

معادله، نامعادله و سهمی

(سنجش آبان ۹۹)

۱- مجموع ریشه‌های حقیقی معادله  $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

(سنجش فروردین ۹۹)

۲- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 4x - 2 = 0$  باشند، حاصل  $\alpha^2 + 18\beta$  کدام است؟

- ۵۰ (۱)      ۶۰ (۲)      ۸۰ (۳)      ۱۰۰ (۴)

۳- در یک سهمی به معادله  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، اگر  $a + b + c < 0$ ، علامت  $a$  و  $c$  چگونه است؟

- ۱)  $a > 0$  و  $c > 0$       ۲)  $a < 0$  و  $c < 0$       ۳)  $a > 0$  و  $c < 0$       ۴)  $a < 0$  و  $c > 0$

۴- در یک باغ ۴۰ درخت سیب وجود دارد که هر درخت به‌طور متوسط ۸۰ کیلوگرم میوه می‌دهد، به‌ازای هر درخت اضافه که در این باغ کاشته شود یک کیلوگرم از متوسط میوه هر درخت کاسته می‌شود، چند درخت بکاریم تا حداکثر محصول را دریافت کنیم؟

- ۱۰ (۱)      ۲۰ (۲)      ۱۲ (۳)      ۱۴ (۴)

۵- به ازای کدام مقادیر  $a$ ، معادله  $x^2 + (1-a)x^2 = a$  ریشه حقیقی ندارد؟

- ۱)  $a \neq -1, a < 0$       ۲)  $-1 < a < 0$       ۳)  $a < 0$       ۴)  $a < -1$

۶- معادله  $\sqrt{3x+7} - \sqrt{3-x} = \sqrt{2x+10} + \sqrt{x-3}$  در مجموعه اعداد حقیقی چند جواب دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴) جواب ندارد.

۷- اگر  $x^2 - 6x = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\cdots}}}$  باشد مقدار  $x$  کدام است؟ ( $x > 0$ )

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۷ (۳)      ۶ (۴)

۸- حاصل ضرب ریشه‌های معادله  $\sqrt[3]{8+x} + \sqrt[3]{8-x} = 1$  کدام است؟

- ۱) -۱۲۱      ۲) -۹      ۳) -۱      ۴) -۱۸۹

۹- فرض کنید  $x_1$  و  $x_2$  جواب‌های معادله  $(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1)(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$  باشند. مقدار  $x_1 + x_2$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

- ۱) -۱      ۲) صفر      ۳) ۱      ۴) ۲

۱۰- تعداد جواب‌های معادله  $(x-4)(x-9)(x-11)(x-6) + 16 = 0$  کدام است؟

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۴) صفر

۱۱- فرض کنید مجموعه جواب نامعادله  $\frac{((m^2-1)x^2 - 4mx + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} > 0$ ، به‌ازای  $x > \frac{3}{2}$ ، بازه

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰-با تغییر)

(۲، ۴) باشد، مقدار  $m$ ، کدام است؟

- ۱) -۲      ۲) صفر      ۳) ۱      ۴) ۲

قدر مطلق و هندسه تحلیلی

۱- کمترین مقدار عبارت  $|x^3 + x + 1| + |x^3 + x - 6|$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۳

۲- مجموع ریشه‌های معادله  $16|2^x - 1| - 11|x| = 5x$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) -۱ (۳) -۳ (۴) -۵

۳- حداکثر مقدار عبارت  $\frac{1}{2|x| + |x-2|}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۴- جواب نامعادله  $|\sin x| > 2x$  کدام است؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $\mathbb{R}$  (۳)  $x > 0$  (۴)  $x < 0$

۵- مجموع شیب‌های دو خط عمود بر هم برابر ۱ می‌باشد. اگر محل تقاطع دو خط نقطه‌ی  $A(2, 1)$  باشد، عرض از

مبدأ خط دارای شیب منفی کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{5}$  (۲)  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$  (۴)  $\sqrt{5}$

۶- شیب نیم‌خطی با نقطه‌ی شروع  $A(2, 4)$  برابر ۳ است. مستطیل ABCD را چنان می‌سازیم، که نقطه‌ی B روی نیم-

(سراسری تهریز ۱۴۰۰)

خط فوق و رأس سوم آن  $C(-3, -1)$  باشد. محیط مستطیل، کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۸ (۳)  $6\sqrt{10}$  (۴)  $3\sqrt{10}$

