|
| x | 1 | $\frac{4}{\sqrt{16}}$ | π |
| y | 3 | 2 | $\sqrt{2}$ |



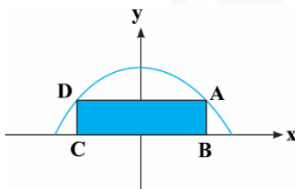
۴- اگر سه زوج مرتب $(x+1, y+x)$ و $(-1, 4)$ و $(x+y+z, t-z)$ با هم برابر باشند، مقدار $t+z$ کدام است؟

- (۱) 6 (۲) -5 (۳) 5 (۴) -6

۵- کدام یک از معادلات زیر y را به صورت تابعی از x مشخص می‌کند؟

- (۱) $x^2 + y^2 = 25$ (۲) $x = |y| + 1$ (۳) $x = 1$ (۴) $y = \begin{cases} x+3 & x \leq 0 \\ x-1 & x > 0 \end{cases}$

۶- نقطه A روی تابع $y = \frac{1}{4}\sqrt{4-x^2}$ طبق شکل انتخاب شده است و مستطیل $ABCD$ ساخته شده است، محیط



مستطیل بر حسب x (طول نقطه A) کدام است؟

- (۱) $2x + \sqrt{4-x^2}$ (۲) $4x + \sqrt{4-x^2}$ (۳) $4x + 2\sqrt{4-x^2}$ (۴) $2(x + \sqrt{4-x^2})$

۷- کدام یک از روابط زیر تابع می‌باشند؟

- (۱) $y - \sqrt{y} = x$ (۲) $y! - x^2 - 2x = 1$ (۳) $\sqrt{y} - x^2 - 2x = 3$ (۴) $y^3 = 2x + y$

۸- کدام رابطه زیر تابع است؟

- (۱) $x^2 + 4x = 1 - y^2$ (۲) $x^2 + 6x = -9 - y^2$ (۳) $x \sin x = xy$ (۴) $y^2 \sqrt{x} = x + |x|$



۹- در کدام یک از روابط زیر، y تابعی بر حسب x نیست؟ (علامت جزء صحیح است.)

$$y = \begin{cases} |x-1| - 2 & x < 0 \\ [x-1] & x \geq 0 \end{cases} \quad (2) \quad \sqrt{x-2} + |y-5| = 0 \quad (1)$$

$$\sqrt[3]{x} = \sqrt[2]{y} - 1 \quad (3) \quad 5x^4 + y^2 + 8 = 0 \quad (4)$$

۱۰- اگر طول مستطیلی سه واحد بیشتر از عرض آن باشد، تابعی که مساحت مستطیل (S) را بر حسب نصف محیط مستطیل (P) بیان می‌کند، کدام است؟ (محیط مستطیل را $2P$ در نظر بگیرید.)

$$S(P) = \frac{1}{4}(P^2 - 9) \quad (4) \quad S(P) = \frac{1}{4}(9 - P^2) \quad (3) \quad S(P) = \frac{1}{4}(P^2 - 9) \quad (2) \quad S(P) = \frac{1}{4}(P^2 + 9) \quad (1)$$



مقدار تابع

۱- در صورتی که $f\left(\frac{x-3}{x+1}\right) = \frac{x-1}{-2x+1}$ باشد $f(3)$ کدام است؟

- $\frac{4}{5}$ (۴) $-\frac{4}{7}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۲) $-\frac{7}{4}$ (۱)

۲- اگر $f(x) + xf(-x) = x^2 + 1$ ، آنگاه مقدار $f(2)$ کدام است؟

- 4 (۴) 3 (۳) -2 (۲) -1 (۱)

۳- اگر $f(x) - f(x+3) = 4$ و نمودار تابع f از مبدأ مختصات بگذرد، آنگاه $f(6)$ کدام است؟

- 5 (۴) $2/5$ (۳) $1/25$ (۲) 2 (۱)

۴- اگر $f(x) = \frac{2x^2+2}{x^2-3}$ باشد، مقدار $f(2-\sqrt{3})$ کدام است؟

- $1+\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}$ (۳) $-2+\sqrt{3}$ (۲) $1-\sqrt{3}$ (۱)

۵- اگر به ازای هر عدد حقیقی x و y رابطه‌ی $f(xy) = \frac{f(x)}{y}$ برقرار بوده و $f(30) = 20$ باشد، مقدار $f(40)$ کدام است؟

- 32 (۴) 25 (۳) 15 (۲) 12 (۱)

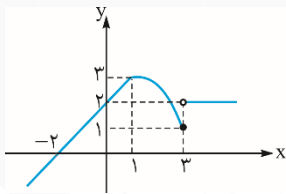
۶- اگر در تابع $f = \{(1, a+1), (a, m-1), (m, -3)\}$ داشته باشیم $f(f(1)-1) = 7-m$ و $f(4) = a+4$ ، در این صورت

$f(1) + f(a)$ چقدر است؟

- -3 (۴) 3 (۳) 4 (۲) -7 (۱)

۷- اگر نمودار f به صورت مقابل باشد، حاصل عبارت $A = \frac{1+2f(f(1))}{f(1)+f(0)+f(f(0)+1)}$ کدام است؟

- $0/3$ (۲) $0/4$ (۱)
 $0/5$ (۴) $0/6$ (۳)



۸- اگر $f(x) = x^3 + \frac{1}{x^3}$ آن گاه $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x) + \frac{x}{2}f(1)$ چگونه تابعی است؟

- 1 همانی (۱) 2 ثابت (۲) 3 درجه سوم (۳) 4 درجه دوم (۴)

انواع تابع و دامنه و برد آنها:

۱- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱ و محور y ها را در نقطه‌ای به

(فاز تمبری ۸۹)

عرض ۶- قطع کرده و از نقطه‌ی $(-۲, -۶)$ می‌گذرد. $f(-۱)$ کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۷ (۳) -۵ (۴) -۴

۲- اگر f تابعی همانی باشد، آنگاه محل برخورد دو تابع $y_1 = f(3x - 1)$ و $y_2 = f(2 - 2x)$ کدام نقطه است؟

- (۱) $(\frac{2}{5}, \frac{2}{5})$ (۲) $(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ (۳) $(\frac{3}{5}, \frac{3}{5})$ (۴) $(\frac{2}{5}, \frac{3}{5})$

(فاز تمبری ۱۱۴۰)

۳- اگر $f(x) = (ax + 2)(b - x) - 7x^2$ ضابطه یک تابع ثابت باشد، برد تابع f کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{7}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $-\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۴- دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-4}-1}$ شامل چند عدد طبیعی نیست؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۶

۵- دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{2-|x|}}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۶- اگر تابع $f(x) = \frac{x^2 + mx^2 + nx}{x^2 + nx + 1}$ تابع همانی باشد $m + n$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴

۷- دامنه‌ی تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}}$ کدام فاصله است؟

- (۱) $(0, 1]$ (۲) $(0, 3)$ (۳) $[1, 2]$ (۴) $(2, 3)$

۸- برد تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 1 \\ 2 & 1 < x \leq 2 \\ -2x + 6 & 2 < x < 4 \end{cases}$ برابر کدام مجموعه است؟

- (۱) $(-3, +\infty)$ (۲) $(-2, +\infty)$ (۳) $(-\infty, +\infty)$ (۴) $(-2, 2)$

۹- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 + mx - n + 2}$ به صورت $\mathbb{R} - \{2\}$ باشد، حاصل $m^2 + n^2$ کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۴ (۳) ۲۰ (۴) ممکن نیست

۱۰- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x-6}{3x^2 + \frac{m}{2}x - \frac{n}{3}}$ برابر $\mathbb{R} - \{1, 2\}$ باشد، مقدار $m + n$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) -۳۶ (۳) -۱۸ (۴) صفر

(فاز تمبری ۹۲)

۱۱- اگر $f(x) = \sqrt{x + |x + 2|}$ دامنه‌ی تابع $f(-x)$ کدام است؟

- (۱) $x \leq -1$ (۲) $x \geq -1$ (۳) $x \leq 1$ (۴) $x \geq 1$

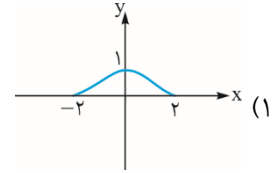
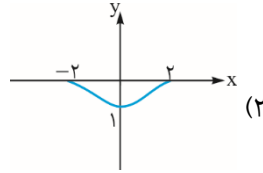
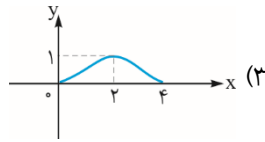
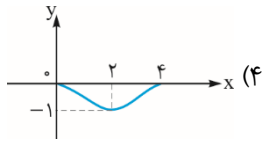
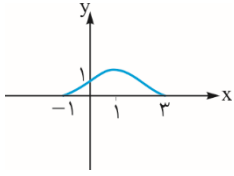
۱۲- به‌ازای کدام مجموعه مقادیر k ، بازه $(k - 2, 3k + 2)$ زیرمجموعه‌ای از دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x-1}$ است؟

(فاز ریاضی ۹۸- با تفسیر)

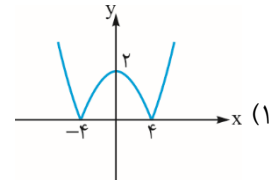
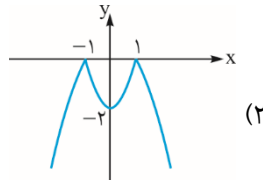
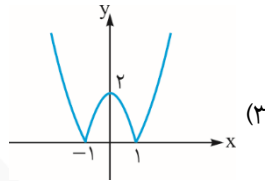
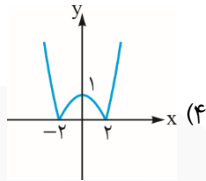
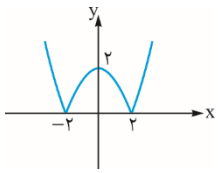
- (۱) $(\frac{1}{3}, 3]$ (۲) $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ (۳) $[-1, \frac{1}{3})$ (۴) $[-1, -\frac{1}{3}]$

تبدیل توابع:

۱- اگر نمودار $f(x)$ به صورت مقابل باشد، نمودار $-f(x+1)$ کدام است؟



۲- اگر نمودار $f(x)$ به صورت مقابل باشد، نمودار $y = f(-2x)$ کدام است؟



۳- اگر دامنه و برد تابع $f(x)$ به ترتیب $[-1, 4]$ و $[0, 6]$ باشد، دامنه و برد تابع $g(x) = 2f(x-1) - 1$ به ترتیب $[a, b]$ و $[c, d]$ خواهد بود، مقدار $\frac{c+d}{a+b}$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) -۱

۴- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) نمودار تابع $f(x) = -x^3 - 2$ از ناحیه دوم نمی‌گذرد.

(۲) نمودار تابع $f(x) = (x+2)^3$ از ناحیه دوم نمی‌گذرد.

(۳) نمودار تابع $f(x) = -(x-2)^3$ از ناحیه سوم نمی‌گذرد.

(۴) دو تابع $f(x) = x^3$ و $g(x) = x^2$ در محدوده $x > 0$ نقطه برخوردی ندارند.

۵- اگر نقطه $A(2, -3)$ متعلق به تابع $y = f(x)$ باشد، پس از رسم تابع $g(x) = 2f(x+1) - 3$ ، نقطه A به کدام نقطه روی تابع $g(x)$ منتقل شده است؟

(۴) $(1, -6)$

(۳) $(1, -9)$

(۲) $(3, -6)$

(۱) $(3, -9)$

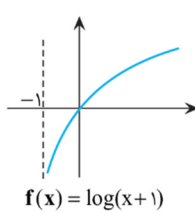
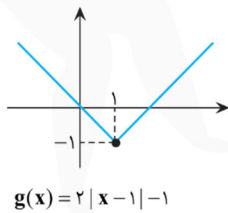
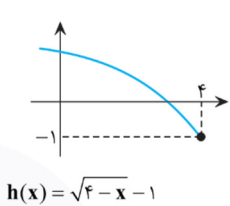
۶- نمودار چند تا از توابع زیر درست رسم شده است؟

(۱) صفر

(۲) یک

(۳) دو

(۴) سه



۷- قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس ۲ واحد به طرف x های مثبت انتقال می دهیم. نمودار حاصل، نیمساز ناحیه اول و سوم را با کدام طول قطع می کند؟

(فاز تجربی ۹۷)

- ۱) ۲- ۲) ۰/۵ ۳) ۱ ۴) ۱/۵

۸- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 4x - x^2$ را در امتداد محور x ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۱)

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $2\sqrt{5}$ ۴) $\sqrt{10}$

۹- نمودار $\frac{1}{f}$ را در امتداد محور x ها، a واحد در جهت مثبت انتقال داده و آن را g می نامیم. سپس تابع $|g|$ را در امتداد محور y ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می دهیم. طول نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع $\frac{1}{|f|}$ برابر

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ است. اگر f تابع همانی باشد، اختلاف مقادیر در تساوی $f(x+a) = 3$ کدام است؟

- ۱) $2 + \sqrt{2}$ ۲) ۲ ۳) $2 - \sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{2}$

۱۰- تابع $y = 2^{x+|x|}$ را ۳ واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس در امتداد محور y ها ۲ واحد در جهت منفی انتقال می دهیم. منحنی حاصل، محور x ها را با کدام طول، قطع می کند؟

(فاز تجربی ۱۴۰۰)

- ۱) $-\frac{5}{2}$ ۲) $-\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) $\frac{7}{2}$

توابع پله ای و براکت

۱- حاصل $[\sin 4] \times [\pi\sqrt{2}]$ چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۴

۲- اگر $[x] = 1$ ، آنگاه حاصل $[3 - 2x]$ چند مقدار صحیح می تواند باشد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳- اگر $\left[\frac{2x-1}{x}\right] = 0$ باشد حاصل $[6x]$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) هر سه مورد

۴- اگر $[x-2] = 1$ باشد، نمودارهای دو تابع $f(x) = |x-3| - |x-4|$ و $g(x) = 2x^2 + x - 17$ ، در چند نقطه مشترک هستند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) فاقد نقطه مشترک (فراغ تمبری ۹۷)

۵- برد تابع $y = \frac{1}{[x] + [-x] + 1}$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) بی شمار (۴) ۴

۶- تابع $f(x) = 2\left[\frac{x}{3}\right] - x$ کدام یک از اعداد زیر نمی تواند باشد؟

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) -۳ (۴) $-\frac{1}{3}$

۷- برد تابع $f(x) = \sqrt{[x] + [-x]} + 2[x]$ شامل چند عدد طبیعی یک رقمی است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۹ (۴) ۳

۸- دامنه ی تابع به معادله ی $y = \frac{\sqrt{\sqrt{x}-x}}{[x]}$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) (۱, ۲) (۲) {۱, ۲} (۳) [۱, ۲] (۴) {۱}

۹- حاصل عبارت جزء صحیح $[\log_{\sqrt{7}} \sqrt{5}]$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) ۳

۱۰- دامنه ی تابع $f(x) = \sqrt{([x]-x)(x^2-1)}$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) $\mathbb{R} - [-1, 1]$ (۲) $\mathbb{R} - (-1, 1)$ (۳) \mathbb{Z} (۴) $[-1, 1] \cup \mathbb{Z}$

۱۱- اگر $0 < \frac{1-3x}{x+1} < -2$ باشد، مجموعه مقادیر $\left[\frac{x}{2}\right]$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(آزاد ریاضی ۸۸)

(فراغ تمبری ۱۴۰۱)



رسم توابع براکت

(سنجش ادبیهشت ۹۸)

۱- برد تابع $f(x) = x - [x]$ کدام است؟

- (۱) $(0, 1]$ (۲) $[0, 1)$ (۳) $(0, 1)$ (۴) $[0, 1]$

۲- خط $4x = 2y + 1$ تابع $f(x) = [x]$ را در چند نقطه از بازه $[-2, 1]$ قطع می کند؟

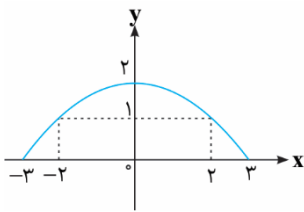
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳- نمودارهای توابع $f(x) = [x]$ و $g(x) = [-x]$ در چند نقطه برخورد می کنند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۴- اگر نمودار تابع f به صورت روبه رو باشد، دامنه ی تابع $y = \frac{1}{[f(x)]}$ کدام است؟

- (۱) $[-3, 3] - \{\pm 2\}$ (۲) $[-3, 3] - (-2, 2)$ (۳) $[-3, 3] - [-2, 2]$ (۴) $[-2, 2]$



۵- نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{[x]}$ در فاصله $[0, 2]$ چگونه است؟

- (۱) دو پاره خط (۲) سه پاره خط (۳) دو پاره خط و یک نقطه (۴) یک پاره خط

۶- نمودار تابع $f(x) = -|x|$ و $g(x) = [x] + [-x]$ چند نقطه ی مشترک دارند؟

- (۱) فاقد نقطه ی مشترک (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۷- نمودار تابع $f(x) = x + [x]$ در بازه ی $[-1, 2]$ از n پاره خط مساوی به طول L تشکیل شده است. دوتایی مرتب

(n, L) کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)

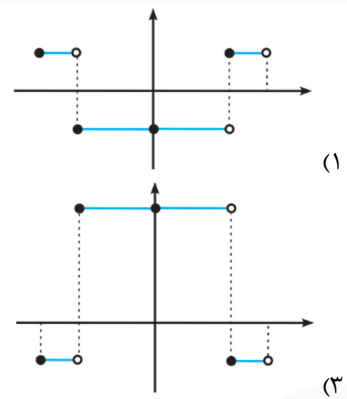
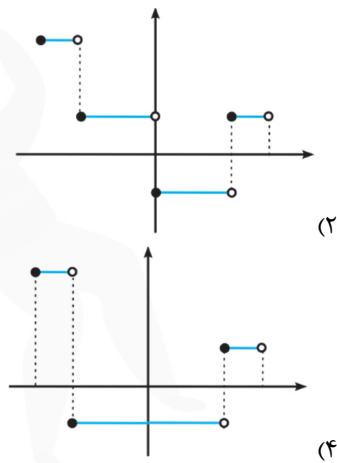
- (۱) $(3, 1)$ (۲) $(3, \sqrt{2})$ (۳) $(5, 1)$ (۴) $(5, \sqrt{2})$

۸- نمودار تابع $y = [x^2 - 2x]$ در بازه ی $(0, 2)$ از چند پاره خط تشکیل شده است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۵

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

۹- نمودار تابع $y = 2|[3x]| - 1$ به ازای $-\frac{1}{3} \leq x < \frac{1}{3}$ ، کدام است؟



تساوی و اعمال توابع

۱- اگر $f = \{(0,1), (2,3), (1,-1)\}$ و $g = \{(1,1), (0,4)\}$ تابع $h = \frac{2f-g}{f+g}$ کدام است ؟

- (۱) $\{(0, \frac{1}{2})\}$ (۲) $\{(0, \frac{-1}{2})\}$ (۳) $\{(0, \frac{-2}{5})\}$ (۴) $\{(0, \frac{-2}{5}), (1, -1)\}$

۲- اگر f و g به صورت $f(x) = x + 2$ و $g = \{(1,0), (-1,1), (3,a)\}$ باشد، با شرط $(f+g)(1) + (f-g)(3) = 4$ مقدار $(f \times g)(3)$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

۳- اگر $f(x) = \sqrt{x+1} - \frac{1}{x}$ و $g(x) = x + \frac{1}{x}$ ، آنگاه دامنه‌ی تابع $f+g$ کدام است؟

- (۱) $[-1, +\infty)$ (۲) $[-1, +\infty) - \{0\}$ (۳) $[1, +\infty)$ (۴) $\mathbb{R} - \{0\}$

۴- اگر $g = \{(1,-3), (2,5), (3,4)\}$ و $f(x) = 2x + 1$ آنگاه $f(1) + f(3)$ کدام است ؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۹ (۴) ۲۸

