

ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۴	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	۱۴۰۱	دانش آموزان روزانه بزرگ‌سال و داوطلبان آزادسرا سرکشور در نوبت خرداد ماه سال	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۱	عبارت‌های زیر را کامل کنید.  الف) اگر ماتریس $\begin{bmatrix} r & m-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس همانی باشد حاصل $r + m$ برابر با ..... است.  ب) اگر در بیضی خروج از مرکز به عدد صفر نزدیک شود کشیدگی بیضی کمتر شده و بیضی به ..... نزدیک‌تر می‌شود.  پ) نقطه $A(1, -2)$ در ..... دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ قرار دارد.  ت) اگر سه بردار $\vec{a}$ , $\vec{b}$ و $\vec{c}$ در یک صفحه باشند آنگاه حجم متوازی السطوح بنا شده توسط سه بردار برابر ..... است.	۱
۱/۵	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. سپس شکل صحیح عبارت نادرست را بنویسید.  الف) اگر $A$ یک ماتریس $3 \times 3$ و $ A  = 5$ باشد آنگاه $ 2A  = 40$ است.  ب) اگر صفحه $P$ به گونه‌ای باشد که هر دو نکة بالای و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه $P$ و سطح مخروطی یک هذلولی است.  پ) در شکل روبرو اگر خط $d$ در نقطه $M$ بر بیضی مماس باشد، زاویه $\hat{FMF}' = 50^\circ$ باشد آنگاه اندازه زاویه $\alpha = \beta = 60^\circ$ است.  ت) برای دو بردار واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ حاصل ضرب خارجی $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{0}$ است..	۲
۱	اگر $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ مقادیر $a$ و $b$ را طوری به دست آورید که $A \times B = I$ ماتریس قطری باشد.	۳
۱/۲۵	ماتریس $A$ مربعی مرتبه سه به صورت $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ باشد، $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ و $a_{ij} = \begin{cases} i + j & i = j \\ j & i > j \\ 0 & i < j \end{cases}$ که الف) ماتریس $A$ را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ب) دترمینان ماتریس $B$ را محاسبه کنید.	۴
۱/۲۵	دستگاه $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 7x + 4y = 15 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	۵
۱/۵	نقاط $B$ , $A$ و $C$ در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از $A$ و $B$ به یک فاصله و از $C$ به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد (بحث کنید).	۶
۱	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $(-1, 1)$ و بر خط $3x - 4y + 3 = 0$ مماس باشد.	۷
	ادامه سوالات در صفحه دو	

ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۴	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسرا سرکشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱ <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۸	در یک بیضی افقی به مرکز مبدأ مختصات طول قطرها برابر ۱۰ و ۶ است، الف) خروج از مرکز بیضی را بیابید ب) مختصات کانون ها ( $F'$ , $F$ ), مختصات دوسر قطر بزرگ ( $A'$ , $A$ ) و دوسر قطر کوچک ( $B'$ , $B$ ) را به دست آورید. پ) بیضی را روی محور مختصات رسم کنید.	۱/۵
۹	الف) معادله متعارف و فاصله کانونی سهمی به معادله $y = -2x^2 - 8x + 9$ را بیابید. ب) مختصات راس، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.	۱/۵
۱۰	در شکل روپرتو سهمی با رأس $A$ و کانون $F$ و خط هادی $d$ رسم شده است، از کانون $F$ به نقطه دلخواه $M$ روی سهمی وصل کرده و امتداد داده ایم تاخط $d$ را در $N$ قطع کند و از نقطه $M$ ، $MN$ را برابر $d$ عمود کرده ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$	۱/۲۵
۱۱	شکل کلی (نمودار) مر بوط به رابطه $2 \leq y \leq x^2$ را رسم کنید.	۰/۵
۱۲	با توجه به شکل، به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) نام و جه از شکل که معادله آن به صورت زیر مشخص شده را بنویسید. $x = 2, 0 \leq y \leq 4, 0 \leq z \leq 3$ ب) معادلات مربوط به پاره خط (یال) $AD$ را بنویسید پ) مختصات نقطه $D$ را بنویسید. ت) معادله صفحه ای را بنویسید که موازی با صفحه $XOZ$ باشد و مکعب مستطیل را نصف کند.	۱/۵
۱۳	سه بردار $\vec{k} - \vec{j} + 3\vec{i}$ و $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{b} = (0, 2, 1)$ در نظر بگیرید الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با $\theta$ باشد. ب) تصویر قائم بردار $\vec{a} - \vec{b}$ را بدست آورید.	۱/۷۵
۱۴	دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض اند به طوری که $ \vec{a}  = 4$ و $ \vec{b}  = 6$ و $ \vec{a} - \vec{b}  = 2\sqrt{13}$ درجه است مقدار عبارت $ \vec{a} \times \vec{b} $ را محاسبه کنید.	۱
۱۵	اگر $A = (2, -1, 3)$ و $B = (3, 1, 4)$ و $C = (-1, 1, 0)$ سه رأس مثلث $ABC$ باشند، مساحت مثلث $ABC$ را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.	۱/۵
۱۶	برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برهم عمودند اگر و فقط اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .	۱
	موفق و سر بلند باشید	جمع نمره ۲۰