۷- نمودارهای دو تابع  $y = |x+2| + |x-1|$  و  $y = 17 - x + 3y$  در دو نقطه A و B متقاطع هستند. اندازه پاره‌خط AB، کدام است؟

(فازع ریاضی ۱۴۰۱)

- (۱)  $2\sqrt{10}$  (۲)  $4\sqrt{5}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $4\sqrt{3}$

دنباله

۱- جمله بیست و ششم از دنباله بازگشتی  $a_1 = 1$ ;  $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ ; چند برابر کمترین جمله دنباله  $b_n = 2n^2 - 18n + 1$  است؟

- (سنجش تیر ۹۹) -۸/۵ (۱) -۹ (۲) -۹/۵ (۳) -۱۰ (۴)

۲- دنباله بازگشتی  $a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$  با شرط  $a_1 = -1$  را در نظر بگیرید. حاصل ضرب صد جمله اول دنباله، کدام است؟

- (فاز ریاضی ۱۴۰۰) -۲۰۱ (۱) -۱۹۹ (۲) -۱۹۷ (۳) ۱۹۷ (۴)

۳- اگر بزرگ‌ترین زاویه یک ۹ ضلعی برابر  $224^\circ$  و زوایا بر حسب درجه تشکیل دنباله حسابی دهند، قدر نسبت

مثبت دنباله کدام است؟ (سنجش آبان ۹۹)

- ۲۱ (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴)

۴- اگر  $t_n = (-2k+4)n^2 + (k-3)n + 2k-1$  یک الگوی خطی باشد، حاصل ضرب ۸ جمله اول دنباله

$a_n = (-1)^{n+1} \frac{kn}{n+1}$  کدام است؟

- $\frac{128}{9}$  (۱)  $\frac{256}{9}$  (۲)  $\frac{512}{9}$  (۳)  $\frac{1024}{9}$  (۴)

۵- مجموع سه جمله اول دنباله  $a_n = [\sin n] + [\cos n]$  کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) صفر (۳) ۱ (۴)

۶- چند جفت از جملات دنباله  $\{n^2 - 8n + 10\}$  با هم برابرند؟

- دو (۱) پنج (۲) چهار (۳) سه (۴)

۷- در یک دنباله حسابی  $a_7 + a_8 = 8$  و  $a_7^2 - a_8^2 = -16$  است، در این صورت  $\frac{a_n + 2n}{a_{n+1} + n - 1}$  کدام است؟

- ۳ (۱) ۲ (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)

۸- چند مقدار قابل قبول برای  $a$  وجود دارد به طوری که رشته اعداد  $a+1, a^2+4, a^3+7$  جملات متوالی دنباله حسابی باشند؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۹- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه رقمی دنباله‌ای حاصل از جملات مشترک دو دنباله‌ی عددی  $1, 4, 9, \dots$  و

$2, 5, 8, 11, \dots$  کدام است؟

- ۲۳ (۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۲۶ (۴)

۱۰- در یک دنباله هندسی حاصل ضرب سه جمله اول ۲۷ و مجموع آنها برابر ۱۳ است. مجموع مقادیر قدرنسبت چقدر است؟

- ۳ (۱)  $\frac{1}{13}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{10}{3}$  (۴)

۱۱- دنباله‌های هندسی با قدرنسبت طبیعی و بزرگ‌تر از یک که شامل ۵ جمله هستند را در نظر بگیرید. چه تعداد

از این نوع دنباله‌ها می‌توان یافت که جملات آن عضو مجموعه  $\{1, 2, \dots, 100\}$  باشد؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

- ۷ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

مثلات

۱- اگر  $\tan x + \cot x = \frac{32}{9}$  باشد، حاصل  $|\sin x + \cos x|$  چقدر است؟

- (۱) ۱/۱      (۲) ۱/۱۵      (۳) ۱/۲      (۴) ۱/۲۵

۲- اگر  $f(x) = 32 \cos^2(x) \cos^2(2x) \cos^2(4x) \cos^2(8x) \cos^2(16x)$  باشد، مقدار  $f(\frac{\pi}{11})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{6 + \sqrt{27}}{32}$       (۲)  $\frac{6 + \sqrt{27}}{16}$       (۳)  $\frac{6 - \sqrt{27}}{16}$       (۴)  $\frac{6 - \sqrt{27}}{32}$  (فازج تجربی ۱۴۰۰)