۵- اگر دو تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \neq 1 \\ k & x = 1 \end{cases}$ و $g(x) = x + 1$ با هم برابر باشند، مقدار k کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۶- چند جفت از آنها با هم برابرند؟

- (الف) $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 16}{x + 4} \\ g(x) = x - 4 \end{cases}$ (ب) $\begin{cases} f(x) = \log x^2 \\ g(x) = 2 \log x \end{cases}$ (ج) $\begin{cases} f(x) = \sqrt{1 - \sin^2 x} \\ g(x) = \cos x \end{cases}$ (د) $\begin{cases} f(x) = \tan x \cdot \cot x \\ g(x) = \sin^2 x + \cos^2 x \end{cases}$
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

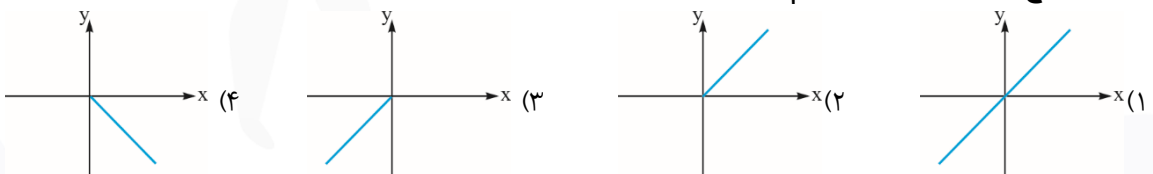
۷- کدام یک از جفت تابع‌های زیر با هم مساوی هستند؟

- (۱) $\begin{cases} f(x) = \frac{x|x|}{x} \\ g(x) = |x| \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x \\ g(x) = \sqrt{(-1)^2} \end{cases}$ (۳) $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x - 1}} \\ g(x) = \sqrt{x + 1} \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} f(x) = |x| \\ g(x) = 2^{\log_2 x} \end{cases}$

۸- اگر $f(x) = x^2 - 3x - 10$ و $g(x) = 2x - 10$ باشد آن گاه وضعیت نمودار $f \times g$ در برخورد با محور x ها چگونه است؟

- (۱) سه نقطه تلاقی (۲) یک نقطه مماس و دو نقطه تلاقی (۳) سه نقطه مماس (۴) یک نقطه تلاقی و یک نقطه مماس

۹- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x} \sqrt{x}$ کدام است؟

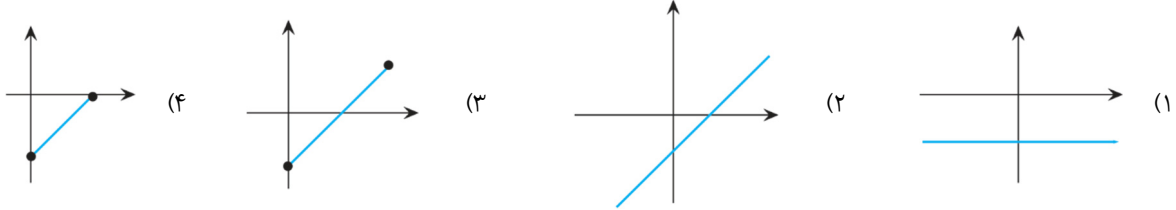




۱۰- دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{\frac{-x+2}{x+1}} - \sqrt{\frac{x+1}{-x+2}} + \sqrt{1+2x}$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, \frac{1}{2}]$ (۲) $[\frac{-1}{2}, 2)$ (۳) $\mathbb{R} - [-1, 1]$ (۴) $(-1, \frac{1}{2}]$

۱۱- اگر $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{4-x}$ و $g(x) = \sqrt{x} + \sqrt{4-x}$ باشد، نمودار تابع $h(x) = (fg)(x)$ کدام است؟



۱۲- اگر $f(x) = \sqrt{-x^2 + 3x + 4}$ و $g(x) = \sqrt{2-x}$ باشد، دامنه تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟

- (۱) $[-1, 4]$ (۲) $[-1, 4] - \{2\}$ (۳) $[-1, 2)$ (۴) $[-1, 2]$



ترکیب توابع

۱- اگر $f(x-2) = \frac{2x+1}{x-2}$ باشد، ضابطه $f(2x+1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4x+7}{2x+1}$ (۲) $\frac{4x+7}{2x-1}$ (۳) $\frac{4x-3}{2x-5}$ (۴) $\frac{4x-5}{2x-3}$

۲- اگر $f = \{(1, -1), (2, 3), (3, -1), (4, 2)\}$ و $g = \{(-1, -6), (6, 7), (2, 2)\}$ باشند تعداد زوج مرتب‌های $f \circ g$ و $g \circ f$ به ترتیب کدامند؟
 (۱) صفر، صفر (۲) یک، سه (۳) دو، صفر (۴) دو، سه

(فاز تجزیه ۹۷)

۳- اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ و $g(x) = x+4$ باشند، جواب معادله $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$ ، کدام است؟

- (۱) -1 و -7 (۲) 1 و -7 (۳) -1 و 7 (۴) 1 و 7

۴- اگر توابع f و g به عنوان ماشین به صورت $2x \rightarrow [g] \rightarrow [f] \rightarrow x$ باشند و $g(x) = 3x+4$ ، مقدار $f(5)$ کدام است؟

(فاز تجزیه ۹۱)

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

(سراسری تجزیه ۹۶)

۵- اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و $g(x) = \frac{2x+2}{2-x}$ باشند، ضابطه تابع $g(f(x))$ کدام است؟

- (۱) $x-1$ (۲) $x+1$ (۳) x (۴) $2x$

۶- اگر $f(x) = \begin{cases} -x^2+1 & ; x > 0 \\ 1-2x & ; x \leq 0 \end{cases}$ ، آنگاه $f(-\frac{1}{4}x^2)$ همواره برابر کدام است؟

- (۱) $\begin{cases} \frac{1}{4}x^2+1 & ; x > 0 \\ 1+x^2 & ; x \leq 0 \end{cases}$ (۲) $1+x^2$ (۳) $\begin{cases} 1+x^2 & ; x > 0 \\ \frac{1}{4}x^2+1 & ; x \leq 0 \end{cases}$ (۴) $\frac{1}{4}x^2+1$

۷- در صورتی که $f = \{(1, -1), (2, 3), (5, 2)\}$ و $g(x) = \frac{1}{x+1}$ باشد، دامنه $f \circ g$ کدام است؟

- (۱) $\{-2, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\}$ (۲) $\{0, -\frac{4}{5}, -\frac{1}{3}\}$ (۳) $\{-2, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\}$ (۴) $\{-2, -1, \frac{1}{3}\}$

۸- اگر $f(x) = x^2 + x - 2$ و $g(x) = \frac{1}{4}(x-3)$ ، مجموع طول نقاط از منحنی تابع $f \circ g$ که در زیر محور x قرار گیرند، برابر کدام بازه است؟

(فاز تجزیه ۹۱)

- (۱) $(-5, 1)$ (۲) $(-1, 5)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(1, 5)$

۹- اگر $f(x) = \frac{x}{x+2}$ و $g(x) = \frac{x-2}{x+3}$ ، آنگاه دامنه تابع $f \circ g$ کدام است؟

- (۱) $\mathbb{R} - \{3, -2\}$ (۲) $\mathbb{R} - \{-3, -\frac{4}{3}\}$ (۳) $\mathbb{R} - \{-\frac{4}{3}\}$ (۴) $\mathbb{R} - \{-3\}$

(سراسری ریاضی ۹۶)

۱۰- اگر $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ باشند، دامنه تابع $g \circ f$ ، کدام است؟

- (۱) $[0, 1)$ (۲) $\{0\}$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $\mathbb{R} - \{1, -1\}$

۱۱- اگر $f(x) = \sqrt{x^2+5}$ و $g(x) = \sqrt{4-x^2}$ باشد، دامنه تابع $g \circ f$ کدام است؟

- (۱) $[-1, 2]$ (۲) $[-1, 2]$ (۳) $[1, 2]$ (۴) \emptyset

(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

۱۲- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{2x}}{3x-\sqrt{2}}$ باشد، حاصل $f \circ f \circ f(\sqrt{2})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) 2

یکنوایی توابع

۱- تابع $f(x) = |x-1| - x$ در چه فاصله‌ای ثابت است؟

- (۱) $[0, +\infty)$ (۲) \mathbb{R} (۳) $[1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1]$

۲- نمودار تابع $y = x^3 - 6x^2 + 12x$ روی \mathbb{R} چگونه است؟

- (۱) ابتدا صعودی اکید، سپس نزولی اکید (۲) ابتدا نزولی اکید، سپس صعودی اکید
(۳) صعودی اکید (۴) نزولی اکید

۳- تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ x+1 & x \leq -1 \end{cases}$ چگونه تابعی است؟

- (۱) صعودی (۲) نزولی (۳) صعودی اکید (۴) نزولی اکید

(سنجش آبان ۹۹)

۴- اگر نمودار تابع $y = \begin{cases} \frac{a}{2}x - 1 & ; x \geq a \\ x + 3 & ; x < a \end{cases}$ اکیداً صعودی باشد، حدود a کدام است؟

- (۱) $[0, 4]$ (۲) $[0, +\infty)$ (۳) $[4, +\infty)$ (۴) \emptyset

۵- اگر تابع $f = \{(1, 4), (-1, -2), (0, x^2 + 3x)\}$ صعودی اکید باشد، حدود x کدام است؟

- (۱) $(-4, +\infty)$ (۲) $(-4, 1)$ (۳) $(-\infty, -2)$ (۴) $(-4, -2) \cup (-1, 1)$

۶- نمودار تابع $f(x) = x + 1 + \frac{|x-2|}{x-2}$ چگونه است؟

- (۱) هم صعودی، هم نزولی (۲) صعودی اکید (۳) غیریکنوا (۴) نزولی اکید

۷- در بازه‌ای که تابع با ضابطه $f(x) = |x-2| + |x-3|$ اکیداً نزولی است، نمودار آن با نمودار تابع

(سراسری تهرنی ۹۷)

$g(x) = 2x^2 - x - 10$ در چند نقطه مشترک هستند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) فاقد نقطه مشترک

۸- اگر f روی \mathbb{R} نزولی اکید باشد جواب نامعادله $f(\frac{1-x}{x}) \leq f(-1)$ کدام است؟

- (۱) $x < 0$ (۲) $x > 0$ (۳) $x > -1$ (۴) $x < -1$

۹- در مورد تابع $f(x) = \begin{cases} -x & x > 0 \\ \log(-x) & x < 0 \end{cases}$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) f در فاصله $(0, +\infty)$ نزولی اکید و در فاصله $(-\infty, 0)$ نزولی اکید و روی دامنه نزولی اکید است.
(۲) f در فاصله $(0, +\infty)$ نزولی اکید و در فاصله $(-\infty, 0)$ نزولی اکید و روی دامنه غیر یکنواست.
(۳) f در فاصله $(0, +\infty)$ نزولی اکید و در فاصله $(-\infty, 0)$ صعودی اکید و روی دامنه غیر یکنواست.
(۴) f در فاصله $(0, +\infty)$ صعودی اکید و در فاصله $(-\infty, 0)$ صعودی اکید و روی دامنه غیر یکنواست.

۱۰- جواب نامعادله $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) < \log_{\frac{1}{2}}(3x)$ کدام است؟

- (۱) $x < -1$ (۲) $x > 0$ (۳) $x > \frac{1}{2}$ (۴) \emptyset

۱۱- تابع f روی \mathbb{R} اکیداً نزولی است. اگر $f(3) = 0$ باشد، دامنه $g(x) = \sqrt{x^2 f(x)}$ شامل چند عدد صحیح نامنفی است؟

(فاز تهرنی ۱۴۰۱)

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تابع یک به یک

۱- اگر تابع $f = \{(-2, 2), (m, 3), (-1, 3), (2m, k+1)\}$ یک به یک باشد k کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

۲- تابع $f(x) = |x+1| - x$ در کدام بازه یک به یک است؟

- (۱) $(-\infty, 0]$ (۲) $(-\infty, -2)$ (۳) $[0, +\infty)$ (۴) $[-1, +\infty)$

۳- با محدود کردن دامنه تابع $f(x) = x^2 - 4x + 3$ روی کدام یک از بازه‌های زیر یک تابع یک به یک بدست می‌آید؟

- (۱) $[0, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 1]$ (۳) $[-2, 3]$ (۴) $[1, 4]$

۴- کدام یک از توابع زیر، در دامنه‌ی خود یک به یک نیست؟

(۱) $\begin{cases} f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ f(x) = x^2 \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} f: \mathbb{R}^- \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ f(x) = 2|x| \end{cases}$

(۳) $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^4 + x^6 + 17} \end{cases}$

۵- کدام تابع زیر در \mathbb{R} یک به یک است؟

- (۱) $y = x^3 - x$ (۲) $y = x - \sqrt[3]{x}$ (۳) $y = x + \sqrt[3]{x}$ (۴) $y = x^3 + x^2$

۶- کدام یک از توابع زیر، یک به یک است؟

- (۱) $y = |x - 2| + |x + 4|$ (۲) $y = |3x + 2| + 2x$ (۳) $y = |x + 2| + 3x + 2$ (۴) $y = |x - 2| - |x + 4|$

۷- کدام یک از تابع‌های زیر، یک به یک است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

(۱) $y = \frac{x - [x]}{2}$ (۲) $y = \frac{x - [x]}{2}$ (۳) $y = \begin{cases} x + 2 & x \geq 0 \\ x + 4 & x < 0 \end{cases}$ (۴) $y = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 0 \\ -x^2 - 2 & x < 0 \end{cases}$

۸- چند تا از توابع زیر یک به یک اند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- $f(x) = x^3 + x, g(x) = x^3 - x, h(x) = |x - 1| + \sqrt{x - 2}$

تابع وارون

۱- وارون تابع $f(x) = 2x + \frac{1}{3}$ به صورت $f^{-1}(x) = ax + b$ است، حاصل $a - b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

(فارع تمبری ۱۴۰۱)

۲- وارون تابع $y = -3x^2 + 2x - 11$ از کدام نقطه عبور می کند؟

- (۱) $(9, -2)$ (۲) $(2, -31)$ (۳) $(-1, 10)$ (۴) $(-12, -1)$

۳- اگر $f = \{(0, -1), (1, 2), (-2, 3), (3, 1), (2, 5)\}$ و $g = \{(1, -3), (3, 2), (4, 1)\}$ ، آنگاه مجموع اعضای مجموعه‌ی برد تابع

$(g \circ f^{-1})^{-1}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(سراسری تمبری ۹۹)

۴- اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(6) + g(12)$ کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

۵- اگر $f(x) = x^2 - 2x + 3$ با دامنه $x \geq 1$ ضابطه $f^{-1}(x)$ کدام است؟

- (۱) $1 - \sqrt{x-2}, x \geq 2$ (۲) $1 + \sqrt{x-2}, x \geq 2$ (۳) $1 + \sqrt{x-2}, x \geq 3$ (۴) $1 - \sqrt{x-2}, x \geq 3$

۶- تابع $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ و وارون آن در نقطه A یکدیگر را قطع می کنند و f^{-1} محور y ها را در نقطه B قطع می کند.

طول پاره خط AB کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۷- ضابطه وارون تابع $f(x) = x - \frac{3}{x}$ برای $x > 0$ کدام است؟

- (۱) $f^{-1}(x) = \frac{x + \sqrt{x^2 + 12}}{2}$ (۲) $f^{-1}(x) = \frac{x - \sqrt{x^2 + 12}}{2}$
 (۳) $f^{-1}(x) = \frac{2x + \sqrt{x^2 + 12}}{2}$ (۴) $f^{-1}(x) = \frac{2x - \sqrt{x^2 + 12}}{2}$

۸- وارون تابع $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x \geq -1 \\ x + 2 & x < -1 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} - 3 & x \geq 1 \\ x + 2 & x < 1 \end{cases}$ (۲) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{2} & x \geq -1 \\ x-2 & x < -1 \end{cases}$
 (۳) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{2} & x \geq 1 \\ x-2 & x < 1 \end{cases}$ (۴) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} - 3 & x \geq -1 \\ x-2 & x < -1 \end{cases}$

۹- اگر f یک تابع خطی باشد و $f(1) = 4$ و $f^{-1}(-2) = -2$ باشد دامنه تابع $y = \frac{f(x) + 6}{f(x) - 6}$ کدام است؟

- (۱) $\mathbb{R} - \{4\}$ (۲) $\mathbb{R} - \{2\}$ (۳) $\mathbb{R} - \{-2\}$ (۴) $\mathbb{R} - \{-4\}$

(سمنش فروردین ۹۸)

۱۰- کدام یک از توابع زیر وارون پذیرند؟

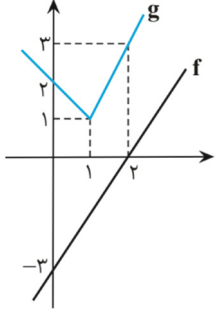
- (۱) $h(x) = 2^{|x|-1}$ (۲) $p(x) = \log(x^2 + 1)$ (۳) $f(x) = 2^x - 2^{-x}$ (۴) $g(x) = 2^x + 2^{-x}$



۱۱- به فرض آنکه $f(x) = \frac{2x-3}{x+(2m-1)}$ مقدار m کدام باشد تا معکوس تابع بر خود تابع منطبق باشد؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) $\frac{1}{2}$

(فازج تجربی- ۱۴۰۱)



۱۲- با توجه به نمودارهای f و g در شکل زیر، حاصل $g \circ f^{-1}(-2) \times g \circ g(0)$ کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۴
(۳) -۴
(۴) -۶



تقسیم چند جمله‌ای‌ها و بخش‌پذیری

۱- اگر $x^2 + mx^3 - x - 14$ بر $x + 2$ بخش‌پذیر باشد، باقی مانده تقسیم $P(x) = x^3 + 3x^2 + m$ بر $x - 1$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۲- اگر باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $x^2 - 2x$ برابر $x + 1$ باشد، باقیمانده تقسیم $xP(x)$ بر $x - 2$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴)

۳- به ازای یک مقدار a ، چند جمله‌ای $p(x) = 2x^4 + ax^3 + 2x^2 - 3x$ ، بر $x - 1$ بخش‌پذیر است. در این حالت

(سراسری ریاضی فارغ-۹۹)

باقی مانده $p(x)$ بر $x + 2$ ، کدام است؟

- ۱۰- (۱) ۸- (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۴- اگر $R(x)$ باقی مانده‌ی تقسیم عبارت $x^4 + x^3 - x^2 + x - x^4 + x^3 - x$ بر عبارت $x^3 - x$ باشد، $R(1)$ چه قدر است؟

- ۳ (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) صفر

۵- باقی مانده‌ی تقسیم $P(x) = x^{14} + 1$ بر $x(x+1)(x-1)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $x^2 - 1$ ۲ (۲) $x^2 - x - 1$ ۳ (۳) $x^2 + x + 1$ ۴ (۴) $x^2 + 1$

۶- اگر باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x(x-3)(x+3)$ برابر $5x^2 + 3x + 1$ باشد و باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر

$x^2 - 3x$ برابر $ax + b$ باشد، آن‌گاه $2a + b$ کدام است؟

- ۲۰ (۱) ۳۷ (۲) ۲۳- (۳) ۱۹ (۴)

۷- چند جمله‌ای $x^3 + 1$ بر کدام چند جمله‌ای زیر بخش‌پذیر است؟

- ۱ (۱) $x^5 + 1$ ۲ (۲) $x^6 + 1$ ۳ (۳) $x^{15} + 1$ ۴ (۴) $x^4 + 1$

تابع نمایی

۱- اگر نمودار تابع $y = 2^{2x+3}$ محور y ها را به عرض $2a-1$ قطع کند، a کدام است؟

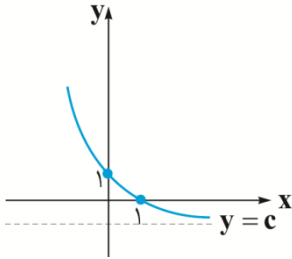
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{9}{2}$

۲- مجموعه جواب نامعادله $(\frac{\sqrt{2}}{5})^{x-1} > 0.8$ کدام است؟

- (۱) $x > 4$ (۲) $x < 4$ (۳) $x < 3$ (۴) $0 < x < 3$

۳- نمودار تابع نمایی $f(x) = a^{1-x} + b$ به صورت مقابل است. $c + f(3)$ کدام است؟

- (۱) $-2/25$ (۲) $2/25$ (۳) $1/75$ (۴) $-1/75$



۴- نمودارهای دو تابع $y = (\frac{\sqrt{3}}{3})^{2x}$ و $y = 3^x + \frac{1}{3}$ در نقطه A متقاطع اند. فاصله نقطه A از نقطه $(-1, 1)$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{5}$ (سراسری ریاضی ۹۶)

۵- معادله $|3^x - 2| = 1$ دارای:

- (۱) یک جواب است. (۲) دو جواب است. (۳) سه جواب است. (۴) جواب نیست.

