

نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۱	تعداد صفحه: ۲	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده دارای چهار عمل اصلی مجاز می باشد. (سوالات پاسخ نامه دارد)	نمره
------	--	------

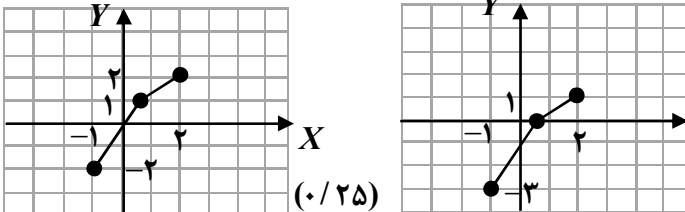
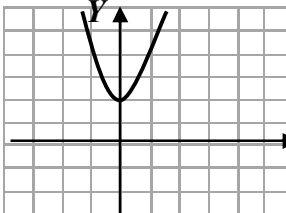
### الف) بخش الزامی

دانش آموز عزیز به سوالات ۱ تا ۱۲ (جهت کسب ۱۶ نمره) پاسخ دهید.

۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) نمودار تابع $y = x^3$ در بازه $[0, 1]$ پایین تر از نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد. ب) اگر تابع $f(x)$ در یک فاصله صعودی باشد، آنگاه اکیدا صعودی نیز خواهد بود. پ) اگر تابع $f$ در $x = a$ پیوسته نباشد آنگاه $f$ در $a$ مشتق پذیر هم نیست. ت) تابعی وجود ندارد که برای آن هم $f'(a) = 0$ و هم $f(a) = 0$ .	۱
۲	در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید. الف) دوره تناوب تابع $y = 8 \cos(\frac{x}{3})$ برابر با ..... است. ب) اگر $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ ، در این صورت $(3f + 2g)'(1)$ برابر با ..... است.	۲
۳	با توجه به نمودار تابع $f$ که در شکل زیر آمده است، نمودار تابع $g(x) = f(2x) - 1$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.	۳
۴	نمودار تابع $f(x) = x^2 + 2$ را رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه ای اکیدا نزولی است؟	۴
۵	مقادیر $a, b$ را طوری تعیین کنید که چند جمله ای $x^2 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.	۵
۶	مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 + 2 \sin 7x$ را به دست آورید.	۶
۷	معادله $2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید.	۷/۵
۸	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow c^+} \frac{x^2 + x}{x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^3 + 2x - 1}$	۸
«ادامه سوالات در صفحه دوم»		

سوالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۱	نام و نام خانوادگی:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده دارای چهار عمل اصلی مجاز می باشد. (سوالات پاسخ نامه دارد)		
نمره			
۹	<p>نمودار تابع <math>f</math> را به گونه ای رسم کنید که همه شرایط زیر را دارا باشد.</p> <p>الف) <math>f(1) = f(-2) = 0</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty</math> , <math>\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty</math></p> <p>پ) خط <math>y = -1</math> مجانب افقی آن باشد.</p>		
۱۰	<p>معادله خط مماس بر منحنی تابع <math>f(x) = -x^2 + 10x</math> را در نقطه <math>A(2, f(2))</math> واقع بر نمودار تابع بنویسید.</p>		
۱۱	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) <math>f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{-3x + 2}</math></p> <p>ب) <math>g(x) = \sqrt{x}(3x^2 + 5)</math></p> <p>پ) <math>h(x) = \sin^2 x + \cos^2 x</math></p>		
۱۲	<p>معادله حرکت متحرکی به صورت <math>f(t) = t^2 - t + 10</math> بر حسب متر در بازه زمانی <math>[0, 5]</math> داده شده است. در کدام لحظه در این بازه، سرعت لحظه ای با سرعت متوسط با هم برابرند؟</p>		
	<p><b>ب) بخش انتخابی</b></p> <p>دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره، از بین سوالات ۱۳ تا ۱۶ فقط ۲ سوال را به دلخواه انتخاب و پاسخ دهید.</p>		
۱۳	<p>مجانب های قائم و افقی نمودار تابع <math>y = \frac{x}{x^2 - 4}</math> را در صورت وجود به دست آورید.</p>		
۱۴	<p>مشتق پذیری تابع <math>f(x) =  x^2 - 1 </math> را در <math>x = 1</math> بررسی کنید.</p>		
۱۵	<p>جهت تقعر و نقطه عطف تابع <math>f(x) = x^3 + 3x^2 + 1</math> را مشخص کنید.</p>		
۱۶	<p>جدول تغییرات و نمودار تابع <math>f(x) = \frac{x-1}{x+1}</math> را رسم کنید.</p>		
۲۴	جمع نمره		
	موفق و سربلند باشید.		