۳- فرض کنید زاویه  $\alpha$  در ناحیه چهارم مثلثاتی و  $\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$  باشد. حاصل عبارت  $\frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) - \sin(\alpha - \pi)}{|\tan^2(\alpha) - 1|}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4 + (2 + \sqrt{5})}{3}$       (۲)  $\frac{4(-2 + \sqrt{5})}{3}$       (۳)  $\frac{4(2 - \sqrt{5})}{3}$       (۴)  $-\frac{4(2 + \sqrt{5})}{3}$  (فازج تجربی ۱۴۰۰)

۴- اگر زاویه  $\alpha$  در ناحیه سوم مثلثاتی و  $\tan(\alpha) = \frac{3}{4}$  باشد، مقدار  $\frac{\cos(2\alpha - \frac{\pi}{2}) - \cos(\alpha + \pi)}{\cot(2\alpha)}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{96}{175}$       (۲)  $\frac{1056}{175}$       (۳)  $\frac{96}{175}$       (۴)  $-\frac{1056}{175}$  (فازج تجربی ۱۴۰۱)

۵- اگر  $10(\sin x + \cos x) = 6\sqrt{5}$  باشد، مقدار  $\tan x$  کدام عدد می تواند باشد؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$       (۲) -۲      (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴) ۲

۶- تابع متناوب  $f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & 1 < x \leq 2 \end{cases}$  را که دوره تناوب آن ۲ است، در نظر بگیرید. مساحت ناحیه محصور به منحنی  $f$  و محور  $x$  ها در بازه  $[-\frac{1}{75}, \frac{3}{25}]$ ، کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳)  $\frac{3}{5}$       (۴) ۴ (فازج تجربی ۱۴۰۰)

۷- تعداد جواب های معادله مثلثاتی  $\cos^2(x) - \sin^2(x) \cos(3x) = 1$ ، در فاصله  $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

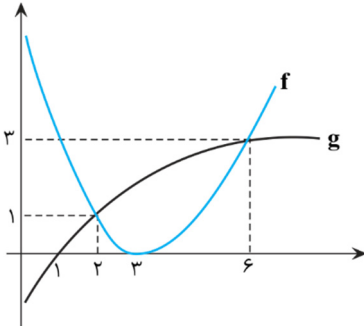
- (۱) ۱      (۲) ۳      (۳) ۵      (۴) ۶ (سراسری تجربی ۱۴۰۰)

۸- معادله مثلثاتی  $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{5}{8}$  در بازه  $(0, \pi)$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

تابع

(سنجش فروردین ۹۹)



۱- نمودار توابع  $f$  و  $g$  به شکل زیر است. دامنه تابع  $h(x) = \sqrt{\frac{f(x) \times g(x)}{2f(x) - x}}$  کدام است؟

- (۱)  $[1, +\infty)$
- (۲)  $(0, 3) \cup (3, +\infty)$
- (۳)  $[1, +\infty) - \{2, 3, 6\}$
- (۴)  $[1, 2) \cup (6, +\infty)$

۲- طول نقطه تلاقی نمودارهای دو تابع  $f(x) = \frac{3}{4}x - [\frac{3}{4}x]$  و  $g(x) = |x|$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{4}$
- (۲)  $-\frac{4}{4}$
- (۳)  $\frac{4}{4}$
- (۴)  $\frac{3}{4}$

۳- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی  $0 < x^2 - 4x + 3$  کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.)

- (۱)  $(1, 4)$
- (۲)  $[2, 4)$
- (۳)  $[2, 3)$
- (۴)  $(1, 3)$

۴- دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{3 - x^5} - x + \sqrt{x^5 + x} - 3$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) بی شمار

۵- اگر  $a + [b] = 4/2$  و  $b - [a] = 2/4$  باشد، حاصل  $a + b$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۵
- (۲) ۵/۶
- (۳) ۴/۶
- (۴) ۳/۶

۶- اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 8}$  و  $g(x) = \sqrt{x + 2} + 1$  باشند، با کدام یک از انتقال‌های زیر نمودار  $f \circ g$  بر نمودار  $g$  منطبق می‌شود؟

- (۱) ۹ واحد به چپ، ۱ واحد به بالا
- (۲) ۹ واحد به چپ، ۱ واحد به پائین
- (۳) ۹ واحد به راست، ۱ واحد به بالا
- (۴) ۹ واحد به راست، ۱ واحد به پائین