۶- اگر $16^{-a+4} = (0/125)^{2a-2}$ تابع $y = 2 \times (-\frac{1}{a})^{2x}$:

- (۱) صعودی است. (۲) نزولی است. (۳) غیریکنواست. (۴) هم صعودی و هم نزولی است.

۷- معادله $2^{|x-1|} = 3$ دارای:

- (۱) دو ریشه مثبت است. (۲) دو ریشه منفی است. (۳) دو ریشه مختلف‌العلامه است. (۴) یک ریشه مثبت است.

۸- در دامنه تعریف تابع $f(x) = \sqrt{(0/125)^{-2} - 2^{3x-2}}$ چند عدد صحیح قرار دارد؟

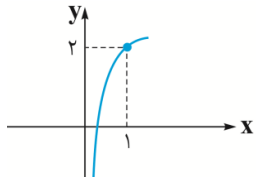
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

(فاز تجربی ۱۴۰۱)

۹- تابع $f(x) = \sqrt[3]{ax+b}$ از نقطه $(\frac{1}{3}, 1)$ عبور می‌کند. اگر $f^{-1}(8) = 5$ باشد، حاصل $a-b$ چقدر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

تابع لگاریتمی



۱- نمودار مقابل مربوط به کدام تابع است؟

$y = \log_r(x-2)$ (۲)

$y = (\log_r x) + 2$ (۴)

$y = \log_r x$ (۱)

$y = \log_{\frac{1}{r}} x$ (۳)

(شارح ریاضی ۹۷)

۲- از رابطه $\log(2x-5) + \log(x+1) = \log(4x-1)$ مقدار لگاریتم $(2x+1)$ در پایه ۳، کدام است؟

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۳- دامنه تعریف تابع $f(x) = \log_{(r-x)}(x^2-1)$ کدام است؟

$(-\infty, -1) \cup (1, 3)$ (۲)

$(-\infty, -1) \cup (1, 2) \cup (2, 3)$ (۱)

$(-\infty, 3) - (-1, 1)$ (۴)

$\mathbb{R} - (-1, 2)$ (۳)

(شارح تجربی ۹۶)

۴- از دو معادله دو مجهولی $3^{2x+y} = 9 \times 3^{x-y}$ و $\log(x+2y) = 1 + \log y$ مقدار x کدام است؟

۱/۶ (۴)

۱/۵ (۳)

۱/۴ (۲)

۱/۲ (۱)

۵- حاصل $(\frac{1}{49})^{1+\log_7 2}$ کدام است؟

$-\frac{1}{196}$ (۴)

$\frac{1}{196}$ (۳)

$-\frac{1}{98}$ (۲)

$\frac{1}{98}$ (۱)

۶- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_r(x+3)$ از کدام ناحیهی دستگاه مختصات عبور نمی کند؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

۷- دامنهی تابع $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{4}}(x-3)}$ کدام است؟

$[3, 4]$ (۴)

$(3, 4]$ (۳)

$[3, +\infty)$ (۲)

$(3, +\infty)$ (۱)

۸- اگر $\log_6 3 = a$ و $\log_6 5 = b$ باشد، $\log_6 5$ کدام است؟

$\frac{b}{1-a+b}$ (۴)

$\frac{a}{1-a+b}$ (۳)

$\frac{b}{1+a-b}$ (۲)

$\frac{a}{1+a-b}$ (۱)

۹- وارون تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{2^{2x}+1}{2^{2x}}$ کدام است؟

$-\log_2 \sqrt{x-1}$ (۴)

$\log_2 \sqrt{1-x}$ (۳)

$-\log_2 \sqrt{1-x}$ (۲)

$\log_2 \sqrt{x-1}$ (۱)

۱۰- اگر $\log_{\frac{1}{3}}[x] = -4$ ، حاصل $[\log_9 x]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

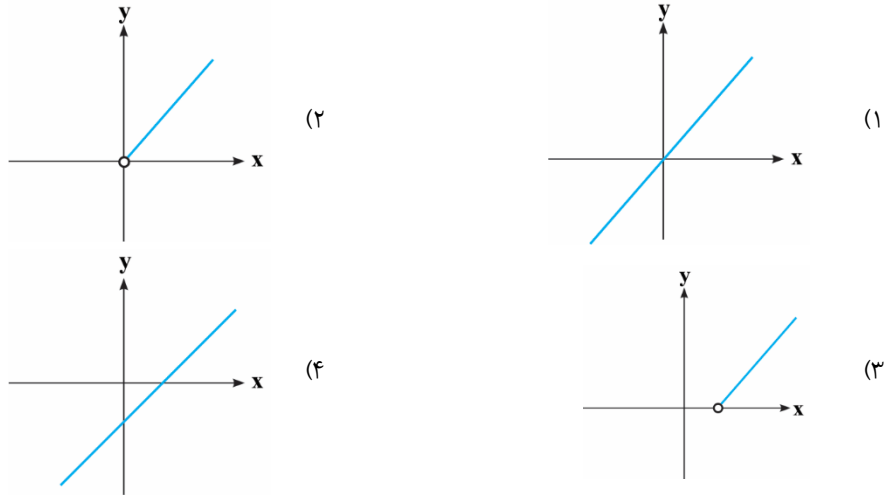
۲ (۴)

-۲ (۳)

-۴ (۲)

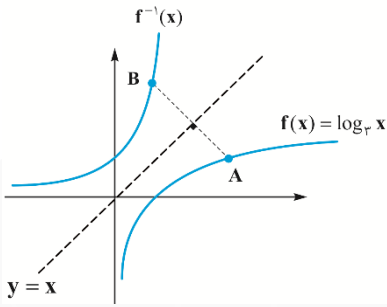
۴ (۱)

۱۱- نمودار تابع $f(x) = 3^{\log_7(x-1)}$ کدام است؟



۱۲- با توجه به نمودار، اگر طول نقطه A برابر ۳ باشد، اندازه پاره خط AB چقدر است؟

- (۱) ۲
(۲) $\sqrt{2}$
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) ۴



۱۳- حاصل $[\log_{5/60}]$ چقدر است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۶
(۲) -۶
(۳) -۵
(۴) ۵

۱۴- اگر تساوی $\log_x y - 2 \log_y x = 1$ به ازای $x, y > 1$ برقرار باشد، کدام تساوی درست است؟

- (۱) $y = x^2$
(۲) $y = x^3$
(۳) $y = \sqrt{x}$
(۴) $xy = 2$

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

کاربرد توابع نمایی و لگاریتمی

۱- کدام جملات زیر درست است؟

الف) زلزله‌ای به بزرگی $7/2$ ریشتر، به اندازه $10^{22/6}$ Erg انرژی آزاد می‌کند.

ب) اگر در زلزله‌ای انرژی آزاد شده $10^{21/7}$ باشد، بزرگی آن $6/6$ ریشتر است.

ج) اگر نرخ رشد جمعیت 1% در سال و جمعیت حال حاضر A_0 باشد، بعد از گذشت t سال جمعیت برابر $A_0(1/0.9)^t$ است.

- (۱) الف-ب-ج (۲) ب-ج (۳) فقط الف (۴) فقط ب

۲- مقدار 24 گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر مورد نظر در هر مدت زمان 30 روزه، $\frac{1}{3}$ جرم باقی‌مانده را از دست بدهد، پس از چند روز 8 گرم از آن عنصر، باقی می‌ماند؟ $(\log 3 = 0.48)$

(سراسری ریاضی ۹۹)

- (۱) 360 (۲) 300 (۳) 270 (۴) 240

۳- در ظرفی 100 لیتر محلول قرار دارد. هر روز 4 لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم.

(فاز ریاضی ۹۹)

پس از چند روز غلظت آن $\frac{1}{3}$ غلظت اولیه می‌شود؟ $(\log 2 = 0.3, \log 3 = 0.48)$

- (۱) 20 (۲) 24 (۳) 30 (۴) 32

۴- نیمه عمر یک نوع ماده هسته‌ای 20 سال است. اگر جرم نمونه‌ای این ماده 25 میلی‌گرم باشد، جرم نمونه پس از

چند سال به 5 میلی‌گرم کاهش می‌یابد؟ $(\log 2 = 0.3)$

- (۱) تقریباً $46/6$ (۲) تقریباً $48/6$ (۳) تقریباً $49/6$ (۴) تقریباً 50

۵- جمعیت شهری با نرخ زوال یک درصد در سال، کم می‌شود. با این روند با گذشت چند سال جمعیت این شهر

(فاز ریاضی ۹۷)

نصف جمعیت فعلی آن می‌شود؟ $(\log 99 = 1/995, \log 2 = 0.3)$

- (۱) 50 (۲) 60 (۳) 64 (۴) 72

۶- یک قایق کاملاً بادی، روزانه 5 درصد بادش را از دست می‌دهد. باد این قایق پس از چند روز، به نصف باد روز اول می‌رسد؟

(سراسری ریاضی ۹۷)

$(\log 19 = 1/287, \log 2 = 0.301)$

- (۱) 17 (۲) $18/5$ (۳) $21/5$ (۴) 25

۷- اگر نیمه عمر یک نوع ماده هسته‌ای n (واحد زمان) باشد و جرم اولیه این ماده m (واحد جرم) باشد، جرم

باقی‌مانده از این نمونه پس از گذشت n واحد از زمان از رابطه $f(t) = m \times 2^{-\frac{t}{n}}$ به دست می‌آید. در یک ماده 50

گرمی با نیمه عمر 40 سال، پس از حدود چند سال فقط 5 گرم از این ماده باقی مانده است؟ $(\log 2 = 0.3)$

- (۱) 128 سال (۲) 133 سال (۳) 138 سال (۴) 140 سال

همسایگی و مفاهیم اولیه حد

۱- به ازای چند مقدار طبیعی x ، بازه $(x-1, 3x+4)$ همسایگی عدد ۴ است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴)

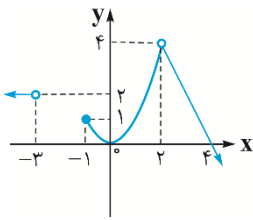
۲- کدام مجموعه زیر همسایگی محذوف عدد حقیقی ۲ نیست؟

- (۱) $(-1, 2) \cup (2, 3)$ (۲) $(-1, 5) - \{2\}$ (۳) $0 < (x-2)^2 < 9$ (۴) $(x-2)^2 < 16$

۳- اگر بازه $(-3x+4, x+2)$ همسایگی چپ ۴ باشد، همسایگی راست کدام عدد زیر است؟

- (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۳

۴- با توجه به نمودار تابع f کدام گزینه صحیح است؟



(۱) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ موجود نیست.

(۲) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 1$

(۳) تابع f در همه نقاط حقیقی به جز ۳ نقطه، حد دارد.

(۴) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

۵- به ازای کدام مقدار a ، برای $x=2$ تساوی $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ برقرار است؟

$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & x > 2 \\ a & x = 2 \\ x-3 & x < 2 \end{cases}$$

- (۱) $a=0$ (۲) $a=1$ (۳) $a=-1$ (۴) هیچ مقدار a

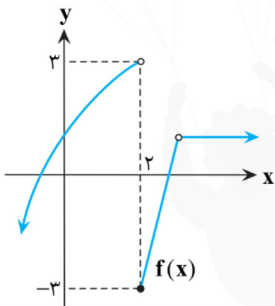
۶- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & , x \neq 2 \\ 5 & , x = 2 \end{cases}$ ، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) وجود ندارد.

۷- تابع $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ در تمام نقاط کدام یک از مجموعه‌های زیر دارای حد است؟

- (۱) $[-2, 2]$ (۲) $(-2, 2)$ (۳) $(-2, 2]$ (۴) \mathbb{R}

۸- اگر $f(x)$ به صورت مقابل باشد، $|f(x)|$ در چند نقطه حد ندارد؟



- (۱) صفر
(۲) یک
(۳) دو
(۴) بی‌شمار

۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(2x)$ کدام است؟ $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \in \mathbb{Z} \\ -2x + 7 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۱۰- تابع $f(x) = \frac{1-\sqrt{4-x^2}}{x+1}$ در چند نقطه از بازه $[-2, 2]$ حد ندارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) صفر



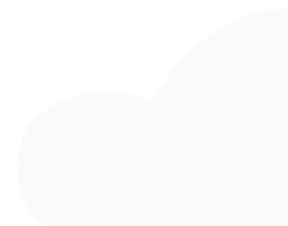
۱۱- در صورتی کہ $f(x) = \begin{cases} \sin x & x > \frac{\pi}{2} \\ \cos x & x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(\frac{\pi}{2} - x^2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $-\frac{\pi}{2}$ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۲- تابع $f(x)$ کہ در $x=0$ حد دارد و $\sqrt{f(x)}$ تعریف شده است ولی $\sqrt{f(x)}$ حد چپ و راست ندارد، کدام است؟

(سلیمش فروردین ۹۹)

- (۱) $f(x) = x$ (۲) $f(x) = x - x^2$ (۳) $f(x) = x^2 - x$ (۴) $f(x) = x^3 - x^2$



فضای حد:

۱- اگر f و g دو تابع باشند به طوری که $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3a$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -2$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x + g(x)} = a + 1$ در این صورت

مقدار صحیح a کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴

۲- اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ باشد و داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + \sqrt{f(x)}) = 12$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1+f(x)}{4-f(x)}$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) -۲

۳- اگر $f(x) = 1 + \sqrt{-x}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ و $h(x) = (f+g)(x)$ در این صورت کدام مورد صحیح است؟

(۱) $\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x) = 0$ (۲) $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ موجود نیست.

(۳) $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ موجود است. (۴) $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = 0$

۴- در صورتی که $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{4}{f(x)+1} \right) = 2$ باشد حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 f(x) + 8}{x f(x) + 2}$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۵- تابع $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2}x^2 + ax + b}$ در دو نقطه $x=1$ و $x=2$ از دامنه خود حد ندارد $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۶- توابع f و g مفروضند. با کدام یک از شرایط زیر $f+g$ در $x=a$ حد ندارد؟

(۱) f و g در $x=a$ حد دارند. (۲) f و g در $x=a$ حد ندارد.

(۳) f در $x=a$ حد دارد و g در $x=a$ حد ندارد. (۴) $f-g$ در $x=a$ حد ندارد.

۷- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3f(x)+2}{4f(x)-1} = 3$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{f(x)}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{9}{5}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{9}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۸- اگر $f(x)$ در $x=2$ حد داشته باشد و داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+f(x)+\sqrt{f(x)}}{\sqrt{f(x)}+x} = 2$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+f(x)}{1+f(x)}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $-\frac{5}{6}$

حد توابع براکتی

۱- اگر $f(x) = -(x-1)^2 + 2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) ۲ و ۱ (۲) ۱ و ۱ (۳) ۲ و ۱ (۴) ۲ و ۲

۲- مقدار $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\left[\frac{x+1}{2} \right] - \left[\frac{x-1}{2} \right] \right)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۱

۳- به ازای کدام مقدار m تابع $f(x) = [2x] - 2m[x]$ در $x = 2$ دارای حد است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۳ (۴) ۱

۴- حد راست تابع $f(x) = [-x^2][x^2]$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۳۲ (۳) -۴۵ (۴) -۳۲

۵- حاصل حد راست تابع $f(x) = \frac{x}{[x]-2}$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) تعریف نشده

۶- اگر $\lim_{x \rightarrow f} f(x) = b$ و $f(x) = 3[x] + (2a-1)[-x]$ باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) صفر

۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} [-3x^2] + \lim_{x \rightarrow 4} \left(\left[\frac{4}{x} \right] + \left[\frac{x}{4} \right] \right)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) صفر

۸- اگر $A = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^+} \left[\frac{1}{x} \right]$ ، $B = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{8})^-} \left[\frac{-1}{x} \right]$ ، $C = \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-} \left[\frac{-4}{x} \right]$ آنگاه حاصل $A+B+C$ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۱۹ (۴) ۱۸

۹- تابع $f(x) = \left[\frac{5}{\cos x} \right]$ مفروض است. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۱۱

۱۰- مقدار $\lim_{x \rightarrow 6^+} \left[4 \sin^2 \frac{\pi}{x} \right]$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۱۱- حد راست تابع $f(x) = [\cot x]$ وقتی $x \rightarrow \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۰

۱۲- حد تابع $y = \left[\frac{4x+4}{3x+1} \right]$ وقتی که $x \rightarrow 1^+$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) $-\frac{1}{2}$

(سنجش فروردین ۱۴۰۰)

حد مبهم

۱- حد تابع $f(x) = \frac{2x^3 + 3x^2 + 4}{x^2 + 8}$ در نقطه $x = -2$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴) -1

۲- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^4 - 1} = a + 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-4ax - 1}{x^2 - 1}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) -4 (۴) ۱

۳- اگر $f(x) = 2x - 1$ و $g(x) = \frac{x^2 - 2}{2x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f \circ g(x)}{x - 2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5 - \sqrt{7x + 4}}{3 - \sqrt{3x}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{7}$ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳) $-\frac{7}{5}$ (۴) $-\frac{5}{7}$

۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2\sqrt{x} + 1}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۳

۶- حاصل $A = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x + 2}{\sqrt[3]{x + 1}}$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 1}}{\sqrt{x^2 + x - 2}}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) -1 (۴) ۲

۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{\sqrt{x} + 7} - 3}{16 - x^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{19}$ (۲) $\frac{1}{192}$ (۳) $-\frac{1}{92}$ (۴) $-\frac{1}{192}$

۹- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sin x}}{\cos(2x)} = 2^a$ باشد، آنگاه a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{5}{4}$

۱۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{1 - \tan^2 x}{\sqrt{1 + \sin 2x}}$ ، کدام است؟

- (۱) $-2\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

(سنجش آذر ۹۹)

(سراسری ریاضی ۹۷)



۱۱- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x| - [x]}{[x^2] - x^2}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۲- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - x[x]}{x^2 - x[\frac{x}{2}] - 2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۳- حد عبارت $\frac{|x^2 - x - 2|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}}$ وقتی $x \rightarrow 2^-$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۴- اگر f یک تابع خطی و $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = -2/5$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x[f(2x)] + 6}{x^2 - 4}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) وجود ندارد.