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹ / ۰۴ / ۰۱	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۹		

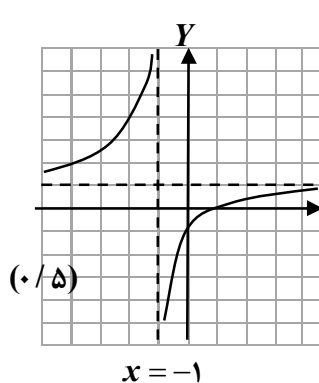
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (ب) نادرست (پ) درست (ت) نادرست هر مورد (۰/۲۵) نمره	۱
۲	الف) $6\pi$ مثال صفحه ۲۷ (ب) ۱۹ مثال صفحه ۲۷ هر مورد (۰/۵) نمره	۱
۳	 $D_g = [-1, 2] \quad (۰/۲۵)$ $R_g = [-3, 1] \quad (۰/۲۵)$ مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۲	۱
۴	 اکیدا نزولی (۰/۲۵) $(-\infty, 0)$ اکیدا صعودی (۰/۲۵) $(0, +\infty)$ مشابه کار در کلاس صفحه ۱۷	۱
۵	$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow p(2) = 0 \rightarrow 4a + 2b = -9 \quad (۰/۲۵)$ $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow p(-1) = 0 \rightarrow a - b = 0 \quad (۰/۲۵)$ $a = -\frac{3}{2} \quad (۰/۲۵), b = -\frac{3}{2} \quad (۰/۲۵)$ تمرین صفحه ۲۲	۱
۶	$\begin{cases} \max y =  a  + c = 2 + 1 = 3 \\ \min y = - a  + c = -2 + 1 = -1 \end{cases} \quad (۰/۵)$ $\begin{cases} \max y =  a  + c = 2 + 1 = 3 \\ \min y = - a  + c = -2 + 1 = -1 \end{cases} \quad (۰/۵)$ تمرین صفحه ۳۳	۱
۷	$\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \quad (۰/۵) \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (۰/۵) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (۰/۵)$ مثال ص ۳۹	۱/۵
۸	الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x+1)}{x^2} \quad (۰/۵) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+1)}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad (۰/۵)$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{4x^2} \quad (۰/۵) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2x} = 0 \quad (۰/۵)$ کار در کلاس صفحه ۵۵ کار در کلاس صفحه ۶۶	۲

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹ / ۰۴ / ۰۱	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان روزانه سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۹		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	رسم شکل (۰/۵) نمره تمرین صفحه ۶۹	۰/۵
۱۰	مثال صفحه ۷۸ $f'(x) = -2x + 10$ (۰/۲۵) , $f'(2) = 6$ (۰/۲۵) , $f(2) = 16$ (۰/۲۵) $y - 16 = 6(x - 2)$ (۰/۵) $\Rightarrow y = 6x + 4$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۱	تمرین صفحه ۱۰۱ الف) $f'(x) = \frac{\overbrace{(2x-3)(-3x+2) - (-3)(x^2-3x+1)}^{(۰/۷۵)}}{\underbrace{(-3x+2)^2}_{(۰/۲۵)}}$ ب) $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x^2 + 5) + \sqrt{x}(6x)$ (۰/۵) پ) $h'(x) = \underbrace{3 \times \sin^2 x \times \cos x}_{(۰/۵)} + \underbrace{2 \cos x \times (-\sin x)}_{(۰/۵)}$ کار در کلاس صفحه ۹۵ تمرین صفحه ۱۰۱	۳
۱۲	تمرین صفحه ۱۰۹ $f(5) = 30$ , $f(0) = 10 \Rightarrow \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4$ (۰/۷۵) $f'(t) = 2t - 1 = 4 \Rightarrow t = \frac{5}{2}$ (۰/۷۵)	۱/۵
۱۳	تمرین صفحه ۶۹ مجانب افقی $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$ (۰/۵) $\Rightarrow y = 0$ (۰/۵) مجانب های قائم $x^2 - 4 = 0$ (۰/۵) $\Rightarrow x = \pm 2$ (۰/۵)	۲
۱۴	مثال صفحه ۸۶ $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^2 - 1  - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 2$ (۰/۷۵) $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^2 - 1  - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)(x+1)}{x-1} = -2$ (۰/۷۵) $f'_-(1) \neq f'_+(1)$ (۰/۵) پس تابع مشتق پذیر نمی باشد	۲

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹ / ۰۴ / ۰۱	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان روزانه سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۹		

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۲	<p>نقطه عطف <math>f'(x) = 3x^2 + 6x \quad (۰/۲۵) \Rightarrow f''(x) = 6x + 6 = 0 \quad (۰/۵) \Rightarrow x = -1 \rightarrow (-1, 3) \quad (۰/۲۵)</math></p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f''</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> </table> <p>مثال صفحه ۱۲۹</p> <p>تقعر رو به بالا <math>(-1, +\infty) \quad (۰/۲۵)</math>      تقعر رو به پایین <math>(-\infty, -1) \quad (۰/۲۵)</math></p>	$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$	$f''$	$-$	$0$	$+$	۱۵				
$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$											
$f''$	$-$	$0$	$+$											
۲	<p><math>x = -1</math> م. قائم <math>(۰/۲۵)</math>  <math>y = 1</math> م. افقی <math>(۰/۲۵)</math>  <math>y' = \frac{2}{(x+1)^2} &gt; 0 \quad (۰/۵)</math></p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> <tr> <td><math>f</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>1</math></td> </tr> </table> <p>مثال صفحه ۱۴۲</p>  <p><math>x = -1</math></p>	$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$	$f'$	$+$	$+$	$+$	$f$	$1$	$+\infty$	$1$	۱۶
$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$											
$f'$	$+$	$+$	$+$											
$f$	$1$	$+\infty$	$1$											
۲۴	<p>جمع نمره « همکاران گرامی لطفاً به راه حل های صحیح دیگر به تناسب نمره دهید. »</p>													