(سنجش اردیبهشت ۹۹)

۷- در نمودار وارون تابع  $f(x) = \frac{1}{x}$  با دامنه  $\{-\infty, -5\} \cup \{0, 5, \infty\}$ ، کدام عدد در دامنه  $f^{-1}(x)$  حضور ندارد؟

- (۱)  $-\frac{\sqrt{2}}{5}$
- (۲)  $-\frac{2}{5}$
- (۳)  $-\frac{1}{5}$
- (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{5}$

(سنجش- تیر ۹۹)

۸- ضابطه معکوس تابع  $f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}; x > 0$  به صورت  $\log_2 U$  است.  $U$  کدام است؟

- (۱)  $x - \sqrt{x^2 + 1}$
- (۲)  $x + \sqrt{x^2 + 1}$
- (۳)  $x - \sqrt{x^2 - 1}$
- (۴)  $x + \sqrt{x^2 - 1}$

(سنجش اردیبهشت ۹۸)

۹- اگر  $f(x) = [x]$  باشد، برد تابع  $f(\frac{x}{f(x)})$  شامل چند عدد صحیح است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.) (سنجش- مرداد ۹۹)

- (۱) بی شمار
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۱۰- اگر  $f(x) = x - |3x|$  در این صورت  $f \circ f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $4x + 12|x|$
- (۲)  $4x - 12|x|$
- (۳)  $6x + |6x|$
- (۴) صفر

تابع نمایی و لگاریتم

۱- کدام یک از توابع زیر یکنوا نیست؟

$y = -2 \times 3^{-\sqrt{x}+1}$  (۴)    
  $y = -\frac{1}{3} \times (\frac{1}{2})^{x^2+1}$  (۳)    
  $y = -2 \times (\frac{1}{3})^{-2x+3}$  (۲)    
  $y = 3 \times 2^{x^2+1}$  (۱)

۲- اگر  $2^a = 3$  و  $3^b = 5$  و  $5^c = 2$  حاصل عبارت  $\frac{4^a - 125^c}{3^{abc} - abc}$  چقدر است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)    
  $\frac{1}{2}$  (۳)    
 ۱ (۲)    
 ۲ (۱)

۳- معادله  $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 14$  دارای:

(۱) یک جواب است.    
 (۲) دو جواب است.    
 (۳) سه جواب است.    
 (۴) جواب نیست.

۴- اگر  $3 = \log_{18} a$  باشد، حاصل  $\log_{24} 12$  کدام است؟

$\frac{3a+2}{5a+3}$  (۱)    
  $\frac{3a-2}{5a-3}$  (۲)    
  $\frac{5a-2}{7a-3}$  (۳)    
  $\frac{5a+2}{7a+3}$  (۴)

۵- مجموع جواب‌های معادله  $x^{\log x} = 10000$  کدام است؟

$100/0.1$  (۴)    
  $100/1$  (۳)    
  $10/0.1$  (۲)    
  $10/1$  (۱)

۶- تعداد رادیکال‌ها در معادله  $\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}} = -8$  چقدر است؟

۸ (۱)    
 ۹ (۲)    
 ۷ (۳)    
 ۶ (۴)

۷- بیش‌ترین مقدار عبارت  $(\log_5 5)^{\sin x+1}$  کدام است؟

$\log_5 7$  (۱)    
  $\log_5 5$  (۲)    
  $(\log_5 5)^3$  (۳)    
  $(\log_5 7)^3$  (۴)

۸- معادله  $|\log_{10} x| - |\sin x| = 0$  چند ریشه دارد؟

۲ (۱)    
 ۴ (۲)    
 ۵ (۳)    
 ۶ (۴)

۹- در معادله  $\log_3 x^3 + \log_x 3 - 4 = 0$ ، ریشه بزرگ‌تر،  $m$  برابر ریشه کوچک‌تر است. مقدار  $\log_{\sqrt{3}} m$  کدام است؟

$\frac{4}{3}$  (۱)    
  $\frac{4}{2}$  (۲)    
  $\frac{2}{3}$  (۳)    
  $\frac{3}{2}$  (۴)    
 (سنجش فرداده ۱۱۴۰۰)

۱۰- اگر  $f(x) = \frac{9^x - 1}{3^x}$  باشد، مقدار  $f^{-1}(4)$  کدام است؟

$\log_3(1 + \sqrt{5})$  (۱)    
  $\log_3 \sqrt{5}$  (۲)    
  $1 + \log_3(1 + \sqrt{5})$  (۳)    
  $\log_3(2 + \sqrt{5})$  (۴)