(سراسری ریاضی ۹۰)



حدهای نامتناهی

۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{4-x^2}$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) ۱ (۴) -۱

۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{[x]+3}{x+2}$ ، کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) -۱ (۳) $+\infty$ (۴) ۱

۳- حاصل عبارت $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2+x}{x^2+2x+1}$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) صفر (۴) تعریف نشده

۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1+\sin x}{1-\sin x}$ و $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{x}{|\cos x|}$ به ترتیب کدام است؟

- (۱) $+\infty, +\infty$ (۲) $-\infty, +\infty$ (۳) $+\infty, -\infty$ (۴) $-\infty, -\infty$

۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2+2x-1}{x^2+x-12}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x+2}{x^2-4|x|+4}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-\infty$ (۳) $+\infty$ (۴) ۱

۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \log_{5/2}(x-2)$ و $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \tan x$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) $+\infty, +\infty$ (۲) $-\infty, -\infty$ (۳) $+\infty, -\infty$ (۴) $-\infty, +\infty$

۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{[-x]}{\sin^2 x - \sin^4 x}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

۹- حد راست $y = \frac{x-|2x|+[-x]}{|-x|+[x]}$ در $x=0$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) -۱ (۳) -۳ (۴) $-\infty$

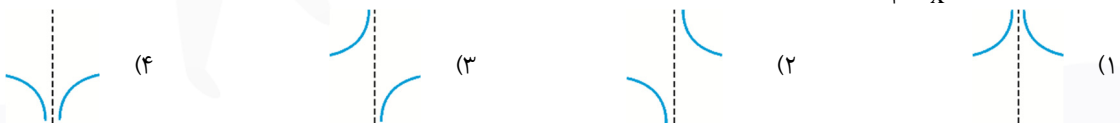
۱۰- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x}{x^2+bx+c} = -\infty$ باشد، مقدار $\sqrt[3]{4bc}$ چقدر است؟

- (۱) -۸ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) -۴

۱۱- اگر $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2[x]+a}{x+2} = +\infty$ باشد، آن گاه $\left[\frac{a-1}{3}\right]$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۰ (۴) ۱

۱۲- نمودار تابع $f(x) = \frac{(-1)^{[x]}}{3-x}$ در همسایگی $x=3$ چگونه است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



(سنجش آذر ۹۹)

(سنجش مرداد ۹۹)

حد در بی نهایت

۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt[3]{x^5} + \sqrt[3]{x^4})$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

۲- حاصل حد تابع $y = \frac{(x+2)^3 - (x-1)^3}{(2x+1)^2 + 2(x-1)^2}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{8}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{9}{5}$ (۴) صفر

(فازج تجربی ۹۱)

۳- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^n - 3x + 1}{3x^2 + x}$ اگر $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{2}{3}$ باشد، $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}(x+1)}{(2\sqrt{x}+3)^2(1-\sqrt{x})}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۵- $g(x)$ یک تابع خطی و $f(x) = \frac{4x + g(x)}{x + 2\sqrt{x^2 + 8}}$ است، اگر $f(1) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{5}{3}$ باشد، دوتایی (a, b) کدام است؟

- (۱) $(1, 3)$ (۲) $(3, 1)$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(1, -2)$

۶- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 8x}}{3x + \sqrt[3]{8x^3 - 6x}}$ کدام است؟

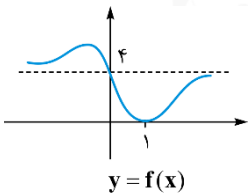
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

(سراسری ریاضی ۹۹)

۷- فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ ، حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}}$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) -۱

۸- اگر نمودار $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] + \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] + \lim_{x \rightarrow 1} [-f(x)]$ کدام است؟



- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۸

(سراسری تجربی ۹۸)

۹- اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) صفر

(سنجش دی ۹۹)

۱۰- اگر $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(a+2)x^3 + (3a+b)x + 5}{x+3} = 0$ ، مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶



(سئیش آذر ۹۹)

۱۱- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{mx - \sqrt{x+3}}{x^2 - x} = n$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (nxf(x))$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{4}{7}$

(فاره تهری ۱۴۰۰)

۱۲- مقدار $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 1} - x^2}{x}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{x^2}{x+1} - \frac{x^2}{x-1})$ چند برابر حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x)$ است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) -۱



پیوستگی

(سراسری تجربی ۹۷)

۱- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax + 2^{x-3} & ; x < 3 \\ a \log_7(1+x) & ; x \geq 3 \end{cases}$ در نقطه $x = 3$ پیوسته است، $f(2)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱/۵ (۳) ۱ (۴) صفر

۲- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} b[x] + 3ax & ; x > 1 \\ \gamma & ; x = 1 \\ \frac{3a\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x^3 - 1} & ; x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته باشد، $a + b$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۲۸ (۲) ۳۵ (۳) ۲۸ (۴) ۲۱

۳- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + x - 2}{\sqrt[3]{x} - 1} & ; x \neq 1 \\ ax - 1 & ; x = 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته باشد، a کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) ۵ (۴) ۱۳

۴- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-1|}{x^2-1} & ; x \neq 1 \\ \frac{a[x]-3}{\sqrt{x^2+15}} & ; x = 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ پیوستگی چپ داشته باشد، a کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۵

۵- اگر تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \sin[x] & ; x < 0 \\ k[-x] & ; x \geq 0 \end{cases}$ در نقطه $x = 0$ پیوسته باشد، مجموعه مقادیر k کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) \emptyset (۲) $\{0\}$ (۳) $\{1\}$ (۴) $\{0, 1\}$

۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^3 x} & ; x \neq \pi \\ \frac{2}{3}a & ; x = \pi \end{cases}$ در نقطه $x = \pi$ پیوسته باشد، a کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

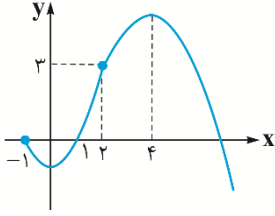
(سراسری تجربی ۹۳)

۷- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \tan^2 x}{\cos 2x} : 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \\ a \cos 3x : \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ ، به ازای کدام مقدار a در $x = \frac{\pi}{4}$ پیوسته است؟

- (۱) $-2\sqrt{2}$ (۲) -۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۲



۸- شکل مقابل قسمتی از تابع پیوسته $f(x) = \begin{cases} 2(x-a) & x < -1 \\ x^2 - 1 & -1 \leq x < 2 \\ ax^2 + bx + c & x \geq 2 \end{cases}$ را نشان می‌دهد. مقدار $f(7)$ کدام است؟



(۱) -۲

(۲) -۳

(۳) -۴

(۴) -۵

۹- تابع $f(x) = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{2x-1} + \sqrt{x^3-1}$ از نظر پیوستگی $x=1$ چگونه است؟

(۱) تنها از راست پیوسته است.

(۲) تنها از چپ پیوسته است.

(۳) در $x=1$ ناپیوسته است.

(۴) در $x=1$ پیوسته است.

۱۰- تابع $f(x) = \frac{x+2}{[x]}$ از نظر پیوستگی در $x=1$ ، $x=3$ به ترتیب چگونه است؟

(۱) پیوسته - ناپیوسته

(۲) ناپیوسته - ناپیوسته

(۳) ناپیوسته - پیوسته

(۴) پیوسته - پیوسته



فضایای پیوستگی:

۱- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} a \sin 2x & \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{3\pi}{4} \\ \cos(x + \frac{\pi}{4}) & \frac{3\pi}{4} \leq x \leq 2\pi \end{cases}$ بر بازه‌ی $[\frac{\pi}{4}, 2\pi]$ پیوسته است. مقدار a کدام است؟

(فاز چهارم تجربی ۹۰)

- ۱ (۱) -۱ ۲) صفر ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱

۲- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$ روی کدام یک از مجموعه‌های زیر پیوسته است؟

- ۱) $\mathbb{R} - (-2, 1)$ ۲) $\mathbb{R} - [-2, 1)$ ۳) $[-2, 1]$ ۴) $(-2, 1)$

۳- تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{|x|(x-2)}$ روی کدام یک از مجموعه‌های زیر پیوسته است؟

- ۱) $[2, +\infty)$ ۲) $[0, 2]$ ۳) $(-\infty, 0]$ ۴) \mathbb{R}

۴- تابع $f(x) = (x^2 - 1)[x]$ در بازه‌ی $(-3, 3)$ دارای چند نقطه‌ی ناپیوستگی است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۵- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & ; |x-1| < 1 \\ x^2 + ax + b & ; |x-1| \geq 1 \end{cases}$ ، یک تابع همواره پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

- ۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) $\frac{5}{2}$

۶- تابع $f(x) = [x^2 - 3]$ در بازه‌ی $[4, 4+k]$ پیوسته است. بیشترین مقدار k کدام است؟

- ۱) $\sqrt{13} - 4$ ۲) $\sqrt{14} - 4$ ۳) $\sqrt{15} - 4$ ۴) $\sqrt{17} - 4$

۷- تابع $y = [|\cos x|]$ در چند نقطه از بازه‌ی $(0, 2\pi)$ ناپیوسته است؟

- ۱) هیچ ۲) یک ۳) دو ۴) سه

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

۸- تابع $f(x) = \begin{cases} \tan \frac{(2x+1)\pi}{4} & x \leq 1 \\ \frac{|x^2 + x - 2|}{a(1-x)} & 1 < x < 5 \\ b(x - [-x]) & x \geq 5 \end{cases}$ روی بازه $[1, 5]$ پیوسته است، مقدار ab کدام است؟

- ۱) $-\frac{1}{7}$ ۲) $-\frac{5}{7}$ ۳) $\frac{7}{5}$ ۴) $\frac{5}{7}$

مفهوم مشتق و خط مماس

۱- حاصل $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{2f(-1+t) - 2f(-1)}{3t} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{2h}$ کدام است؟

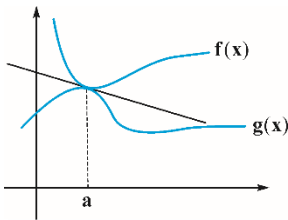
- (۱) $\frac{7}{6}f'(-1)$ (۲) $\frac{6}{5}f'(-1)$ (۳) $\frac{2}{3}f'(-1)$ (۴) $\frac{1}{2}f'(-1)$

۲- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 4} = 4$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{h}$ چقدر است؟

- (۱) ۱۶ (۲) -۱۶ (۳) ۴ (۴) -۴

۳- با توجه به نمودارهای مقابل حاصل $k = \frac{2f(a) + g(a)}{f(a) + f'(a) - g'(a)}$ چقدر است؟

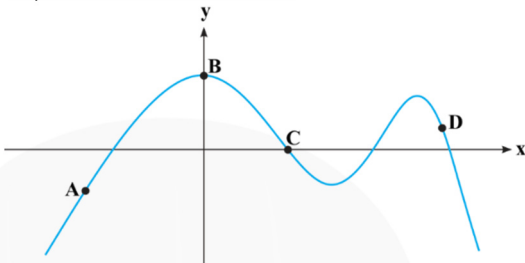
- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) -۱



۴- در نمودار زیر، منحنی در کدام نقطه شیب کمتری دارد؟

(سنجش بهمن ۹۹)

- (۱) A (۲) B (۳) C (۴) D



۵- اگر $f'(2) = \frac{1}{12}$ باشد حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{f(2) - f(x)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۴ (۳) -۱۲ (۴) -۴۸

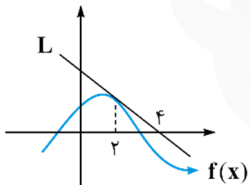
۶- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h^2 + h} = 4x^2 - 3f'(x)$ باشد مقدار $f'(3)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۹ (۴) ۱۸

۷- اگر $f'(x) = \sin \frac{\pi x}{3}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{2h}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۸- نمودار مقابل مربوط به تابع $f(x)$ و خط L در نقطه‌ای به طول ۲ بر آن مماس است. اگر $f'(2) = -2$ باشد، چقدر است؟



- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱

۹- اگر $f^{-1}(-1) = 2$ و $f'(2) = 8$ باشد خط مماس بر $f(x)$ در نقطه‌ای به طول ۲ محور عرض‌ها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

- (۱) -۱۷ (۲) ۱۷ (۳) ۱۶ (۴) -۱۶



۱۰- اگر $f(x) = \sqrt[3]{x}$ باشد حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^3(1+h) - f^3(1)}{h}$ چقدر است؟

- $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۱)

۱۱- خط $y = 2x + 1$ در نقطه $x = 1$ بر منحنی پیوسته تابع $y = f(x)$ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) + 3f(x) - 18}{x - 1}$ کدام است؟

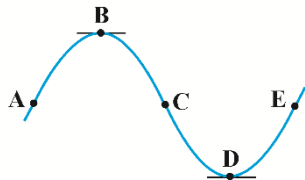
- (سنجش تیز ۹۹) ۲۰ (۴) ۱۸ (۳) ۱۶ (۲) ۱۲ (۱)

۱۲- شیب خط مماس بر تابع $f(x)$ در نقطه $x = 2$ برابر ۴ است. حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2) - h}{h}$ کدام است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۳- اگر $g(x) = \frac{(f(x) - f(2))^2}{x^2 - 4x + 4} + \frac{2f(x) - 2f(2)}{x - 2}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 9$ باشد، آن گاه کدام یک از نقاط مشخص شده روی نمودار $f(x)$

قطعاً نمی تواند طول ۲ داشته باشند؟



- E, A (۱)
 D, B (۲)
 C (۳)
 E, D (۴)



مشتق گیری غیر مثلثاتی

۱- شیب خط مماس بر تابع $f(x) = \frac{4}{x} + kx$ در $x=2$ برابر ۴ است، $f'(1)$ کدام است؟

- ۴ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴)

۲- شیب خط مماس بر تابع $f(x) = \sqrt[3]{ax}$ در نقطه $x=1$ برابر $\frac{2}{3}$ است. مقدار $f'(8)$ کدام است؟

- $\frac{1}{8}$ (۱) $\frac{1}{y}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴)

(فاز ۱ ریاضی ۱۴۰۱)

۳- در کدام نقطه از منحنی $y = x^2 - 4x + 5$ ، خط مماس بر منحنی، بر $6y - 3x = 1$ عمود است؟

- (۱) $(-2, 17)$ (۲) $(-1, 10)$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(2, 1)$

۴- عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = (x+2)\sqrt{x^2+5}$ در نقطه $x=-2$ واقع بر آن، کدام است؟

- ۶ (۱) -۲ (۲) -۵ (۳) -۶ (۴)

(سراسری تجربی ۹۵)

۵- در تابع با ضابطه $f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}}\right)^3$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ ، کدام است؟

- ۲۱ (۱) -۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴)

۶- مشتق $g(x) = \left(\frac{-3x-1}{x^2+5}\right)^8$ در $x=0$ چند برابر 5^{-8} است؟

- ۲۴ (۱) ۱۲ (۲) ۳۶ (۳) ۶ (۴)

(سراسری تجربی ۹۹)

۷- مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \left(\frac{\sqrt[3]{x^2+2x}}{x^2-x}\right)^3$ ، در نقطه $x=2$ ، کدام است؟

- $-\frac{3}{4}$ (۱) $-\frac{5}{4}$ (۲) $-\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{15}{4}$ (۴)

۸- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x-5}{x+1}$ و دامنه $[0, 8]$ خط مماس بر نمودار آن موازی پاره‌خطی است که ابتدا و

(فاز ۱ تجربی ۹۸)

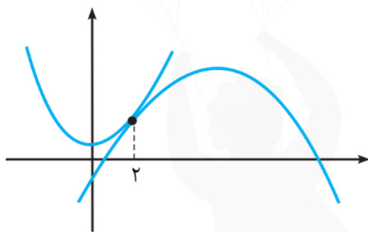
انتهای منحنی را بهم وصل کند. این خط مماس، محور لایها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

- ۲ (۱) $-1/5$ (۲) -۱ (۳) $-0/5$ (۴)

۹- در شکل مقابل اگر $f(x)$ و $g(x)$ توابع درجه دوم و $f(x) - g(x) = 3x^2 + mx + n$ باشند، مقدار m کدام است؟

(سنجش فروردین ۱۴۰۰)

- ۹ (۱)
-۱۲ (۲)
-۱۴ (۳)
-۸ (۴)



۱۰- خط d در نقطه $(-1, 5)$ بر نمودار تابع f مماس است. اگر شیب خط d برابر $-\frac{1}{3}$ و $g(x) = \sqrt[3]{xf(x)}$ باشد،

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

مقدار $g'(-1)$ کدام است؟

- $-\frac{4}{3}$ (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{7}{6}$ (۳) $\frac{13}{6}$ (۴)

مشتق تابع مرکب (قاعده زنجیری)

۱- اگر $f'(x) = \frac{1}{x+1}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشد، مشتق تابع $(f \circ g)(x)$ در نقطه‌ی $x=1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۲- خط به معادله $y = 3x - 5$ در نقطه $x=2$ بر نمودار تابع $y = g(x)$ مماس است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2x - 2} = \frac{2}{3}$ باشد، $(f \circ g)'(2)$ کدام است؟

(فاز ریاضی ۹۸)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳- اگر تابع f در $x=4$ مشتق‌پذیر و $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) + 7}{x - 4} = \frac{-3}{2}$ باشد، آنگاه مشتق $\frac{f(2x)}{x}$ در $x=2$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۶)

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۴- اگر $f(x^2 \sqrt{x}) = \sqrt[3]{4x - 8}$ باشد، $f'(32)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{20}$ (۲) $-\frac{1}{60}$ (۳) $\frac{1}{60}$ (۴) $\frac{3}{20}$

۵- اگر $g'(4) = f'(2) = f(2) = 4$ باشد، مشتق $y = g \circ f(x) + f^3(x)$ در $x=2$ کدام است؟

- (۱) ۱۰۸ (۲) ۲۰۸ (۳) ۸۰۲ (۴) ۸۰۱

۶- اگر $f(x^2 g(2x)) = x^2 - 3x$ ، $f'(1) = 5$ و $g(-2) = 1$ باشند، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h-2) - g(-2)}{h}$ کدام است؟

(سرمش بهمن ۹۹)

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

(سراسری ریاضی ۸۹)

۷- اگر $f(x) = \frac{3}{2} - \sqrt{x+2}$ باشد، مشتق تابع $f(xf(x))$ در نقطه‌ی $x=2$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۸- خط گذرا از مبدأ مختصات در نقطه $(-3, 2)$ بر نمودار $y = f(x)$ مماس است. اگر $g(x) = xf(2x+1)$ باشد،

(سرمش بهمن ۹۹)

$g'(-2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{3}$ (۲) $\frac{14}{3}$ (۳) $\frac{10}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$

تکنیک‌های مشت گیری

(فارع ریاضی ۹۲)

۱- اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ و $g(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ حاصل $f'(x) \cdot g'(f(x))$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۱ (۳) x (۴) $\frac{1}{2}x$

۲- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x+2}$ و $g(x) = \frac{x^2+4x+4}{(x+1)\sqrt{x+1}}$ باشد، حاصل $f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$ به ازای $x=1$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (۴) $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$

۳- مشتق تابع $y = (x^3 - 1)(x^3 - 2) \dots (x^3 - 28)$ در $x=3$ چه قدر است؟

- (۱) ۲۷! (۲) ۲۶! (۳) $-(27!)$ (۴) $-(26!)$

۴- اگر $f(x) = \sqrt[3]{\frac{\sin 2x}{x+2}}$ و $g(x) = \frac{x+2}{\sin x}$ باشد، حاصل $3f^2 f'g + g'f^3$ کدام است؟

- (۱) $\sin x$ (۲) $\cos x$ (۳) $-2 \sin x$ (۴) $-2 \cos x$

۵- اگر $f^2(x) + g^2(x) = x^2 - 2f(x)g(x)$ حاصل $f'(x) + g'(x)$ کدام است؟ (f و g در ناحیه اول اند)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

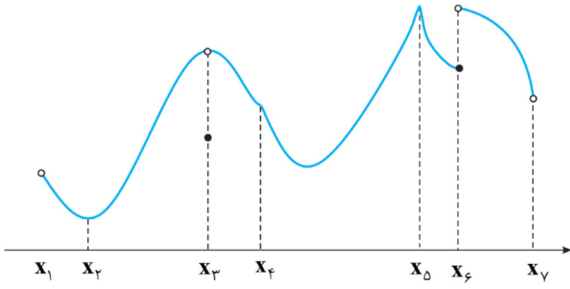
۶- اگر $f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 2}{x+1}$ باشد، آن گاه مقدار $f'(2)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۷- مشتق تابع $y = \frac{\sqrt[3]{x^2+1}}{x + \sqrt[3]{x}}$ به ازای $x=1$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $-\frac{1}{9}$

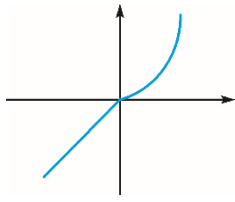
مشتق پذیری و مشتق‌های یک طرفه



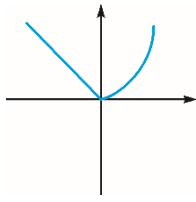
۱- نمودار تابع مقابل در چند نقطه مشتق‌ناپذیر است؟

- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)

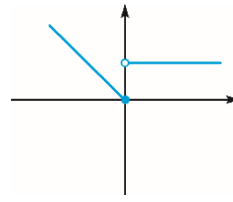
۲- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ x & x \leq 0 \end{cases}$ باشد، نمودار $f'(x)$ چگونه است؟



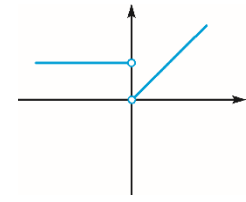
(۴)



(۳)



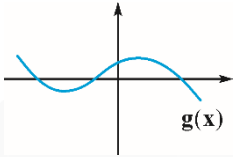
(۲)



(۱)

۳- تابع $g(x)$ به صورت مقابل است. مشتق تابع $|g(x)|$ در چند نقطه وجود ندارد؟

- صفر (۱)
- ۱ (۲)
- ۲ (۳)
- ۳ (۴)

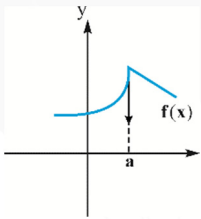


۴- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |x| [x]$ ، مقدار $f'_-(0) - f'_+(0)$ کدام است؟

- ۱ (۳)
- صفر (۲)
- ۱ (۱)
- ۲ (۴)

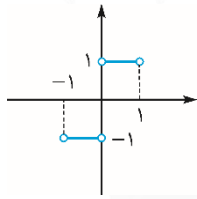
۵- نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. کدام گزینه صحیح است؟

- $f'_+(a) < 0, f'_-(a) > 0$ (۱)
- $f'_-(a) = +\infty, f'_+(a) < 0$ (۲)
- $f'_+(a) > 0, f'_-(a) = -\infty$ (۳)
- $f'_+(a) < 0, f'_-(a) = -\infty$ (۴)

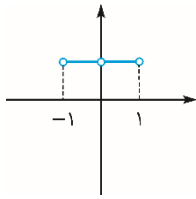


(۴) ۲

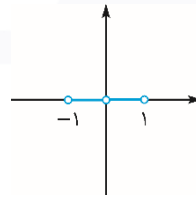
۶- اگر $t(x) = (-1)^{[x]}$ و $-1 < x < 1$ باشد، نمودار $t'(x)$ چگونه است؟



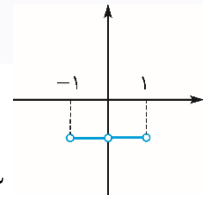
(۴)



(۳)



(۲)

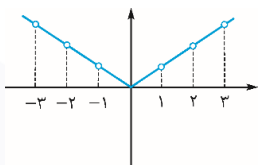


(۱)

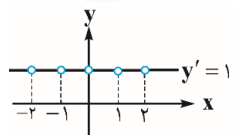
۷- اگر $f(x) = x[x]$ باشد، $D_{f'}$ کدام است؟

- $x \in \mathbb{Z} - \{0\}$ (۳)
- $(\mathbb{R} - \mathbb{Z}) \cup \{0\}$ (۲)
- $x \in \mathbb{Z}$ (۱)
- $x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z}$ (۴)

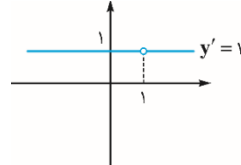
۸- نمودار مشتق تابع $y = x + [x]$ کدام است؟



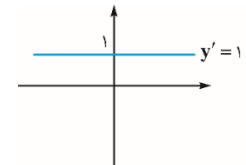
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

مشتق پذیری قدر مطلق ها

۱- در تابع $f(x) = |x^3 + x^2 - 1|$ مقدار $f'(-1) + f'(1)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) -۸

۲- تابع $f(x) = |x^3(x-1)^2(x+1)|$ در چند نقطه مشتق ندارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳- اگر $f(x) = x^2 + |2x - 4|$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) صفر

۴- دامنه مشتق تابع $y = |x^2 + 4x + a|$ به صورت $D_{f'} = \mathbb{R} - \{a, k\}$ است، مقدار $a+k$ چقدر است؟

- (۱) -۴۵ (۲) -۵۴ (۳) -۵۵ (۴) -۵۰

۵- اگر $f(x) = |x^3| - |x+1|$ ، آنگاه دامنه‌ی تابع f' کدام است؟

- (۱) $\mathbb{R} - \{0\}$ (۲) $\mathbb{R} - \{-1\}$ (۳) $\mathbb{R} - \{0, 1\}$ (۴) $\mathbb{R} - \{1\}$

۶- اگر تابع $y = |x^2 + ax + 4|$ همواره مشتق پذیر باشد، آنگاه حدود a کدام است؟

- (۱) $-4 < a < 4$ (۲) $-4 < a \leq 4$ (۳) $-4 \leq a < 4$ (۴) $-4 \leq a \leq 4$

۷- اگر تابع $f(x) = (x^3 + ax + b)|x^2 + 3x - 10|$ مشتق پذیر باشد، a کدام است؟

- (۱) $\frac{133}{7}$ (۲) $\frac{7}{133}$ (۳) $\frac{-7}{133}$ (۴) $\frac{-133}{7}$

۸- اگر $f(x) = x - |x^2 - 4|$ باشد مجموع شیب‌های نیم‌ماس چپ و راست تابع f در نقطه $x=2$ چقدر است؟

- (۱) ۵ (۲) -۳ (۳) -۵ (۴) ۲

۹- به ازای کدام مقدار a ، اختلاف شیب نیم‌خط‌های مماس چپ و راست بر منحنی تابع $f(x) = |4x - 3| \sqrt{ax}$ ، در

(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

نقطه $x = \frac{3}{4}$ برابر $2\sqrt{6}$ می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۸ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{8}$

مشتق پذیری براکت

۱- تابع $y = (x^2 - 4)[x]$ در نقطه $x = 2$... است.

(۱) پیوسته و مشتق پذیر (۲) ناپیوسته و مشتق ناپذیر (۳) پیوسته و مشتق ناپذیر (۴) ناپیوسته و مشتق پذیر

۲- مشتق چپ و راست تابع $f(x) = x[x] + x$ در $x = 0$ چگونه است؟

(۱) $f'_-(0) = f'_+(0) = 1$ (۲) $f'_+(0) = 1, f'_-(0) = -1$ (۳) $f'_+(0) = 1, f'_-(0) = 0$ (۴) $f'_+(0) = -1, f'_-(0) = 1$

۳- در تابع f با ضابطه $f(x) = (x^2 - 4)[x + 1]$ حاصل $\frac{f'_+(2)}{f'_-(2)}$ برابر کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{2}{5}$

۴- اگر $f(x) = (2x^2 - 3x + 1)[4x]$ باشد، حاصل $f'_+(\frac{1}{2}) + f'_-(\frac{1}{2})$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۵- مجموع مشتق چپ و راست تابع $y = |2 - x|[\frac{f}{x}]$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۶- اگر تابع $f(x) = (ax^2 - bx + 3)[2x]$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۷- به ازای کدام مقدار n تابع $f(x) = (x - 2)^{n-2}[\frac{x}{2}]$ در نقطه $x_0 = 2$ مشتق پذیر می باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸- اگر θ زاویه بین مماس چپ و مماس راست نمودار تابع با ضابطه $f(x) = [x + \frac{1}{2}](2x - 1) + x^2$ در نقطه

$x = \frac{1}{2}$ باشد، $\tan \theta$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

مشتق پذیری رادیکالی

۱- مشتق توابع $f(x) = |x-1|$ و $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$ در $x=1$ چگونه اند؟

(۱) هر دو مشتق ناپذیر $f(x)$ مشتق ناپذیر، $g(x)$ مشتق پذیر

(۲) $f(x)$ مشتق پذیر، $g(x)$ مشتق ناپذیر

(۳) هر دو مشتق پذیر

۲- دامنه مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$ کدام است؟

(۱) $x > 0$ (۲) $0 < x < 1$ (۳) $x > 1$ (۴) $x \geq 0$

۳- اگر $f(x) = (x-2)(x+a)\sqrt{x^2-4}$ فقط در یک نقطه مشتق نداشته باشد، مقدار a کدام نمی تواند باشد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) -۲

۴- تابع $f(x) = |(x^3-1)(x+1)|\sqrt{x}$ مفروض است $D_f - D_{f'}$ کدام است؟

(۱) $\{-1, 1, 0\}$ (۲) $\{0, -1\}$ (۳) $\{0, 1\}$ (۴) $\{1\}$

۵- تابع $f(x) = \sqrt{x^3-4x^2+3}$ در نقاط مجموعه $\{1, \alpha, \beta\}$ مشتق ندارند. حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) ۳

۶- تعداد نقاط مشتق ناپذیر توابع $f(x) = \sqrt{x^2+ax+1}$ و $g(x) = ||x|+a|$ با هم برابر است. چند مقدار صحیح برای a وجود دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) بی شمار (۴) صفر (سنجش اردیبهشت ۹۹)

۷- اگر $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2}$ و $g(x) = \sqrt{|x-2|}$ باشد، چند تا از محاسبات زیر درست است؟

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه $f'_+(1) = +\infty$ $f'_-(1) = +\infty$ $g'_+(2) = -\infty$

۸- در صورتی که تابع $f(x) = (x^3+mx+n)\sqrt{x^2+x-2}$ روی \mathbb{R} مشتق پذیر باشد $m-n$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۴ (۴) -۴

مشتق پذیری چندضابطه ای ها و مشتق پذیری در بازه

(سراسری تجربی ۹۸)

۱- در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{8}{ax+b} & x > 2 \\ -x^2 + 6x & x \leq 2 \end{cases}$ ، اگر $f'(2)$ موجود باشد، a کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲- در تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x & x < 2 \\ -x^2 + 7x & x \geq 2 \end{cases}$ مقایر $f'_+(2)$ و $f'_-(2)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $f'_-(2) = 3$ و $f'_+(2)$ موجود نیست
 ۲ (۲) $f'_-(2) = 4$ و $f'_+(2) = 10$
 ۳ (۳) $f'_-(2) = 10$ و $f'_+(2) = 8$
 ۴ (۴) $f'_-(2) = 10$ و $f'_+(2) = 10$

۳- چند تا از توابع زیر در $x = 2$ زاویه دارند (گوشه دارند)؟ $h(x) = (x-2)[x]$ ، $g(x) = |x^3 - 8|$ ، $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \leq 2 \\ 4x-5 & x > 2 \end{cases}$

- ۱ (۱) هیچ ۲ (۲) یک ۳ (۳) دو ۴ (۴) سه

۴- تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x & ; x < 2 \\ x^3 - bx & ; 2 \leq x < 3 \\ ax + bx^2 - c & ; x \geq 3 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر و در نقطه $x = 3$ پیوسته است. مقدار c کدام است؟

(سرمش بهمن ۹۹)

- ۱ (۱) -۲۴ ۲ (۲) -۳۹ ۳ (۳) -۴۱ ۴ (۴) ۲۴

۵- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ ، در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است. $a + b$ کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۸)

- ۱ (۱) ۲ ۲ (۲) ۳ ۳ (۳) ۴ ۴ (۴) ۵

۶- به ازای کدام مقادیر a, b ، تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 2b & x \geq 2 \\ [-x] & x < 2 \end{cases}$ در $x = 2$ مشتق پذیر است؟ ()

، علامت جزء صحیح است.

- ۱ (۱) $a = 4b = 4$ ۲ (۲) $a = -4b = 4$ ۳ (۳) $a = 4b = -4$ ۴ (۴) $a = -4b = -4$

۷- اگر $f(x) = \begin{cases} |x-3| & ; x \leq 4 \\ |x^2 + 3x| - 27 & ; x > 4 \end{cases}$ ، مجموع عرض نقاط گوشه‌ای $y = 2f(x+1) + 2$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ ۲ (۲) ۴ ۳ (۳) ۵ ۴ (۴) ۶

۸- فرض کنید $g(x) = ax^2 + 5x + b$ اگر $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \leq 2 \\ g'(x) & x > 2 \end{cases}$ مشتق پذیر باشد، مقدار $a + b$ ، کدام است؟

(فراغ تجربی ۱۴۰۰)

- ۱ (۱) $-\frac{15}{2}$ ۲ (۲) $-\frac{5}{2}$ ۳ (۳) $\frac{5}{2}$ ۴ (۴) $\frac{15}{2}$

۹- تابع $f(x) = \begin{cases} 2x+4 & x < -1 \\ x^2-1 & -1 \leq x < 2 \\ -x+5 & 2 < x < 5 \end{cases}$ در بازه‌های $[-1, 1]$ ، $(2, 5)$ و $[-2, 0]$ به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

- ۱ (۱) مشتق پذیر - مشتق پذیر - مشتق ناپذیر
 ۲ (۲) مشتق پذیر - مشتق ناپذیر - مشتق پذیر
 ۳ (۳) مشتق ناپذیر - مشتق پذیر - مشتق پذیر
 ۴ (۴) مشتق ناپذیر - مشتق ناپذیر - مشتق ناپذیر

۱۰- تابع $f(x) = (x^4 - x^2)[x]$ در چند نقطه از بازه $[-1, 2]$ مشتق ناپذیر است؟

- ۱ (۱) ۱ ۲ (۲) ۲ ۳ (۳) ۳ ۴ (۴) بی شمار

مشتق مرتبه دوم و قاعده هوییتال

۱- اگر $y = 3x^4 + 2x^2 - 1$ باشد حاصل $y' + y''$ کدام است؟

- (۱) $4(3x^3 + 9x^2 + x + 1)$ (۲) $12x^3 + 9x^2 + 4x + 4$
 (۳) $4x^3 + 9x^2 + x + 4$ (۴) $12x^3 + 36x^2 + 4x + 1$

۲- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$ باشد، عبارت $(x^2 + 2)f''(x) + 2xf'(x)$ مشتق کدام تابع است؟

- (۱) $xf''(x)$ (۲) $xf(x)$ (۳) $xf'(x)$ (۴) $2xf(x)$

۳- در صورتی که $f(x) = x^2 + f'(x)$ و $f(3) = 9$ باشد. مقدار $f''(3)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۶ (۴) -۶

۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3 - \sqrt{x}} - 1}$ ، کدام است؟

- (۱) -۱۱۲ (۲) -۹۶ (۳) -۸۴ (۴) -۷۲

(سراسری تجربی ۹۷)

۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}}}$ ، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

(فارغ تجربی ۹۷)

۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{2 + x}}{2 - \sqrt{2 + x^2} + x}$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $-\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۷- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x + 2}}{x^3 + x - 10} = a$ باشد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{52ax^3 - x^2 - 2}{52ax^4 - \sqrt{x} - 2}$ چند است؟

- (۱) $\frac{21}{35}$ (۲) $\frac{31}{25}$ (۳) $\frac{19}{35}$ (۴) $\frac{35}{19}$

۸- مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} \sqrt[5]{x} - \sqrt[3]{x} \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x} - 1}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{102}{105}$ (۲) $-\frac{103}{70}$ (۳) $\frac{103}{70}$ (۴) $\frac{102}{105}$

۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3 - x\sqrt{x})(x^2 - x\sqrt{x})}{(x-1)^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{7}{3}$

۱۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(\tan \frac{\pi x}{4})(\sqrt[3]{x} + 1)}{x^5 + x + 2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $-\frac{1}{16}$ (۴) $-\frac{1}{18}$

آهنگ تغییر

(سئمش تیر ۹۵)

۱- آهنگ متوسط تابع $y = x^3 - 4x^2$ در بازه $[3, 4]$ از آهنگ لحظه‌ای آن در $x = \frac{7}{4}$ چقدر بیشتر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۲- تفاضل آهنگ تغییرات تابع $f(x) = \frac{x^2 - x}{x + \sqrt{x}}$ در $x = 9$ و آهنگ متوسط تغییرات در فاصله $x = 4$ تا $x = 16$ کدام است؟

(سئمش مرداد ۹۹)

- (۱) ۰ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

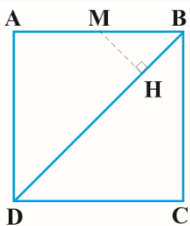
۳- متحرکی روی مسیر $x^3 + y^3 = 9$ در حرکت است. وقتی متحرک در نقطه $(1, 2)$ قرار دارد نسبت آهنگ تغییر y نسبت به x چقدر است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) -4 (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{4}$

۴- در عدسی‌های نازک رابطه‌ی فیزیکی $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ برقرار است. آهنگ لحظه‌ای p نسبت به q زمانی که $q = 3$ است چقدر است؟ (فاصله‌ی کانونی f) را ۲ در نظر بگیرید.

- (۱) -4 (۲) -1 (۳) -2 (۴) -5

۵- در مربع روبه‌رو M وسط ضلع AB است. اگر ضلع مربع از ۲ به $\frac{2}{1}$ سانتی‌متر تغییر کند، آهنگ متوسط تغییرات مساحت مثلث MHB چه قدر است؟



- (۱) 0.27 (۲) 0.26251 (۳) 0.35 (۴) 0.25625

۶- آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sqrt{21 - x^2} + 4x$ در بازه $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع، با کدام مقدار x است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

- (۱) $4 + \sqrt{2}$ (۲) $3 + 2\sqrt{2}$ (۳) $2 + \frac{3}{4}\sqrt{2}$ (۴) $2 + \frac{5}{4}\sqrt{2}$

۷- آهنگ لحظه‌ای مساحت مثلث متساوی الاضلاع با ارتفاع h وقتی ارتفاع برابر $\sqrt{3}$ باشد، چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۱

۸- در تابع با ضابطه $y = x + \frac{1}{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی x از ۲ به $2 + h$ تغییر می‌کند، برابر $\frac{1}{9}$ است. h کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{2}{5}$

۹- در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{2x+1} + \frac{1}{x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 4]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در

(فاز ریاضی ۹۸)

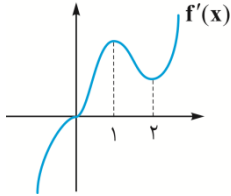
$x = \frac{3}{4}$ چقدر کمتر است؟

- (۱) 0.03 (۲) 0.04 (۳) 0.05 (۴) 0.06

یگنویایی توابع

۱- تابع $f(x) = x^4 - 4x + 1$ در فاصله $[-\infty, a]$ نزولی اکید است. حداکثر مقدار a چقدر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



۲- نمودار $f'(x)$ به صورت مقابل است. تابع $f(x)$ در چه بازه‌ای نزولی اکید است؟

- ۱ (۱, ۲) ۲ $(-\infty, 0)$ ۳ $(0, +\infty)$ ۴ $(2, +\infty)$

۳- اگر f تابعی پیوسته و صعودی اکید و $g(x) = \sqrt[3]{f(x)}$ باشد، آنگاه در مورد $g(x)$ کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) صعودی اکید ۲) نزولی اکید
۳) ابتدا صعودی اکید، سپس نزولی اکید ۴) ابتدا نزولی اکید، سپس صعودی اکید

۴- تابع $f(x) = \frac{x+2}{3x-2}$ در کدام فاصله زیر نزولی اکید است؟

- ۱ $(0, +\infty)$ ۲ $(-1, 1)$ ۳ $(-\infty, \frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$ ۴ $(-\infty, \frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$

۵- معادله $x^5 + 3x - 4 = 0$ دارای چند ریشه است؟

- ۱) فقط یک ریشه ۲) دقیقاً ۳ ریشه دارد. ۳) دقیقاً ۵ ریشه ۴) حداقل ۲ ریشه

۶- تابع $y = \frac{x^2}{1+x^2}$ در کدام ناحیه‌ی دستگاه مختصات، صعودی است؟

- ۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

۷- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & x \geq 1 \\ 2x - x^2 & x < 1 \end{cases}$ ، آنگاه تابع f^{-1} در بازه‌ی $(0, 2)$ ، چه وضعی دارد؟