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۴
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) دو (۰/۲۵)      ب) دایره (۰/۲۵)      پ) داخل (۰/۲۵)      ص ۴۶      ت) صفر (۰/۲۵)      ص ۸۴	۱
۲	الف) درست (۰/۲۵)      ص ۳۱      ب) درست (۰/۲۵)      ص ۳۵      ت) نادرست (۰/۲۵)      ص ۷۹	۱/۵
۳	$A \times B = \begin{bmatrix} ۴+۳a & -۸+۲a \\ b-۳ & -۲b-۲ \end{bmatrix}_{(۰/۵)} \Rightarrow \begin{cases} ۲a-۸=۰ \\ b-۳=۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{۴}{۲} \\ b=\frac{۳}{۲} \end{cases}$ ص ۲۱	۱
۴	الف) ص ۲۱ و ۲۸      ب) $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ ۱ & ۴ & ۰ \\ ۱ & ۲ & ۶ \end{bmatrix}_{(۰/۵)}$ $ B  = ۳۹ \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۵	ص ۲۴ $X = A^{-1} \times B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} ۴ & -۱ \\ -۷ & ۲ \end{bmatrix}_{(۰/۵)} \times \begin{bmatrix} ۴ \\ ۱۵ \end{bmatrix}_{(۰/۲۵)} = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix}_{(۰/۲۵)} \quad x = 1.y = ۲$	۱/۲۵
۶	مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB است. (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۳ واحد باشد، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ است. (۰/۲۵) بنابراین نقطه برخورد خط عمود منصف (d) و دایره جواب مسئله است. (نقاط E و D) الف) اگر خط عمود منصف (d) و دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند مسئله دو جواب دارد (۰/۲۵). ب) اگر مماس شوند مسئله یک جواب دارد (۰/۲۵). پ) در صورتی که یکدیگر را قطع نکنند مسئله جواب ندارد (۰/۲۵).	۱/۵
۷	$d = \frac{ 3(1) - 4(-1) + 3 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (۰/۵) \quad . \quad (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4 \quad (۰/۵) \quad \text{ص ۴۳}$	۱
	«ادامه در صفحه دوم»	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$\begin{cases} 2a = 10 \rightarrow a = 5 \\ 2b = 6 \rightarrow b = 3 \end{cases} \rightarrow a' = b' + c' \rightarrow c = 4 \quad (0 / 25) \quad \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (0 / 25)$ <p>(الف)</p> $A(5,0), A'(-5,0) \quad (0 / 25) \quad F(4,0), F'(-4,0) \quad (0 / 25) \quad B(0,3), B'(0,-3) \quad (0 / 25)$ <p>(ب)</p> <p>(پ) رسم بیضی <math>(0 / 25)</math></p> <p>اگر مختصات رئوس و کانونها را روی محور نشان دهد و رسم انجام شود نمره کامل لحاظ شود.</p>	۱/۵
۹	<p>(الف) معادله متعارف سهمی <math>y - 1 = 8(x - 1) \quad (0 / 25)</math> و فاصله کانونی <math>a = 2</math></p> <p>(ب) راس سهمی <math>(1,1) \quad (0 / 25)</math> معادله خط هادی <math>x = -1 \quad (0 / 25)</math> و مختصات کانون آن <math>(3,1) \quad (0 / 25)</math></p>	۵۵ ص
۱۰	<p>روش اول:</p> <p>با تعریف سهمی <math>MFT = MT</math> متساوی الساقین است. <math>\hat{MFT} = \hat{TFM}</math> <math>(0 / 25)</math></p> <p>از طرفی با توجه خطوط موازی <math>FT \parallel MT</math> و مورب <math>FH \parallel FH</math> نتیجه می شود <math>FH \parallel MT</math> <math>(0 / 25)</math></p> <p>از (۱) و (۲) نتیجه می شود <math>TF</math> نیمساز است. با توجه قضیه نیمساز در مثلث <math>FHN</math> داریم:</p> $\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{FH=2FA} \frac{NF}{2FA} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH} \quad (0 / 25)$ <p>روش دوم:</p> <p>با توجه به قضیه تالس در مثلث <math>NHF</math>: <math>FH \parallel MT</math></p> $\frac{NM}{MF} = \frac{NT}{TH}$ $\frac{MT}{FH} = \frac{NM}{NF} \xrightarrow{MT=MF(0/25)} \frac{NF}{FH} = \frac{NM}{MF} \quad (0 / 25)$ $\frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH} \quad (0 / 25)$	۱/۲۵
۱۱	رسم نمودار $(0 / 5)$	۵۵ ص
	«ادامه در صفحه سوم»	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$y = 4$ (ب) $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases}$ (۰/۲۵) CDFG (الف)	۱/۵
۱۳	$\vec{a} = (2, 3, -1), \vec{b} = (1, 0, 1)$ $\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta \rightarrow 1 = \sqrt{14} \sqrt{2} \cos \theta \rightarrow \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{28}}$ (۰/۲۵) $\vec{d} = \vec{b} - \vec{c} = (1, -2, 0)$ (۰/۲۵) $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{d}}{ \vec{d} } \vec{d} = \frac{-4}{\sqrt{5}} (1, -2, 0)$ (۰/۲۵) $ \vec{a} \times \vec{b}  =  \vec{a}   \vec{b}  \sin 30^\circ = 2(6)(4)\left(\frac{1}{2}\right) = 24$ (۰/۲۵) ۷۸ ص (الف) $79$ ص (ب)	۱/۷۵
۱۴	$ \vec{a} \times \vec{b}  =  \vec{a}   \vec{b}  \sin 30^\circ = 2(6)(4)\left(\frac{1}{2}\right) = 24$ (۰/۲۵) ۸۱ ص	۱
۱۵	$\vec{AB} = (1, 2, 1), \vec{AC} = (-3, 2, -3)$ (۰/۵) $\vec{AB} \times \vec{AC} = (-8, 0, 8)$ (۰/۵), $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}  \vec{AB} \times \vec{AC}  = 4\sqrt{2}$ (۰/۵) ۸۴ ص	۱/۵
۱۶	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \longleftrightarrow  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta = 0 \longleftrightarrow \cos \theta = 0 \longleftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$ (۰/۲۵) ۷۹ ص	۱
	"مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"	۲۰