۱۱- اگر  $x = (\sqrt{2} + 1)^{\frac{1}{3}} + (\sqrt{2} - 1)^{\frac{1}{3}}$  باشد، لگاریتم  $x(x^2 - 3)$  در پایه ۲ کدام است؟

$-\frac{2}{3}$  (۱)    
  $\frac{1}{3}$  (۲)    
  $\frac{2}{3}$  (۳)    
  $\frac{3}{2}$  (۴)

۱۲- اگر  $\log_3 3 = 0/4771$  باشد، عدد  $3^{1000}$  چند رقمی است؟

۴۸۷ (۱)    
 ۴۷۸ (۲)    
 ۴۷۷ (۳)    
 ۴۸۸ (۴)

۱۳- اگر  $\log_2(x+3) = 3 + \log_2(x^3 - 3x^2 - 17x + 3)$  باشد، حاصل  $\log_2 \sqrt{5x - 3}$  کدام است؟

$2/25$  (۱)    
  $2/5$  (۲)    
  $2/75$  (۳)    
  $3/25$  (۴)    
 (سنجش فروردین ۹۹)

۱۴- دامنه تابع با ضابطه  $f(x) = \log_2(|x^2 - 2| - x)$  کدام است؟

$(-\infty, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$  (۲)    
  $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (2, +\infty)$  (۱)    
  $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$  (۴)    
  $[-1, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$  (۳)

(سنجش فرداده ۱۱۴۰۰)

(سنجش فروردین ۱۱۴۰۰)

(سنجش فروردین ۹۹)

(فاز تجربی ۱۱۴۰۰)

حد و پیوستگی

۱- اگر  $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \in \mathbb{Q} \\ 2x-4 & x \in \mathbb{R}-\mathbb{Q} \end{cases}$  تابع  $y = f \circ f(x)$  در کدام نقطه دارای حد است؟

- (۱)  $x = 1$  (۲)  $x = \frac{14}{3}$  (۳)  $x = 5$  (۴)  $x = \frac{7}{2}$

۲- حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 \frac{x}{2}})$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{4}$

۳- مقدار  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2+x} - \sqrt[3]{x^2-x}}{\sqrt[3]{x^2+1} - \sqrt[3]{x^2-3x}}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲) صفر (۳)  $\infty$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} - 1)$  کدام است؟

- (۱)  $+\infty$  (۲) صفر (۳) ۲ (۴) -۲

۵- حاصل حد تابع  $f(x) = \sqrt{\log x} + \sqrt{\log x} - \sqrt{\log x}$  وقتی  $x \rightarrow +\infty$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) صفر (۳) ۱ (۴)  $+\infty$

۶- فرض کنید  $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$  و  $f(x) = 1 - x^2$ . تعداد نقاط ناپیوستگی تابع  $g \circ f$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (سراسری ترمی ۱۴۰۰)

۷- بزرگ‌ترین طول صحیحی که تابع  $y = x^2[x] - 3x[x-10] - 10[x]$  در آن نقطه پیوسته می‌باشد، کدام است؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۵ (سنگش آذر ۹۹)

۸- تابع  $y = [\sin x]$  را روی  $\mathbb{R}$  در نظر بگیرید. این تابع در چند نقطه از بازه  $[\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}]$  ناپیوسته است؟ (نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۴

۹- اگر تابع  $f(x) = \frac{5}{a \sin x + 2}$  همواره پیوسته باشد، آنگاه حدود تغییرات  $a$  کدام است؟

- (۱)  $a > 2$  (۲)  $a < -2$  (۳)  $-2 < a < 2$  (۴)  $-2 \leq a \leq 2$

(سنگش دی ۹۹)

۱۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\frac{2^{x+1} - 1}{2^x + 1}]$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

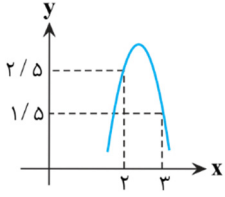
(سنگش دی ۹۹)

۱۱- اگر  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x^3 + bx^2 + ax + a} = -\infty$  باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) هیچ مقدار حقیقی (۴) هر مقدار حقیقی



۱۲- اگر نمودار تابع  $f$  به شکل مقابل باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3^-} [f(x) + f([x])]$  کدام است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح می باشد.)