- ۱) صعودی اکید و پیوسته ۲) نزولی اکید و پیوسته ۳) صعودی اکید و ناپیوسته ۴) نزولی اکید و ناپیوسته

۸- رفتار تابع $f(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b$ از نظر صعودی یا نزولی بودن در نقطه $x = 1$ عوض شده است، ضمناً

نمودار آن محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع می‌کند. $f(1)$ کدام است؟

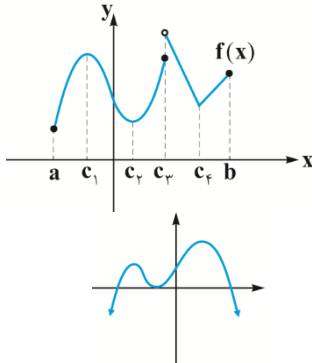
- ۱۲ (۱) ۱۳ (۲) -۷ (۳) -۶ (۴)

۹- تابع $f(x) = \frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2} - 3\sqrt[3]{x^2}$ در فاصله (a, b) نزولی اکید است، حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

نقاط بحرانی

۱- اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد، این تابع چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟



- ۴ (۱)
- ۳ (۲)
- ۶ (۳)
- ۲ (۴)

۲- اگر نمودار f' به صورت مقابل باشد آنگاه f چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

۳- کدام یک از مجموعه نقاط زیر، مجموعه‌ی همه نقاط بحرانی تابع $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ است؟

- {0} (۱)
- {1/3} (۲)
- {0, 1/3} (۳)
- {0, 1/3, -1/3} (۴)

۴- تابع $y = |x^2 - 4|$ در چند نقطه بحرانی دارد؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۵- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x|x^2 - 1|$ و دامنه‌ی $[-2, 2]$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

۶- نقاط بحرانی تابع $y = [4x]$ کدام است؟

- مضارب صحیح 1/4 (۱)
- Z (۲)
- R - Z (۳)
- R (۴)

۷- تعداد نقاط بحرانی تابع $f(x) = [x] \log(x+1)$ در فاصله‌ی $(0, 4)$ کدام است؟

- ۳ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲ (۳)
- ۴ بی‌شمار (۴)

۸- نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ کدام است؟

- {0, 2, -2} (۱)
- {0, 2} (۲)
- {0, -2} (۳)
- {0} (۴)

۹- تابع $y = \sqrt{x(x-1)^2}$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۱۰- تعداد نقاط بحرانی تابع $f(x) = \begin{cases} 3x & -2 \leq x \leq 0 \\ x^2 - x & 0 < x \leq 1 \end{cases}$ روی دامنه خود کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- صفر (۴)

(فاز ۸۷ ریاضی)

اکسترم‌های مطلق

۱- در تابع $f(x) = \begin{cases} -x+2 & x \leq 1 \\ 2x-1 & x > 1 \end{cases}$ نقطه‌ای به طول $X=1$:

- (۱) فقط مینیمم نسبی است.
 (۲) فقط ماکزیمم نسبی است.
 (۳) هم مینیمم نسبی و هم مینیمم مطلق است.
 (۴) هم ماکزیمم نسبی و هم ماکزیمم مطلق است.

۲- Min مطلق تابع $f(x) = \frac{x^3}{x+2}$ در بازه $[-1, 1]$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) ۰

۳- برد تابع $y = \frac{4}{|\cos x| + 3}$ کدام است؟

- (۱) $[\frac{4}{3}, 4]$ (۲) $[\frac{4}{5}, \frac{4}{3}]$ (۳) $[\frac{4}{3}, 2]$ (۴) $[1, 2]$

۴- مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x-2} - \sqrt{12-2x}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۵- می‌نیمم مطلق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 2x - \sqrt{8x^3 - 5x^2}$ بر روی \mathbb{R} کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) صفر (۴) $\frac{1}{3}$

۶- برد تابع $y = 3\cos^2 x - 2\cos x + \frac{1}{3}$ کدام است؟

- (۱) $[1, 5]$ (۲) $[\frac{16}{3}, 4]$ (۳) $[\frac{16}{5}, 4]$ (۴) $[-1, \frac{16}{3}]$

۷- مقدار ماکزیمم مطلق تابع $y = x|x^2 - 4|$ در بازه‌ی $[-2, 1]$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۸- ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^2 - 4x + 1$ را در فاصله‌ی $[0, 2]$ به ترتیب کدام است؟

- (۱) ۹ و -۲ (۲) ۲ و -۹ (۳) ۳ و -۲ (۴) ۹ و ۲

۹- حاصل ضرب بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a-2x}$ برابر $\sqrt{12}$ است. اگر $a > 0$ باشد، مقدار $[a]$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۲ (سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

بینه سازی

۱- اگر $2x + y = 12$ ، بیش ترین مقدار xy^2 کدام است؟

- ۱۰۸ (۴) ۱۴۴ (۳) ۱۲۸ (۲) ۶۴ (۱)

۲- مجموع ارتفاع و مربع شعاع قاعده یک استوانه برابر $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ است. حجم ماکزیمم این استوانه چقدر است؟

- ۱۲ (۴) ۴ (۳) ۸ (۲) ۶ (۱)

۳- کمترین مقدار تابع $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$ برای x های مثبت کدام است؟

- ۴ (۴) ۸ (۳) ۶ (۲) ۷ (۱)

۴- در نیم دایره به معادله $y = \sqrt{4-x^2}$ مستطیلی محاط کرده ایم. بیش ترین مساحت آن کدام است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۵- از بین مثلث های قائم الزاویه با اندازه وتر ۱ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین باشد؟

(سراسری تجربی ۹۹)

- $\frac{\sqrt{2}}{1}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{1}$ (۲) $\frac{2}{1}$ (۱)

۶- در ساخت قوطی های حلبی درباز به شکل مکعب مستطیل با قاعده مربع و حجم ۴ واحد مکعب، حداقل حلب استفاده شده در هر قوطی، چند واحد مربع است؟

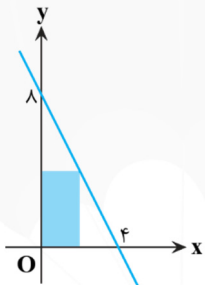
(فاز تجربی ۱۴۰۱)

- ۸ (۴) ۱۰ (۳) ۱۲ (۲) ۱۴ (۱)

۷- در شکل مقابل، مستطیل رنگی را حول محور y ها دوران می دهیم. بیشترین مقدار برای حجم جسم حاصل کدام است؟

(سنجش فرداد ۱۴۰۰)

- $\frac{64}{5}\pi$ (۲) $\frac{512}{27}\pi$ (۱)
 $\frac{64}{3}\pi$ (۴) $\frac{72}{5}\pi$ (۳)

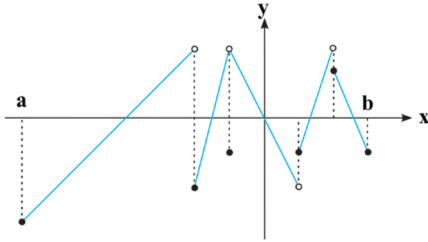


۸- کوتاهترین فاصله سهمی $x^2 = 4y$ از نقطه $M(0, 3)$ ، کدام است؟

- ۳ (۴) $2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۱)

اکسترم‌های نسبی

۱- اگر نمودار تابع f به صورت روبه‌رو باشد، تعداد نقاط اکسترم نسبی آن در بازه $[a, b]$ کدام است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۲- نقطه $x = 2$ برای تابع $f(x) = |x - 2|$ چه نوع نقطه‌ای است؟

- (۱) ماکزیمم نسبی - بحرانی
- (۲) مینیمم نسبی - غیر بحرانی
- (۳) ماکزیمم نسبی - غیر بحرانی
- (۴) مینیمم نسبی - بحرانی

۳- نقطه‌ای به طول $\frac{1}{4}$ اکسترم نسبی تابع $f(x) = x^2 - ax\sqrt{x} + 3$ می‌باشد. $f'(1)$ کدام است؟

- (۱) ۵
- (۲) ۱
- (۳) ۴
- (۴) ۲

(سلبش تیر ۹۹)

۴- فاصله بین نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$ کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{48}$
- (۲) $3\sqrt{83}$
- (۳) $3\sqrt{82}$
- (۴) $3\sqrt{79}$

۵- تعداد اکسترم‌های نسبی تابع $y = (x-1)(x+2)(x-4)$ چندتا است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۱
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۶- نقاط $A(0,0)$ و $B(1,1)$ نقاط اکسترم نسبی تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ هستند. حاصل ab کدام است؟

(فاز ریاضی ۱۴۰۱)

- (۱) -۳
- (۲) -۶
- (۳) ۳
- (۴) ۶

۷- تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = |x(x-1)(x-2)|$ دارای است.

- (۱) یک مینیمم و یک ماکزیمم نسبی
- (۲) دو مینیمم و دو ماکزیمم نسبی
- (۳) دو مینیمم و سه ماکزیمم نسبی
- (۴) سه مینیمم و دو ماکزیمم نسبی

۸- کدام تابع زیر، اکسترم نسبی ندارد؟

- (۱) $f(x) = |2x-1| - x$
- (۲) $y = |x+1| + 2x$
- (۳) $g(x) = x^3 - 6x$
- (۴) $h(x) = x^6 - 4x$

۹- نقطه‌ی $A(1,-1)$ برای تابع $f(x) = (-1)^{[x]}$ چه نوع نقطه‌ای است؟

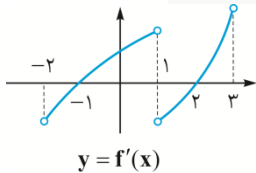
- (۱) ماکزیمم نسبی، ناپیوسته
- (۲) ماکسیمم نسبی، پیوسته
- (۳) مینیمم نسبی، پیوسته
- (۴) مینیمم نسبی، ناپیوسته

(فاز ریاضی ۸۹)

۱۰- به ازای کدام مقادیر a ، تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$ دارای ماکسیمم نسبی است؟

- (۱) $|a| > 2$
- (۲) $a < 0$
- (۳) $a > 0$
- (۴) هیچ مقدار a

۱۱- نمودار مشتق تابع پیوسته $f(x)$ به صورت مقابل است. مجموعه‌ی نقاط اکسترم



تابع f کدام است؟

- (۱) $\{1\}$
- (۲) $\{-1, 2\}$
- (۳) $\{1, 2\}$
- (۴) $\{-1, 1, 2\}$

مقدمه ای بر علم آمار

۱- مراحل علم آمار کدام است؟

- ۱) جمع آوری - تحلیل و تفسیر - سازمان دهی و نمایش - قضاوت و پیش‌بینی
- ۲) جمع آوری - تحلیل و تفسیر - قضاوت و پیش‌بینی - سازمان دهی و نمایش
- ۳) جمع آوری - سازمان دهی و نمایش - تحلیل و تفسیر - قضاوت و پیش‌بینی
- ۴) سازمان دهی و نمایش - جمع آوری - تحلیل و تفسیر - قضاوت و پیش‌بینی

۲- کدام گزینه برای جاهای خالی جمله زیر صحیح است؟

«آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و است و علم آمار مجموعه است که شامل جمع آوری داده‌هاست.»

- ۱) اطلاعات - روش‌هایی (۲) داده‌ها - روش‌هایی (۳) اطلاعات - نتیجه‌گیری (۴) داده‌ها - نتیجه‌گیری

۳- وزن فردی ۱۰۰ کیلوگرم و قدش ۱ متر و ۷۴ سانتی‌متر است. شاخص توده بدنی او برابر است و فرد محسوب می‌شود.

- ۱) $33/5$ - چاقی درجه ۱ (۲) $33/02$ - چاقی درجه ۱ (۳) $33/5$ - اضافه وزن (۴) $33/02$ - اضافه وزن

۴- اگر BMI شخصی که قد آن ۱۹۰ سانتی‌متر است برابر ۳۰ باشد، وزن او چقدر است؟

- ۱) ۱۱۰ (۲) $110/3$ (۳) $108/3$ (۴) ۱۰۸

۵- هدف استفاده از علم آمار چیست؟

- ۱) تحلیل و تفسیر داده‌ها (۲) پیش‌بینی (۳) جمع آوری داده‌ها (۴) نتیجه‌گیری

۶- کدام جمله نادرست است؟

- ۱) اندازه نمونه همواره کمتر از جامعه است.
- ۲) اعضای نمونه نماینده اعضای جامعه است.
- ۳) حجم جامعه برابر تعداد اعضای جامعه است.
- ۴) اعضای نمونه با استفاده از روش خاصی انتخاب می‌شوند.

۷- کدام جمله زیر صحیح است؟

- ۱) وزن یک هلو یک متغیر کمی پیوسته است.
- ۲) دمای هوا در قله یک متغیر کمی گسسته است.
- ۳) اندازه طول بدن یوزپلنگ ایرانی یک متغیر کیفی پیوسته است.
- ۴) کیفیت یک سیب یک متغیر کمی پیوسته است.

۸- گروه خونی افراد کدام نوع متغیر است؟

- ۱) کیفی - اسمی (۲) کیفی - ترتیبی (۳) کیفی - پیوسته (۴) کیفی - گسسته

۹- نوع آلاینده‌گی هوا چگونه متغیری است؟

- ۱) کیفی گسسته (۲) کیفی پیوسته (۳) کیفی اسمی (۴) کیفی ترتیبی

۱۰- متغیر چیست؟

- ۱) عددی که به ویژگی یک عضو نسبت داده می‌شود.
- ۲) ویژگی که به یک عضو نسبت داده می‌شود.
- ۳) تابعی که به ویژگی یک عضو نسبت داده می‌شود.
- ۴) عددی که طبق تابعی مشخص به یک عضو نسبت داده می‌شود.

۱۱- میزان بارندگی بر حسب سانتی متر در یک شهر، نوع بارندگی (برف - باران) و تعداد شهرهایی که در یک روز هوای آفتابی دارند، چه نوع متغیری هستند و به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده‌اند؟

- (۱) کمی پیوسته - کیفی ترتیبی - کمی گسسته
 (۲) کمی پیوسته - کیفی اسمی - کمی پیوسته
 (۳) کمی پیوسته - کیفی اسمی - کمی گسسته
 (۴) کمی گسسته - کیفی اسمی - کمی گسسته

۱۲- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) متغیرهای کمی، متغیرهایی هستند که بتوانیم در اندازه گیری، به آن‌ها عدد معینی را نسبت بدهیم.
 (۲) متغیرهای کیفی، متغیرهایی هستند که قابل اندازه گیری نمی‌باشند.
 (۳) متغیرهای کیفی به دو گروه گسسته و پیوسته تقسیم می‌شوند.
 (۴) هر زیرمجموعه‌ای از جامعه را نمونه گوئیم.



آمار توصیفی (معیارهای گرایش به مرکز)

- ۱- کدام شاخص مرکزی برای تعیین متوسط داده‌های ۹, ۲, ۱, ۱, ۱۳, ۷, ۸, ۲, ۱۷, ۲۴, ۵, ۱۶ مناسب‌تر است؟
- | | | | |
|--------|----------|-------------|---------------------|
| مد (۱) | میان (۲) | میانگین (۳) | میانگین وزن دار (۴) |
|--------|----------|-------------|---------------------|
- ۲- اگر میانگین داده‌های x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 برابر ۱۲ و میانگین داده‌های $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ برابر ۱۰ باشد، x_6 کدام است؟
- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| ۱۰ (۱) | ۱۲ (۲) | ۲۰ (۳) | ۲۴ (۴) |
|--------|--------|--------|--------|
- ۳- میانگین چند داده برابر ۵۷ است. ابتدا از هر داده ۱۲ واحد کم و سپس داده‌های حاصل را سه برابر کرده‌ایم، میانگین داده‌های نهایی کدام است؟
- | | | | |
|--------|--------|---------|---------|
| ۴۵ (۱) | ۷۰ (۲) | ۱۳۵ (۳) | ۱۵۹ (۴) |
|--------|--------|---------|---------|
- ۴- میانگین ۱۰ داده آماری $\frac{۳۲}{۵}$ است. اگر دو داده ۴۰ و ۳۵ را از آن داده‌ها کنار بگذاریم، میانگین هشت داده حاصل کدام است؟
- | | | | |
|---------------------|--------------------|---------------------|--------|
| $\frac{۳۱}{۲۵}$ (۱) | $\frac{۳۱}{۵}$ (۲) | $\frac{۳۱}{۷۵}$ (۳) | ۳۲ (۴) |
|---------------------|--------------------|---------------------|--------|
- ۵- اگر میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر \bar{x} باشد میانگین داده‌های $3x_1 + 1, 3x_2 + 3, \dots, 3x_n + 2n - 1$ کدام است؟
- | | | | |
|--------------------|--------------------|------------------------|------------------------|
| $3\bar{x} + 1$ (۱) | $3\bar{x} + n$ (۲) | $3\bar{x} + n + 1$ (۳) | $3\bar{x} + n - 1$ (۴) |
|--------------------|--------------------|------------------------|------------------------|
- ۶- از داده‌های ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۴ کدام داده را حذف کنیم تا میانگین جدید نسبت به میانگین قدیم کمترین تغییر را بکند؟
- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| ۱۴ (۱) | ۱۱ (۲) | ۱۳ (۳) | ۱۲ (۴) |
|--------|--------|--------|--------|
- ۷- اگر میانگین داده‌های x_1, x_2, x_3, x_4 برابر \bar{x} باشد، میانگین داده‌های $2x_1 + x_2, 2x_2 + x_3, 2x_3 + x_4, 2x_4 + x_1$ کدام است؟
- | | | | |
|---------------|----------------|----------------|--------------------|
| \bar{x} (۱) | $2\bar{x}$ (۲) | $3\bar{x}$ (۳) | $2\bar{x} + 1$ (۴) |
|---------------|----------------|----------------|--------------------|
- ۸- هرگاه میانگین داده‌های x_1, \dots, x_n برابر \bar{x} باشد، میانگین داده‌های $x_1 - \bar{x}, x_2 - \bar{x}, \dots, x_n - \bar{x}$ کدام است؟
- | | | | |
|---------|-------|----------------|----------------|
| صفر (۱) | ۱ (۲) | $2\bar{x}$ (۳) | $-\bar{x}$ (۴) |
|---------|-------|----------------|----------------|

آمار توصیفی (معیارهای پراکندگی)

۱- واریانس داده‌های ۶، ۹، ۵، ۷، ۸، ۶، ۷، ۱۰، ۵ تقریباً کدام است؟

- ۲/۴۵ (۱) ۲/۵۴ (۲) ۲/۶۶ (۳) ۲/۷۶ (۴)

۲- اگر تمام داده‌های آماری را ۴ برابر کنیم، ضریب تغییرات آنان در کدام عدد ضرب می‌شود؟

- ۱/۲ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۳/۲√۳ (۴)

۳- در ۱۰۰ داده آماری با میانگین ۱۸ و انحراف معیار ۲، تمام داده‌ها را در ۱/۵ ضرب می‌کنیم، واریانس داده‌های جدید کدام است؟

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۶/۲۵ (۴)

۴- داده‌های آماری ۵، ۷، ۸، ۸، ۸، ۱۰، ۱۰، ۱۰ مفروض‌اند. ضریب تغییرات داده‌ها، کدام است؟ $[\sqrt{\frac{2}{5}} \approx 0.534]$

- ۰/۱۵ (۱) ۰/۲۰ (۲) ۰/۲۵ (۳) ۰/۳۰ (۴) (فاز ۹۹ تجربی)

۵- در یک بررسی آماری، داده‌ها، هفت جمله اول یک دنباله هندسی افزایشی می‌باشند و مجموع چارک‌های دوم و سوم، شش برابر چارک اول است. بزرگ‌ترین داده چند برابر کوچک‌ترین داده است؟

- ۸ (۱) ۱/۸ (۲) ۴ (۳) ۱/۴ (۴)

۶- در داده‌های ۴، ۸، ۳، ۱۶، ۹، ۱۷، ۱۲، ۶، ۷، ۵ و ۲، واریانس داده‌های بین Q_1 و Q_3 کدام است؟

- ۲/۴ (۱) ۴/۲ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴)

۷- اگر ۱۰ داده آماری را ۵ برابر کنیم و سپس ۱۰ واحد از هر کدام کم نماییم، آنگاه ضریب تغییرات داده‌های جدید ۵ برابر می‌شود. مجموع ۱۰ داده اولیه کدام است؟

- ۲۵ (۱) ۵ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴)

۸- اگر در چهار داده x_1, x_2, x_3, x_4 میانگین ۵ داشته باشیم $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 108$ واریانس چقدر است؟

- ۸ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱/۲ (۴)

۹- در ۵۰ داده آماری مجموع تمام داده‌ها برابر ۱۰۰ و مجموع مجذورات این داده‌ها برابر ۲۷۲ می‌باشد. ضریب تغییرات کدام است؟

- ۰/۳ (۱) ۰/۴ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۶ (۴)

۱۰- انحراف معیار شش داده آماری ۲ و اختلاف آنها از میانگین برابر $a, 0, -1, b, -1, 3$ است. اگر $a > 0$ باشد، مقدار b کدام است؟ (فاز ۱۴۰۱ تجربی)

- ۳ (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴)

۱۱- ضریب تغییرات داده‌های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۹)

| | |
|------|--|
| داده | ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۱ و ۱۱ و ۱۱ و ۱۱ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ |
|------|--|

- ۰/۱۲ (۱) ۰/۱۵ (۲) ۰/۱۷ (۳) ۰/۱۸ (۴)

۱۲- کوچک‌ترین ضریب تغییرات دسته‌های سه‌تایی از اعداد زوج متوالی دورقمی با رقم دهگان یکسان، کدام است؟

- ۳√۲/۳ (۱) ۱/۳√۲ (۲) ۱/۱۲√۶ (۳) ۱/۲۴√۶ (۴) (سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

شمارش بدون شمردن (اصل جمع و ضرب)

۱- با استفاده از ارقام ۱ و ۲ چند عدد ۵ رقمی می توان ساخت؟

۱۰ (۱) ۲۵ (۲) ۳۲ (۳) ۲ (۴)

۲- یک عدد سه رقمی متقارن است، هرگاه رقم یکان و صدگان آن برابر باشد (مانند ۲۳۲). چند عدد سه رقمی متقارن وجود دارد؟

۸۱ (۱) ۹۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۷۲ (۴)

۳- چند عدد شش رقمی با ارقام ۰، ۱، ۲ وجود دارد؟

۱۶۲ (۱) ۲۴۳ (۲) ۳۲۴ (۳) ۴۸۶ (۴)

۴- با ارقام ۰، ۲، ۴، ۵، ۷ چند عدد چهار رقمی بخش پذیر بر ۵ می توان نوشت؟

۹۰ (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۹۰ (۴)

۵- تعداد جایگشت های کلمه ی «Mother» که در آن حروف t و h کنار هم قرار نگیرند کدام است؟

۲۴۰ (۱) ۳۶۰ (۲) ۴۸۰ (۳) ۶۰۰ (۴)

۶- چند عدد سه رقمی زوج با ارقام ۰، ۲، ۳، ۴، ۶، ۷ وجود دارد به طوری که ارقام تکراری نباشند؟

۵۶ (۱) ۶۸ (۲) ۸۰ (۳) ۷۲ (۴)

۷- با ارقام ۰ و ۱ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ چند عدد سه رقمی بزرگتر از ۳۰۰ می توان ساخت؟ (تکرار ارقام مجاز نیست)

۱۰۰ (۱) ۸۰ (۲) ۶۴ (۳) ۴۸ (۴)

۸- با ارقام ۷ و ۳ و ۲ و ۰ چند عدد سه رقمی زوج با ارقام غیر تکراری، می توان نوشت؟

۵ (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۱۰ (۴)

۹- با جابه جایی ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ چند عدد شش رقمی می توان نوشت به طوری که ارقام فرد، یک در میان باشند؟

۳۶ (۱) ۵۴ (۲) ۷۲ (۳) ۸۱ (۴)

شمارش بدون شمردن (جایگشت و ترکیب)

۱- اگر $\frac{n \times n! - (n+1)!}{(n-2)!} = -20$ ، مقدار $(2n-6)!$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۱۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۲۸ (۴)

۲- معادله $(x^2 - 2x)! = 1$ چند ریشه دارد؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

۳- تعداد جایگشت‌های کلمه‌ی «بیست» و کلمه‌ی «نصیری» به ترتیب کدام‌اند؟

- ۴۸ و ۲۴ (۱) ۶۰ و ۱۲۰ (۲) ۴۸ و ۱۲ (۳) ۶۰ و ۲۴ (۴)

۴- با ارقام عدد ۲۳۲۲۳۴ چند عدد شش رقمی می‌توان ساخت؟

- ۷۲۰ (۱) ۱۲۰ (۲) ۶۰ (۳) ۲۴۰ (۴)

۵- تعداد جایگشت‌های کلمه‌ی BAMDAD که در آن حروف A کنار هم نباشند، چقدر است؟

- ۸۰ (۱) $6! - 4!$ (۲) ۱۲۰ (۳) $\frac{7!}{2!}$ (۴)

۶- تعداد جایگشت‌های کلمه‌ی «کشورمان» که در آن سه حرف م، ا، ن در کنار هم باشند، کدام است؟

- $3! \times 5!$ (۱) $\frac{7!}{3!}$ (۲) $6! \times 3!$ (۳) $2 \times \frac{7!}{3!}$ (۴)

۷- گل‌فروشی از ۸ نوع گل مختلف به چند طریق می‌تواند دسته‌گل‌های متمایز درست کند، به طوری که در هر

(سراسری تجربی ۹۸)

دسته ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه‌ی مختلف، موجود باشد؟

- ۱۲۶ (۱) ۱۴۰ (۲) ۱۵۴ (۳) ۱۶۸ (۴)

۸- به چند طریق می‌توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که دو نفر آنان، نخواهند

(سراسری تجربی ۹۹)

با هم در مهمانی شرکت کنند؟

- ۸۴ (۱) ۸۷ (۲) ۹۱ (۳) ۹۵ (۴)

۹- اگر $\frac{P(n,4)}{C(n-1,4)} = 26$ باشد، n کدام است؟

- ۵۲ (۱) ۵۳ (۲) ۵۴ (۳) ۵۵ (۴)

۱۰- با ۱۰ نقطه روی یک دایره چند پنج ضلعی می‌توان درست کرد؟

- ۲۵۰ (۱) ۲۵۲ (۲) ۲۴۸ (۳) ۲۵۴ (۴)

۱۱- با توجه به نقاط شکل مقابل تعداد چهارضلعی‌ها و تعداد مثلث‌ها که می‌توان با آن نقاط ساخت به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟

۶۰ و ۷۰ (۱)

۷۰ و ۶۰ (۲)

۱۸۶ و ۸۴ (۳)

۶۰ و ۹۰ (۴)

۱۲- از هر یک از مدارس A و B و C و D و E چهار نفر به اردوگاه دانش‌آموزی دعوت شده‌اند. به چند طریق

می‌توان سه دانش‌آموز که دو به دو غیر هم مدرسه باشند، انتخاب کرد؟

- ۱۶۰ (۱) ۳۲۰ (۲) ۴۸۰ (۳) ۶۴۰ (۴)

احتمال مقدماتی

۱- پدر و مادری به همراه ۳ فرزند خود در یک صف ایستاده‌اند. احتمال آنکه فرزندان در کنار هم قرار گرفته باشند را بیابید؟

(۱) $\frac{1}{20}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{20}$ (۴) $\frac{3}{10}$

۲- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده، مضرب ۴ است؟

(۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{5}{18}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{5}{12}$

۳- اگر $P(A) = 2P(B) = 3P(A \cap B)$ باشد، حاصل $\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)}$ کدام است؟

(۱) $\frac{7}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۴- در ظرفی ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه موجود است. به تصادف ۳ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌های خارج شده هم‌رنگ‌اند؟

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{3}{14}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $\frac{5}{14}$

۵- از جعبه‌ای که شامل ۵ مهره سبز، ۶ مهره آبی، ۲ مهره مشکی، ۳ مهره قرمز می‌باشد، ۳ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه هر ۳ هم‌رنگ باشند، کدام است؟

(۱) $\frac{14}{280}$ (۲) $\frac{16}{280}$ (۳) $\frac{30}{560}$ (۴) $\frac{31}{560}$

(فاز تجربی ۹۹)

۶- ۱۰ نفر در یک صف ایستاده‌اند. با کدام احتمال دو فرد مورد نظر از آن‌ها، در کنار هم نیستند؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{9}{10}$

۷- مادری دارای ۳ فرزند است. احتمال اینکه تنها دارای ۲ فرزند پسر باشد چقدر است؟

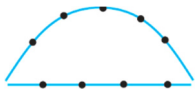
(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۸- پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم‌زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟

(سراسری تجربی ۹۹)

(۱) $\frac{1}{14}$ (۲) $\frac{1}{21}$ (۳) $\frac{1}{28}$ (۴) $\frac{1}{56}$

۹- از نقاط شکل زیر سه نقطه را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که با سه نقطه بتوان یک مثلث ساخت، کدام است؟



(۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{21}{22}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{20}{21}$

۱۰- سه عدد را به طور متوالی و بدون جایگذاری از میان اعداد ۱ تا n انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد سوم ۱۰ باشد، برابر $\frac{1}{15}$ است. در انتخاب تصادفی سه عدد و بدون جایگذاری از میان همین اعداد، با کدام احتمال فقط عدد سوم مضرب ۳ است؟

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{15}{91}$ (۴) $\frac{5}{51}$

احتمال شرطی

۱- دو تاس آبی و سفید را باهم پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع دو تاس ۷ باشد، احتمال آنکه تاس آبی ۶ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{5}{36}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲- خانواده‌ای دو فرزند دارد. اگر یکی از فرزندان دختر باشد، احتمال دختر بودن فرزند دیگر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳- یک جفت تاس سالم را پرتاب می‌کنیم. اگر حداقل یکی از تاس‌ها ۶ آمده باشد، با کدام احتمال مجموع اعداد روی دو تاس، حداکثر ۱۰ خواهد بود؟

- (۱) $\frac{8}{11}$ (۲) $\frac{8}{12}$ (۳) $\frac{33}{36}$ (۴) $\frac{5}{36}$

۴- در یک خانواده ۲ فرزندی، اگر بدانیم فرزند اول پسر است، با کدام احتمال دیگری دختر می‌باشد؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۵- کیسه‌ای شامل ۴ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است، سه مهره به تصادف به‌طور متوالی و بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم. احتمال این‌که هر سه مهره سفید باشند، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{20}$ (۳) $\frac{1}{30}$ (۴) $\frac{1}{15}$

۶- فرض کنید A و B دو پیشامد باشند به طوری که $P(A) = \frac{1}{2}$ ، $P(B) = \frac{1}{3}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ آن‌گاه $P(A' | B')$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۷- کیسه‌ای شامل ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. مهره‌ای به تصادف بیرون آورده و پس از مشاهده رنگ آن به کیسه برمی‌گردانیم. سپس مهره دیگری بیرون می‌آوریم. احتمال آن‌که فقط یکبار مهره سفید مشاهده شده باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{13}{25}$ (۲) $\frac{11}{13}$ (۳) $\frac{6}{13}$ (۴) $\frac{12}{25}$

۸- دو کارت به تصادف از بین ۹ کارت به شماره‌های ۱ تا ۹ انتخاب می‌کنیم. اگر مجموع رقم‌های دو کارت زوج باشد، احتمال آن‌که هر دو فرد باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{11}{16}$ (۴) $\frac{13}{16}$

۹- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{1}{22}$ و $P(B|A) = \frac{1}{7}$ ، آن‌گاه $P(B'|A')$ کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۰)

- (۱) $\frac{1}{84}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{92}$ (۴) $\frac{1}{96}$

۱۰- احتمال اینکه یک کشتی گیر رقیب اصلی خود را ببرد $\frac{1}{5}$ و احتمال کسب مدال طلا برای او $\frac{1}{3}$ بوده و در صورتی که اصلی‌ترین رقیب خود را ببرد به $\frac{1}{3}$ افزایش خواهد یافت. با کدام احتمال، این کشتی‌گیر قهرمان می‌شود یا رقیب اصلی خود را می‌برد؟

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

- (۱) $\frac{4}{15}$ (۲) $\frac{11}{30}$ (۳) $\frac{13}{30}$ (۴) $\frac{7}{15}$



قاعده احتمال کل

۱- در ظرفی ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، در ظرف دیگر ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه موجود است. به تصادف از هر ظرف دو مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال ۴ مهره خارج شده هم‌رنگ هستند؟

(سراسری ریاضی ۹۳)

$\frac{1}{12}$ (۱) $\frac{2}{15}$ (۲) $\frac{3}{18}$ (۳) $\frac{4}{24}$ (۴)

۲- در دو جعبه به ترتیب ۳۰ و ۲۰ لامپ وجود دارد که در جعبه اول ۷ لامپ سوخته و در جعبه دوم ۵ لامپ سوخته وجود دارد. از اولی ۱۰ لامپ و از دومی ۵ لامپ انتخاب می‌کنیم و در جعبه سوم می‌اندازیم. سپس لامپی از جعبه سوم انتخاب می‌کنیم، احتمال سالم بودن آن کدام است؟

$\frac{137}{180}$ (۱) $\frac{1}{20}$ (۲) $\frac{3}{20}$ (۳) $\frac{43}{90}$ (۴)

۳- در دو جعبه A و B به ترتیب ۱۲ و ۸ مهره وجود دارد که در A، ۸ مهره آبی و ۴ قرمز و در B، ۳ آبی و ۵ قرمز وجود دارد. از جعبه A، ۷ مهر و از جعبه B، ۳ مهره را انتخاب و در جعبه C می‌اندازیم. سپس مهره‌ای را از جعبه C خارج می‌کنیم. اگر مهره آبی باشد، احتمال آن که مربوط به جعبه B باشد، کدام است؟

$\frac{29}{137}$ (۱) $\frac{29}{240}$ (۲) $\frac{37}{240}$ (۳) $\frac{27}{139}$ (۴)

۴- دو کیسه به نام‌های A و B داریم که در کیسه A، ۶ مهره آبی و ۵ مهره قرمز و در کیسه B، ۸ مهره آبی و ۱۳ مهره قرمز وجود دارد. از کیسه A، یک مهره بیرون می‌آوریم و بدون دیدن رنگ آن، مهره را در کیسه B می‌اندازیم و یک مهره از کیسه B، بیرون می‌آوریم. احتمال آن که مهره بیرون آمده از کیسه B، قرمز باشد کدام است؟

$\frac{13}{21}$ (۱) $\frac{31}{47}$ (۲) $\frac{74}{121}$ (۳) $\frac{47}{112}$ (۴)

۵- کیسه‌ای شامل ۶ مهره قرمز و ۸ مهره آبی می‌باشد. مهره‌ای را به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم و پس از مشاهده رنگ آن، دو مهره از همان رنگ به کیسه برمی‌گردانیم. سپس مهره‌ای را از کیسه خارج می‌کنیم. احتمال آنکه مهره خارج شده قرمز باشد، کدام است؟

$\frac{2}{7}$ (۱) $\frac{3}{14}$ (۲) $\frac{5}{14}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴)

۶- سه ظرف یکسان داریم که هر کدام به ترتیب حاوی ۱۶، ۱۵ و ۱۴ مهره هستند. تعداد مهره‌های قرمز سه ظرف، به ترتیب ۴، ۶ و ۵ مهره است. احتمال انتخاب هر ظرف متناسب با تعداد مهره‌های آن ظرف است. یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و مهره‌ای بیرون می‌کشیم، با کدام احتمال، مهره انتخابی قرمز است؟

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

$\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{131}{560}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{17}{120}$ (۴)

۷- سارا یک تاس و نازنین دو تاس را باهم پرتاب می‌کنند. احتمال آنکه حاصل ضرب اعداد ظاهر شده روی دو تاسی که نازنین پرتاب کرده برابر با عدد ظاهر شده روی تاس سارا باشد، کدام است؟

$\frac{1}{18}$ (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴)

تربسیم های هندسی و استدلال

۱- در مثلث ABC، نقطه O محل برخورد عمود منصف های AB و AC می باشد. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) O داخل مثلث قرار دارد.

(۲) O از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

(۳) O روی ارتفاع وارد بر ضلع BC واقع است.

(۴) دایره به مرکز O و شعاع OA از هر سه رأس مثلث عبور می کند.

۲- نقطه A به فاصله ۴ سانتی متر از خط d مفروض است. مثلث متساوی الساقین ABC به مساحت ۸ را طوری رسم می کنیم که ضلع BC بر d منطبق باشد. طول ساق مثلث کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۳- چند مثلث مانند ABC وجود دارد که در آن $BC = 6$ ، $CA = 5$ و $\angle C = 60^\circ$ باشد؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) هیچ

۴- کدام جمله زیر درست است؟

(۱) در هر مثلث زاویه بزرگتر از چهار برابر زاویه کوچکتر، بزرگتر است.

(۲) در هر مثلث هر ارتفاع از هر سه ضلع کوچکتر است.

(۳) مجموع زوایای داخلی هر چهار ضلعی برابر 360° است.

(۴) مجموع زوایای داخلی n ضلعی محدب برابر است با $180^\circ(n+2)$

۵- کدام جمله زیر نادرست است؟

(۱) در هر متوازی الاضلاع قطر ها منصف یکدیگرند.

(۲) هر چهار ضلعی که زوایای مقابلش برابر باشند، متوازی الاضلاع است.

(۳) در لوزی قطر ها نیمساز زوایای رئوس هستند.

(۴) هر چهار ضلعی که قطر هایش بر هم عمود باشند، لوزی است.

۶- L و d دو خط موازی هستند و نقطه A به فاصله ۱ از خط L و فاصله ۳ از خط d قرار دارد. مجموعه نقاطی که از

نقطه A به فاصله $\sqrt{6}$ هستند و از خطوط L و d به یک فاصله می باشند. کدام است؟ (نقطه A بین L و d قرار ندارد.)

(۱) یک نقطه (۲) دو نقطه به فاصله $\sqrt{2}$ از یکدیگر

(۳) دو نقطه به فاصله $2\sqrt{2}$ از یکدیگر (۴) تهی است.