(سنجش مرداد ۹۹)

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

۱۳- اگر  $f(x) = x^2 + x$  باشد، حاصل  $A = \frac{\lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x)]}{[\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)]}$  کدام است؟

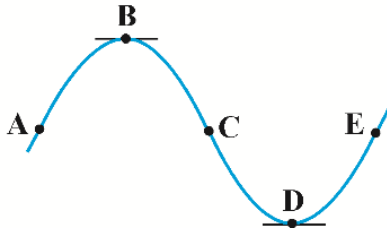
- ۲ (۴)
- $\frac{1}{3}$  (۳)
- ۱ (۲)
- ۰/۵ (۱)





مشقی

۱- اگر  $g(x) = \frac{(f(x)-f(2))^2}{x^2-4x+4} + \frac{2f(x)-2f(2)}{x-2}$  و  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 9$  باشد، آن گاه کدام یک از نقاط مشخص شده روی نمودار  $f(x)$  قطعاً نمی‌تواند طول ۲ داشته باشند؟



- E, A (۱)
- D, B (۲)
- C (۳)
- E, D (۴)

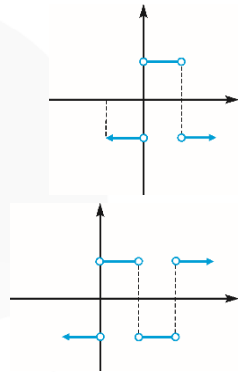
۲- تابع  $f(x) = x^4 + 3x^2 + x$  چند نقطه بحرانی دارد؟

- ۱ (۴)
- ۲ (۳)
- ۳ (۲)
- ۴ (۱)

۳- مشتق راست تابع  $f(x) = |x-1| x - [\frac{-x}{\lambda}] x^2$  به ازای  $x=1$  چقدر است؟

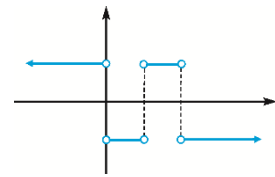
- ۵ (۴)
- ۵ (۳)
- ۳ (۲)
- ۳ (۱)

۴- اگر  $f(x) = ||x-1|-1|$  باشد، نمودار  $f'$  چگونه است؟

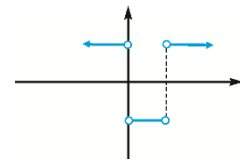


(۲)

(۴)



(۱)



(۳)

۵- فرض کنید  $f(x) = (x[x])^3$  و  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ . مقدار مشتق چپ تابع fog در  $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$  چند برابر  $(-48\sqrt{5})$  است؟

(فاجه تجربی ۱۴۰۰)

- ۸ (۴)
- ۴ (۳)
- ۲ (۲)
- ۱ (۱)

(سلوشن فراداده ۱۴۰۰)

۶- تابع  $f(x) = \frac{x-a}{\sqrt{x^2+x}}$  مفروض است. اگر  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)-f(-2)}{x+2} = 0$  باشد، مقدار a کدام است؟

- $-\frac{4}{3}$  (۴)
- $\frac{4}{3}$  (۳)
- $-\frac{2}{3}$  (۲)
- $\frac{2}{3}$  (۱)

کاربرد مشتق

۱- چندتا از توابع زیر قطعاً غیریکنوا هستند؟ ( $abc \neq 0$ )

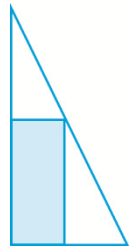
$y = \frac{ax}{1+x^2}$  (D)       $y = a\sqrt[3]{x} + b$  (C)       $y = x^f + ax + b$  (B)       $y = ax^3 + bx + c$  (A)

۳ (۴)                      ۲ (۳)                      ۴ (۲)                      ۱ (۱)

۲- ماکسیمم مطلق  $f(x) = \frac{1}{x^6 - 6x^5 + 9x^4 + 7}$  کدام است؟

۱ (۴)                       $\frac{1}{6}$  (۳)                       $\frac{1}{7}$  (۲)                      صفر (۱)

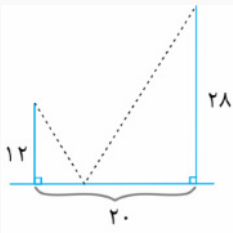
۳- در مثلث قائم الزاویه به اضلاع ۳ و ۴ و ۵ مستطیلی مطابق شکل محاط کرده‌ایم. بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟



۴ (۲)                      ۳ (۱)

$\frac{5}{2}$  (۴)                       $\frac{7}{2}$  (۳)

۴- دو میله فلزی به ارتفاع ۲۸ و ۱۲ متر را به کمک سیمی که به بالای آنها بسته‌ایم به زمین متصل می‌کنیم. سیم را در فاصله‌ی چند متری از میله‌ی کوچکتر، به زمین متصل کنیم، تا کم‌ترین سیم مصرف شود؟



۹ (۲)                      ۸ (۱)

۶ (۴)                      ۱۰ (۳)

۵- قرینه نقطه A واقع بر سهمی  $f(x) = x^2$  را نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم صفحه مختصات تعیین کرده و آن را  $A'$  می‌نامیم. اگر طول نقطه A بین دو طول متوالی از محل بر تقاطع تابع f با خط نیمساز مورد نظر باشد، ماکزیمم طول پاره خط AA'، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

$\frac{\sqrt{2}}{8}$  (۴)                       $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۳)                       $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)                       $\sqrt{2}$  (۱)

۶- نقطه  $A(3, -2)$  اکسترمم نسبی تابع  $y = f(x)$  است. اگر  $f'(3)$  موجود و  $h(x) = \frac{f^2(x)}{x^2 + 3}$  باشد، مقدار  $h'(3)$  کدام است؟

(سنجش فرداده ۱۴۰۰)

$-\frac{3}{7}$  (۴)                       $\frac{2}{7}$  (۳)                       $-\frac{1}{5}$  (۲)                       $-\frac{1}{6}$  (۱)

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

۷- تعداد نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1} |x^2 - 4|$ ، کدام است؟

۵ (۴)                      ۴ (۳)                      ۳ (۲)                      ۲ (۱)

(سراسری ریاضی ۸۵)

۸- مجموعه طول‌های نقاط بحرانی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = |x - 2| \sqrt[3]{x^2}$  کدام است؟

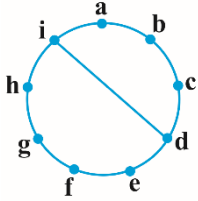
$\{\frac{2}{3}, 2\}$  (۴)                       $\{0, 1\}$  (۳)                       $\{0, \frac{2}{3}, 2\}$  (۲)                       $\{0, \frac{4}{5}, 2\}$  (۱)

آمار، شمارشی، احتمال

۱- ضریب تغییرات کل اعداد طبیعی چقدر است؟

- ۱ (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) صفر (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)

۲- با ۹ نقطه‌ی متمایز روی محیط یک دایره، چند ۴ ضلعی می‌توان ایجاد کرد که پاره خط «id» قطر آن ۴ ضلعی باشد؟



- ۱۲ (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴)

۳- خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. یکی از فرزندان را انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که این فرزند حداقل دو خواهر بزرگ‌تر از خود داشته باشد، چقدر است؟

- $\frac{3}{8}$  (۴)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{5}{16}$  (۲)  $\frac{3}{16}$  (۱)

۴- احتمال متولد شدن یک خرگوش نر در یک نسل در اولین دوره بارداری مادر، ۷۰ درصد و احتمال متولد شدن دو خرگوش نر در دو بار متوالی زایمان ۶۰ درصد است. اگر دومین فرزند خرگوش، نر باشد، احتمال آن که در زایمان قبلی خرگوش نر به دنیا آمده باشد، کدام است؟ (فرض بر این است که در هر دوره فقط یک تولد صورت می‌گیرد.) (شماره تجربی ۱۴۰۰)

- $\frac{20}{27}$  (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{7}{10}$  (۳)  $\frac{6}{7}$  (۴)

۵- با ارقام ۴، ۳، ۲، ۱ و ۵ اعداد ۵ درقمی زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی می‌سازیم، که در آن رقم تکراری به کار نرفته باشد. یک عضو از مجموعه فوق انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عضو انتخاب شده بر ۴ بخش پذیر باشد، کدام است؟

- $\frac{1}{5}$  (۱)  $\frac{4}{7}$  (۲)  $\frac{3}{7}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴) (سراسری تجربی ۱۴۰۰ - با تغییر)

۶- در چند زیرمجموعه‌ی سه عضوی از مجموعه‌ی  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  حاصل ضرب اعضا زوج است؟

- ۳۴ (۱) ۲۴ (۲) ۲۸ (۳) ۱۸ (۴)

۷- فرض کنید  $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$ . چند معادله درجه دوم به صورت  $ax^2 + bx - c = 0$  می‌توان نوشت که فاصله حاصل ضرب ریشه‌های هر معادله با جمع ریشه‌های آن معادله، دو واحد باشد؟ (شماره تجربی ۱۴۰۰)

- ۲۴ (۱) ۲۸ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴)

هندسه

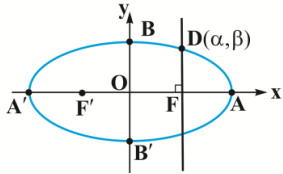
۱- چند نقطه با طول و عرض صحیح درون و روی دایره  $x^2 + y^2 = 8$  قرار دارد؟

- ۲۴ (۱)      ۲۵ (۲)      ۱۹ (۳)      ۲۲ (۴)

۲- مرکز دایره‌ی  $C''$  روی خط‌المركزین دو دایره‌ی  $C: (x - 3\sqrt{2})^2 + (y - 3\sqrt{2})^2 = 1$  و  $C': x^2 + y^2 = 49$  است.

اگر دایره‌ی  $C''$  با دایره‌ی  $C$  مماس بیرون و با دایره‌ی  $C'$  مماس درون باشد، شعاع دایره‌ی  $C''$  کدام است؟

- ۴/۵ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)

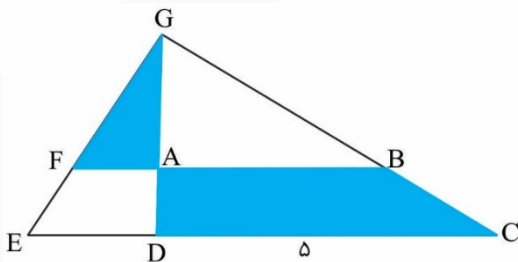


۳- مرکز بیضی مقابل بر مبدأ مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای  $x$  و  $y$  منطبق هستند و فاصله  $F$  از هر دو نقطه  $A$ ،  $O$  برابر ۴ است. خطی در نقطه  $F$  بر  $AA'$  عمود کرده‌ایم که بیضی را در نقطه  $D$  قطع کرده است، مختصات نقطه  $D$  کدام است؟

- (۴, ۶) (۱)      (۴, ۵) (۲)      (۴, ۴) (۳)      (۴, ۹/۳) (۴)

۴- در شکل زیر،  $DG = 3DA$  و اندازه پاره‌خط‌های  $DC$  و  $DE$ ، به ترتیب، ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث  $AFG$  چند درصد مساحت ذوزنقه  $ABCD$  است؟

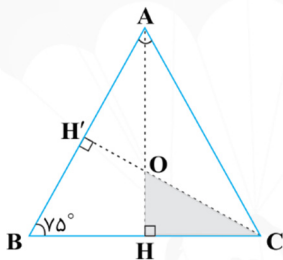
(سراسری ریاضی ۹۹)



- ۴۰ (۱)  
۳۶ (۲)  
۳۲ (۳)  
۲۴ (۴)

۵- در شکل زیر مثلث  $ABC$  متساوی الساقین و طول ساق  $AC$  برابر ۶ است. مساحت مثلث  $OHC$ ، کدام است؟

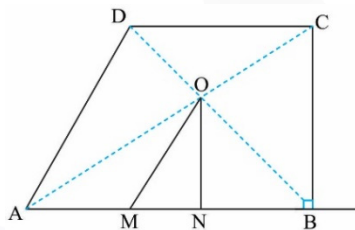
(سراسری تجربی ۱۴۰۰ با تغییر)



- (۱)  $\frac{2}{3}$   
(۲)  $\frac{4}{3}$   
(۳)  $\frac{18}{7 + 4\sqrt{3}}$   
(۴)  $\frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})}$

۶- مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای ذوزنقه قائم‌الزاویه  $ABCD$  ( $\hat{B} = 90^\circ$ )، پاره‌خط‌های  $OM$  و  $ON$  به ترتیب موازی با  $AD$  و  $BC$  رسم شده‌اند. نسبت  $\frac{AM}{BN}$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)



- ۱ (۱)  
۲ (۲)  
کوچک‌تر از ۱ (۳)  
بزرگ‌تر از ۱ کوچک‌تر از ۲ (۴)