۷- نقطه P به فاصله ۲ واحد از خط d قرار دارد. چند نقطه روی خط d وجود دارد که از نقطه P به فاصله $\sqrt{4/5}$ سانتی متر باشد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

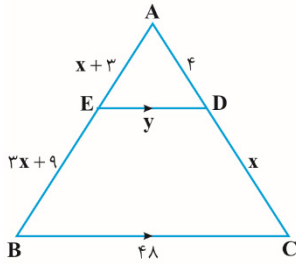
۸- نقاطی از صفحه که فاصله آنها از نقطه ثابت (۲،۲) کمتر از ۴ است در کدام ناحیه قرار دارند؟

(۱) روی محیط یک دایره به شعاع ۲ (۲) روی محیط یک دایره به شعاع ۲

(۳) داخل یک دایره به شعاع ۴ (۴) داخل یک دایره به شعاع ۲

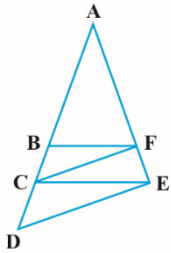
نسبت و قالی

۱- در شکل زیر $x+y$ کدام است؟



- ۱۶ (۱)
- ۲۴ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۳۰ (۴)

۲- در شکل روبرو، $CF \parallel DE, BF \parallel CE, BC = 3$ و $AB = 5$. در این صورت DC کدام است؟



- ۴/۸ (۲)
- ۴/۵ (۱)
- ۵/۶ (۴)
- ۵/۴ (۳)

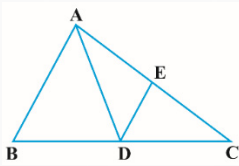
۳- اندازه قاعده‌های دوزنقه‌های ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان رسم می‌کنیم که دوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی، تقسیم کند. اندازه پاره‌خط، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

- $\sqrt{57}$ (۴)
- $4\sqrt{3}$ (۳)
- $\sqrt{53}$ (۲)
- ۷ (۱)

۴- در شکل روبرو، \widehat{A} بوده و $DE \parallel AB$. در اینصورت EC کدام است؟

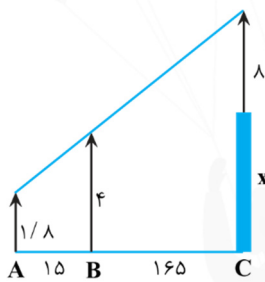
(سراسری ریاضی ۸۱)



- ۱۲/۵ (۲)
- ۱۲ (۱)
- ۱۵ (۴)
- ۱۳/۵ (۳)

۵- مطابق شکل مقابل، دکلی به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع ۱/۸ متر، از ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستاست. بلندی برج چند متر است؟

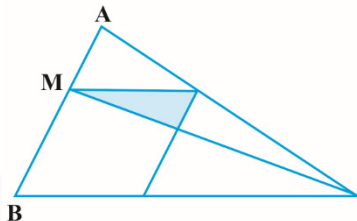
(سراسری ریاضی ۸۷)



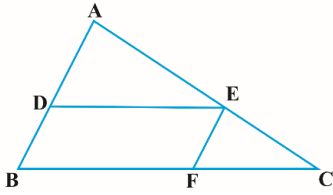
- ۲۰/۲ (۲)
- ۱۹/۸ (۱)
- ۲۱/۲ (۴)
- ۲۰/۸ (۳)

(فاز ریاضی ۹۰)

۶- در شکل مقابل $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ ، مساحت مثلث سایه‌زده چند درصد مساحت متوازی الاضلاع است؟



- ۲۴ (۲)
- ۲۰ (۱)
- ۳۰ (۴)
- ۲۵ (۳)

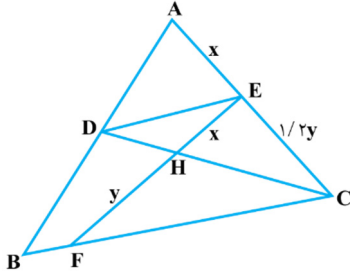


۷- در شکل روبه‌رو، چهارضلعی DEFB متوازی‌الاضلاع، $AD = 8$ و

$DE = 2FC = 6$ است. محیط متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- ۱۸ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۲۱ (۳)
- ۲۲ (۴)

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)



۸- در شکل زیر، $DE \parallel BC$ و $3y = 5x$ است. اگر $BF = 3$ باشد، اندازه BC کدام است؟

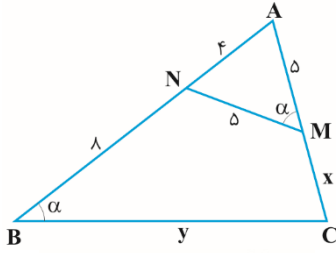
- ۶/۷۵ (۱)
- ۶/۲۵ (۲)
- ۵/۷۵ (۳)
- ۵/۲۵ (۴)



تشابه

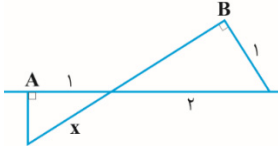
۱- در شکل روبرو xy کدام است؟

- ۵۲/۵ (۲)
- ۲۰ (۱)
- ۴۰ (۴)
- ۵۵/۲ (۳)



۲- در شکل مقابل دو زاویه \hat{A} و \hat{B} قائمه‌اند، مقدار x چه قدر است؟ (سراسری ریاضی ۹۱)

- $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ (۲)
- $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۱)
- $\frac{3}{2}$ (۴)
- $\frac{4}{3}$ (۳)

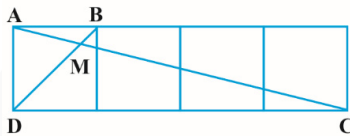


۳- اندازه‌های محیط دو مثلث متشابه ۱۵ و ۸ است. اگر مساحت مثلث بزرگتر ۲۵ باشد، مساحت مثلث کوچکتر کدام است؟

- $6\frac{2}{9}$ (۴)
- $7\frac{2}{9}$ (۳)
- $6\frac{1}{9}$ (۲)
- $7\frac{1}{9}$ (۱)

۴- در شکل مقابل چهارمربع به ضلع واحد کنار هم قرار دارند. MB کدام است؟

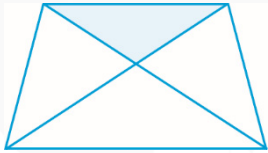
- $\frac{4}{5}$ (۲)
- $\frac{\sqrt{17}}{2}$ (۱)
- $\frac{3\sqrt{2}}{16}$ (۴)
- $\frac{\sqrt{2}}{5}$ (۳)



۵- قاعده‌ی بزرگ ذوزنقه زیر، دو برابر قاعده‌ی کوچک‌تر آن است. مساحت کل ذوزنقه چند برابر مساحت مثلث سایه‌زده است؟

- ۸ (۲)
- ۷ (۱)
- ۱۰ (۴)
- ۹ (۳)

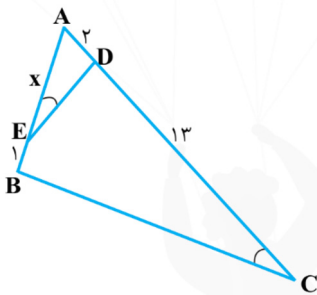
(فناج ریاضی ۸۷)



(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

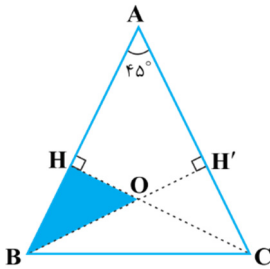
۶- در شکل زیر، $\hat{AED} = \hat{ACB}$ است. مقدار x کدام است؟

- ۷ (۱)
- ۶ (۲)
- ۵ (۳)
- ۴ (۴)



مثلث قائم الزاویه

۱- در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین و طول ساق AB برابر ۸ واحد است. مساحت مثلث OHB، کدام است؟



(فراغ تجربی ۱۴۰۰)

(۲) $\frac{8}{2+\sqrt{3}}$

(۱) $\frac{6}{2+\sqrt{3}}$

(۴) $\frac{16}{3+2\sqrt{2}}$

(۳) $\frac{12}{3+2\sqrt{2}}$

۲- در یک مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. اگر مساحت مثلث

(سراسری تجربی ۹۰)

کوچک‌تر $\frac{1}{5}$ مساحت مثلث اصلی باشد، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم آن کدام است؟

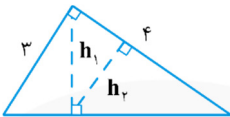
(۴) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{1}{2}$

۳- در شکل زیر، h_1 و h_2 ارتفاع‌های دو مثلث قائم الزاویه هستند. نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ ، کدام است؟



(سراسری تجربی ۹۸)

(۲) $\frac{4}{5}$

(۱) $\frac{3}{5}$

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{2}{3}$

۴- مستطیلی به مساحت ۲۴ با مستطیلی به ضلع ۳ و قطر ۵ متشابه است. قطر مستطیل اولی چقدر است؟

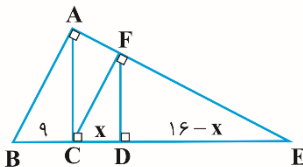
(۴) $6\sqrt{2}$

(۳) ۸

(۲) ۱۰

(۱) $5\sqrt{2}$

(فراغ تجربی ۱۸۶)



۵- در شکل مقابل، ارتفاع هر سه مثلث قائم الزاویه رسم شده است. x کدام است؟

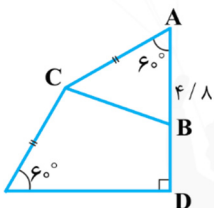
(۲) $5/36$

(۱) $4/54$

(۴) $6/75$

(۳) $5/76$

۶- در شکل زیر، مساحت مثلث ABC برابر $7/2\sqrt{3}$ است. فاصله D از C کدام است؟



(۱) $6\sqrt{6}$

(۲) $3\sqrt{6}$

(۳) $2\sqrt{2}$

(۴) $\sqrt{2}$

۷- اندازه اضلاع مثلث قائم الزاویه‌ای به صورت $x+1$ ، $2x+1$ و $2x+3$ است. مساحت مثلث، کدام است؟

(۴) ۳۹

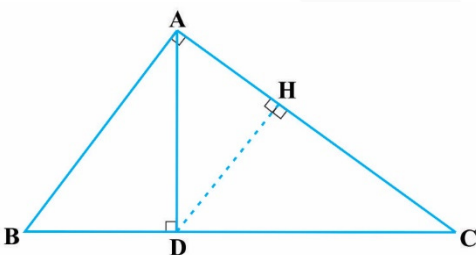
(۳) ۴۵

(۲) ۵۶

(۱) ۶۰

۸- در مثلث قائم الزاویه ABC، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم الزاویه HCD, ABD کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۹)



(۲) $\frac{4}{7}$

(۱) $\frac{3}{7}$

(۴) $\frac{8}{9}$

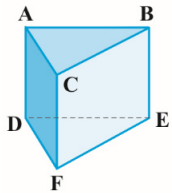
(۳) $\frac{16}{21}$

تفکر تجسمی، بُرش و دَوَوران

۱- کره‌ای به شعاع ۴ را با صفحه‌ای برخورد داده‌ایم. مساحت بیش‌ترین سطح مقطع چقدر است؟

- ۸π (۱) ۱۶π (۲) ۱۲π (۳) ۲۴π (۴)

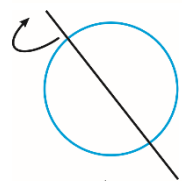
۲- منشور شکل مقابل را در نظر بگیرید. منشور را به کمک یک آره برش داده‌ایم که از نقاط



D و C ، E عبور کند. شکل سطح مقطع چیست؟

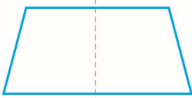
- مربع (۱) مستطیل (۲)
مثلث (۳) ذوزنقه (۴)

۳- از دوران دایره مقابل حول خط d چه شکلی پدید می‌آید.



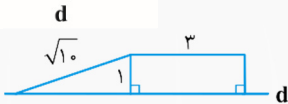
- نیم‌کره (۱) کره (۲)
مکعب (۳) مخروط (۴)

۴- ذوزنقه متساوی‌الساقین مقابل را حول خط d دوران می‌دهیم، جسم حاصل چیست؟



- یک مخروط (۱) دو استوانه (۲)
دو مخروط (۳) یک مخروط ناقص (۴)

۵- اگر ذوزنقه شکل زیر را حول خط d دوران دهیم، حجم شکل حاصل چند برابر π است؟



- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۶- حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC با ضلع‌های قائم AB و AC ، به ترتیب با اندازه‌های ۵ و

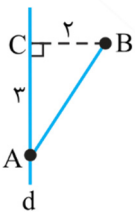
(سراسری ریاضی ۹۹)

۲√۶ واحد، حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB ، کدام است؟

- ۶۰π (۱) ۷۰π (۲) ۷۵π (۳) ۸۰π (۴)

۷- مثلث ABC را حول خط d دوران می‌دهیم، سپس با صفحه‌ای عمود بر خط d به فاصله یک واحد از BC برش

می‌دهیم. مساحت سطح مقطع چقدر است؟

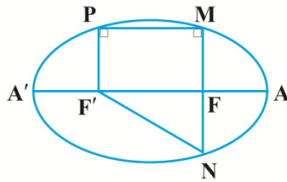


- ۷/۱۶ π (۱) ۹/۱۶ π (۲)
۱۶/۹ π (۴) ۱۶/۷ π (۳)

بیضی

۱- مختصات کانون یک بیضی با عرض مثبت که بر چهار خط $x=5$ و $x=-1$ و $y=6$ و $y=-4$ مماس باشد، کدام است؟

- (۱) (۲, ۵) (۲) (۲, ۳) (۳) (۱, ۵) (۴) (۱, ۲)



۲- در بیضی شکل مقابل با اقطار $2a$ و $2b$ ، اگر $a^2 = 36$ ، $b^2 = 4$ باشد، مساحت

ذوزنقه‌ی $PMNF'$ چه قدر است؟

- (۱) $10\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2}$
(۳) $6\sqrt{2}$ (۴) $8\sqrt{2}$

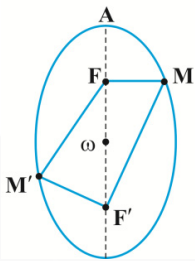
۳- در یک بیضی فاصله هر کانون از رأس نزدیک تر و دور تر به ترتیب ۴ و ۸ است. اندازه قطر کوچک بیضی چقدر است؟

- (۱) ۳۲ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $8\sqrt{2}$ (۴) ۱۶

۴- در یک بیضی با کانون‌های $F(2+\sqrt{5}, 0)$ و $F'(2-\sqrt{5}, 0)$ که رأس کانونی نظیر F ، نقطه $A(5, 0)$ است و M

نقطه‌ای روی بیضی باشد، حاصل $|MF| + |MF'|$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) $7/5$ (۴) ۹



۵- شکل مقابل مربوط به یک بیضی است. اگر طول ωA برابر ۱ باشد، محیط چهارضلعی

$MFM'F'$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲
(۳) $\frac{2}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۶- در یک بیضی اگر قطر بزرگ و فاصله کانونی به ترتیب ۱۰ و ۸ باشد و MF و MF' بر هم عمود باشند، حاصل $MF.MF'$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۳۶ (۳) ۵۴ (۴) ۹

۷- در یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{1}{3}$ و قطر کوچک به طول ۲، پاره خط MN در کانون F بر محور کانونی عمود

است. اگر کانون دیگر باشد، مساحت مثلث $F'MN$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۸- کانون‌های یک بیضی $(2, 0)$ و $(2, 8)$ است. اگر قطر کوچک $4\sqrt{5}$ باشد، مختصات یکی از رأس‌های بیضی کدام است؟

- (۱) $(-2, 0)$ (۲) $(2, -4)$ (۳) $(2, 2)$ (۴) $(2, 10)$

دایره

(سراسری ریاضی ۹۹)

۱- کوچکترین دایره گذرا بر دو نقطه $A(2,5)$ و $B(-4,1)$ ، محور x ها را با کدام طول، قطع می کند؟

- ۱ ، -۳ (۱) ۰ ، -۳ (۲) ۲ ، -۱ (۳) ۳ ، -۲ (۴)

۲- اگر مرکز دایره $\omega = (-2,4)$ نقطه $(x-m+1)^2 + (y+n)^2 = 4m^2 + n^2 + 5$ باشد، محیط دایره چه قدر است؟

- ۱۴π (۱) ۸π (۲) ۱۲π (۳) ۱۰π (۴)

۳- اگر $(\lambda - m^2)x^2 + m^2y^2 - x - y + 7m = 0$ معادله‌ی یک دایره باشد، در این صورت m کدام است؟

- ۱) فقط $m = 2$ (۱) ۲) فقط $m = -2$ (۲) ۳) $m = \pm 2$ (۳) ۴) هیچ m ای یافت نمی شود.

۴- شعاع دایره $ax^2 + y^2 + 2x + 4y = k$ برابر ۲ است. آن گاه ...

- ۱) $k = 0$ (۱) ۲) $k = 1$ (۲) ۳) $k = -1$ (۳) ۴) $k = 2$ (۴)

۵- کدام دایره بر هر دو محور مختصات در ناحیه‌ی دوم مماس است؟

۱) $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$ (۱) ۲) $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ (۲)

۳) $x^2 + y^2 + 12x - 12y + 36 = 0$ (۳) ۴) $x^2 + y^2 + 2x + 2y = 1$ (۴)

۶- قطری از دایره $x^2 + y^2 + 6x + 8y - 4 = 0$ که موازی خط $6x - y = 12$ باشد، از کدام نقطه‌ی زیر عبور می کند؟

- ۱) $(0, 12)$ (۱) ۲) $(-1, 14)$ (۲) ۳) $(0, 14)$ (۳) ۴) $(1, 14)$ (۴)

۷- مرکز و شعاع دایره‌ای که از سه نقطه‌ی $A(1,0)$ ، $B(-3,0)$ و $D(-3,4)$ می گذرد، کدام است؟

- ۱) $r = \sqrt{2}$ ، $\omega = (-1, 2)$ (۱) ۲) $r = \sqrt{3}$ ، $\omega = (-1, 2)$ (۲) ۳) $r = 2\sqrt{2}$ ، $\omega = (-1, 2)$ (۳) ۴) $r = 2\sqrt{2}$ ، $\omega = (1, -2)$ (۴)

۸- معادله‌ی دایره گذرا از نقطه $(3, 2)$ و مماس بر محور x ها با کمترین قطر کدام است؟

۱) $x^2 + y^2 - 6x - 2y = 9$ (۱) ۲) $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ (۲)

۳) $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 9 = 0$ (۳) ۴) $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 9 = 0$ (۴)

۹- فاصله‌ی نزدیکترین نقطه‌ی دایره $x^2 + y^2 - 8x - 10y + \frac{155}{4} = 0$ از محور x ها چه قدر است؟

- ۱) $5/5$ (۱) ۲) $4/5$ (۲) ۳) $2/5$ (۳) ۴) $3/5$ (۴)

وضع نسبی دایره با نقطه، خط و دایره

۱- وضع نسبی نقطه‌ی $A = (3, -1)$ و دایره‌ی $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 3 = 0$ چگونه است؟

- (۱) داخل دایره (۲) مرکز دایره (۳) روی دایره (۴) بیرون دایره

۲- اگر نقطه‌ی $M = (k, 2)$ داخل دایره‌ی $x^2 + y^2 + x + 3y = 12k$ قرار گیرد، حدود k کدام است؟

- (۱) $k > 10$ (۲) $k < 1$ (۳) $1 < k < 10$ (۴) $k < 1$ یا $k > 10$

۳- وضعیت خط $3x + 4y = 9$ نسبت به دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 7$ چگونه است؟

- (۱) خط بر دایره مماس است. (۲) نقطه‌ی مشترکی ندارند.
(۳) خط یک محور تقارن دایره است. (۴) در دو نقطه‌ی غیر واقع بر یک قطر متقاطع‌اند.

۴- طول وترى که دایره‌ی $x^2 + y^2 = 2x + 3$ از خط $y = 2x$ جدا می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{3}{5}\sqrt{5}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{8}{5}\sqrt{5}$

۵- وضع نسبی دو دایره‌ی $C: x^2 + y^2 - 2x = 0$ و $C': x^2 + y^2 + 2x = 4$ کدام است؟

- (۱) متداخل (۲) مماس برون (۳) متقاطع (۴) هم‌مرکز

۶- دو دایره‌ی $\begin{cases} C: x^2 + y^2 + (-m-1)x + (n+2)y + 6m = 0 \\ C': x^2 + y^2 - 2x + (m+n+1)y + 10 = 0 \end{cases}$ هم‌مرکزند، مساحت بین دو دایره‌ی C و C' چه قدر است؟

- (۱) π (۲) 3π (۳) 4π (۴) 5π

۷- بیشترین فاصله خط $3x + 4y + 13 = 0$ از دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ چه قدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۵

۸- به ازای کدام مقدار a ، دو دایره‌ی $x^2 + y^2 + 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2x + 8y + a = 0$ مماس خارج یکدیگرند؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸ (سراسری ریاضی ۹۰)

۹- معادله‌ی مماس مشترک دو دایره‌ی $C: x^2 + y^2 - 2\sqrt{2}(x+y) + 3 = 0$ و $C': x^2 + y^2 = 9$ کدام است؟

- (۱) $x + y = 3\sqrt{2}$ (۲) $x + y = \sqrt{2}$ (۳) $x + y = 0$ (۴) $x - y = \sqrt{2}$

۱۰- طول وترى از دایره $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 1$ که روی خط $2y + x = a$ قرار دارد، برابر ۳ است. اختلاف مقادیر a چه قدر است؟

- (۱) $\sqrt{35}$ (۲) $\sqrt{38}$ (۳) $3\sqrt{6}$ (۴) $5\sqrt{3}$ (سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)